

# ИЗУЧЕНИЕ ПРОЦЕССА $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0\pi^0$ В ОБЛАСТИ ЭНЕРГИИ $\sqrt{s} < 1$ ГэВ СО СФЕРИЧЕСКИМ НЕЙТРАЛЬНЫМ ДЕТЕКТОРОМ

*М. Н. Ачасов<sup>a,b</sup>, К. И. Белобородов<sup>a,b</sup>, А. В. Бердюгин<sup>a</sup>, А. А. Ботов<sup>a</sup>,  
А. В. Васильев<sup>a,b</sup>, В. Б. Голубев<sup>a,b</sup>, Т. В. Димова<sup>a,b</sup>, В. П. Дружинин<sup>a,b</sup>,  
Д. П. Коврижин<sup>a</sup>, И. А. Кооп<sup>a,b</sup>, А. А. Король<sup>a,b</sup>, С. В. Кошуба<sup>a</sup>,  
А. Е. Образовский<sup>a,b</sup>, Е. В. Пахтусова<sup>a</sup>, С. И. Середняков<sup>a,b</sup>, З. К. Силагадзе<sup>a,b</sup>,  
А. Г. Харламов<sup>a,b\*</sup>, Ю. М. Шатунов<sup>a</sup>, Д. А. Штоль<sup>a</sup>*

<sup>a</sup> *Институт ядерной физики им. Г. И. Будкера Сибирского отделения Российской академии наук  
630090, Новосибирск, Россия*

<sup>b</sup> *Новосибирский государственный университет  
630090, Новосибирск, Россия*

Поступила в редакцию 27 марта 2009 г.

В эксперименте со сферическим нейтральным детектором измерено сечение процесса  $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0\pi^0$ , причем в области  $\sqrt{s} < 920$  МэВ сечение измерено впервые. Модель векторной доминантности хорошо описывает полученные данные при учете  $\rho$ ,  $\rho'$ ,  $\rho''$ -резонансов. Вероятность распада  $\rho \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0\pi^0$  составила  $B(\rho \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0\pi^0) = (1.60 \pm 0.74 \pm 0.18) \cdot 10^{-5}$ . Верхний предел для распада  $\omega \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0\pi^0$  был улучшен на два порядка по сравнению с предыдущими измерениями и составил  $B(\omega \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0\pi^0) < 2 \cdot 10^{-4}$  на уровне достоверности 90%.

PACS: 13.66.Bc, 13.60.Nb, 13.25.Jx, 12.40.Vv

## 1. ВВЕДЕНИЕ

Сечение процесса  $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0\pi^0$  в области энергии  $\sqrt{s} < 1$  ГэВ определяется переходом векторных мезонов  $V(\rho, \rho', \rho'')$  в состояние  $V \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0\pi^0$ . Основными промежуточными механизмами являются  $\omega\pi^0$  и  $a_1\pi$ , также в этой области может присутствовать промежуточный механизм  $\sigma\rho$ , соответствующие этим процессам диаграммы изображены на рис. 1.

Эффективные лагранжианы, используемые для расчетов процессов с участием  $\pi$ -мезонов, содержат множество различных многопионных вершин [1]. Значения констант связи в этих вершинах не известны и могут быть установлены из эксперимента. Удобными для извлечения этих констант являются многопионные распады легких векторных мезонов

$\rho, \omega \rightarrow 4\pi, 5\pi$ , так как импульсы пионов в таких процессах малы по сравнению с массами, что позволяет пренебречь поправками от высших производных и петель в выражении для эффективного лагранжиана [1]. Вероятности распада  $\rho, \omega \rightarrow 5\pi$  чрезвычайно малы [2] и их трудно измерить в современных экспериментах. Как было показано в работе [3], распад  $\rho \rightarrow 4\pi$  должен быть достаточно интенсивным  $B \sim 10^{-4}$ , измерения в заряженном канале дают  $B(\rho \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^+\pi^-) = (1.8 \pm 0.9 \pm 0.3) \cdot 10^{-5}$  [4]. В нейтральном канале измерения отсутствуют. Киральные теории предсказывают  $B(\rho \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0\pi^0) = (0.5-0.9) \cdot 10^{-5}$  [1].

Сечение процессов  $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0\pi^0$ ,  $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^+\pi^-$  в диапазоне энергий 0.98–1.38 ГэВ измерено с точностью 8% [5]. В диапазоне энергий ниже 1 ГэВ экспериментальные данные о процессе  $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0\pi^0$  достаточно скудны [6]. Немно-

\*E-mail: A.G.Kharlamov@inp.nsk.su

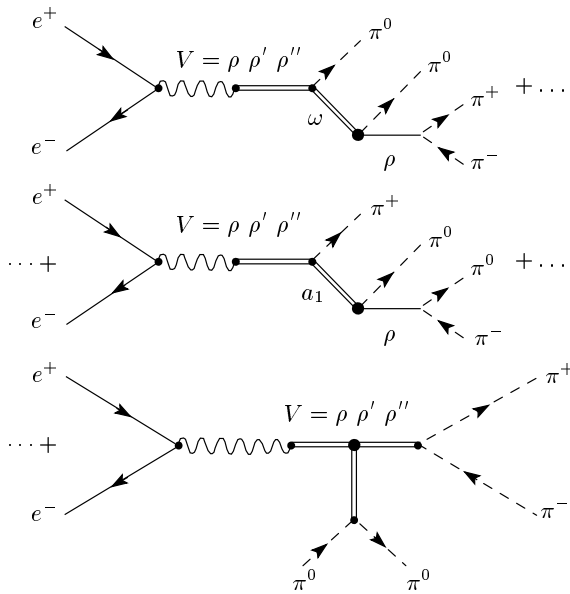


Рис. 1. Диаграммы перехода  $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0\pi^0$

го лучше в этом интервале энергий изучен канал  $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^+\pi^-$ , в работе [4] достигнута точность измерений 12% и впервые измерена вероятность  $B(\rho \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^+\pi^-)$ , в работе [7] точность измерений составила 10%. Совместный анализ сечений процессов  $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^+\pi^-$  и  $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0\pi^0$  позволит определить константы связи  $\rho$ -мезона с четырьмя  $\pi$ -мезонами.

Особый интерес представляет распад  $\omega \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0\pi^0$ , запрещенный сохранением изоспина в сильных взаимодействиях. Верхний предел для относительной вероятности этого распада равен  $B(\omega \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0\pi^0) < 2\%$  [8]. Теоретические предсказания вероятности этого распада, к сожалению, отсутствуют. Хотя, исходя из достаточно большой величины вероятности распада  $B(\omega \rightarrow \pi^0\pi^0\gamma) = (6.7 \pm 1.1) \cdot 10^{-5}$  [9] и  $B(\omega \rightarrow \pi^+\pi^-) = (1.70 \pm 0.27)\%$ , можно ожидать, что  $B(\omega \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0\pi^0) \sim 10^{-4}-10^{-5}$  (в предположении механизма  $\sigma\omega$  с распадом  $\omega \rightarrow \pi^+\pi^-$ ).

## 2. ЭКСПЕРИМЕНТ

Сферический нейтральный детектор (СНД) [10] работал с 1995 по 2000 г. на ускорителе ВЭПП-2М [11] в энергетическом диапазоне 360–1400 МэВ. Детектор включает в себя несколько подсистем. Трековая система состоит из двух цилиндрических дрейфовых камер с ячейкой струйного типа. Использовался трехслойный электромагнитный калориметр

на основе кристаллов NaI(Tl). В состав мюонной системы входят сцинтилляционные счетчики и два слоя стримерных трубок. Энергетическое и пространственное разрешения калориметра зависят от энергии  $E$  фотонов следующим образом:

$$\frac{\sigma_E [\%]}{E} = \frac{4.2\%}{\sqrt[4]{4E [\text{ГэВ}]}} \quad \sigma_{\phi,\theta} = \frac{0.82^\circ}{\sqrt{E [\text{ГэВ}]} } \oplus 0.63^\circ.$$

Разрешение трековой системы составляло  $0.5^\circ$  и  $2^\circ$  соответственно для азимутального и полярного углов.

В данном анализе использовалась статистика двух экспериментов: ОМЕ 9803 и ОМЕ 0001, набранная в 1998–2000 гг. Интегральная светимость в эксперименте ОМЕ 9803 составила  $3697 \text{ нб}^{-1}$ , в эксперименте ОМЕ 0001 —  $5881 \text{ нб}^{-1}$ . Интегральная светимость измерялась двумя независимыми способами: по событиям электрон-позитронного рассеяния и аннигиляции в два фотона. Систематическая неопределенность светимости оценивалась как разность этих двух измерений и составила приблизительно 2%.

Эксперименты проводились методом сканирования энергетического диапазона. Энергия пучков вычислялась через значение магнитного поля в поворотных магнитах и частоту обращения пучков. Относительная точность выставления энергии для каждой экспериментальной точки составляет приблизительно 0.1 МэВ, в то же время общий сдвиг шкалы энергии для всех точек может достигать 0.5 МэВ. В трех точках в области  $\omega$ -мезона проводилась калибровка энергии методом резонансной деполаризации [12]. По этим точкам определялся общий сдвиг шкалы энергии.

## 3. ОТБОР СОБЫТИЙ

Во время эксперимента первичный триггер выбирал события с энерговыделением в калориметре более 180 МэВ и двумя и более треками в дрейфовой камере. При реконструкции на записанные события накладывались условия так называемого «вычисленного триггера», которые являются немного более жесткими, чем экспериментальные условия отбора триггера. Такая процедура позволяет избежать неопределенностей, связанных с работой электроники. При определении эффективности регистрации на события моделирования также накладываются условия «вычисленного триггера».

Для анализа отбирались события, удовлетворяющие следующим условиям:

- 1) два или более заряженных трека;

2) четыре или более реконструированных фотона;

3) расстояние от оси пучков до вершины события в плоскости  $R\varphi$  меньше 1 см;

4)  $|z| < 10$  см, где  $z$  — координата вершины события вдоль оси пучков.

Условие на координаты вершины определяются размером места встречи, разрешением дрейфовой камеры и служат для подавления событий пучкового фона и космических мюонов. Продольный размер места встречи зависит от энергии пучков, в эксперименте он менялся от 2 до 2.5 см.

Основным фоновым процессом является  $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0$  с наложением фотонов пучкового фона или фотонов, образующихся при сильном взаимодействии  $\pi$ -мезонов с веществом детектора, а также фотонов, испущенных из начального и конечного состояний. В максимуме  $\omega$ -мезона количество событий данного фонового процесса превышает количество событий искомого процесса примерно в  $10^4$  раз. Также как фоновый рассматривался процесс  $e^+e^- \rightarrow \eta\gamma$ ,  $\eta \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0$ . Процессы  $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-\gamma$ ,  $\mu^+\mu^-\gamma$ ,  $e^+e^-\gamma$ ,  $e^+e^-\gamma\gamma$  с наложением фотонов пучкового фона, а также события с участием космических  $\mu$ -мезонов подавляются условиями отбора до пренебрежимо малого уровня и далее не рассматриваются.

