ЖЭТФ, 2010, том 137, вып. 6, стр. 1070–1089

МНОГОФОТОННЫЙ ВЫНУЖДЕННЫЙ ТОРМОЗНОЙ ЭФФЕКТ ДЛЯ ШИРОКИХ В ИМПУЛЬСНОМ ПРЕДСТАВЛЕНИИ ЭЛЕКТРОННЫХ ВОЛНОВЫХ ПАКЕТОВ В ПОЛЕ УЛЬТРАКОРОТКОГО ЛАЗЕРНОГО ИМПУЛЬСА

*И. А. Буренков, О. В. Тихонова**

Научно-исследовательский институт ядерной физики им. Д. В. Скобельцына, Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова 119991, Москва, Россия

Поступила в редакцию 27 октября 2009 г.

Рассмотрены особенности процесса поглощения и испускания квантов внешнего лазерного поля широким в импульсном представлении электронным волновым пакетом при его рассеянии на потенциальном центре. В рамках теории возмущений по потенциальной энергии исследованы различные режимы рассеяния электронного волнового пакета в интенсивном лазерном поле и обнаружено существенно более эффективное поглощение энергии электроном от лазерного поля по сравнению со случаем плоской волны. Продемонстрирована важная роль ряда интерференционных эффектов, обусловленных большой шириной начального импульсного распределения электрона.

1. ВВЕДЕНИЕ

Одной из актуальных проблем физики взаимодействия сверхсильных лазерных полей с атомно-молекулярными системами является задача о вынужденном поглощении и испускании свободным электроном квантов лазерного поля в процессе рассеяния на потенциальном центре. Впервые это явление, получившее название вынужденного тормозного эффекта (ВТЭ), было рассмотрено в работе [1] и затем детально проанализировано в работе [2] для случая начального состояния электрона, выбранного в виде плоской волны. Позднее аналогичные результаты были получены методом функции Грина в низкочастотном пределе [3]. Дальнейшие обобщения подхода Бункина – Федорова были предприняты в целом ряде работ [4–12]. При этом большое внимание уделялось рассмотрению многократных актов рассеяния, а также коллективных эффектов при рассеянии электронов на атомах и ионах в лазерных полях.

В настоящее время, в условиях быстрого развития экспериментальных возможностей воздействующее на вещество лазерное излучение может характеризоваться сверхатомной интенсивностью и ультракороткой длительностью импульсов вплоть до нескольких оптических периодов. Взаимодействие с такими ультракороткими лазерными импульсами приводит к специфике и новым свойствам уже известных процессов и явлений. В частности, при взаимодействии ультракороткого импульса с наноструктурами и кластерами возможен интенсивный нагрев плазмы, образованной в процессе ионизации. Экспериментально были обнаружены электроны с энергиями вплоть до 5 кэВ как под действием ИК-лазерного излучения [13–16], так и под действием УФ-излучения [17, 18]. В случае низкочастотного (ИК) воздействия столь высокая степень нагрева может быть объяснена резонансным поглощением лазерного излучения на собственной частоте коллективного самосогласованного потенциала, возникающего в кластере в процессе ионизации [19–21]. Однако в случае УФ-излучения плазменная частота, возникающая в ионизованном кластере, слишком мала, поэтому резонансное поглощение невозможно, и механизм нагрева и причины возникновения высокоэнергетических электронов остаются до конца не ясными [22]. Одним из возможных механизмов, объясняющих такой нагрев электронов в кластерах, является вынужденный тормозной эффект,

*E-mail: ovtikhonova@mail.ru

однако в рамках традиционного понимания ВТЭ трудно объяснить появление электронов таких высоких энергий [23–25]. Необходимо учитывать особенности ВТЭ, обусловленные ультракороткой длительностью лазерного воздействия. Во-первых, обмен энергией электрона с полем имеет место в течение ультракороткого интервала времени, определяемого длительностью лазерного импульса. Кроме того, электроны, возникающие в континууме в процессе ионизации атомов кластера ультракоротким лазерным импульсом, характеризуются широкими в импульсном представлении волновыми пакетами, качественно отличными от плоской волны. В работе [8] авторами был рассмотрен случай, когда электронное состояние описывается волновым пакетом. Однако предполагалось, что ширина пакета в импульсном пространстве достаточно мала по сравнению с энергией лазерного кванта. При ионизации интенсивными лазерными импульсами в континууме формируются электронные волновые пакеты, ширина энергетического распределения которых в несколько раз превосходит энергию квантов внешнего поля. В этом случае в процессе рассеяния могут иметь место различные интерференционные эффекты, а традиционные подходы, основанные на приближении плоской волны для состояния электрона, оказываются неправомерными. Такая ситуация наиболее легко достигается, когда ионизация атомов в кластере происходит под действием УФ (XUV)-импульса, а последующий набор энергии электрона осуществляется в поле более низкочастотного излучения. При этом быстрая ионизация УФ (XUV)-импульсом приводит к появлению электронов с шириной энергетического распределения в несколько десятков эВ, а высокая частота излучения такого импульса определяет среднюю энергию электрона в диапазоне 30–50 эВ. Таким образом, реализуются условия, при которых возможно рассеяние электронного волнового пакета не только на родительском ионе, но и на соседних ионах, что обеспечивает интенсивное вынужденное поглощение и испускание квантов низкочастотного лазерного поля. Поэтому особенности ВТЭ при рассеянии на потенциальном центре электронного волнового пакета, широкого в импульсном представлении, требуют отдельного рассмотрения.

Отметим также, что ряд интерференционных эффектов, которые могут иметь место в случае вынужденного тормозного рассеяния широких в импульсном представлении электронных волновых пакетов, в полной мере проявляются и играют важную роль в режиме перерассеяния [26] на родительском ионе электрона, вышедшего в континуум в процессе ионизации атома или молекулы интенсивным лазерным импульсом. Именно процесс перерассеяния оказывается ответственным за формирование высокоэнергетичного плато в спектре надпороговой ионизации электронов. В работах [27, 28] методом функции Грина в подходе квазиэнергетических состояний продемонстрировано возникновение плато в спектре фотоэлектронов в режиме перерассеяния, простирающееся вплоть до 10 пондеромоторных энергий. Исследование ВТЭ с учетом когерентных особенностей рассеяния в случае электронных волновых пакетов позволяет понять и промоделировать стадию перерассеяния при ионизации квантовых систем интенсивными лазерными импульсами.

Отметим, что когерентное многократное рассеяние на ионах и обусловленный этим механизмом эффективный нагрев электронов в поле исследовались в работах [29, 30] численно в рамках классической механики. При этом обнаружено, что повышение эффективности нагрева возникает за счет многократного рассеяния на соседних ионах. Однако вопрос о сохранении когерентности в таких процессах, а также область применимости классического подхода остаются открытыми.

Таким образом, последовательный квантовый анализ вынужденного тормозного рассеяния электронного волнового пакета в сильном лазерном поле ультракороткой длительности представляется важной и нерешенной задачей.

В данной работе исследован процесс поглощения и испускания квантов внешнего лазерного поля свободным электронным волновым пакетом при его рассеянии на потенциальном центре в условиях широкого начального импульсного распределения электрона, при этом взаимодействие с полем учтено точно, а взаимодействие с потенциальным центром рассмотрено в рамках теории возмущений. Рассмотрены различные режимы ВТЭ, в том числе в поле интенсивного лазерного импульса ультракороткой длительности. Получены и проанализированы двумерные импульсные, а также угловые и энергетические распределения рассеявшегося электрона, отвечающие различному числу испущенных или поглощенных квантов поля. Обнаружены режимы более эффективного поглощения энергии электроном от лазерного поля по сравнению с подходом из работы [1], обусловленные малой пространственной шириной электронного волнового пакета, в том числе и в процессе рассеяния. Проанализированы интерференционные эффекты, возникающие вследствие широкого импульсного распределения рассеивающегося электрона и имеющие принципиальное значение в случае когерентного рассеяния электронного волнового пакета на родительском ионе.

2. АНАЛИТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ

Рассеяние электронного волнового пакета на потенциальном центре в присутствии электромагнитного поля описывается нестационарным уравнением Шредингера

$$i\hbar\frac{\partial\psi}{\partial t} = \left[\frac{\left(\hat{\mathbf{p}} - \dfrac{e}{c}\hat{\mathbf{A}}(t)\right)^2}{2m} + U(r)\right]\psi, \qquad (1)$$

где $\hat{\mathbf{p}}$ — оператор импульса, а $\hat{\mathbf{A}}(t)$ — вектор-потенциал электромагнитного поля, независящий от пространственных координат в дипольном приближении, $U(r)$ — потенциальная энергия взаимодействия электрона с центром, на котором происходит рассеяние. В нашем рассмотрении был использован потенциал Юкавы

$$U(r) = -e^2\frac{e^{-r/\alpha}}{r} \qquad (2)$$

с характерным радиусом действия потенциала $\alpha \sim \sim 1$ ат. ед. Не уменьшая общности задачи, для упрощения получаемых выражений ограничимся двумерной геометрией. Тогда начальное условие, определяющее широкий в импульсном представлении электронный волновой пакет, выбранный в гауссовой форме, имеет вид

$$\psi(r, t=0) = \frac{1}{b\sqrt{\pi}}\exp\left\{-\frac{(\mathbf{r}-\mathbf{r}_0)^2}{2b^2}\right\} \times \times \exp\left\{\frac{i}{\hbar}\mathbf{p}_0\cdot(\mathbf{r}-\mathbf{r}_0)\right\}. \qquad (3)$$

Здесь $\mathbf{r}_0$ и $\mathbf{p}_0$ определяют средние начальные значения координаты и импульса электрона относительно потенциального центра, а параметр b характеризует ширину исходного волнового пакета.

Отметим, что в случае, когда начальное состояние электрона есть плоская волна с импульсом $\mathbf{p}_0$, а огибающая лазерного импульса не зависит от времени, решение задачи (1) хорошо известно [1]. Согласно теории Бункина – Федорова, дифференциальная вероятность рассеяния в единицу времени представляет собой сумму вкладов различных каналов ВТЭ с поглощением и испусканием различного числа квантов поля:

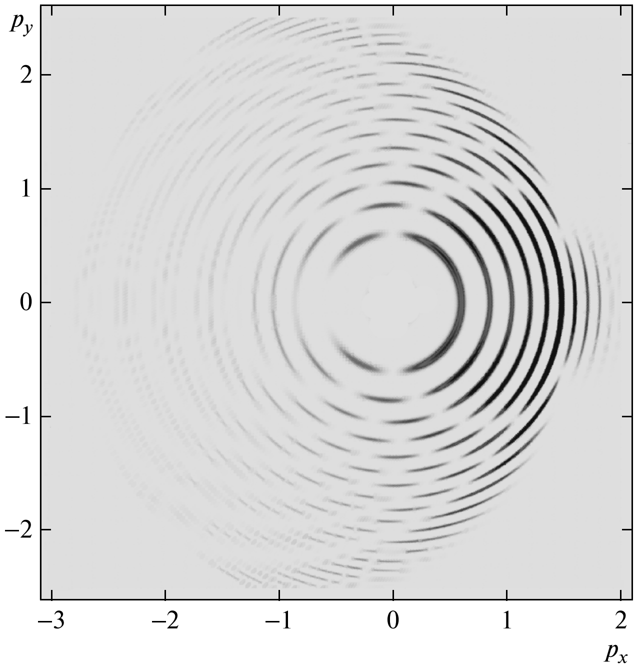


Рис. 1. Двумерное импульсное распределение (как функция p_x, p_y в атомных единицах), полученное в рамках подхода Бункина – Федорова (4) и соответствующее параметру многоквантовости $N_{pp_0}(\theta = \pi/2) \approx 8$ ($E_0 = 30$ эВ, $\hbar\omega = 5$ эВ, $\varepsilon_0 = 0.2$ ат. ед., вектор напряженности поля направлен вдоль оси x)

$$\frac{d\dot{W}^{(1)}}{d\mathbf{p}_f} = \frac{2\pi}{\hbar}\sum_n \left|U_{p_f p_0}\right|^2 J_n^2\left(\frac{e\boldsymbol{\varepsilon}_0\cdot(\mathbf{p}_f - \mathbf{p}_0)}{\hbar m\omega^2}\right) \times \times \delta\left(E_f - E_0 - n\hbar\omega\right), \qquad (4)$$

где $U_{p_f p_0}$ — фурье-образ потенциала, $\boldsymbol{\varepsilon}_0$ — амплитуда вектора напряженности электрического поля, $\mathbf{p}_0 = \{p_0, \theta_0\}$ и $\mathbf{p}_f = \{p_f, \theta_f\}$ — импульсы электрона до и после процесса рассеяния, определяющие энергии E_0 и E_f соответственно, которые удовлетворяют закону сохранения энергии с учетом поглощения (испускания) n квантов поля: $E_f = E_0 + n\hbar\omega$. Аргумент функции Бесселя J_n носит название параметра многоквантовости и характеризует наиболее вероятное число поглощенных квантов поля.