Для учета появления дополнительных фотонов при определении эффективности регистрации к событиям моделирования подмешивались события «наложений» — события, записанные с запуском от внешнего генератора, они воспроизводят пучковый фон в моделировании. Появление фотонов при сильном взаимодействии  $\pi$ -мезонов с веществом детектора моделируется не точно, что является основным источником систематической погрешности при определении эффективности регистрации.

В анализе использовалось 6000000 событий моделирования процесса  $\pi^+\pi^-\pi^0$  и 2400000 событий  $\pi^+\pi^-\pi^0\pi^0$ , что значительно превышает количество экспериментальных событий.

Для отобранных в указанных условиях событий проводилась процедура кинематической реконструкции в гипотезах

$$e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0\pi^0,$$

$$e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0,$$

$$e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0\gamma.$$

Процедура кинематической реконструкции состоит в следующем: нужно найти минимум функции

$$\chi_H^2(\mathbf{y}) = \sum_{i,j=1}^N (x_i - y_i)G_{ij}^{-1}(x_j - y_j)$$

при выполнении условий

$$F_k(\mathbf{y}) = 0, \quad k = 1, \dots, K;$$

$$R_l(\mathbf{y}) \geq 0, \quad l = 1, \dots, L.$$

Здесь  $G_{ij}$  — матрица ошибок,  $x_i$  — вектор измеренных параметров,  $y_i$  — искомый вектор «истинных» параметров частицы, удовлетворяющих гипотезе  $H$ , выраженной условиями  $F_k(\mathbf{y}) = 0$ ,  $R_l(\mathbf{y}) \geq 0$ . Условия типа  $F$  отражают законы сохранения энергии и импульса в событии, условия типа  $R$  ограничивают область поиска «истинных» параметров. В качестве параметров были выбраны следующие величины: для фотонов — энергия  $E$  и углы  $\theta$ ,  $\varphi$  кластера в калориметре, для заряженных частиц — угол  $\varphi$ , тангенс полярного угла  $\text{tg}\theta$  и модуль импульса. Дополнительной переменной является  $z$ -координата точки вылета, общая для всех частиц. Для проведения кинематической реконструкции также используются результаты реконструкции общей точки вылета в плоскости  $R\varphi$ .

Основой кинематической реконструкции служит программа условной минимизации. На СНД используются две такие программы: KINEMI и VDKINE [9]. Мы использовали вторую программу, так как у нее есть безусловное преимущество — почти 100 %-я сходимость.

При реконструкции использовались фотоны, удовлетворяющие следующим условиям:

- 1) минимальная энергия фотона  $E_\gamma > 20$  МэВ;
- 2) полярный угол фотонов  $30^\circ < \theta_\gamma < 150^\circ$ .

Фотоны, не удовлетворяющие данным условиям, игнорировались.

Для формирования  $\pi^0$ -мезонов перебирались все возможные комбинации фотонов в событии и выбиралась комбинация с минимальным значением  $\chi^2$ -реконструкции. Такая процедура позволяет отбросить «ложные» фотоны, образующиеся за счет ядерного взаимодействия  $\pi$ -мезонов с веществом или за счет пучкового фона.

Далее накладывались дополнительные условия отбора, выработанные с помощью моделирования (см. рис. 2):

$$\chi_{4\pi}^2 < 40, \quad \chi_{3\pi}^2 > 20.$$

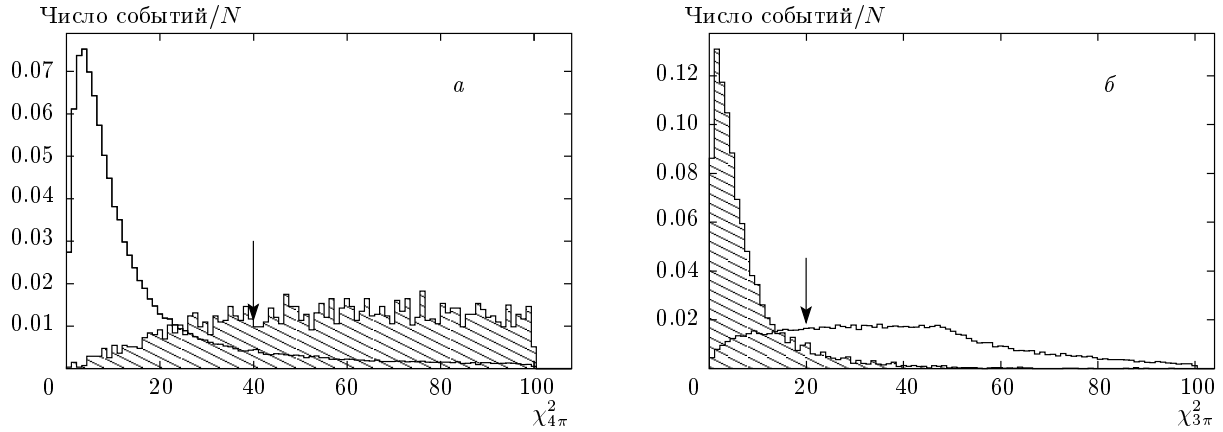


Рис. 2. Нормированные распределения по параметрам  $\chi^2_{4\pi}$  (а) и  $\chi^2_{3\pi}$  (б) для событий моделирования: заштрихованные гистограммы — для процесса  $\pi^+\pi^-\pi^0$ , сплошные линии — для  $\pi^+\pi^-\pi^0\pi^0$

#### 4. ПРОЦЕДУРА ВЫЧИТАНИЯ ФОНА

Для окончательного определения числа событий использовались следующие параметры:  $\chi^2$ -реконструкции в гипотезе  $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-4\gamma$ , инвариантные массы двух  $\pi^0$ -мезонов, составленные из четырех фотонов, взятых в реконструкцию  $\pi^+\pi^-\pi^0\pi^0$ , масса отдачи фотона, не включенного в  $\pi^0$  в модели  $\pi^+\pi^-\pi^0\gamma$ , наименьшая энергия и наименьший угол фотонов, взятых в реконструкцию  $\pi^+\pi^-\pi^0\pi^0$  (см. рис. 3–8). Из этих переменных был построен дискриминатор H-Matrix [13].

Этот дискриминатор строится следующим образом: для каждого события вычисляется величина

$$H(i) = \frac{\chi_B^2(i) - \chi_S^2(i)}{\chi_B^2(i) + \chi_S^2(i)},$$

где  $\chi_{S/B}^2(i)$  —  $\chi^2$  в гипотезе сигнала/фона для  $i$ -го события,  $\chi^2$  вычислен по формуле

$$\chi_{S/B}^2(i) = \sum_{k,l=1}^{N_{var}} (x_k(i) - \bar{x}_{S/B,k}) \times C_{S/B,kl}^{-1} (x_l(i) - \bar{x}_{S/B,l}),$$

$N_{var}$  — число переменных,  $\bar{x}_{S/B,k}$  — среднее значение  $k$ -й переменной, включенной в дискриминатор, в модели сигнал ( $S$ ), фон ( $B$ ),  $x_k(i)$  — значение  $k$ -й переменной для  $i$ -го события,  $C_{S/B,kl}$  — матрица ошибок в модели сигнал ( $S$ ), фон ( $B$ ). Средние значения и матрица ошибок вычислялись по тренировочному набору данных. Такой дискриминатор лучше всего разделяет переменные, распределенные по гауссову закону, с разными средними значениями для фона и сигнала и плохо разделяет гладкие распределения с одинаковыми средними значениями.

На рис. 3–5 изображены распределения по параметрам, включенным в дискриминатор H-Matrix, и их сравнение с результатами моделирования для области энергий 800–1000 МэВ. Распределения фонов и сигнала при моделировании нормировались на соответствующие числа событий, измеренные в настоящей работе. Видно хорошее согласие результатов моделирования и эксперимента.

Для диапазона энергий 750–800 МэВ распределения по параметрам, включенным в дискриминатор H-Matrix, изображены отдельно, так как в этой области сечение процесса  $\pi^+\pi^-\pi^0\pi^0$  значительно меньше сечения фоновых процессов.

Дискриминатор применялся для разделения событий процессов  $\pi^+\pi^-\pi^0\pi^0$  и  $\pi^+\pi^-\pi^0$ . Тренировка дискриминатора осуществлялась на событиях моделирования указанных процессов. Все события моделирования делились на две половины: первая использовалась для обучения алгоритма, вторая — для проверки устойчивости отклика. На рис. 9 изображен отклик дискриминатора H-Matrix на события обоих классов. Для определения совместности распределений использован тест Колмогорова. Установлено, что форма распределения является устойчивой и пригодна для разделения событий сигнала и фона методом функции максимального правдоподобия.

Число событий процесса  $\pi^+\pi^-\pi^0\pi^0$  в каждой точке определялось аппроксимацией распределения по параметру H-Matrix, суммой распределений фона и сигнала (см. рис. 10). Форма распределений фонов и сигнала фиксировалась по моделированию с помощью метода Kernel Estimation [14]. Аппроксимация проводилась методом небинированной функции мак-

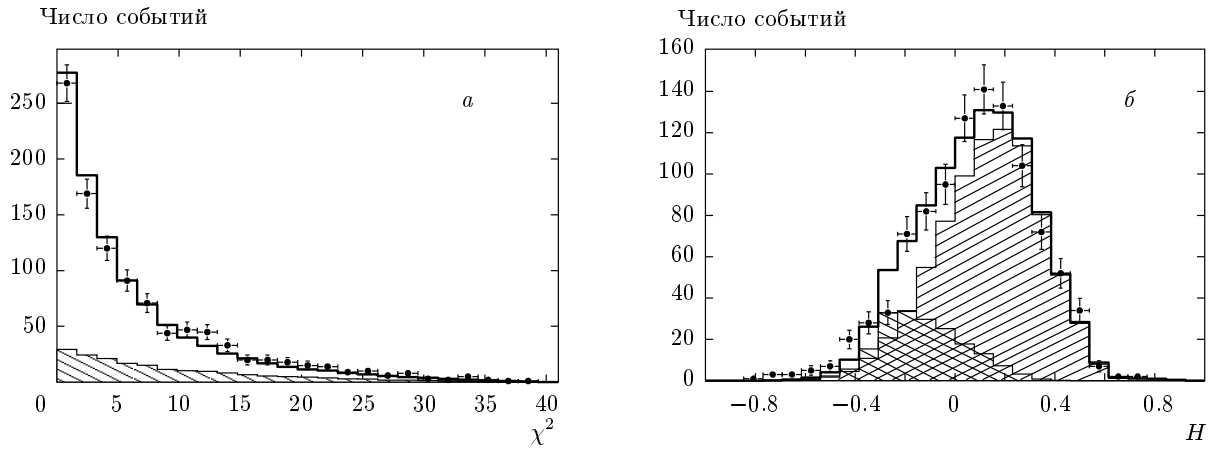


Рис. 3. Распределения по параметрам  $\chi^2(\pi^+\pi^-\eta\gamma)$  (а) и H-Matrix (б). Точки с ошибками — экспериментальные данные, заштрихованные гистограммы — события моделирования фона  $\pi^+\pi^-\pi^0$  (\\)\\), события процесса  $\pi^+\pi^-\pi^0\pi^0$  (///) линии — суммы всех вкладов. События отобраны в диапазоне 800–1000 МэВ

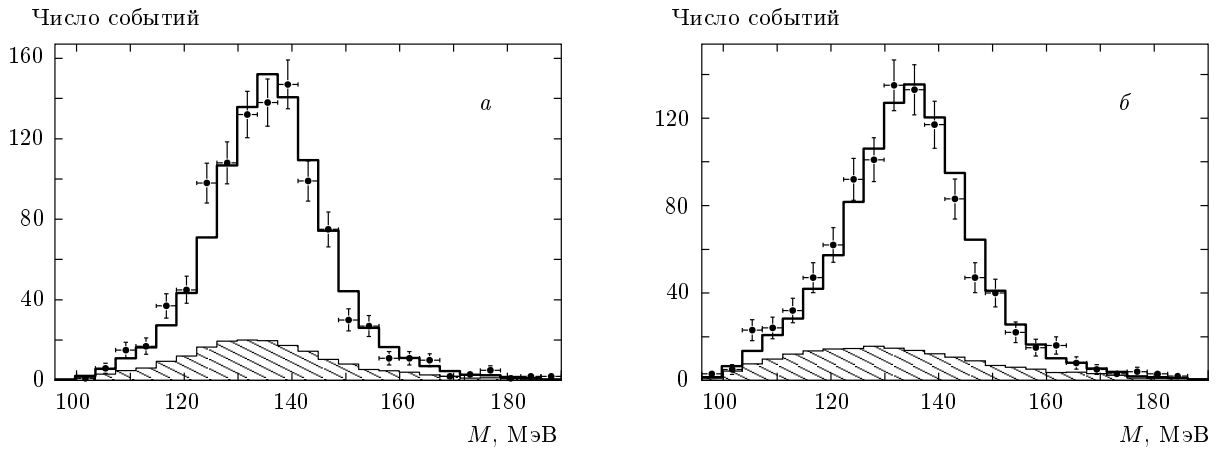


Рис. 4. Распределения по массе наиболее энергичных (а), наименее энергичных (б)  $\pi^0$ -мезонов после реконструкции в модели  $\pi^+\pi^-\eta\gamma$ . Точки с ошибками — экспериментальные данные, заштрихованные гистограммы — события моделирования фона  $\pi^+\pi^-\pi^0$ , линии — суммы всех вкладов. События отобраны в диапазоне 800–1000 МэВ

симального правдоподобия [15]. В функцию правдоподобия был также включен член  $N_s - N \ln N_s$ , фиксирующий число событий. Минимизировалось следующее выражение:

$$\begin{aligned}
 -\ln(L(N_s, N_p)) &= \\
 &= -\sum_{i=1}^N [\ln(N_s f_s(x_i)) + \ln(N_p f_p(x_i))] + \\
 &\quad + N_s - N \ln N_s + N_p - N \ln N_p + \dots,
 \end{aligned}$$

где  $L(N_s, N_p)$  — функция максимального правдоподобия,  $N_p$  — число событий фона,  $N_s$  — число событий сигнала,  $N$  — полное число событий,  $f_s(x)$ ,  $f_p(x)$  — функции распределения по параметрам

H-Matrix и другим соответственно для сигнала и фона.

Для вычитания событий процесса  $\eta\gamma$  использовалось распределение по массе  $M_\gamma$  отдачи фотона, не включенного в  $\pi^0$  при реконструкции  $\pi^+\pi^-\pi^0\gamma$ . События такого фона группируются в районе массы  $\eta$ -мезона (см. рис. 11).

Таким образом, проводилась аппроксимация двумерного распределения по параметрам H-Matrix и  $M_\gamma$  суммой трех распределений: сигнала  $\pi^+\pi^-\pi^0\pi^0$  и двух фонов —  $\pi^+\pi^-\pi^0\gamma$  и  $\eta\gamma$ . Свободными параметрами были числа событий сигнала и перечисленных фонов.

В области энергий  $\sqrt{s} \geq 880$  МэВ предполагалось наличие двух механизмов реакции  $e^+e^- \rightarrow$

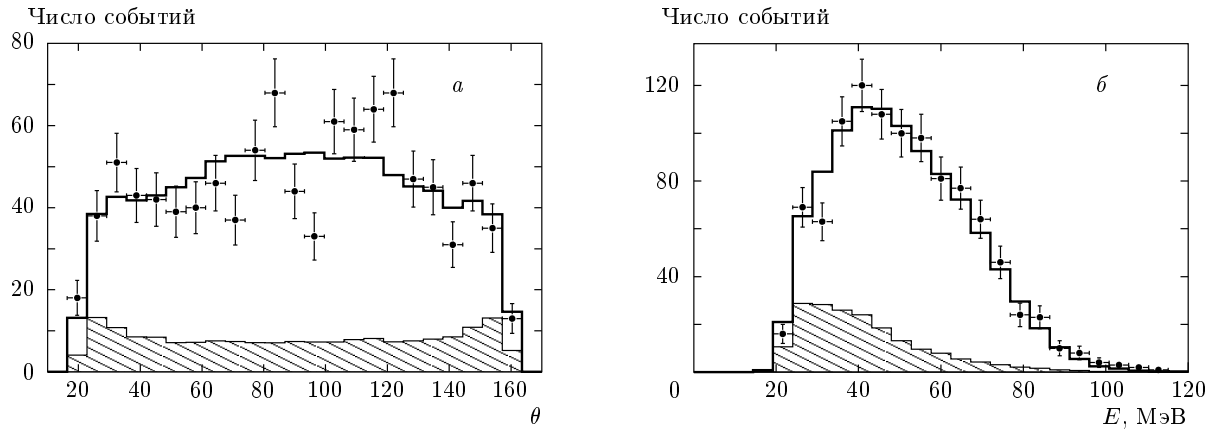


Рис. 5. Распределения по параметрам: наименьшего угла вылета  $\theta$  (а) и наименьшей энергии  $E$  (б) фотона, взятого в реконструкцию. Точки с ошибками — экспериментальные данные, заштрихованные гистограммы — события моделирования фона  $\pi^+\pi^-\pi^0$ , линии — суммы всех вкладов. События отобраны в диапазоне 800–1000 МэВ

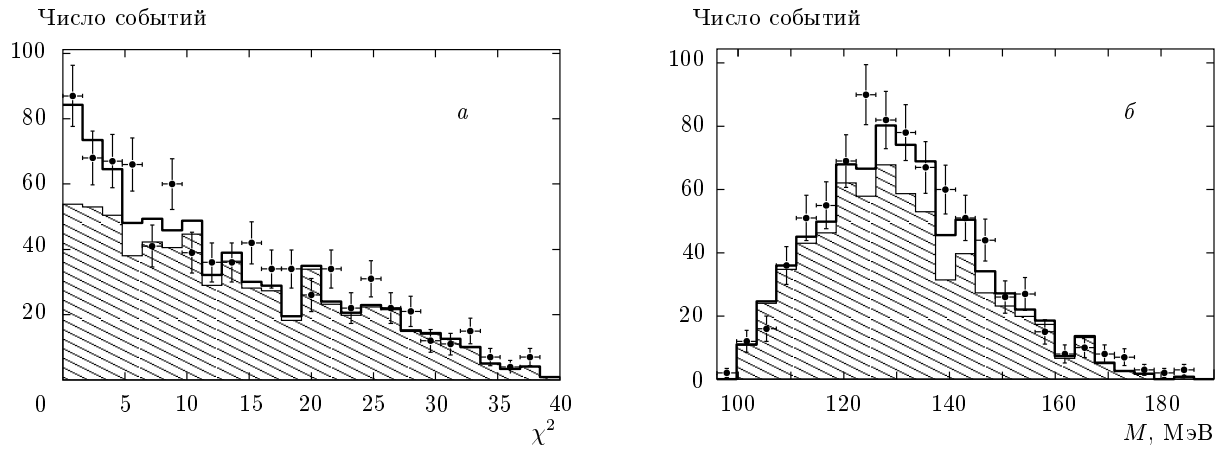


Рис. 6. Распределения по параметрам:  $\chi^2(\pi^+\pi^-4\gamma)$  (а) и массе наименее энергичного  $\pi^0$ -мезона (б). Точки с ошибками — экспериментальные данные, заштрихованные гистограммы — события моделирования фона  $\pi^+\pi^-\pi^0$ , жирные линии — суммы всех вкладов. События отобраны в диапазоне 750–800 МэВ

$\rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0\pi^0$  [16] с промежуточными состояниями  $\omega\pi^0$  и  $a_1\pi$ . Для выделения событий механизма  $\omega\pi^0$  использовалось распределение по массе системы  $\pi^+\pi^-\pi^0$  в реконструкции  $\pi^+\pi^-\pi^0\pi^0$ , наиболее близкой к массе  $\omega$ -мезона ( $M_{3\pi}$ ) (рис. 12).

В области энергий  $\sqrt{s} \geq 800$  МэВ проводилась аппроксимация трехмерного распределения по параметрам N-Matrix,  $M_\gamma$ ,  $M_{3\pi}$  суммой четырех распределений: двух сигналов — механизмы  $\omega\pi^0$  и  $a_1\pi$  — и двух фонов  $\pi^+\pi^-\pi^0\gamma$  и  $\eta\gamma$ .

### 5. ЭФФЕКТИВНОСТЬ РЕГИСТРАЦИИ

Эффективность регистрации определялась методом Монте-Карло (см. рис. 13). Среднее значение

эффективности регистрации для канала  $a_1\pi$  равно  $(33.5 \pm 0.4)\%$ , для канала  $\omega\pi^0$  —  $(32.5 \pm 1.4)\%$ .

Негладкое поведение эффективности можно объяснить наличием неработавших в эксперименте каналов. Плохие каналы заносились во время эксперимента в специальный список и воспроизводились при моделировании. Разница в эффективности регистрации для различных механизмов реакции  $\pi^+\pi^-\pi^0\pi^0$  объясняется различными угловыми распределениями для различных механизмов.

Высокая эффективность регистрации — приблизительно 34% (геометрическая эффективность данного процесса составляет около 43%) — связана с примененной методикой разделения эффект/фон, которая позволила пользоваться относительно мягкими условиями отбора.