Характерное двумерное импульсное распределение электрона, соответствующее результатам теории Бункина – Федорова в случае, когда вектор $\mathbf{p}_0$ сонаправлен с $\boldsymbol{\varepsilon}_0$, представлено на рис. 1. В этом случае согласно (4) энергия электрона отличается от начальной на целое число квантов поля, что соответствует на двумерном импульсном распределении (рис. 1) окружностям различного радиуса с центром в начале координат, промодулированных с учетом значений функции Бесселя для различных углов рассеяния θ. При этом рассеяние на не слишком малые углы сопровождается эффективным поглощением и испусканием до десяти квантов поля, что хорошо согласуется с величиной параметра многоквантовости. Отметим, что возрастание вероятности при рассеянии на малые углы обусловлено резким увеличением величины матричного элемента U_{pp_0}. Кроме того, для всех каналов кроме нулевого имеет место «отсечка» на значениях $p\cos\theta = p_0$, что приводит к нулевой вероятности рассеяния для различных p при определенных значениях θ из-за нулевой величины аргумента функции Бесселя.

Перейдем к анализу особенностей ВТЭ в случае рассеяния электронного волнового пакета. Начальное условие (3) означает суперпозицию большого числа плоских волн с разбросом по импульсам в интервале $\Delta p \approx \hbar/b$, что оказывается порядка одной атомной единицы для предельно узких пространственных начальных электронных волновых пакетов. В этом случае решение задачи (1) не сводится к виду (4) и может приводить к новым физическим эффектам, обусловленным интерференцией различных волн в электронном волновом пакете в процессе рассеяния. Аналогично работе [1] решение задачи (1) с начальным условием (3) может быть записано в виде разложения по волковским функциям ${\psi_p}^V(\mathbf{r},t)$ [31], являющимся точным решением задачи о движении нерелятивистского свободного электрона в поле электромагнитной волны:

$$\psi(\mathbf{r},t) = \int C_p {\psi_p}^V(\mathbf{r},t)\,d\mathbf{p}, \tag{5}$$

где

$$\begin{gathered}{\psi_p}^V(\mathbf{r},t) = \frac{1}{2\pi\hbar}\times \\ \times\exp\left\{\frac{i}{\hbar}\mathbf{p}\cdot\mathbf{r} - \frac{i}{2m\hbar}\int\limits_{-\infty}^{t}\left(\mathbf{p}-\frac{e}{c}\mathbf{A}(t')\right)^2 dt'\right\},\end{gathered} \tag{6}$$

а векторный потенциал выражается через напряженность электрического поля

$$A(t) = -c\int\limits_{-\infty}^{t}\varepsilon(t')\,dt'.$$

При этом взаимодействие электрона с полем электромагнитной волны учитывается точно.

Подставляя (5) в уравнение (1) в случае монохроматического лазерного воздействия $\varepsilon(t) = \varepsilon_0\cos(\omega t)$, нетрудно получить уравнение для амплитуд вероятностей в первом порядке теории возмущений по взаимодействию с потенциалом (2):

$$\begin{gathered}i\hbar{\dot{C}_{p_f}}^{(1)} = \frac{1}{(2\pi\hbar)^2}\int C_{p_i}^{(0)} U_{p_f p_i}\times \\ \times\exp\left\{\frac{i}{\hbar}\left[(E_f-E_i)t - \right.\right. \\ \left.\left. - \frac{e\boldsymbol{\varepsilon}_0\cdot(\mathbf{p}_f-\mathbf{p}_i)}{m\omega^2}\cos(\omega t)\right]\right\} d\mathbf{p}_i.\end{gathered} \tag{7}$$

Это с учетом разложения для $\exp\{i\alpha\cos(\omega t)\}$ по функциям Бесселя дает, что

$$\begin{gathered}i\hbar{\dot{C}_{p_f}}^{(1)} = \sum_n \frac{1}{(2\pi\hbar)^2}\times \\ \times\int C_{p_i}^{(0)} U_{p_f p_i} J_n\left(\frac{e\boldsymbol{\varepsilon}_0\cdot(\mathbf{p}_i-\mathbf{p}_f)}{\hbar m\omega^2}\right)\times \\ \times\exp\left\{-\frac{i}{\hbar}\left(E_f-E_i-n\hbar\omega\right)t\right\} d\mathbf{p}_i.\end{gathered} \tag{8}$$

Здесь $C_{p_i}^{(0)}$ отвечает начальному импульсному распределению для волнового пакета (3):

$$\begin{gathered}{C_p}^{(0)} = \frac{b}{\hbar\sqrt{2\pi}}\exp\left\{-\frac{b^2}{2\hbar^2}\left(\mathbf{p}-\mathbf{p}_0\right)^2\right\}\times \\ \times\exp\left\{\frac{i}{\hbar}\mathbf{r}_0\cdot(\mathbf{p}-\mathbf{p}_0)\right\},\end{gathered} \tag{9}$$

причем для $b = 2$ ат. ед. ширина пакета в энергетическом представлении составит около 30 эВ, что много больше, чем энергия кванта поля в оптическом диапазоне частот (например, для KrF-лазера $\hbar\omega = 5$ эВ), а матричный элемент $U_{p_f p_i}$ представим в виде

$$\begin{gathered}U_{p_f p_i} = -2\pi e^2\left\{\frac{1}{\alpha^2} + \right. \\ \left. + \frac{1}{\hbar^2}\left({p_i}^2 + {p_f}^2 - 2p_i p_f\cos(\theta_i-\theta_f)\right)\right\}^{-1/2}.\end{gathered} \tag{10}$$

Анализ полученного уравнения (8) позволяет выявить несколько различных режимов для рассматриваемого процесса в зависимости от соотношений между временем рассеяния T_{scatt} и периодом лазерного поля T_ω, а также колебательной скоростью электрона $v_e = e\varepsilon_0/m\omega$ в лазерном поле и средней начальной скоростью $v_0 = p_0/m$ электронного волнового пакета. Появление такой характеристики, как время рассеяния также обусловлено тем, что в отличие от плоской волны электронный волновой пакет имеет характерные пространственные размеры.

В зависимости от соотношения характерного радиуса действия потенциала α и ширины электронного волнового пакета при подлете к потенциалу b^*, в качестве времени рассеяния выступает наибольшая из двух величин

$$T_{scatt} \approx \max\left[\frac{b^*}{p_0/m}, \frac{\alpha}{p_0/m}\right],$$

где p_0 — начальный средний импульс электронного волнового пакета. В данной работе был рассмотрен случай достаточно короткодействующих потенциалов, таких что $\alpha \ll b^*$.

2.1. ВТЭ в случае «медленного» рассеяния ($T_{scatt} \gg T_\omega$)

В случае, когда время рассеяния гораздо больше, чем период внешнего поля, в уравнении (8) удобно первоначально провести интегрирование по времени, что приводит к выражению амплитуды рассеяния в виде суммы парциальных амплитуд процессов, идущих с поглощением или испусканием n квантов поля:

$$\begin{gathered} C_{p_f}{}^{(1)}(\theta_f, p_f)\,|_{t\to\infty} = -\frac{im}{\pi\hbar^2}\sum_n \int C_{p_i}{}^{(0)} U_{p_f p_i} \times \\ \times J_n\left(N_{p_i p_f}\right)\delta\left({p_f}^2 - {p_i}^2 - 2mn\hbar\omega\right) d\mathbf{p}_i = \\ = \sum_n C_{p_f}^{(1)n} = -\frac{im}{\pi\hbar^2}\sum_n \int \left[C_{p_i}{}^{(0)}(\theta_i)\, U_{p_f p_i}(\theta_i, \theta_f) \times \right. \\ \left. \times J_n\left(N_{p_i p_f}\right)\right]_{p_i = \sqrt{{p_f}^2 - 2mn\hbar\omega}} d\theta_i, \end{gathered} \qquad (11)$$

где

$$N_{p_i p_f} = \frac{e\boldsymbol{\varepsilon}_0 \cdot (\mathbf{p}_f - \mathbf{p}_i)}{\hbar m\omega^2} \qquad (12)$$

— параметр многоквантовости, позволяющий оценить наивероятнейший канал вынужденного тормозного эффекта, отвечающий числу поглощенных или испущенных квантов поля $n \approx N_{p_i p_f}$ при фиксированных θ_i, θ_f. Полученное выражение (11) означает, что в одно и то же конечное состояние, характеризующееся импульсом $\mathbf{p}_f$, в процессе рассеяния происходят переходы из целого набора плоских волн начального волнового пакета с различными по направлению начальными импульсами с поглощением и испусканием различного числа квантов. При этом имеет место интерференция вкладов как внутри каждого канала ВТЭ, так и между каналами различного порядка многофотонности. На рис. 2*б* представлено двумерное спектральное распределение, вычисленное по формуле (11), а также сравнение парциальных энергетических спектров $W^{(n)}(p_f)$ электрона в процессе его рассеяния на потенциальном центре для каналов с поглощением и испусканием различного числа квантов поля в сравнении с результатом теории Бункина–Федорова (рис. 2*а*). Указанные спектры представлены сплошными кривыми и вычислялись путем возведения каждого из членов в выражении (11) по модулю в квадрат и интегрирования по всем конечным углам вылета электрона:

$$W^{(n)}(E_f) \sim \int \left|C^{(1)n}(p_f, \theta_f)\right|^2 d\theta_f. \qquad (13)$$

Результаты теории Бункина–Федорова представлены в виде гистограммы, отвечающей дельта-образным пикам в спектре электрона при энергиях ${p_f}^2/2m = {p_i}^2/2m \pm n\hbar\omega$, при этом высоты пиков характеризуют вероятность процесса рассеяния с поглощением или испусканием n квантов. Хотя величины максимумов парциальных распределений, полученных для волнового пакета, качественно согласуются с пиками, даваемыми теорией Бункина–Федорова, и определяются значением параметра многоквантовости, вероятности процессов с участием n квантов поля формально представляют собой интегралы от представленных кривых по энергии, и в общем случае не согласуются с соответствующими значениями теории Бункина–Федорова. Отметим, что суммарная вероятность рассеяния не сводится к сумме парциальных вероятностей процессов различного порядка многофотонности, поскольку большая ширина и перекрытие представленных распределений приводит к необходимости учета интерференции между отдельными каналами. При этом широкое распределение электрона по конечной энергии в каждом канале с участием n фотонов фактически определяется шириной импульсного распределения в начальном электронном волновом пакете до рассеяния. Представленные данные свидетельствуют о том, что в случае рассеяния широкого в импульсном представлении электронного волнового пакета разделение энергетического спектра на каналы различного порядка многофотонности теряет физический смысл, поскольку в одну и ту же конечную энергию электрона дают вклад различные каналы. Действительно, сравнение двумерного импульсного распределения (рис. 2*б*), вычисленного в случае волнового пакета, с результатами теории Бункина–Федорова (рис. 1) свидетельствует о размывании четких границ кольцевых структур, отвечающих поглощению (испусканию) различного числа квантов поля, и проявлению интерференции. В этом случае конечная ве-