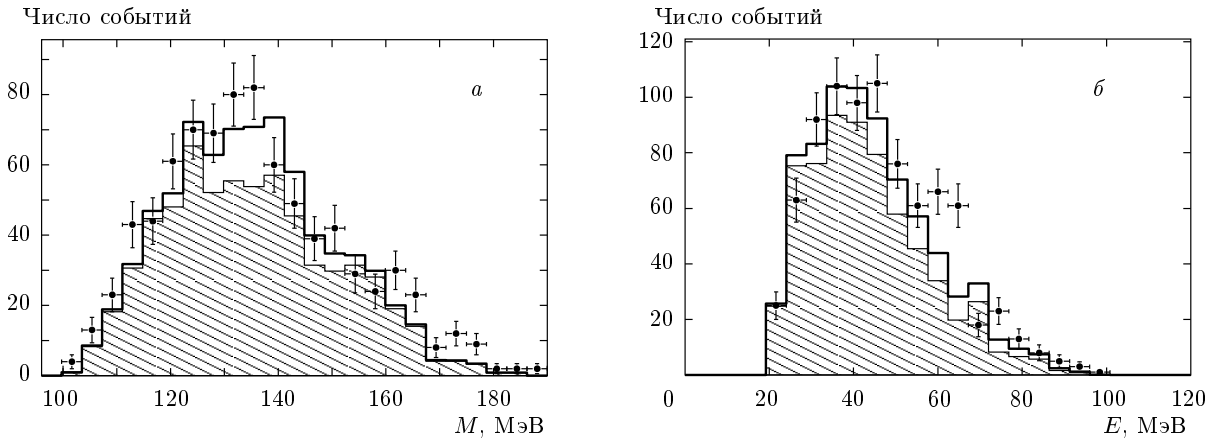


Рис. 7. Распределения по параметрам: массе наиболее энергичного  $\pi^0$ -мезона (а) и наименьшей энергии фотона, взятого в реконструкцию (б). Точки с ошибками — экспериментальные данные, заштрихованные гистограммы — события моделирования фона  $\pi^+\pi^-\pi^0$ , жирные линии — суммы всех вкладов. События отобраны в диапазоне 750–800 МэВ

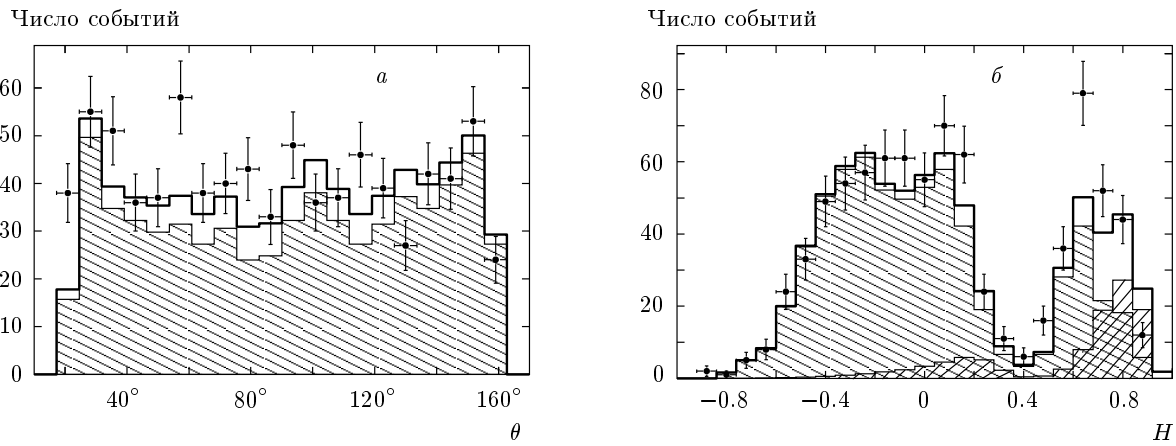


Рис. 8. Распределения по параметрам: наименьшему углу вылета фотона, взятого в реконструкцию (а) и H-Matrix (б). Точки с ошибками — экспериментальные данные, заштрихованные гистограммы — события моделирования фона  $\pi^+\pi^-\pi^0$  (\\), события моделирования  $\pi^+\pi^-\pi^0\pi^0$  (///), линии — суммы всех вкладов. События отобраны в диапазоне 750–800 МэВ

### 6. АППРОКСИМАЦИЯ СЕЧЕНИЯ

Видимое сечение процесса  $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0\pi^0$  в каждой точке по энергии определялось по формуле

$$\sigma_{vis}(E) = \frac{N_{4\pi}(E)}{IL(E)\varepsilon(E)},$$

где  $N_{4\pi}$  — число событий искомого процесса,  $IL(E)$  — интегральная светимость в данной точке,  $\varepsilon$  — эффективность регистрации. Видимое сечение изображено на рис. 14. Видимое сечение аппроксимировалось теоретически ожидаемым сечением:

$$\sigma_{th}(E) = \int_0^{X_{max}} F(x, E)\sigma_{born}(\sqrt{1-x}E) dx.$$

Здесь  $\sigma_{born}(E)$  — борновское сечение, функция  $F$  описывает вероятность потери доли энергии  $x$  на излучение фотонов из начального состояния. Радиационная поправка рассчитывалась по формуле

$$\delta_{rad}(E) = \sigma_{th}(E)/\sigma_{born}(E) - 1.$$

Борновское сечение в области  $\sqrt{s} > 880$  МэВ для механизма  $\omega\pi^0$  параметризовалось в рамках модели векторной доминантности с учетом  $\rho$ -мезона и двух его возбуждений:

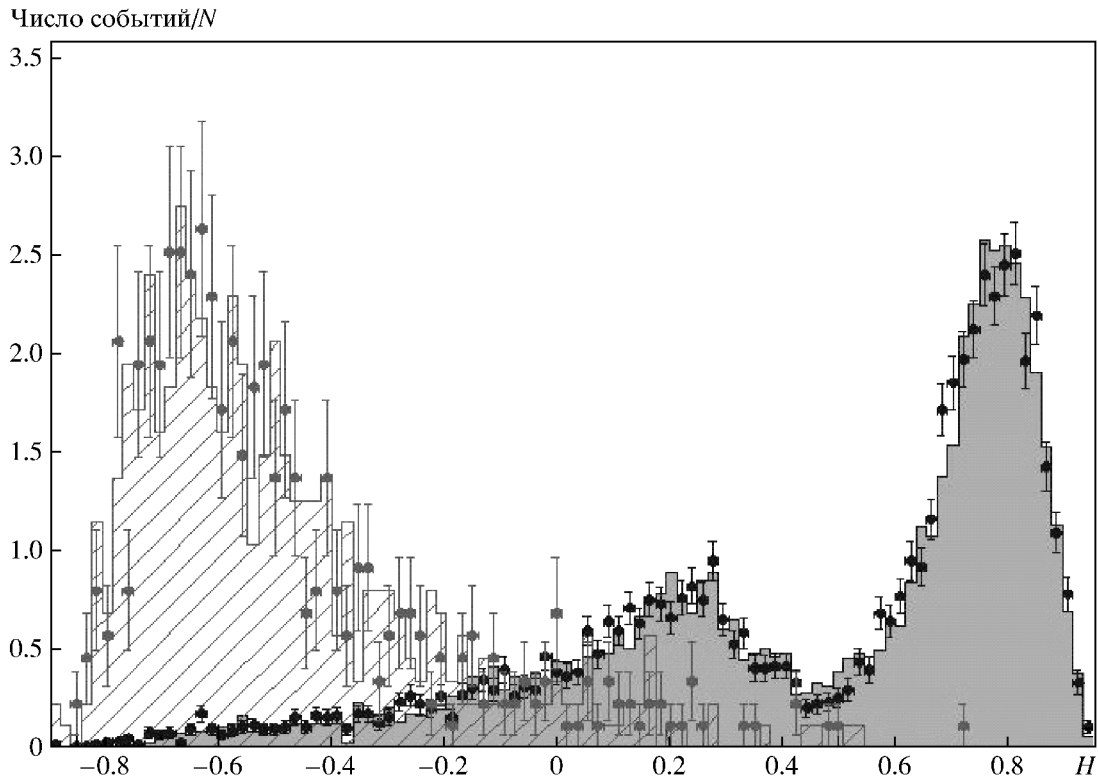


Рис. 9. Распределение по параметру H-Matrix. Точки с ошибками — события моделирования, использованные для тренировки дискриминатора: черные — сигнал, серые — фон. Заштрихованная гистограмма — события моделирования фона  $\pi^+\pi^-\pi^0$ , серая гистограмма — события моделирования сигнала  $\pi^+\pi^-\pi^0\pi^0$ . События отобраны в диапазоне 781.9–782.1 МэВ. Тест Колмогорова – Смирнова: вероятность для сигнала (фона) равна 0.629 (0.994)

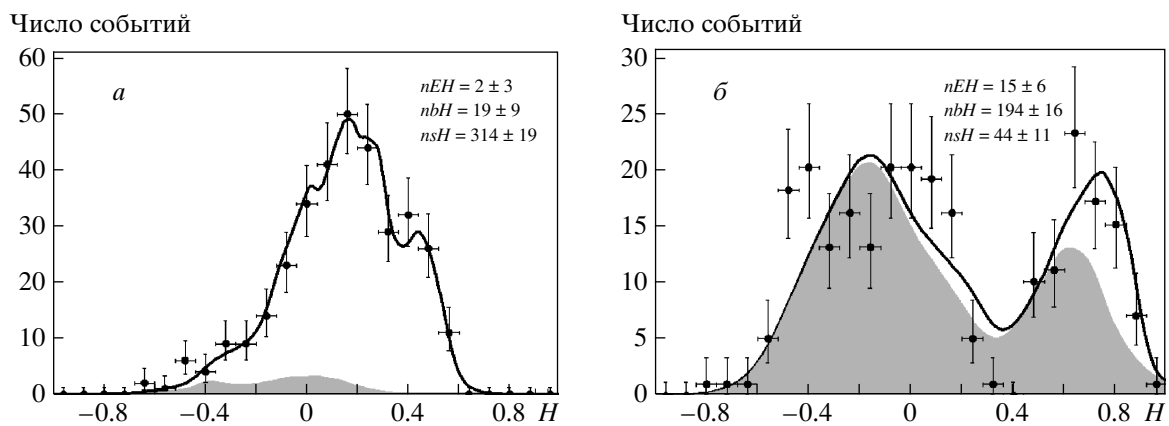


Рис. 10. Распределение по параметру H-Matrix. Точки с ошибками — экспериментальные данные, серые гистограммы — события моделирования фона  $\pi^+\pi^-\pi^0$ , сплошные кривые — результат аппроксимации. Энергия в с.ц.м. 970 (а), 782 (б) МэВ.  $nsH$  — число событий сигнала,  $nbH$  — число событий фона  $\pi^+\pi^-\pi^0$ ,  $nEH$  — число событий фона  $\eta\gamma$ . Общее число событий 335 (а), 253 (б)



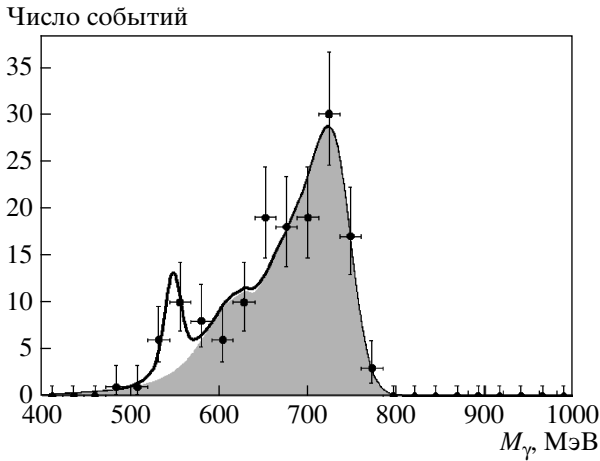


Рис. 11. Распределение по параметру  $M_\gamma$ . Точки с ошибками — экспериментальные данные, серая гистограмма — сумма событий моделирования фона  $\pi^+\pi^-\pi^0$  и сигнала  $\pi^+\pi^-\pi^0\pi^0$ , сплошная кривая — результат аппроксимации. Энергия в с.ц.м. 784 МэВ.  $N_s = 28 \pm 8$ , число событий фона  $\pi^+\pi^-\pi^0$   $106 \pm 12$ , число событий фона  $\eta\gamma$   $14 \pm 6$ . Общее число событий 148

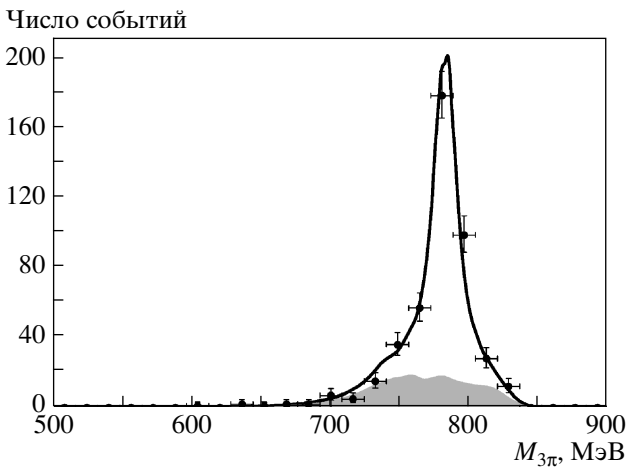


Рис. 12. Распределение по параметру  $M_{3\pi}$ . Точки с ошибками — экспериментальные данные, серая гистограмма — сумма событий моделирования фона  $\pi^+\pi^-\pi^0$  и сигнала  $a_1\pi$ , сплошная кривая — результат аппроксимации. Энергия в с.ц.м. 970 МэВ. Число событий сигнала механизма  $\omega\pi^0$   $331 \pm 23$ , число событий фона  $\pi^+\pi^-\pi^0$   $78 \pm 13$ , число событий фона  $\eta\gamma$   $5 \pm 3$ , число событий эффекта  $a_1\pi$   $32 \pm 14$ . Общее число событий 446

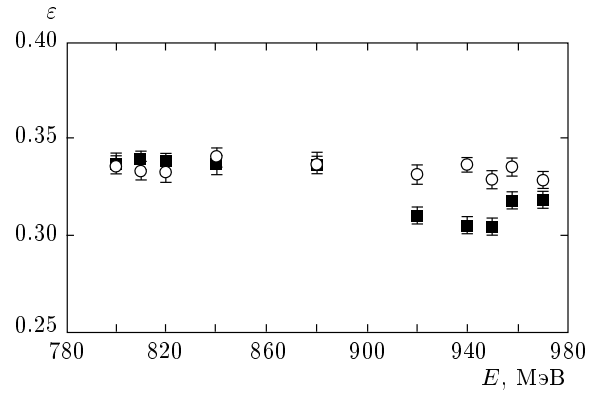


Рис. 13. Эффективность регистрации реакции  $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0\pi^0$ , показаны только статистические ошибки; промежуточные механизмы  $a_1\pi$  ( $\blacksquare$ ),  $\omega\pi^0$  ( $\circ$ )

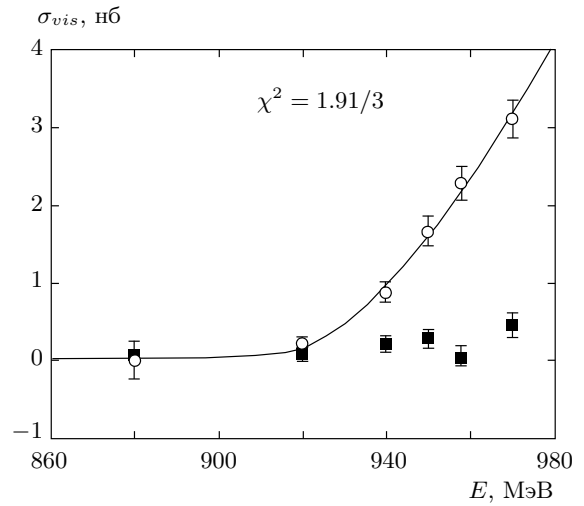


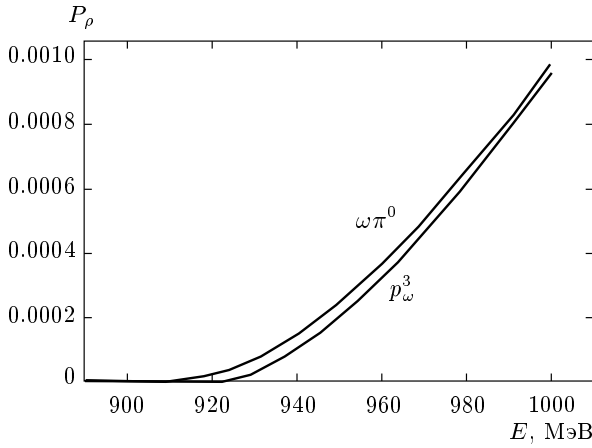
Рис. 14. Видимое сечение реакции  $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0\pi^0$ , промежуточные механизмы  $\omega\pi^0$  ( $\circ$ ),  $a_1\pi$  ( $\blacksquare$ ); кривая — результат аппроксимации для механизма  $\omega\pi^0$

$$\sigma_{born}(E) = \frac{4\pi\alpha^2}{E^3} \frac{g_{\rho\omega\pi}}{f_\rho} \times \left| \frac{m_\rho^2}{D_\rho(E)} + A_{\rho'} \frac{m_{\rho'}^2}{D_{\rho'}(E)} + A_{\rho''} \frac{m_{\rho''}^2}{D_{\rho''}(E)} \right|^2 P_\rho(E),$$

где

$$D_\rho(E) = m_\rho^2 - E^2 - iE\Gamma_\rho(E),$$

$\alpha$  — постоянная тонкой структуры,  $g_{\rho\omega\pi}$ ,  $f_\rho$  — константы связи,  $m_{\rho^i}$  — массы соответствующих мезонов. Фазовый объем  $P_\rho$  (рис. 15) определялся по формуле, взятой из работы [9]:



**Рис. 15.** Зависимость фазового объема реакции  $\omega\pi^0$  от энергии и асимптотическая зависимость  $P_\rho(E) = (1/3)p_\omega^3 B(\omega \rightarrow 3\pi)$

$$P_\rho(E) \propto \int_{S(E)} \frac{q\Gamma_{\omega \rightarrow f}(E)p_\omega^3(q, E)}{|D_\omega(E)|^2} dq^2,$$

где  $p_\omega$  — импульс  $\omega$ -мезона. Ширина  $\rho$ -мезонов была параметризована как

$$\Gamma_{\rho^i}(Q) = \Gamma_{\rho^i} \left( \frac{m_{\rho^i}}{Q} \right)^2 \left( \frac{q_i(Q)}{q_i(m_{\rho^i})} \right)^3,$$

где

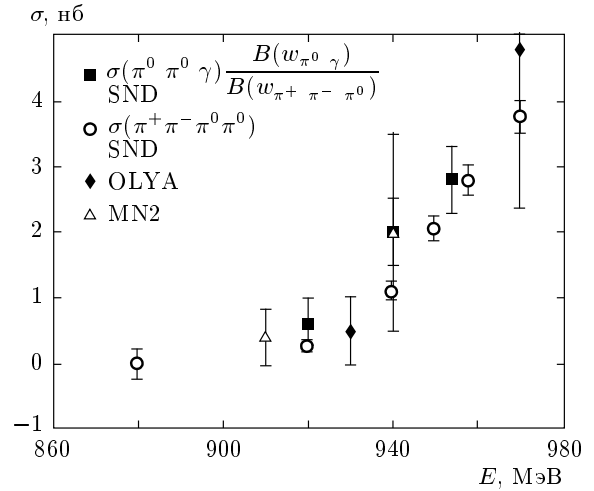
$$q_i(E) = \frac{1}{2} \sqrt{E^2 - 4m_\pi^2}.$$

При аппроксимации свободными параметрами были  $A_\rho, A_{\rho'}, A_{\rho''}$  — амплитуды в максимуме энергии соответствующего  $\rho$ -мезона.

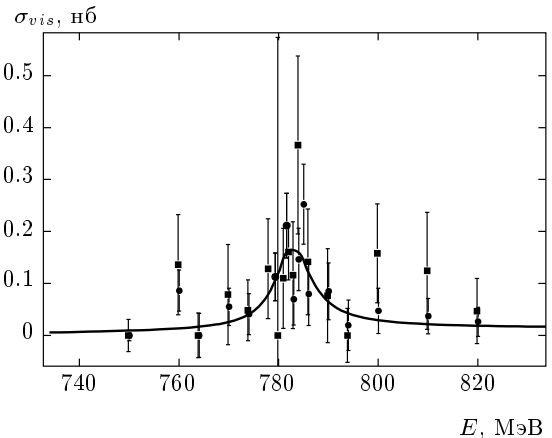
Для сравнения на рис. 16 приведены значения борновского сечения, полученные нами в предыдущих экспериментах и в настоящей работе. Видно, что сечение, полученное в данной работе, согласуется с предыдущими измерениями, но имеет лучшую точность определения. Сечение в канале  $\omega\pi^0 \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0\pi^0$  находится в согласии с сечением в канале  $\omega\pi^0 \rightarrow \pi^0\pi^0\gamma$ .

Для определения радиационной поправки для сечения механизма  $a_1\pi$  тоже использовалась модель векторной доминантности с учетом  $\rho$ -мезона и двух его возбуждений, но с другим фазовым объемом. Фазовый объем взят из работы [1]. Свободными параметрами при аппроксимации были также сечение  $\sigma_0$  в максимуме резонанса,  $A_{\rho'}, A_{\rho''}$  (см. рис. 17).