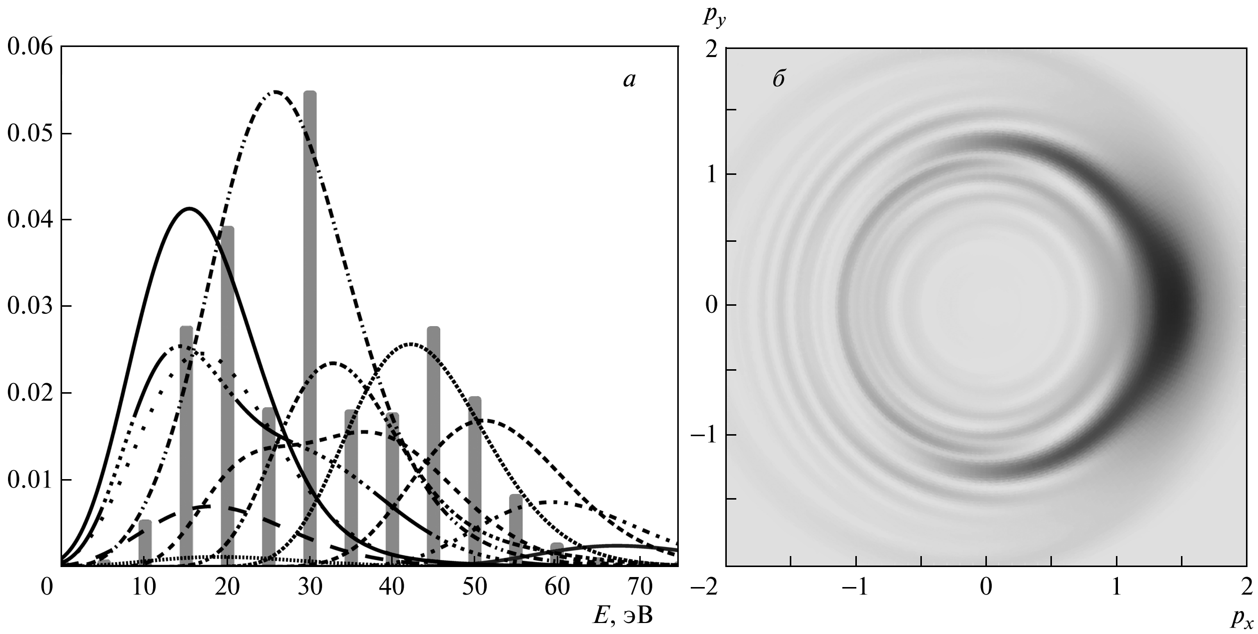


Рис. 2. *а*) Энергетические распределения электронов после рассеяния для различных каналов ВТЭ, отвечающих различному числу поглощенных и испущенных квантов внешнего поля (кривые линии), и спектр, полученный по теории Бункина–Федорова, (гистограмма). *б*) Двумерное импульсное распределение электрона от p_x, p_y в атомных единицах ($E_0 = 30$ эВ, $r_0 = -120$ ат. ед., $\hbar\omega = 5$ эВ, $\varepsilon_0 = 0.05$ ат. ед., $b = 2$ ат. ед., характерная величина параметра многоквантовости $N_{pp_0} \approx 2$)

роятность рассеяния определяется суммированием амплитуд вероятностей всех имеющихся процессов.

Отметим также, что с учетом большой энергетической ширины рассеянного волнового пакета не представляется возможным отделить его от падающего. Как следствие, плотность вероятности для двумерного импульсного распределения электрона в результате рассеяния в первом порядке теории возмущений принимает вид

$$\left|C_f\left(\theta_f, p_f\right)\right|^2 = \left|C_p{}^{(0)} + \sum_{n=-\infty}^{\infty} C_p{}^{(1)n}\right|^2 = \\ = \left|C_p{}^{(0)}\right|^2 + \sum_n \left|C_p{}^{(1)n}\right|^2 + \\ + 2\,\mathrm{Re}\left[\underbrace{C_p{}^{(0)*}\sum_n C_p{}^{(1)n}}_{I_1} + \underbrace{\sum_{\substack{n,k\\ n\neq k}} C_p{}^{(1)k*} C_p{}^{(1)n}}_{I_2}\right]. \quad (14)$$

Выражение (14) не учитывает истощения исходного состояния, что обусловлено использованием первого порядка теории возмущений, однако содержит интерференционные слагаемые, существенным образом влияющие как на энергетические, так и на угловые конечные распределения электрона после рассеяния.

Из выражения (14) следует, что возникает два типа интерференционных эффектов: между падающей и рассеянными волнами I_1 и между рассеянными волнами, отвечающими процессам разного порядка многофотонности, I_2. Интерференционные члены, пропорциональные $C_p^{(0)} C_p^{(2)}$, не были учтены, поскольку они имеют тот же порядок малости, что и I_2, однако дают значимый вклад только в области больших значений $C_p^{(0)}$, где превалирует интерференционный член первого порядка I_1, в то время как I_2 обеспечивает интерференцию различных каналов ВТЭ, которые в общем случае могут быть значительно разнесены в импульсном пространстве с начальным волновым пакетом. Следует отметить, что члены, пропорциональные $C_p^{(0)} C_p^{(2)}$, обеспечивают сохранение нормы волновой функции после рассеяния, а значит важны при расчете количественных данных. Для небольших значений напряженности внешнего лазерного поля относительная доля рассеявшейся части пакета невелика и конечное распределение слабо отличается от начального.

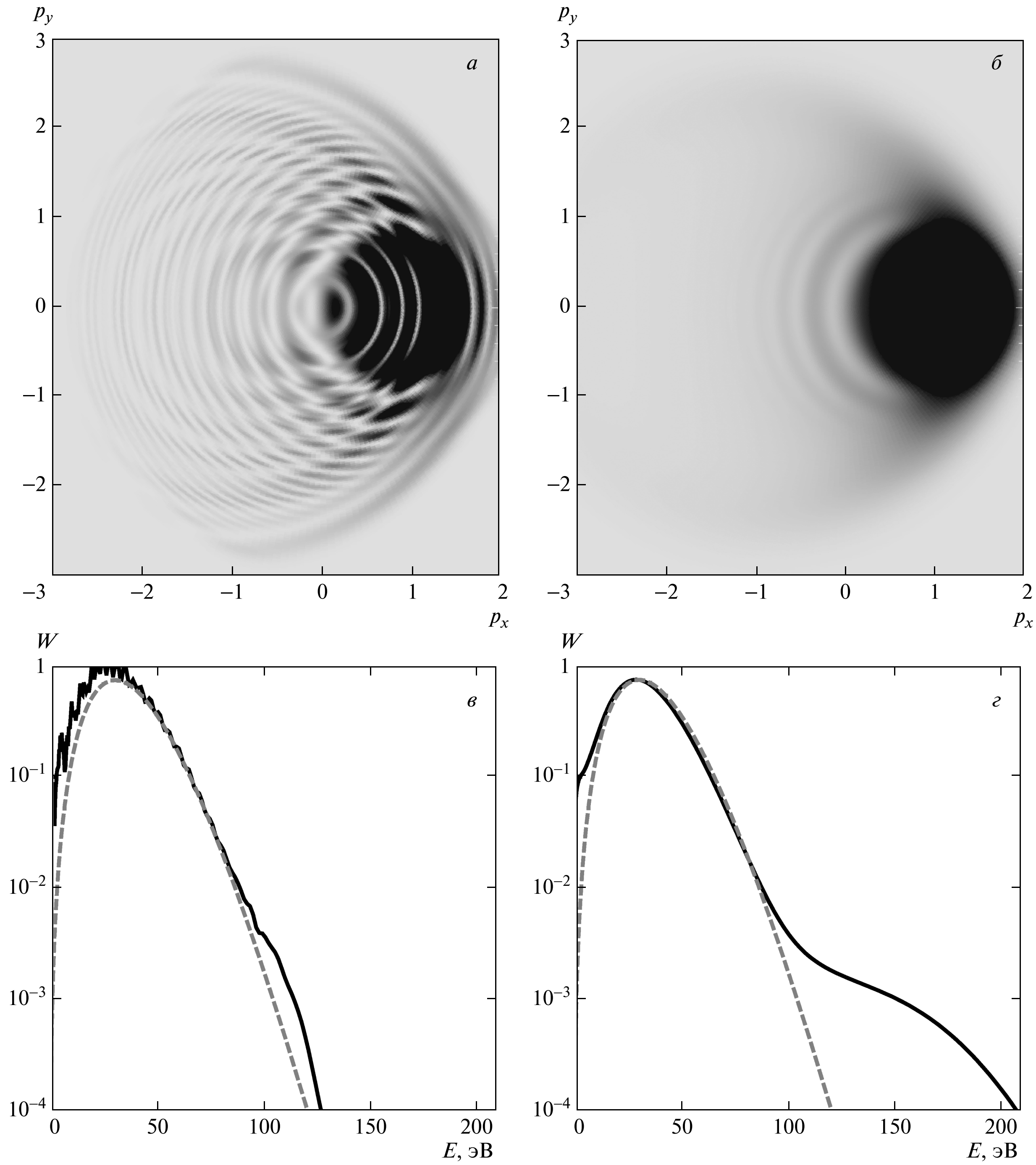


Рис. 3. Двумерное импульсное распределение для электрона после рассеяния (a) и интегральный по углам энергетический спектр ($в$) в начальный момент времени (штриховая линия) и по окончании рассеяния (сплошная линия); $б,г$ — те же данные, но полученные в результате усреднения по равномерному распределению ионов в кластере ($E = 30$ эВ, $r_0 = -120$ ат. ед., $\hbar\omega = 5$ эВ , $\varepsilon_0 = 0.2$ ат. ед., $b = 2$ ат. ед.)

На рис. 3 представлены интегральный по углам спектр и двумерное импульсное распределение электрона в случае более сильного поля, соответствующего характерной величине параметра многоквантовости $N_{pp'} = 8.76$. В левом столбце рис. 3 представлены результаты с учетом всех возникающих интерференционных эффектов и отвечающие сохранению когерентности процесса рассеяния, что имеет место в случае перерассеяния электронного волнового пакета на родительском ионе. Наличие интерференции приводит к сильной изрезанности двумерного импульсного распределения. Кроме того, возникает заметная доля электронов с энергией более 100 эВ, что существенно превышает оценки, выполненные исходя из значения параметра многоквантовости. Таким образом, большая ширина начального импульсного распределения электрона приводит к появлению более высокоэнергетичных электронов по сравнению со случаем плоской волны.

Отметим, что в ряде случаев когерентность процесса рассеяния нарушается. Это может иметь место, например, при рассеянии сформированного в процессе ионизации электронного волнового пакета на соседних ионах в наноструктурах (кластерах). Тогда необходимо провести усреднение вероятности рассеяния по распределению ионов, что приводит в простейшем случае равновероятностного распределения ионов к следующему выражению для вероятности рассеяния:

$$\frac{dW_{aver}\,(\theta_f, p_f)}{d\mathbf{p}_f} \sim \int \left| C_p{}^{(0)} + \sum_n C_p{}^{(1)n} \right|^2 d\mathbf{r}_0. \quad (15)$$

В этом случае оба интерференционных слагаемых обращаются в нуль, а конечный результат для дифференциальной вероятности рассеяния в единицу времени тождественно совпадает с некогерентной «суммой» вероятностей рассеяния различных плоских волн, входящих в электронный волновой пакет, с учетом начальных парциальных вкладов для каждой, аналогично выражению (42), полученному в работе [8]:

$$\frac{d\dot{W}^{(1)}}{d\mathbf{p}_f} \sim \int d\mathbf{p}_i \left| C_p{}^{(0)}(\theta_i, \mathbf{p}_i) \right|^2 \times \\ \times \sum_n \left| U_{p_f p_i} \right|^2 J_n^2(N_{p_i p_f}) \delta(E_{p_f} - E_{p_i} - n\hbar\omega). \quad (16)$$

Полученные для этого случая двумерные импульсные распределения и интегральный по углам энергетический спектр электрона представлены в правом столбце рис. 3. Как видно из конечного спектрального распределения, в случае усреднения возникает хорошо заметный высокоэнергетический «хвост», который при перерассеянии подавлен деструктивной интерференцией каналов, отвечающих поглощению различного числа квантов поля. Возникновение медленно спадающей высокоэнергетической части в энергетическом распределении электронов связано с проявлением каналов, отвечающих за большое число поглощенных квантов поля, и приводит к более эффективному разогреву электронов, имеющему важное значение в случае ионизации кластеров ультракороткими лазерными импульсами.