В области  $E < 880$  МэВ сечение процесса  $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0\pi^0$  было измерено впервые. В этой области использовалось несколько моделей. В первой мо-



**Рис. 16.** Борновское сечение реакции  $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0\pi^0$ , данные настоящей работы (○), MN2 [8] (△), OLYA [6] (◆), ■ — сечение процесса  $e^+e^- \rightarrow \omega\pi^0 \rightarrow \pi^0\pi^0\gamma$ , умноженное на отношение соответствующих вероятностей распада



**Рис. 17.** Видимое сечение реакции  $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0\pi^0$ : результаты экспериментов OME 0001 (●), OME 9803 (■)

дели сечение аппроксимировалось прямой суммой  $\rho$ - и  $\omega$ -резонансов:

$$\sigma_{born}(E) = \frac{4\pi\alpha^2}{E^3} \frac{P_\rho(E)}{|D_\rho(E)|^2} + \frac{4\pi\alpha^2}{E^3} \frac{P_\omega(E)}{|D_\omega(E)|^2},$$

где  $P_\rho(E), P_\omega(E)$  — факторы фазового объема соответственно для  $\rho$ - и  $\omega$ -резонансов,  $D_\rho(E), D_\omega(E)$  — обратные пропагаторы. Фактор фазового объема для  $\omega$ -мезона вычислялся в модели  $\omega \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0$ , что соответствует основному фоновому процессу. Обсуждение данной модели см. далее в разд. 7.

Свободными параметрами являлись сечения в максимуме резонансов, для них получены следующие значения:  $\sigma_\rho = (1.84 \pm 0.85) \cdot 10^{-2}$  нб,  $\sigma_\omega = (1.83 \pm 0.34) \cdot 10^{-1}$  нб при  $\chi^2 = 28.1/38$ . Используя формулу для сечения в максимуме резонанса:

$$\sigma_0 = \frac{12\pi B_{ee} B_{4\pi}}{M^2},$$

$M$  — масса соответствующего резонанса,  $B_{ee}$  — вероятность распада на  $e^+e^-$ , можно получить

$$B(\rho \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0\pi^0) = (1.60 \pm 0.74) \cdot 10^{-5},$$

$$B(\omega \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0\pi^0) = (1.06 \pm 0.20) \cdot 10^{-4}.$$

Вторая модель предполагала наличие интерференции между  $\rho$ - и  $\omega$ -резонансами со свободной фазой. Использовался фактор фазового объема, такой же как и для механизма  $a_1\pi$ . Свободными параметрами являлись сечения в максимуме резонансов и фаза интерференции, для них получены следующие значения:  $\sigma_\rho = (1.5 \pm 0.79) \cdot 10^{-2}$  нб,  $\sigma_\omega = (1.05 \pm 0.35) \cdot 10^{-1}$  нб,  $\varphi_{\rho\omega} = -7.12^\circ \pm 30.6^\circ$  при  $\chi^2 = 27.7/37$ , что соответствует

$$B(\rho \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0\pi^0) = (1.31 \pm 0.69) \cdot 10^{-5},$$

$$B(\omega \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0\pi^0) = (6.1 \pm 2.0) \cdot 10^{-5}.$$

Третья модель предполагала наличие интерференции между  $\rho$ - и  $\omega$ -резонансами со свободной фазой, как во второй модели, но с добавкой прямой суммы  $\omega$ -мезона. Для интерферирующей части использовался фактор механизма  $a_1\pi$ , для неинтерферирующей части фактор фазового объема вычислялся в модели  $\omega \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0$ . Свободными параметрами являлись сечения в максимуме резонансов и фаза интерференции, всего четыре параметра. Получены следующие значения параметров:  $\sigma_\rho = (1.5 \pm 0.79) \cdot 10^{-2}$  нб,  $\sigma_{\omega int} = (1.05^{+0.39}_{-1.05}) \cdot 10^{-1}$  нб,  $\varphi_{\rho\omega} = -7.12^\circ \pm 30.6^\circ$ ,  $\sigma_{\omega free} < 0.23$  нб при  $\chi^2 = 27.7/36$ . Функция правдоподобия в данном случае имеет непрерывное множество минимумов, так как параметры  $\sigma_{\omega int}$  и  $\sigma_{\omega free}$  сильно коррелированы. Верхний предел для распада  $\omega \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0\pi^0$ , соответствующий  $\sigma_{\omega free} < 0.23$  нб, равен  $B(\omega \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0\pi^0) < 2 \cdot 10^{-4}$  на уровне достоверности 90%. Радиационная поправка к сечению вычислялась согласно первой модели, причем сечение  $\omega$ -резонанса считалось фоновым и не участвовало в вычислении радиационной поправки. Результаты измерений приведены в табл. 1–6.

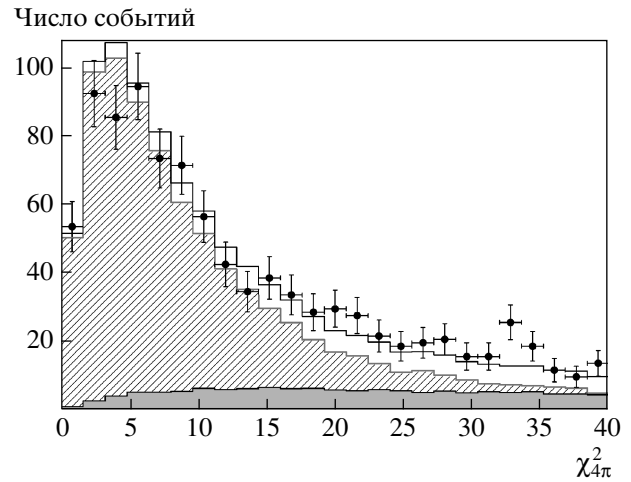


Рис. 18. Распределение параметра  $\chi^2$  кинематической реконструкции в модели  $\pi^+\pi^-\pi^0\pi^0$ . Точки с ошибками — экспериментальное распределение, серая гистограмма — события моделирования фона  $\pi^+\pi^-\pi^0$ , заштрихованная гистограмма — события моделирования эффекта  $\pi^+\pi^-\pi^0\pi^0$ , линия — сумма всех вкладов. События отобраны в диапазоне 800–1000 МэВ

## 7. СИСТЕМАТИЧЕСКИЕ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ

В диапазоне 900–1000 МэВ процесс  $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0\pi^0$  доминирует и выделяется достаточно хорошо, что создает благоприятные условия для оценки систематических неопределенностей. Основной параметр, с помощью которого выделяется процесс  $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0\pi^0$ , это  $\chi^2$  кинематической реконструкции. Распределение по этому параметру хорошо описывается моделированием в области  $\chi^2 < 40$  (см. рис. 18). Но неизвестно, с какой точностью моделирование описывает «хвост» этого распределения. Чтобы оценить систематическую неопределенность, связанную с неточностью описания распределения  $\chi^2$  в области  $\chi^2 > 40$  мы отбросили условие  $\chi^2_{4\pi} < 40$ . В области 920–980 МэВ процесс  $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0\pi^0$  доминирует над фоном, и процедура разделения фона и сигнала позволила выделить события искомого процесса в этом диапазоне без использования отбора по  $\chi^2$ .

Для оценки систематических ошибок, связанных с остальными условиями отбора, мы поступали аналогичным образом — последовательно отбрасывали по одному условию отбора и проводили процедуру разделения сигнал/фон заново. Изменения сечения при «отбросе» одного из условий отбора приведено

**Таблица 1.** Сечение процесса  $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0\pi^0$  в эксперименте ОМЕ 9803. Уровень достоверности верхних пределов составляет 68.27% ( $1\sigma$ )

$2E$ , МэВ	$\sigma_{vis}$ , нб	$N$	$\varepsilon$ , %	$IL$ , нб $^{-1}$	$\delta_{rad}$	$\sigma_{born}$ , нб
$659.864 \pm 0.157$	$< 0.042$	$< 0.50$	$28.96 \pm 1.74$	$41.61 \pm 0.16$	$-0.7069$	$< 0.142$
$689.898 \pm 0.194$	$< 0.038$	$< 0.50$	$26.20 \pm 0.32$	$50.73 \pm 0.18$	$-0.6929$	$< 0.123$
$719.85 \pm 0.182$	$< 0.026$	$< 0.50$	$31.66 \pm 0.36$	$61.61 \pm 0.21$	$-0.6983$	$< 0.085$
$749.842 \pm 0.198$	$< 0.031$	$< 0.53$	$32.41 \pm 0.36$	$52.92 \pm 0.20$	$-0.1565$	$< 0.037$
$759.836 \pm 0.208$	$0.136 \pm 0.096$	$2.00 \pm 1.41$	$32.62 \pm 0.36$	$44.98 \pm 0.19$	$-0.1580$	$0.162 \pm 0.114$
$763.838 \pm 0.211$	$< 0.043$	$< 0.59$	$33.18 \pm 0.36$	$41.32 \pm 0.18$	$-0.1578$	$< 0.051$
$769.840 \pm 0.215$	$0.079 \pm 0.097$	$1.18 \pm 1.45$	$32.78 \pm 0.36$	$45.76 \pm 0.19$	$-0.1568$	$0.093 \pm 0.114$
$773.838 \pm 0.213$	$0.049 \pm 0.059$	$1.05 \pm 1.27$	$33.38 \pm 0.37$	$65.07 \pm 0.23$	$-0.1557$	$0.057 \pm 0.069$
$777.874 \pm 0.214$	$0.128 \pm 0.096$	$4.41 \pm 3.31$	$33.70 \pm 0.37$	$102 \pm 0.29$	$-0.1543$	$0.152 \pm 0.114$
$779.818 \pm 0.244$	$< 0.573$	$< 8.67$	$34.00 \pm 0.37$	$44.5 \pm 0.19$	$-0.1536$	$< 0.677$
$780.93 \pm 0.238$	$0.110 \pm 0.096$	$5.12 \pm 4.47$	$33.26 \pm 0.37$	$139.93 \pm 0.34$	$-0.1531$	$0.130 \pm 0.114$
$781.972 \pm 0.243$	$0.161 \pm 0.054$	$21.11 \pm 7.05$	$33.57 \pm 0.37$	$391.12 \pm 0.56$	$-0.1527$	$0.190 \pm 0.063$
$782.856 \pm 0.213$	$0.116 \pm 0.103$	$3.33 \pm 2.96$	$33.48 \pm 0.37$	$85.95 \pm 0.26$	$-0.1523$	$0.137 \pm 0.121$
$783.854 \pm 0.218$	$0.367 \pm 0.171$	$9.74 \pm 4.55$	$33.58 \pm 0.37$	$79.15 \pm 0.25$	$-0.1518$	$0.432 \pm 0.202$
$785.886 \pm 0.217$	$0.142 \pm 0.102$	$4.60 \pm 3.30$	$33.01 \pm 0.37$	$98.31 \pm 0.28$	$-0.1509$	$0.167 \pm 0.120$
$789.836 \pm 0.224$	$0.077 \pm 0.091$	$1.53 \pm 1.81$	$33.25 \pm 0.37$	$60.10 \pm 0.22$	$-0.1491$	$0.090 \pm 0.107$
$793.826 \pm 0.228$	$< 0.052$	$< 0.96$	$33.27 \pm 0.37$	$55.83 \pm 0.21$	$-0.1471$	$< 0.061$
$799.826 \pm 0.230$	$0.159 \pm 0.095$	$2.89 \pm 1.74$	$33.69 \pm 0.37$	$54.22 \pm 0.21$	$-0.1440$	$0.185 \pm 0.111$
$809.832 \pm 0.247$	$< 0.068$	$< 1.58$	$33.63 \pm 0.26$	$69.38 \pm 0.24$	$-0.1389$	$< 0.079$
$819.828 \pm 0.243$	$< 0.209$	$< 8.55$	$33.52 \pm 0.26$	$121.78 \pm 0.33$	$-0.1341$	$< 0.242$
$839.808 \pm 0.257$	$< 0.025$	$< 1.26$	$33.90 \pm 0.26$	$151.64 \pm 0.38$	$-0.1258$	$< 0.028$