Отмеченные эффекты интерференции играют важную роль и в формировании конечного углового распределения для электрона в результате рассеяния, которое в двумерном случае может быть вычислено следующим образом:

$$\frac{d\dot{W}(\theta_f)}{d\theta_f} = \int \left| C_p{}^{(0)} + \sum_n C_p{}^{(1)n} \right|^2 p\,dp. \quad (17)$$

Начальное угловое распределение представляет из себя гауссову функцию, однако за счет процессов различного порядка многоквантовости в процессе рассеяния возникают новые угловые распределения, сильно отличающиеся от исходного. При этом все процессы, кроме процесса с $n = 0$ дают значительный вклад в область больших углов, что приводит к возникновению «крыльев» распределения на больших углах. Интерференция рассеянной части электронного волнового пакета с падающей волной в области малых углов оказывается превалирующей, что приводит к значительному отличию полученных результатов от углового распределения, даваемого теорией Бункина – Федорова, и изрезанности конечного распределения (рис. 4).

Подчеркнем, что отмеченные эффекты интерференции имеют принципиальное значение и были обнаружены в угловых распределениях при перерассеянии электронного волнового пакета на родительском ионе в прямых численных расчетах задачи об ионизации атомов и молекул в сильном лазерном поле [32, 33]. При этом обнаруженные ярко выраженные немонотонности в угловых диаграммах вылета электрона первоначально не имели физического объяснения. Учет интерференционных эффектов аналогично (17) привел к хорошему согласию результатов расчетов с численной моделью, что подтверждает интерференционную природу особенностей угловых распределений электрона, возникающих в режиме перерассеяния при ионизации в сильных лазерных полях.

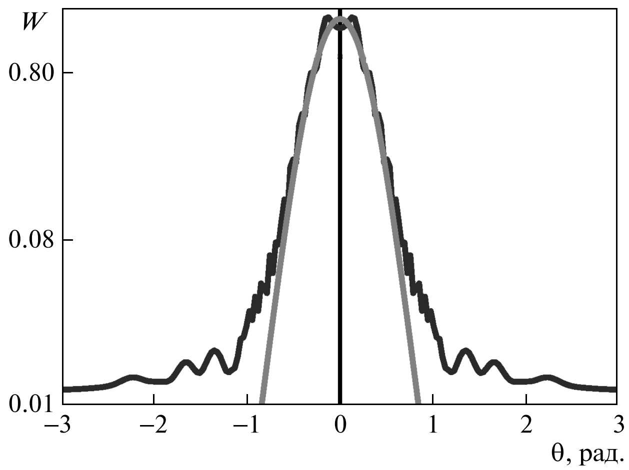


Рис. 4. Полное угловое распределение (17) (темная линия), начальное распределение (светлая линия) в относительных единицах ($E = 30$ эВ, $r_0 = -120$ ат. ед., $\hbar\omega = 5$ эВ, $\varepsilon_0 = 0.2$ ат. ед., $b = 2$ ат. ед.)

Отметим также, что в случае ионизации молекулярных систем обусловленные интерференцией частые немонотонности в электронном угловом распределении приводят к принципиальному отличию угловой диаграммы вылета электронов от картины, предсказываемой моделью «дифракции на двух щелях». Отмеченные особенности существенно затрудняют задачу наблюдения динамики ядерного движения в молекулах со сверхвысоким пространственным и временным разрешением. Однако, с другой стороны, они открывают новые возможности в проблеме реконструкции электронного волнового пакета (включая фазовые характеристики), возникающего в континууме в процессе ионизации атомно-молекулярных систем в сильных лазерных полях.

2.2. ВТЭ в случае «быстрого» рассеяния ($T_{scatt} \lesssim T_\omega$)

Обратимся теперь к случаю, когда время рассеяния меньше или порядка периода внешнего лазерного поля. Такая ситуация в случае изначально пространственно узких электронных волновых пакетов наиболее легко достигается уменьшением частоты лазерного поля, что может привести к превалированию колебательной скорости электронного волнового пакета над средней начальной скоростью его поступательного движения. В условиях малости времени рассеяния в уравнении (7) удобнее сначала провести интегрирование по начальному импульсному распределению, что позволит проанализировать рассеяние как временной процесс. Для этого воспользуемся тем, что под интегралом в формуле (7) матричный элемент $U_{p_f p_i}$ является плавной функцией p_i, и вынесем его из под знака интегрирования. Отметим, что вынесение матричного элемента $U_{p_f p_i}$ из-под знака интеграла в правой части (7) правомерно в случае, когда начальная пространственная ширина электронного волнового пакета оказывается больше характерной области действия потенциала, что легко достигается в случае короткодействующих потенциалов. Вопрос о возможности применения использованного приближения в случае кулоновского характера взаимодействия остается открытым. Заметим также, что оставшийся после вынесения матричного элемента интеграл по начальному импульсу представляет собой фурье-образ (с учетом временной динамики) свободного волнового пакета, начально заданного в гауссовой форме (3) при значении

$$\mathbf{r} = \frac{e\varepsilon_0}{m\omega^2}\cos(\omega t) = \mathbf{a}_e \cos(\omega t):$$

$$\int d\mathbf{p}_i C_{p_i}^{(0)} \exp\left\{-\frac{i}{\hbar}E_{p_i}t\right\} \exp\left\{\frac{i}{\hbar}\mathbf{p}_i\cdot\mathbf{a}_e\cos(\omega t)\right\} \equiv \equiv \psi_{fp}(\mathbf{a}_e\cos(\omega t), t). \quad (18)$$

Здесь $\psi_{fp}(\mathbf{r}, t)$ — волновая функция свободно расплывающегося гауссова электронного волнового пакета, которая в двумерном случае может быть записана в следующем виде:

$$\psi_{fp}(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{\sqrt{\pi}\sqrt{b^2 + \dfrac{t^2\hbar^2}{b^2m^2}}} \times \exp\left\{-\frac{\left(\mathbf{r} - \mathbf{r}_0 - \dfrac{\mathbf{p}_0}{m}t\right)^2}{b^2\left(1 + \dfrac{\hbar^2t^2}{m^2b^4}\right)}\left(1 - i\frac{\hbar t}{mb^2}\right)\right\} \times \exp\left\{-\frac{i}{\hbar}\left(\frac{{p_0}^2}{2m}t - \mathbf{p}_0\cdot\mathbf{r}\right)\right\}. \quad (19)$$

С учетом этого решение уравнения (7) имеет вид

$$C_{p_f}^{(1)} = -\frac{i}{\hbar}U_{p_0p_f}\int\limits_{-\infty}^{t} dt\,\psi_{fp}(\mathbf{a}_e\cos(\omega t), t) \times \exp\left\{\frac{i}{\hbar}[E_{p_f}t - \mathbf{p}_f\cdot\mathbf{a}_e\cos(\omega t)]\right\}. \quad (20)$$

Физический смысл члена $\psi_{fp}(\mathbf{a}_e\cos(\omega t), t)$ в интеграле (20) — движение свободного расплывающегося

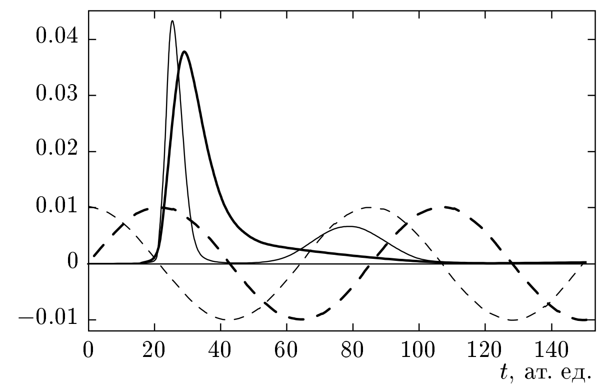


Рис. 5. Зависимости $|\psi_{fp}(\mathbf{a}_e\cos(\omega t),t)|^2$ для напряженности внешнего поля $\varepsilon_0 = 0.05$ ат. ед. (жирная линия), 0.2 ат. ед. (тонкая линия); жирная штриховая линия — характерная зависимость колебательной скорости электрона от времени, тонкая штриховая линия — напряженность поля как функция времени ($E = 30$ эВ, $r_0 = -50$ ат. ед., $\hbar\omega = 2$ эВ, $b = 2$ ат. ед.)

электронного волнового пакета с начальным средним импульсом $\mathbf{p}_0$ и координатой $\mathbf{r}_0$, центр которого осциллирует во внешнем лазерном поле с амплитудой $\mathbf{a}_e = e\varepsilon_0/m\omega^2$, совпадающей с соответствующим классическим значением. Если координата $\mathbf{r}_0$ отсчитывается от потенциального центра рассеяния, то момент времени t^*, в который действительная часть показателя экспоненты обращается в нуль, фактически отвечает моменту рассеяния, а квадрат модуля подынтегрального выражения имеет физический смысл вероятности нахождения электрона на рассеивающем центре. На рис. 5 представлены временные зависимости плотности вероятности нахождения электрона на потенциальном центре $|\psi_{fp}(\mathbf{a}_e\cos(\omega t),t)|^2$ для двух различных интенсивностей, соответствующих режимам слабого и сильного внешних полей. Из рис. 5 хорошо видно, что в случае слабого поля происходит однократное рассеяние электронного волнового пакета на потенциальном центре за время порядка 20 ат. ед., в случае же сильного поля часть волнового пакета с учетом расплывания может вернуться и рассеяться на потенциальном центре еще раз. Важно, что условие $T_{scatt} \lesssim T_\omega$ легко реализуется именно в случае больших значений колебательной энергии и амплитуды и сопровождается многократными «возвратами» центра масс электронного волнового пакета или его части к потенциальному центру. Специфика вынужденного тормозного эффекта в случае одного или нескольких «возвратов» к потенциальному центру лежит за рамками традиционных подходов Бункина – Федорова [1, 2].