**Таблица 2.** Сечение процесса  $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0\pi^0$ , промежуточный механизм  $a_1\pi$  в эксперименте ОМЕ 9803

$2E$ , МэВ	$\sigma_{vis}$ , нб	$N$	$\varepsilon$ , %	$IL$ , нб $^{-1}$	$\delta_{rad}$	$\sigma_{born}$ , нб
$879.786 \pm 0.283$	$0.064 \pm 0.039$	$3.89 \pm 2.39$	$33.828 \pm 0.4$	$179.53 \pm 0.43$	$-0.1152$	$0.073 \pm 0.045$
$919.776 \pm 0.343$	$0.082 \pm 0.060$	$9.63 \pm 6.99$	$33.196 \pm 0.4$	$351.76 \pm 0.63$	$-0.1103$	$0.093 \pm 0.067$
$939.788 \pm 0.321$	$0.209 \pm 0.086$	$22.30 \pm 9.15$	$33.688 \pm 0.4$	$316.36 \pm 0.61$	$-0.1091$	$0.235 \pm 0.096$
$949.790 \pm 0.316$	$0.286 \pm 0.095$	$26.31 \pm 8.88$	$32.916 \pm 0.4$	$283.92 \pm 0.59$	$-0.1087$	$0.316 \pm 0.107$
$957.794 \pm 0.319$	$0.060 \pm 0.100$	$5.20 \pm 8.67$	$33.556 \pm 0.4$	$257.48 \pm 0.56$	$-0.1085$	$0.068 \pm 0.113$
$969.798 \pm 0.335$	$0.456 \pm 0.139$	$41.85 \pm 12.73$	$32.884 \pm 0.4$	$278.98 \pm 0.60$	$-0.1083$	$0.512 \pm 0.156$

**Таблица 3.** Сечение процесса  $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0\pi^0$ , промежуточный механизм  $\omega\pi^0$  в эксперименте ОМЕ 9803

$2E$ , МэВ	$\sigma_{vis}$ , нб	$N$	$\varepsilon$ , %	$IL$ , нб $^{-1}$	$\delta_{rad}$	$\sigma_{born}$ , нб
$879.786 \pm 0.283$	$< 0.21$	$< 12.9$	$33.7 \pm 0.4$	$179.53 \pm 0.43$	$-0.1588$	$< 0.25$
$919.776 \pm 0.343$	$0.21 \pm 0.07$	$23.4 \pm 7.1$	$31.0 \pm 0.4$	$351.76 \pm 0.63$	$-0.2173$	$0.268 \pm 0.089$
$939.788 \pm 0.321$	$0.87 \pm 0.11$	$84.4 \pm 11.0$	$30.5 \pm 0.4$	$316.36 \pm 0.61$	$-0.2098$	$1.101 \pm 0.139$
$949.790 \pm 0.316$	$1.66 \pm 0.16$	$143.7 \pm 13.7$	$30.5 \pm 0.4$	$283.92 \pm 0.59$	$-0.1958$	$2.064 \pm 0.199$
$957.794 \pm 0.319$	$2.28 \pm 0.19$	$186.7 \pm 15.7$	$31.8 \pm 0.4$	$257.48 \pm 0.56$	$-0.1861$	$2.801 \pm 0.233$
$969.798 \pm 0.335$	$3.11 \pm 0.22$	$277.6 \pm 19.8$	$32.0 \pm 0.4$	$278.98 \pm 0.60$	$-0.1740$	$3.765 \pm 0.266$

**Таблица 4.** Сечение процесса  $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0\pi^0$  в эксперименте ОМЕ 0001

$2E$ , МэВ	$\sigma_{vis}$ , нб	$N$	$\varepsilon$ , %	$IL$ , нб $^{-1}$	$\delta_{rad}$	$\sigma_{born}$ , нб
$660.020 \pm 0.178$	$< 0.013$	$< 0.50$	$29.17 \pm 1.75$	$128.62 \pm 0.29$	$-0.707$	$< 0.046$
$720.020 \pm 0.201$	$< 0.004$	$< 0.53$	$31.61 \pm 0.36$	$407.69 \pm 0.56$	$-0.698$	$< 0.014$
$750.022 \pm 0.225$	$< 0.010$	$< 0.52$	$28.07 \pm 0.34$	$182.20 \pm 0.40$	$-0.157$	$< 0.012$
$760.022 \pm 0.236$	$0.086 \pm 0.040$	$5.98 \pm 2.74$	$32.30 \pm 0.36$	$214.33 \pm 0.44$	$-0.158$	$0.103 \pm 0.047$
$764.020 \pm 0.256$	$< 0.042$	$< 3.20$	$32.73 \pm 0.36$	$230.45 \pm 0.46$	$-0.158$	$< 0.050$
$770.022 \pm 0.241$	$0.055 \pm 0.036$	$4.68 \pm 3.05$	$32.43 \pm 0.36$	$261.52 \pm 0.49$	$-0.157$	$0.066 \pm 0.043$
$774.024 \pm 0.237$	$0.041 \pm 0.039$	$2.18 \pm 2.09$	$32.20 \pm 0.36$	$165.22 \pm 0.40$	$-0.156$	$0.048 \pm 0.047$
$779.297 \pm 2.000$	$0.119 \pm 0.048$	$17.63 \pm 7.18$	$33.10 \pm 0.26$	$449.56 \pm 0.66$	$-0.154$	$0.140 \pm 0.057$
$781.386 \pm 0.996$	$0.222 \pm 0.066$	$35.98 \pm 10.64$	$30.56 \pm 0.25$	$531.60 \pm 0.72$	$-0.153$	$0.261 \pm 0.077$
$783.018 \pm 0.234$	$0.070 \pm 0.050$	$9.76 \pm 6.92$	$33.22 \pm 0.37$	$420.33 \pm 0.63$	$-0.152$	$0.082 \pm 0.058$
$784.018 \pm 0.235$	$0.146 \pm 0.060$	$14.22 \pm 5.86$	$32.94 \pm 0.36$	$295.11 \pm 0.53$	$-0.152$	$0.173 \pm 0.071$
$785.020 \pm 0.237$	$0.253 \pm 0.077$	$19.44 \pm 5.94$	$33.18 \pm 0.36$	$232.01 \pm 0.47$	$-0.151$	$0.298 \pm 0.091$
$786.018 \pm 0.236$	$0.080 \pm 0.061$	$4.79 \pm 3.66$	$32.37 \pm 0.37$	$185.67 \pm 0.42$	$-0.151$	$0.094 \pm 0.072$
$790.018 \pm 0.238$	$0.085 \pm 0.055$	$4.04 \pm 2.60$	$32.96 \pm 0.36$	$144.46 \pm 0.37$	$-0.149$	$0.100 \pm 0.064$
$794.016 \pm 0.238$	$0.020 \pm 0.049$	$0.90 \pm 2.23$	$27.81 \pm 0.33$	$165.23 \pm 0.40$	$-0.147$	$0.023 \pm 0.057$
$800.018 \pm 0.242$	$0.047 \pm 0.044$	$3.80 \pm 3.51$	$33.11 \pm 0.36$	$242.78 \pm 0.49$	$-0.144$	$0.055 \pm 0.051$
$810.018 \pm 0.243$	$0.037 \pm 0.034$	$2.84 \pm 2.59$	$33.08 \pm 0.36$	$229.95 \pm 0.48$	$-0.139$	$0.043 \pm 0.040$
$820.018 \pm 0.246$	$0.026 \pm 0.028$	$1.87 \pm 2.01$	$33.40 \pm 0.37$	$213.55 \pm 0.48$	$-0.134$	$0.030 \pm 0.033$
$840.028 \pm 0.261$	$0.044 \pm 0.024$	$8.34 \pm 4.58$	$32.88 \pm 0.36$	$575.33 \pm 0.81$	$-0.126$	$0.050 \pm 0.028$

на рис. 19. Измеренная таким образом систематическая неопределенность составила 1.9%. К ней следует также добавить систематические неопределен-

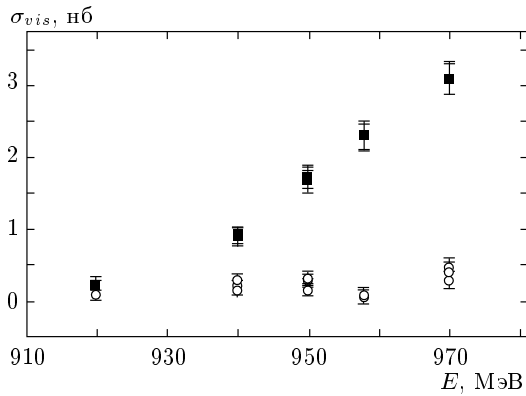
ности, связанные с измерением светимости  $\sim 2\%$  и вычислением радиационной поправки  $\sim 1\%$ . Итоговую систематическую погрешность в диапазоне

**Таблица 5.** Сечение процесса  $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0\pi^0$ , промежуточный механизм  $a_1\pi$  в эксперименте ОМЕ 0001