Таким образом, окончательное выражение для амплитуды рассеяния в зависимости от конечного импульса $\mathbf{p}_f$ и времени t может быть записано в следующем виде:

$$C_{p_f}^{(1)}(t) = -\frac{iU_{p_0p_f}}{\hbar\sqrt{\pi}}\int\limits_{-\infty}^{t} dt\frac{1}{\sqrt{b^2+\dfrac{t^2\hbar^2}{b^2m^2}}}\times$$
$$\times\exp\left\{-\frac{\left(\mathbf{a}_e\cos(\omega t)-\mathbf{r}_0-\dfrac{\mathbf{p}_0}{m}t\right)^2}{b^2\left(1+\dfrac{\hbar^2t^2}{m^2b^4}\right)}\left(1-i\frac{\hbar t}{mb^2}\right)\right\}\times$$
$$\times\exp\left\{\frac{i}{\hbar}[(E_{p_f}-E_{p_0})t-(\mathbf{p}_f-\mathbf{p}_0)\cdot\mathbf{a}_e\cos(\omega t)]\right\}. \quad (21)$$

Двумерное импульсное распределение и энергетический спектр электрона после рассеяния, полученные из уравнения (21) в случае слабого поля представлены на рис. 6 и свидетельствуют о том, что основная часть электронного волнового пакета лишь незначительно изменила свою энергию и направление движения при рассеянии. Однако из двумерного импульсного распределения видно, что имеет место и рассеяние на большие углы, причем, чем больше угол рассеяния, тем с большей вероятностью переход происходит в состояние с большей конечной энергией. Фактически интерференция вкладов от процессов с поглощением и испусканием различного числа квантов поля приводит к формированию импульсного распределения в форме окружности, центр которой сдвинут по горизонтальной оси. Такая ситуация обусловлена тем, что при $T_{scatt} \lesssim T_\omega$ рассеяние электронного волнового пакета происходит преимущественно в некоторой фазе поля в окрестности "момента" рассеяния t^*. При этом электрон приобретает дополнительную скорость в направлении лазерной поляризации $v_e\sin(\omega t^*)$, определяемую колебательным движением в поле волны, а компоненты импульса соответствуют «размытой окружности», удовлетворяющей уравнению

$$\frac{(p_x+mv_e\sin(\omega t^*))^2}{2m}+\frac{p_y^2}{2m}= \\ =\frac{(p_0+mv_e\sin(\omega t^*))^2}{2m}, \quad (22)$$

где $v_e = e\varepsilon_0/m\omega$ — амплитуда колебательной скорости в лазерном поле. Характерная энергия электрона, определяемая выражением

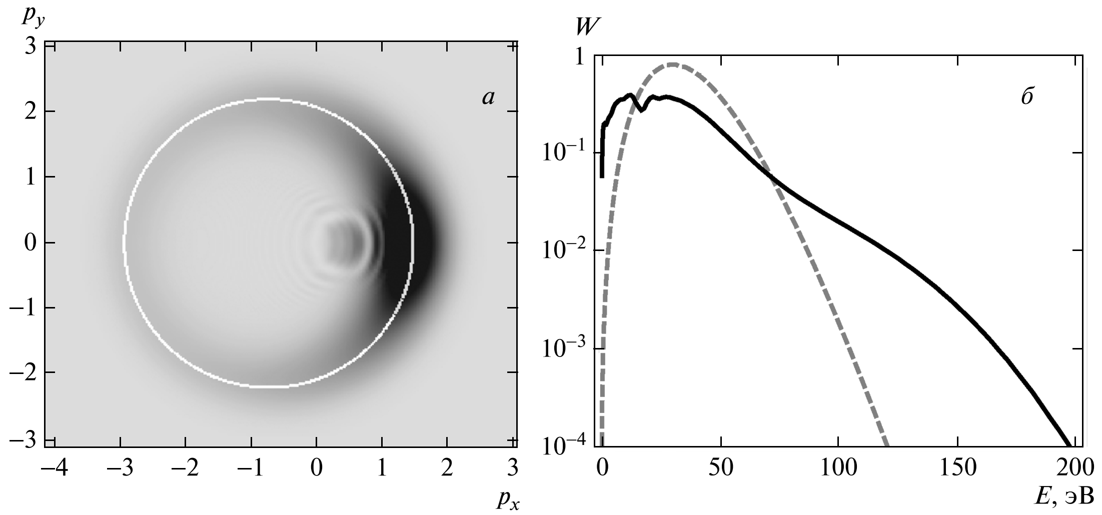


Рис. 6. Двумерное импульсное распределение (a) и энергетический спектр электрона ($б$) до рассеяния (штриховая линия) и после рассеяния (сплошная линия), соответствующие слабому полю ($\varepsilon_0 = 0.05$ ат. ед., $E = 30$ эВ, $r_0 = -50$ ат. ед., $\hbar\omega = 2$ эВ, $b = 2$ ат. ед.)

$$E = \frac{p_x^2}{2m} + \frac{p_y^2}{2m},$$

остается прежней в направлении первоначального движения ($\theta = 0$), но изменяется в зависимости от величины p_x, энергия

$$E = \frac{p_0^2}{2m} + v_e(p_0 - p_x)\sin(\omega t^*)$$

принимает максимальное значение в направлении $\theta = \pi$, равное

$$E = \frac{p_0^2}{2m} + 2v_e(p_0 + mv_e \sin(\omega t^*))\sin(\omega t^*).$$

Отметим, что такая ситуация фактически соответствует упругому рассеянию на потенциальном центре, для электрона с импульсом, увеличенным на вектор колебательного импульса в поле волны. При этом максимальная энергия, которую может приобрести электрон в процессе рассеяния, определяется не величиной параметра многоквантовости, а классической «порцией» поглощенной энергии и может быть оценена для случая, рассмотренного на рис. 6, как

$$E = \frac{p_0^2}{2m} + 8U_p + 2v_e p_0 \tag{23}$$

в предположении, что «момент рассеяния» соответствует моменту достижения максимума колебательной скорости. Последнее слагаемое в правой части (23) может быть записано через характерную величину параметра многоквантовости. Тогда

$$E = \frac{p_0^2}{2m} + 8U_p + 2\hbar\omega N_{pp_0}, \tag{24}$$

что означает отсечку энергетического спектра электрона на существенно больших энергиях, чем предсказывается, исходя из величины N_{pp_0}, особенно в случае больших значений пондеромоторной энергии U_p. Для данных, представленных на рис. 6, характерная величина параметра многоквантовости $N_{pp_0} \approx 14$, при этом отсечка соответствует поглощению более 50 фотонов, что гораздо больше, чем предсказывается теорией Бункина–Федорова для плоской волны, но хорошо согласуется с оценкой (24).

Отметим, что такое поглощение энергии электроном фактически близко к классическому случаю: поглощение происходит большими порциями, влияние потенциала на траекторию волнового пакета предполагается малым (что справедливо для короткодействующего потенциала). Однако за счет слабого поля отличие от классики еще достаточно велико: смещенная окружность еще достаточно сильно размазана и внутри окружности еще заметны интерференционные структуры, связанные с перекрытием различных каналов многофотонности. Характерные черты классического рассеяния в поле, когда доля поглощенной энергии определяется фазой лазерного поля в момент рассеяния, наиболее ярко проявляются в сильных полях.

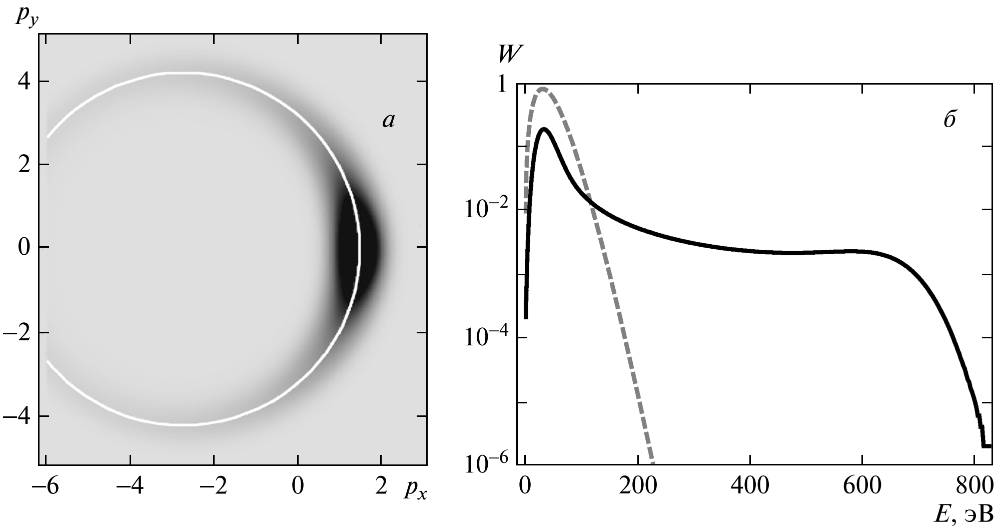


Рис. 7. Двумерное импульсное распределение (a) и спектр электрона ($б$) до рассеяния (штриховая линия), после первого рассеяния (сплошная линия) в случае сильного поля. Белая окружность, аппроксимирующая распределение, смещена относительно начала координат на величину пондеромоторного импульса электрона, соответствующего в данном случае максимальной амплитуде внешнего поля ($\varepsilon_0 = 0.2$ ат. ед., $E = 30$ эВ, $r_0 = -50$ ат. ед., $\hbar\omega = 2$ эВ, $b = 2$ ат. ед.)

Благодаря тому, что интегрирование по времени сохранилось в явном виде, можно проследить эволюцию импульсного распределения во времени, например, для случая двукратного рассеяния, представленного на рис. 5 сплошной тонкой кривой с двумя пиками. Ограничим интегрирование моментом времени после первого пика на временной зависимости вероятности обнаружить электрон в центре рассеяния. Соответствующее спектральное распределение представлено на рис. 7. В этом случае также основная часть волнового пакета продолжает движение в направлении $\theta = 0$ с той же средней энергией, хотя профиль импульсного распределения в этом направлении уширяется по сравнению с исходным. В отличие от случая слабого поля окружность на двумерном импульсном распределении достаточно хорошо выражена, а интегральный по углам энергетический спектр характеризуется протяженным высокоэнергетичным плато, простирающимся до энергии более 700 эВ. При этом вероятность поглощения электроном различной по величине энергии остается на протяжении всего «плато» практически постоянной, а отсечка энергетического спектра соответствует поглощению приблизительно 350 фотонов, что хорошо согласуется с формулой (24), но почти на порядок превышает характерную величину параметра многоквантовости, равную в этом случае $N_{pp_0} \approx 55$. Отметим также, что в рассмотренном случае более сильного поля характерное время рассеяния оказывается порядка 10 ат. ед., что хорошо соответствует режиму $T_{scatt} \lesssim T_\omega$ и позволяет легко ввести характерный момент рассеяния t^*.

Подчеркнем, что начальная ширина электронного волнового пакета имеет важное значение и определяет режим рассеяния. Для слишком узких волновых пакетов ($b \lesssim 1$ ат. ед.) начальное спектральное распределение наиболее широкое, что приводит к наиболее быстрому пространственному расплыванию пакета, поэтому к моменту рассеяния пакет успевает расплыться достаточно сильно для того, чтобы процесс рассеяния длился несколько периодов лазерного поля. Увеличение же ширины b приводит к уменьшению скорости расплывания пакета, но к увеличению начальных пространственных размеров пакета. Таким образом, существует некоторое значение b, минимизирующее ширину электронного волнового пакета к моменту рассеяния и обеспечивающее самое быстрое рассеяние. Очень сильное увеличение начальной ширины пакета приводит к переходу к случаю плоской волны, описываемому теорией Бункина–Федорова, и сокращению высокоэнергетической составляющей конечного спектра электрона.

Если продолжить интегрирование до конца повторного рассеяния, то получится сложная спектральная картина, отвечающая интерференции раз-

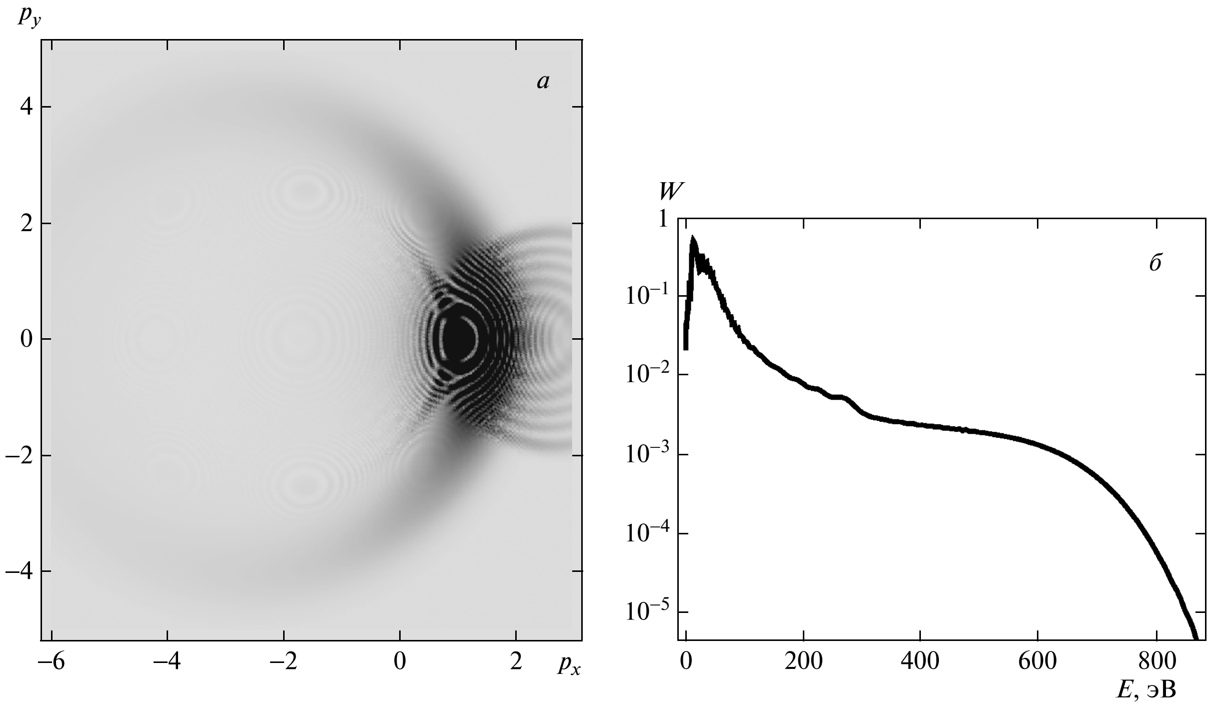


Рис. 8. Двумерное импульсное распределение (a) и спектр электрона ($б$) после двух актов рассеяния в случае сильного поля ($\varepsilon_0 = 0.2$ ат. ед.)

личных частей электронного пакета, рассеявшихся различное число раз и приобретавших различную колебательную добавку к импульсу (рис. 8). Из двумерного импульсного распределения хорошо видно, что повторное рассеяние также ответственно за набор энергии электроном в направлении, совпадающем с начальным, но согласно интегральному энергетическому спектру видно, что изменения происходят в области энергий, значительно меньших, чем в высокоэнергетическом плато. В рассмотренном случае рассеяния на короткодействующем потенциале основной нагрев электронов происходит преимущественно во время первого акта рассеяния. Заметим, что классические модели, рассматривающие многократное рассеяние электрона на кулоновском потенциале, предсказывают разогрев во время многократных перерассеяний и связанный с фокусировкой электрона на потенциале [34, 35].

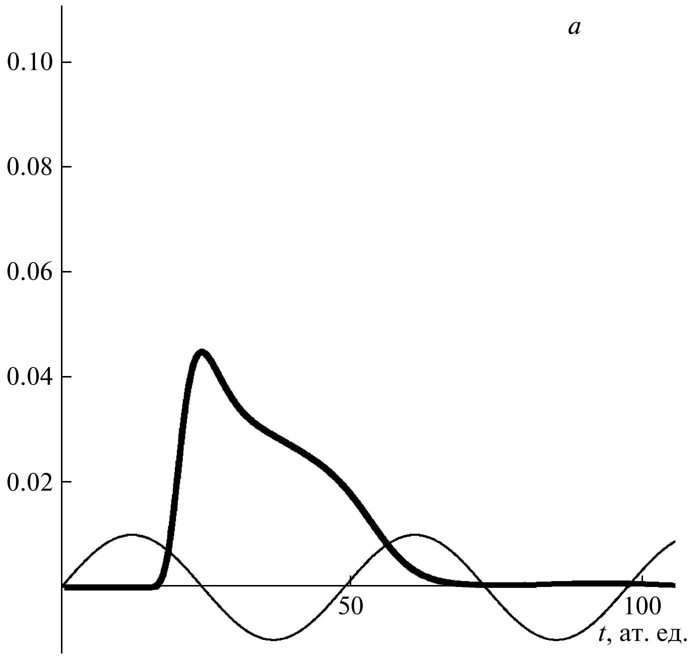
Отметим также, что возможна и обратная ситуация, когда в момент рассеяния вектор колебательной скорости направлен против направления движения электронного волнового пакета (рис. 9a), что приводит к уменьшению энергии электрона и «концентрации» двумерного спектрального распределения вблизи начального распределения (рис. 9$б$). В этом случае процесс поглощения электроном энергии от поля оказывается подавленным.

Важным вопросом представляется теоретический анализ того, каким образом в рамках последовательного квантового подхода формируется решение, соответствующее классическому режиму поглощения энергии при рассеянии в поле волны. Физический анализ выражения (21) сильно затруднен из-за интегральной зависимости от времени. Для дальнейшего аналитического исследования полученного решения проведем разложение показателя экспоненты в ряд Тейлора вблизи t^*, оставляя первый неисчезающий квадратичный член:

$$\exp\left\{-\frac{\left(\mathbf{a}_e\cos(\omega t)-\mathbf{r}_0-\dfrac{\mathbf{p}_0}{m}t\right)^2}{b^2\left(1+\dfrac{\hbar^2t^2}{m^2b^4}\right)}\left(1-i\frac{\hbar t}{mb^2}\right)\right\}\approx$$

$$\approx\exp\left\{-\frac{(t-t^*)^2\left(\mathbf{a}_e\omega\sin(\omega t^*)+\dfrac{\mathbf{p}_0}{m}\right)^2}{2\dfrac{\hbar^2t^{*2}}{m^2b^2}}\times\right.$$

$$\left.\times\left(1-i\frac{\hbar t^*}{mb^2}\right)\right\}. \qquad (25)$$



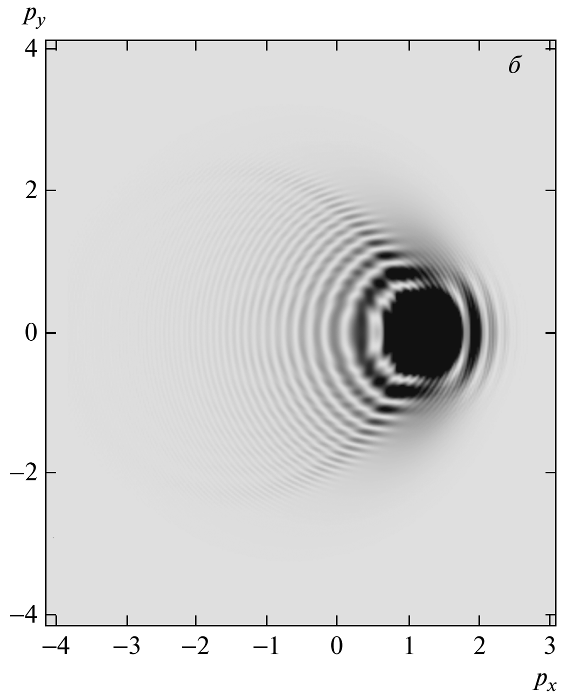


Рис. 9. Зависимость $|\psi_{fp}(\mathbf{a}_e\cos(\omega t),t)|^2$ (жирная линия) (a), тонкой линией показана характерная зависимость колебательной скорости; соответствующее двумерное импульсное распределение электрона ($б$) в случае, когда рассеяние происходит при колебательной скорости, направленной против начального направления движения электронного волнового пакета ($E = 30$ эВ, $r_0 = -50$ ат. ед., $\hbar\omega = 3.5$ эВ, $b = 2$ ат. ед.)

Выражение для амплитуды рассеяния в этом случае принимает вид

$$C_{p_f}^{(1),n}(t) = \frac{-iU_{p_0p_f}\exp(-in\pi/2)}{\hbar\sqrt{\pi D(t^*)}} \times \\ \times J_n\left(\frac{e\boldsymbol{\varepsilon}\cdot(\mathbf{p}_f-\mathbf{p}_0)}{\hbar m\omega^2}\right) \times \\ \times \int_{-\infty}^{t} \exp\left\{-\frac{(t-t^*)^2}{2\tau^2}\alpha\right\} \exp\left\{\frac{i}{\hbar}\Delta E t\right\} dt, \quad (26)$$

где введены следующие обозначения

$$D(t^*) = b^2 + \frac{t^{*2}\hbar^2}{b^2m^2},$$

τ — характерная продолжительность процесса рассеяния,

$$\tau^2 = \frac{\hbar^2 t^{*2}}{m^2b^2\left(\mathbf{a}_e\omega\sin(\omega t^*) + \dfrac{\mathbf{p}_0}{m}\right)^2},$$

$$\alpha = 1 - i\frac{t^*}{t_{sp}},$$

причем $t_{sp} = mb^2/\hbar$ — характерное время расплывания волнового пакета шириной b; $\Delta E = E_{p_f} - E_{p_0} - n\hbar\omega$ — изменение энергии. Устремляя t к бесконечности и проводя интегрирование по времени, получим

$$C_{p_f}^{(1),n}(t\to\infty) = \frac{-iU_{p_0p_f}\exp(-in\pi/2)}{\hbar\sqrt{\pi D(t^*)}} \times \\ \times J_n\left(\frac{e\boldsymbol{\varepsilon}\cdot(\mathbf{p}_f-\mathbf{p}_0)}{\hbar m\omega^2}\right) \times \\ \times \exp\left\{-\frac{\Delta E^2\tau^2}{2\alpha\hbar^2} + \frac{it^*\Delta E}{\hbar}\right\} \frac{\sqrt{2\pi}}{\sqrt{\alpha/\tau^2}}. \quad (27)$$

Таким образом, амплитуда вероятности процесса с участием n квантов аналогично (4) определяется функцией Бесселя от соответствующего аргумента. Однако вместо дельта-функций, выражающих закон сохранения энергии, имеет место гауссово распределение электрона по энергии в каждом канале ВТЭ, причем с шириной порядка или даже больше характерного времени рассеяния T_{scatt}. Поскольку рассматривается случай $T_{scatt} \lesssim T_\omega$, заведомо имеет место перекрытие энергетических распределений и интерференция различных каналов ВТЭ, проявляющиеся в суммарных распределениях на рис. 6, 7, характерных для классического случая. В этой связи введение понятия «канал ВТЭ с поглощением и испусканием n фотонов» имеет ограниченный физический смысл.

3. ВТЭ В СЛУЧАЕ УЛЬТРАКОРОТКОГО ЛАЗЕРНОГО ИМПУЛЬСА

В предыдущем разделе мы рассматривали случай когерентного монохроматического лазерного поля. Однако реальные лазерные импульсы имеют конечную длительность, причем недавно достигнуты рекордно малые длительности лазерных импульсов вплоть до 1–2 оптических циклов. Этот раздел будет посвящен особенностям ВТЭ в поле таких импульсов.

В рассматриваемом случае уравнение Шредингера будет иметь вид, в точности совпадающий с (1), за исключением того, что векторный потенциал теперь будет зависеть от времени не по гармоническому закону, а будет иметь огибающую с характерной областью ненулевых значений порядка τ:

$$\mathbf{A}(t) = \mathbf{A}_0(t)\sin(\omega t). \tag{28}$$

3.1. Рассеяние электрона с точно определенным начальным импульсом

Остановимся на случае, когда начальное состояние электрона может быть описано в виде плоской волны, нормированной на единичный падающий поток:

$$\psi_0(\mathbf{r}) = \sqrt{\frac{m}{p_0}}\exp\left(\frac{i}{\hbar}\mathbf{p}_0\cdot\mathbf{r}\right). \tag{29}$$

Тогда в первом порядке теории возмущений уравнение для амплитуды рассеяния имеет вид

$$\begin{aligned} i\hbar\dot{C}_{p_f}{}^{(1)} &= \frac{1}{(2\pi\hbar)^2}\int U_{p_f p_i}\times \\ &\times\exp\left\{\frac{i}{\hbar}\left[(E_f-E_i)t-\frac{e}{mc}(\mathbf{p}_f-\mathbf{p}_i)\times\right.\right. \\ &\left.\left.\times\int\limits_{-\infty}^{t}\mathbf{A}_0(t)\sin(\omega t)\,dt\right]\right\}\delta(\mathbf{p}_i-\mathbf{p}_0)\,d\mathbf{p}_i. \end{aligned} \tag{30}$$

В случае одноциклового импульса с огибающей вида $\mathbf{A}_0(t)=\mathbf{A}_0\sin^2(\omega t/2)$ и длительностью $\tau = 2\pi/\omega$ можно провести дальнейшие аналитические преобразования (30) и получить следующее выражение для амплитуды рассеяния:

$$\begin{aligned} C_{p_f}{}^{(1)} &= \frac{iU_{p_f p_0}}{2\pi\hbar^2}\sqrt{\frac{m}{p_0}}\int\limits_{-\infty}^{t}\exp\left\{\frac{i}{\hbar}\left[(E_f-E_0)t\,-\right.\right. \\ &\left.\left.-\,\frac{e(\mathbf{p}_f-\mathbf{p}_0)\cdot\mathbf{A}_0}{mc}\,\frac{\sin^4(\omega t/2)}{\omega}\right]\right\}dt. \end{aligned} \tag{31}$$

Заметим, что изменение энергии электрона в процессе рассеяния имеет место только в течение длительности лазерного импульса, на больших временах реализуется режим упругого рассеяния. Соответствующее спектральное распределение представлено на рис. 10, из которого хорошо видно, что спектр электрона после рассеяния значительно отличается от плоской волны и характеризуется широким распределением с «пичковой» структурой. Двумерное импульсное распределение для электрона демонстрирует сильную изрезанность, что является следствием интерференционных эффектов, а также значительную вероятность рассеяния вперед с заметным поглощением энергии от поля. Кроме того, аналогично двумерному импульсному распределению, представленному на рис. 1, возникают области, «запрещенные» по энергии. Они соответствуют случаю, когда x-компонента конечного импульса совпадает с начальным импульсом (выбранным вдоль оси x), но с большими значениями конечной y-компоненты импульса. В этом случае в выражении (31) множитель в экспоненте, содержащий полевую часть, оказывается равен нулю, а значит, не может привести к изменению начальной энергии электрона.