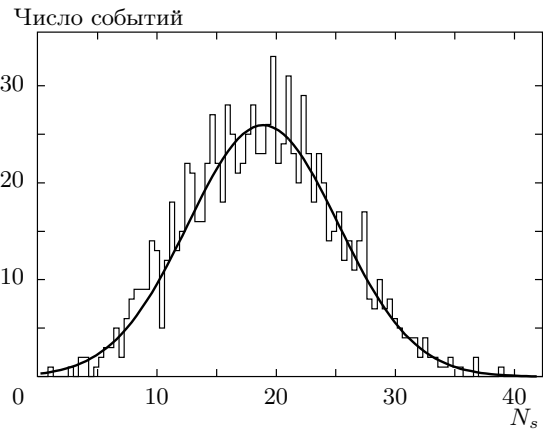
$2E$ , МэВ	$\sigma_{vis}$ , нб	$N$	$\varepsilon$ , %	$IL$ , нб $^{-1}$	$\delta_{rad}$	$\sigma_{born}$ , нб
$880.022 \pm 0.294$	$0.083 \pm 0.122$	$6.31 \pm 9.28$	$33.52 \pm 0.37$	$226.86 \pm 0.55$	-0.115	$0.094 \pm 0.138$
$920.018 \pm 0.311$	$0.123 \pm 0.096$	$6.88 \pm 5.37$	$33.25 \pm 0.37$	$168.00 \pm 0.49$	-0.110	$0.138 \pm 0.108$
$940.020 \pm 0.319$	$0.166 \pm 0.105$	$11.63 \pm 7.34$	$33.42 \pm 0.37$	$210.21 \pm 0.61$	-0.109	$0.186 \pm 0.117$

**Таблица 6.** Сечение процесса  $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0\pi^0$ , промежуточный механизм  $\omega\pi^0$  в эксперименте ОМЕ 0001

$2E$ , МэВ	$\sigma_{vis}$ , нб	$N$	$\varepsilon$ , %	$IL$ , нб $^{-1}$	$\delta_{rad}$	$\sigma_{born}$ , нб
$880.022 \pm 0.294$	$0.054 \pm 0.137$	$4.03 \pm 10.28$	$33.10 \pm 0.36$	$226.86 \pm 0.55$	-0.159	$0.064 \pm 0.163$
$920.018 \pm 0.311$	$0.273 \pm 0.111$	$13.94 \pm 5.70$	$30.45 \pm 0.35$	$168.00 \pm 0.49$	-0.218	$0.349 \pm 0.142$
$940.020 \pm 0.319$	$1.103 \pm 0.159$	$68.94 \pm 9.95$	$29.74 \pm 0.35$	$210.21 \pm 0.61$	-0.210	$1.396 \pm 0.201$



**Рис. 19.** Видимое сечение реакции  $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0\pi^0$  для случаев: наложены все условия отбора (■), отброшены условия отбора  $\chi^2_{4\pi} < 40$  (○) и  $\chi^2_{3\pi} > 20$  (\*). Точки ○ и \* совпадают



**Рис. 20.** Распределение по числу  $N_s$  экспериментальных событий, найденных процедурой вычитания фона. Генерация проводилась для  $N_s = 19$  событий эффекта и 95 событий фона. Среднее значение  $N_s = 18.91 \pm 0.21$ ,  $\chi^2/ndf = 44.37/76$ ,  $\sigma = 6.317 \pm 0.168$

920–980 МэВ мы оцениваем равной 3%.

В области энергий ниже 880 МэВ фон процесса  $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0$  значительно превосходит сигнал. Для определения систематической неопределенности, вносимой процедурой вычитания фона в этой области, применялся метод Монте-Карло по заданному распределению (Toy Monte Carlo). Используя функции распределения, полученные в разд. 4, методом Монте-Карло генерировалось 1000 наборов, содержащих  $N_p$  событий фона и  $N_s$  событий сигнала. Для генерации использовались те же распределения, что и при определении числа событий в эксперименте, с теми же величинами  $N_p$  и  $N_s$ . Для каждого из 1000 наборов проводилась процедура опре-

деления числа событий так же, как и для экспериментальных событий. Распределение по числу сигнальных событий, полученное таким способом, является гауссовым со средним значением  $N_s$  и шириной, соответствующей экспериментальной неопределенности числа сигнальных событий в данной точке (рис. 20). Таким образом, мы установили, что процедура определения числа событий не вносит систематического сдвига результатов даже при малом числе сигнальных событий. Это дает нам основание распространить систематическую неопределен-

ность, измеренную в диапазоне 920–980 МэВ, на весь интервал энергий.

Особое внимание было уделено области пика  $\omega$ -мезона (778–788 МэВ). Здесь имеется значительное число событий, определенных как события эффекта. Для задания систематической неопределенности мы поступили здесь так же, как и в области 920–980 МэВ, т. е. отбросили по очереди каждое из условий отбора и провели процедуру вычитания фона заново. Был обнаружен систематический сдвиг сечения, сечение увеличилось на  $0.119 \pm 0.114$  нб.

Значительный систематический сдвиг в пике  $\omega$ -мезона можно объяснить наличием неучтенного в моделировании эффекта либо неизвестным механизмом распада  $\omega \rightarrow \pi^+ \pi^- \pi^0 \pi^0$ .

С помощью имеющейся статистики не представляется возможным изучить угловые распределения и распределения по инвариантным массам в области  $\omega$ -мезона и установить экспериментально, какой эффект мы наблюдаем. Ситуация осложняется и тем, что отсутствуют теоретические предсказания для распада  $\omega \rightarrow \pi^+ \pi^- \pi^0 \pi^0$ . Возможно, ситуацию удастся прояснить в будущих экспериментах на ВЭПП-2000 [17], где ожидается несколько тысяч таких событий вместо нескольких десятков имеющих сегодня.

Если считать, что весь вклад  $\omega$ -мезона связан с фоном, то можно установить следующий верхний предел:  $B(\omega \rightarrow \pi^+ \pi^- \pi^0 \pi^0) < 1.36 \cdot 10^{-4}$  на уровне достоверности 90 % (первая модель). Если воспользоваться третьей моделью, допускающей существование интерферирующего вклада и вклада фона, то верхний предел для прямого распада  $\omega \rightarrow \pi^+ \pi^- \pi^0 \pi^0$  будет равен  $B(\omega \rightarrow \pi^+ \pi^- \pi^0 \pi^0) < 2 \cdot 10^{-4}$  на уровне достоверности 90 %, а на интерферирующую часть —  $B(\omega \rightarrow \pi^+ \pi^- \pi^0 \pi^0) < 1 \cdot 10^{-4}$ . Из всех перечисленных верхних пределов мы выбираем наибольший, т. е.  $B(\omega \rightarrow \pi^+ \pi^- \pi^0 \pi^0) < 2 \cdot 10^{-4}$  на уровне достоверности 90 %. Исходя из наших измерений, мы не можем утверждать, что существует интерферирующий распад  $\omega \rightarrow \pi^+ \pi^- \pi^0 \pi^0$ . Также нет и теоретических предсказаний этого распада. На нашем уровне точности мы используем первую модель для вычисления радиационной поправки. При этом разность радиационных поправок для первой и второй моделей может достигать 11 %.

## 8. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В эксперименте с СНД на ускорителе ВЭПП-2М измерено сечение процесса  $e^+ e^- \rightarrow \pi^+ \pi^- \pi^0 \pi^0$ . В об-

ласти  $920 < \sqrt{s} < 980$  МэВ измерение имеет наилучшую на сегодня точность, систематическая неопределенность значительно меньше статистической. В области  $\sqrt{s} < 920$  МэВ данное сечение измерено впервые.

Вероятность распада  $\rho \rightarrow \pi^+ \pi^- \pi^0 \pi^0$  составила  $B(\rho \rightarrow \pi^+ \pi^- \pi^0 \pi^0) = (1.60 \pm 0.74 \pm 0.18) \cdot 10^{-5}$ . Верхний предел для распада  $\omega \rightarrow \pi^+ \pi^- \pi^0 \pi^0$  определен как  $B(\omega \rightarrow \pi^+ \pi^- \pi^0 \pi^0) < 2 \cdot 10^{-4}$  на уровне достоверности 90 %. Эти результаты следует сравнивать с данными Particle Data Group 2006 г. [8], которые дают следующие верхние пределы:  $B(\rho \rightarrow \pi^+ \pi^- \pi^0 \pi^0) < 4 \cdot 10^{-5}$ ,  $B(\omega \rightarrow \pi^+ \pi^- \pi^0 \pi^0) < 2 \cdot 10^{-2}$ . Видно, что нам удалось подавить фон  $3\pi$  на два порядка лучше, чем в предыдущих работах, и измерить вероятность распада  $\rho \rightarrow \pi^+ \pi^- \pi^0 \pi^0$ .

Авторы выражают благодарность Н. Н. Ачасову, А. А. Кожевникову и А. В. Киселеву за обсуждение теоретических моделей. Работа выполнена при частичной поддержке Президента РФ (грант № НШ-5655.2008.2).

## ЛИТЕРАТУРА

1. N. N. Achasov and A. A. Kozhevnikov, Phys. Rev. D **71**, 034015 (2005); А. А. Кожевников, Дисс. ... докт. физ.-матем. наук, Институт математики им. С. Л. Соболева, Новосибирск (2004).
2. N. N. Achasov and A. A. Kozhevnikov, Phys. Atom. Nucl. **69**, 293 (2006).
3. I. Banyai and V. Rittenberg, Phys. Rev. **184**, 1903 (1969).
4. R. R. Akhmetshin et al., Phys. Lett. B **475**, 190 (2000).
5. М. Н. Ачасов и др., ЖЭТФ **123**, 899 (2003).
6. L. M. Kurdadze et al., Pis'ma Zh. Eksp. Teor. Fiz. **43**, 497 (1986)
7. B. Aubert et al., Phys. Rev. D **71**, 052001 (2005); arXiv:hep-ex/0502025v1.
8. W. M. Yao et al. (Particle Data Group), J. Phys. G: Nucl. Part. Phys. **33**, 1 (2006).
9. В. М. Аульченко и др., ЖЭТФ **117**, 1067 (2000); В. П. Дружинин, Дисс. ... докт. физ.-матем. наук, ИЯФ им. Г. И. Будкера, Новосибирск (2000).
10. M. N. Achasov et al., Nucl. Instr. Meth. Phys. Res. A **449**, 125 (2000).

11. A. N. Skrinsky, in *Proc. of the Workshop on Physics and Detectors for DAFNE*, Frascati, Italy (1995), p. 3.
12. A. N. Skrinsky and Yu. M. Shatunov, *Sov. Phys. Usp.* **32**, 548 (1989).
13. A. Hocker, P. Speckmayer, J. Stelser, F. Tegenfeldt, H. Voss, and K. Voss, arXiv:physics/0703039, <http://tmva.sf.net>.
14. K. S. Cranmer, *Comput. Phys. Comm.* **136**, 198 (2001); arXiv:hep-ex/0011057v1.
15. W. Verkerke and D. Kirkby, arXiv:physics/0306116.
16. R. R. Akhmetshin et al., *Phys. Lett. B* **475**, 190 (2000).
17. Yu. M. Shatunov et al., *Proc.  $\gamma^{th}$  Europ. Particle Accelerator Conf. (EPAC 2000)*, Vienna, Austria (2000), p. 439.