В случае одноциклового импульса в подынтегральном выражении в формуле (30) функция

$$\begin{aligned} f(t) &= \\ &= \exp\left\{\frac{i}{\hbar}\,\frac{e}{mc}(\mathbf{p}_f-\mathbf{p}_i)\int\limits_{-\infty}^{t}\mathbf{A}_0(t)\sin(\omega t)\,dt\right\}, \end{aligned} \tag{32}$$

является периодической и может быть разложена в ряд Фурье. Тогда амплитуда процесса в первом порядке теории возмущений представима в виде суперпозиции отдельных каналов ВТЭ с участием n квантов поля. При этом вероятность в единицу времени для перехода в состояние с импульсом $\mathbf{p}_f$ в процессе с поглощением или испусканием n фотонов имеет вид

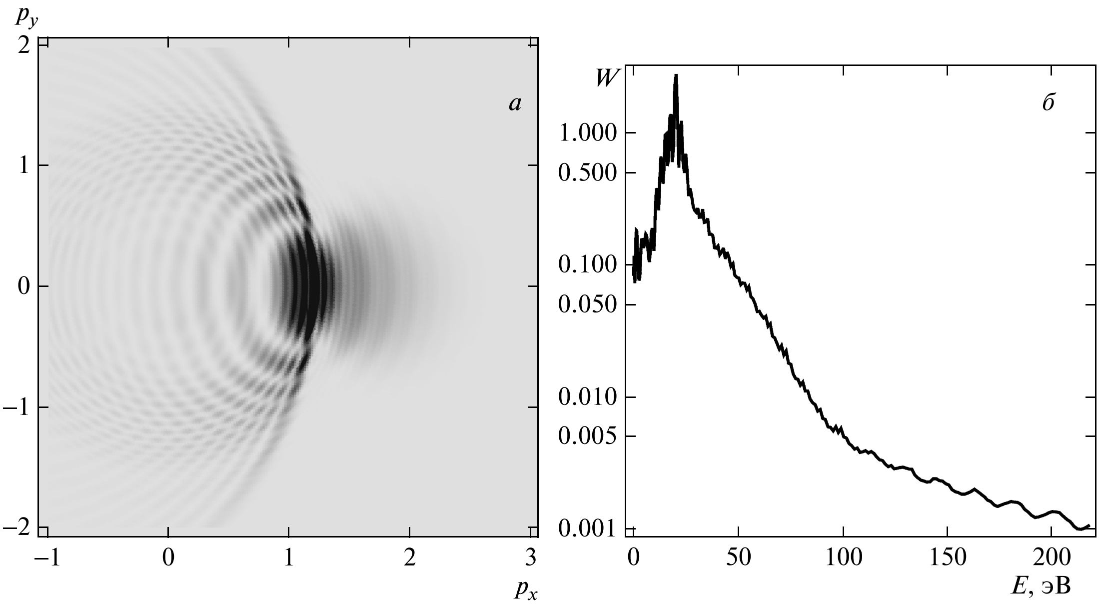


Рис. 10. Двумерное импульсное распределение (*а*) и энергетический спектр электрона (*б*) после рассеяния в поле предельно короткого одноциклового лазерного импульса ($\varepsilon_0 = 0.2$ ат. ед., $E = 20$ эВ, $\hbar\omega = 2$ эВ)

$$\dot{W}^{(n)}(\mathbf{p}_f) \sim |U_{p_i p_0}|^2 \left| F_n \left(\frac{e\mathbf{A}_0 \cdot (\mathbf{p}_f - \mathbf{p}_0)}{\hbar m c \omega} \right) \right|^2 \times \times \frac{\sin^2 \left(\frac{\Delta E \tau}{2\hbar} \right)}{\left(\frac{\Delta E \tau}{2\hbar} \right)^2}, \quad (33)$$

где

$$\Delta E = E_{p_f} - E_{p_0} - n\hbar\omega, \quad F_n = \frac{1}{2\pi} \int\limits_0^{2\pi} f(t') e^{in\omega t'} d(\omega t').$$

Полученное выражение по структуре близко к результату теории Бункина–Федорова (4), однако энергетическое распределение для каждого канала в отличие от дельта-функции имеет ширину порядка обратной длительности лазерного импульса, а функции F_n могут иметь достаточно сложный вид. В частности, для одноциклового импульса они сводятся к обобщенным функциям Бесселя. Поскольку в случае одноциклового импульса ширина возникающих энергетических распределений сравнима с $\hbar\omega$, суммарное распределение обусловлено не только вкладом различных каналов ВТЭ, но и их интерференцией. В результате поглощение и испускание различного числа квантов имеет место не только при рассеянии на большие углы, но, в том числе, хорошо проявляется при рассеянии вперед. При этом сильно немонотонное поведение зависимости фурье-образов F_n от аргумента определяет достаточно сложную картину двумерного импульсного распределения. Суммарный интегральный спектр (рис. 10*б*) характеризуется широким энергетическим распределением, на котором можно различить n-фотонные каналы ВТЭ и которое простирается до энергий, на порядок превышающих начальную энергию электрона. Таким образом, интерференция различных каналов ВТЭ приводит к увеличению вероятности обнаружения электрона с большой энергией, что соответствует гораздо более эффективному поглощению электроном энергии от поля при воздействии ультракороткого лазерного импульса по сравнению со случаем монохроматического излучения в подходе Бункина–Федорова [1]. Отметим также, что в случае достаточно «длинных» лазерных импульсов с большим количеством оптических циклов оказывается выполненным соотношение $\omega\tau \gg 1$ и выражение для $\dot{W}^{(n)}(\mathbf{p}_f)$ переходит в канонический результат теории Бункина–Федорова (4).

3.2. Рассеяние волнового пакета в ультракоротком лазерном импульсе

Наиболее интересный и наиболее близкий к экспериментальной реализации случай подразумевает одновременный учет широкого импульсного распределения для электрона и ультракороткой длительности лазерного импульса. Для достаточно коротких лазерных импульсов интегрирование по времени, приводящее к появлению дельта-функции в выражении (11), оказывается неправомерным. Используя подходы, описанные в двух предыдущих разделах, но не задавая явно зависимость $\mathbf{A}(t)$, получим преобразование, аналогичное (18):

$$\int d\mathbf{p}_i C^{(0)}_{p_i} \exp\left\{-\frac{i}{\hbar}E_{p_i}t\right\} \exp\left\{\frac{i}{\hbar}\mathbf{p}_i\cdot\tilde{\mathbf{a}}_e(t)\right\} = \\ = \int d\mathbf{p}_i \int d\mathbf{r}\, \psi_{fp}(\mathbf{r},t)\frac{1}{2\pi\hbar}\exp\left\{-\frac{i}{\hbar}\mathbf{p}_i\cdot\mathbf{r}\right\} \times \\ \times \exp\left\{\frac{i}{\hbar}\mathbf{p}_i\cdot\tilde{\mathbf{a}}_e(t)\right\} = \int d\mathbf{r}\,\psi_{fp}(\mathbf{r},t) \times \\ \times \int d\mathbf{p}_i \frac{1}{2\pi\hbar}\exp\left\{-\frac{i}{\hbar}\mathbf{p}_i\cdot[\mathbf{r}-\tilde{\mathbf{a}}_e(t)]\right\} = \\ = \int d\mathbf{r}\,\psi_{fp}(\mathbf{r},t)\delta(\mathbf{r}-\tilde{\mathbf{a}}_e(t)) = \psi_{fp}(\tilde{\mathbf{a}}_e(t),t), \quad (34)$$

где

$$\tilde{\mathbf{a}}_e(t) = \frac{e}{mc}\int\limits_{-\infty}^{t}\mathbf{A}(t')\,dt'.$$

После этого из (7) несложно получить выражение для амплитуды вероятности электрона после быстрого рассеяния под действием ультракороткого лазерного импульса:

$$C^{(1)}_{p_f}(t) = \frac{-iU_{p_0p_f}}{\hbar\sqrt{\pi}}\int\limits_{-\infty}^{t} dt \frac{1}{\sqrt{b^2+\dfrac{t^2\hbar^2}{b^2m^2}}} \times \\ \times \exp\left\{-\frac{\left(\tilde{\mathbf{a}}_e(t)-\mathbf{r}_0-\dfrac{\mathbf{p}_0}{m}t\right)^2}{b^2\left(1+\dfrac{\hbar^2t^2}{m^2b^4}\right)}\left(1-i\frac{\hbar t}{mb^2}\right)\right\} \times \\ \times \exp\left\{\frac{i}{\hbar}[(E_{p_f}-E_{p_0})t-\tilde{\mathbf{a}}_e(t)\cdot(\mathbf{p}_f-\mathbf{p}_0)]\right\}. \quad (35)$$

Вычисление $\tilde{\mathbf{a}}_e(t)$ не представляет большой сложности в случае, когда $\mathbf{A}(t)$ задает одноцикловый лазерный импульс с огибающей вида $\mathbf{A}_0(t) = \mathbf{A}_0\sin^2(\omega t/2)$. На рис. 11 рассмотрены двумерные импульсные распределения и интегральные спектры для электронного волнового пакета, рассеянного на потенциальном центре под действием одноциклового лазерного импульса, в зависимости от задержки импульса относительно момента рассеяния. Остановимся более подробно на физических предпосылках формирования распределений, представленных на рис. 11. Рисунки в строке *а* отвечают опережению импульсом момента рассеяния на 10 ат. ед., в результате в процессе рассеяния колебательная скорость электрона направлена против его начального направления движения, что приводит к уменьшению его суммарной энергии после рассеяния по сравнению с начальной энергией $E_0 = 30$ эВ. На интегральном спектре электрона в строке *б* видно, что рассеяние частично происходило с положительной добавкой от колебательной скорости к начальной, что привело к возникновению пика в области увеличения энергии электрона. Наиболее эффективный нагрев наблюдается при совпадении максимума «огибающей» импульса с моментом рассеяния: величина пика на энергиях, бóльших начального значения, существенно возрастает. Дальнейшее увеличение задержки приводит к частичному возврату электронного волнового пакета к центру рассеяния и возникновению интерференционных структур на интегральном спектре в области малых энергий.

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В данной работе исследован процесс рассеяния свободного электронного волнового пакета, широкого в импульсном представлении и изначально узкого по пространству, на неподвижном потенциальном центре в присутствии сильного лазерного поля, в том числе ультракороткой длительности. В рамках первого борновского приближения по потенциалу исследованы различные режимы рассеяния в зависимости от соотношения между характерной длительностью рассеяния и периодом лазерного поля, а также обнаружены важные качественные отличия рассмотренного процесса от случая, когда начальное состояние электрона задано в виде плоской волны. Широкое начальное импульсное распределение электрона приводит к значительным изменениям в спектральных и угловых распределениях: после рассеяния в одну и ту же энергию спектра вклад дают каналы, отвечающие за разное число поглощенных и испущенных квантов внешнего поля, в то время как теория Бункина – Федорова предсказывает набор узких по энергии пиков, разделенных энергией кванта; изменяется также и относительная вероятность каждого канала. Кроме того, обнаружено эффективное поглощение электроном энергии от лазерного поля, существенно превосходящее оценки по параметру многоквантовости и обусловленное, в конечном итоге, перекрытием по энергии различных каналов ВТЭ за счет большой ширины начального импульсного распределения электрона.

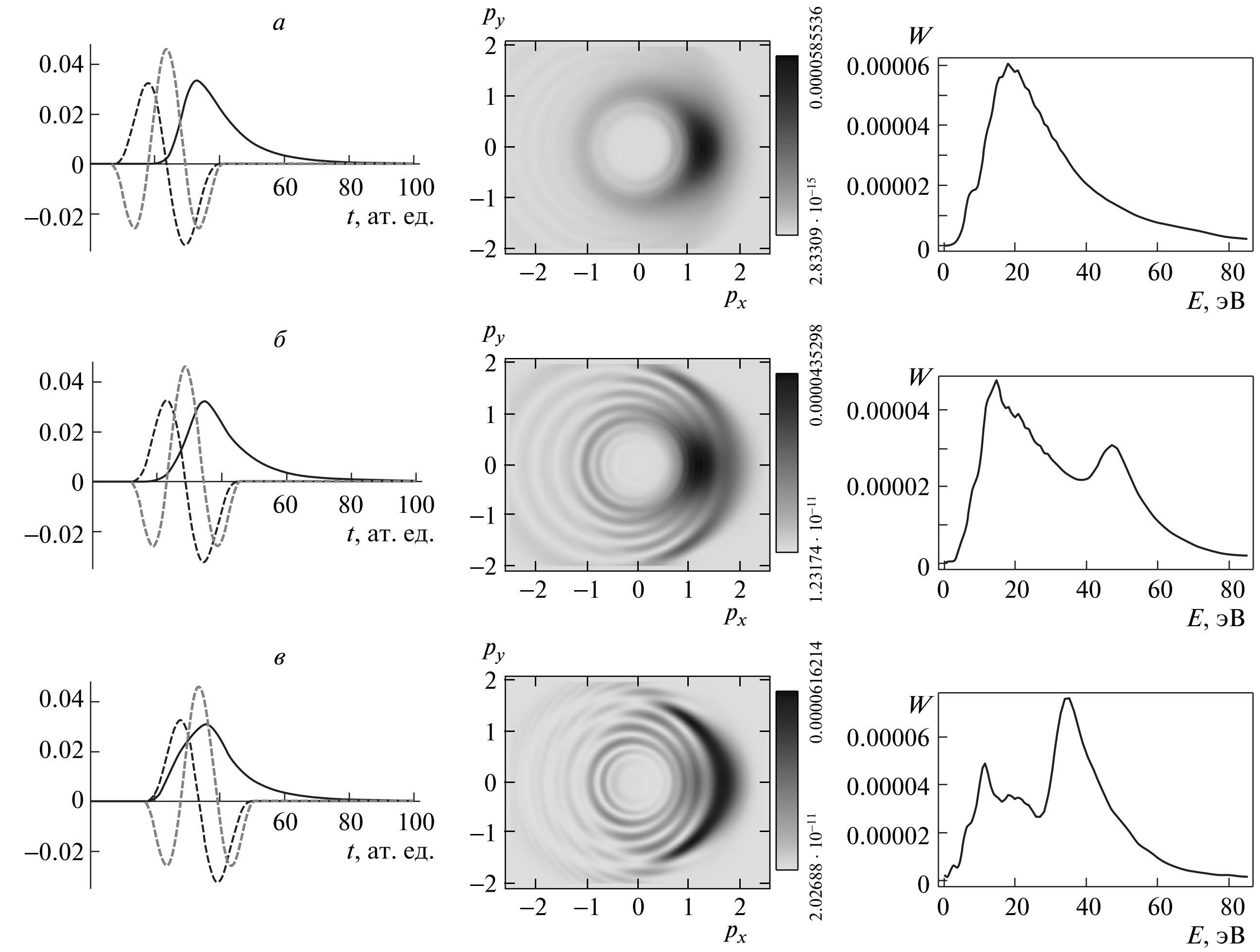


Рис. 11. Первый столбец — вероятность рассеяния $|\psi_{fp}|^2$ (сплошные кривые), амплитуда поля ε (серые, штриховые) и пондеромоторная скорость электрона, пропорциональная $A(t)$ (черные, штриховые) в зависимости от времени; второй столбец — двумерное импульсное распределение; третий столбец — интегральный спектр. Строки отвечают задержке импульса относительно момента рассеяния на -10 (*а*), -5 (*б*), 0 (*в*) ат. ед. ($E_0 = 30$ эВ, $r_0 = -50$ ат. ед., $\hbar\omega = 5$ эВ, $\varepsilon_0 = 0.2$ ат. ед., $b = 2$ ат. ед.)

Продемонстрирована важная роль интерференции различных волн, входящих в электронный волновой пакет, в процессе рассеяния, что обусловлено широким импульсным распределением рассеивающегося электрона. Указанные эффекты имеют принципиальное значение в случае сохранения когерентности в процессе рассеяния, например, при рассеянии электрона на родительском ионе, и позволяют объяснить данные лабораторных и численных экспериментов по угловым диаграммам вылета электронов при ионизации атомов и молекул сильными низкочастотными полями. Отметим, однако, что рассеяние на случайно распределенных потенциальных центрах в кластере приводит к потере когерентности и исчезновению интерференционной картины в случае медленного рассеяния. Поскольку интерференция может быть деструктивной, усреднение по распределению ионов зачастую приводит к увеличению доли высокоэнергетичных электронов в спектре.

В случае, когда длительность рассеяния мала по сравнению с периодом лазерного поля, обнаружено, что поглощение электроном энергии соответствует классическому механизму, доля поглощенной энергии определяется величиной колебательной скорости (фазой поля) в момент рассеяния и ограничена величиной

$$E_{max} = \frac{(p_0 + 2mv_{osc})^2}{2m},$$

совпадающей с классической оценкой. Такая ситуация может соответствовать поглощению очень большого числа квантов. Для достаточно сильных внешних полей, когда становится значительным вклад каналов высокого порядка многофотонности, в спектре электрона возникает высокоэнергетичная часть, отвечающая числу поглощенных квантов внешнего поля, существенно превышающему оценки, выполненные в рамках теории Бункина–Федорова для случая плоской волны. Последнее обстоятельство имеет принципиальное значение в проблеме нагрева плазмы, образующейся при взаимодействии ультракоротких лазерных импульсов с наноструктурными системами.

В случае рассеяния электронного волнового пакета в ультракоротком лазерном импульсе продемонстрирована возможность управления процессами преимущественного поглощения или испускания энергии электроном за счет варьирования временной задержки импульса по отношению к характерному моменту рассеяния.

Необходимо отметить, что в случае рассеяния широкого в импульсном представлении электронного волнового пакета ни конечная вероятность рассеяния, ни дифференциальное сечение рассеяния на заданный угол не представимы в виде произведения некоторого фактора, характеризующего электронный волновой пакет, и сечения упругого рассеяния для эффективной энергии. Такая факторизация отмечалась в работах [28, 36] и была получена в аналитическом описании высокоэнергетичных спектров надпороговой ионизации электронов в режиме перерассеяния в сильном поле. Для широких по импульсам электронных волновых пакетов в лазерных полях ультракороткой длительности факторизация не имеет места.

Авторы статьи выражают благодарность Михаилу Владимировичу Федорову за интересные и плодотворные обсуждения результатов и ценные замечания.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (грант № 09-02-00317), гранта Президента РФ НШ № 133.2008.2 и некоммерческого фонда «Династия» (программа поддержки студентов-физиков и молодых докторов наук).

ЛИТЕРАТУРА

1. Ф. В. Бункин, М. В. Федоров, ЖЭТФ **49**, 1215 (1965).
2. Ф. В. Бункин, А. Е. Казаков, М. В. Федоров, УФН **107**, 559 (1972).
3. N. M. Kroll and K. M. Watson, Phys. Rev. A **8**, 804 (1973).
4. I. J. Berson, J. Phys. B **8**, 3078 (1975).
5. H. Kruger and Ch. Jung, Phys. Rev. A **17**, 1706 (1978).
6. R. I. Shakeshaft, Phys. Rev. A **28**, 667 (1983).
7. А. Ф. Клинских, Л. П. Рапопорт, ЖЭТФ **88**, 1105 (1985).
8. А. М. Мовсесян, М. В. Федоров, Препринт ИОФАН № 163 (1987).
9. S. Geltman, Phys. Rev. A **53**, 3473 (1996).
10. S. Varro and F. Ehlotzky, J. Phys. B: Atom. Mol. Opt. Phys. **28**, L673 (1995).
11. I. Rabadan, L. Mendez, and A. S. Dickinson, J. Phys. B: Atom. Mol. Opt. Phys. **28**, L801 (1996).
12. F. Robicheaux, J. Phys. B: Atom. Mol. Opt. Phys. **29**, 2367 (1996).
13. T. Ditmire, J. W. G. Tisch, E. Springate et al., Nature **386**, 54 (1997).
14. L. Koller, M. Schumacher, J. Kohn et al., Phys. Rev. Lett. **82**, 3786 (1999).
15. J. Zweiback, T. Ditmire, and M. D. Perry, Phys. Rev. A **59**, R3166 (1999).
16. S. Zamith, T. Martchenko, Y. Ni et al., Phys. Rev. A **70**, 011201 (2004).
17. H. Wabnitz et al., Nature **420**, 482 (2002).
18. R. Treusch and J. Feldhaus, Europ. Phys. J. D **26**, 119 (2003).
19. I. Last and J. Jortner, Phys. Rev. Lett. **87**, 033401 (2001).
20. T. Martchenko, Ch. Siedschlag, S. Zamith et al., Phys. Rev. A **72**, 053202 (2005).
21. A. Mikaberidze, U. Saalmann, J.-M. Rost et al., Phys. Rev. A **77**, 041201(R) (2008).
22. U. Saalmann, Ch. Siedschlag, J.-M. Rost et al., J. Phys. B: Atom. Mol. Opt. Phys. **39**, R39 (2006).
23. B. Wallbank and J. K. Holmes, Phys. Rev. A **48**, R2515 (1993).

24. B. Wallbank and J. K. Holmes, J. Phys. B: Atom. Mol. Opt. Phys. **27**, 1221 (1994).

25. B. Wallbank and J. K. Holmes, J. Phys. B: Atom. Mol. Opt. Phys. **27**, 5405 (1994).

26. P. B. Corkum, Phys. Rev. Lett. **71**, 1994 (1993).

27. Н. Л. Манаков, А. Ф. Старас, М. В. Фролов, Письма в ЖЭТФ **76**, 316 (2002).

28. M. V. Frolov, N. L. Manakov, and A. F. Starace, Phys. Rev. A **79**, 033406 (2009).

29. G. M. Fraiman, A. A. Balakin, and V. A. Mironov, Phys. Plasmas **8**, 2502 (2001).

30. G. Rascol, H. Bachau, V. T. Tikhonchuk et al., Phys. Plasm. **13**, 103108 (2006).

31. D. M. Volkov, Z. Phys. **94**, 250 (1935).

32. I. A. Burenkov, A. M. Popov, O. V. Tikhonova et al., J. Mod. Opt. **55**, 2527 (2008).

33. И. А. Буренков, Е. А. Волкова, А. М. Попов, О. В. Тихонова, ЖЭТФ **136**, 5 (2009).

34. А. А. Балакин, Г. М. Фрайман, ЖЭТФ **120**, 797 (2001).

35. С. А. Майоров, Физика плазмы **27** (4), 1 (2001).

36. A. Cerkic, E. Hasovic, D. B. Milosevic, and W. Becker, Phys. Rev. A **79**, 033413 (2009).