

ЛОКАЛИЗАЦИЯ ИЗЛУЧЕНИЯ В ДВУМЕРНЫХ СЛУЧАЙНЫХ СРЕДАХ КОНЕЧНОЙ ПРОТЯЖЕННОСТИ

*А. Ю. Ветлужский**

*Отдел физических проблем при Президиуме Бурятского научного центра
Сибирского отделения Российской академии наук
670047, Улан-Удэ, Россия*

Поступила в редакцию 28 января 2009 г.

Теоретически исследовано явление локализации электромагнитных волн в случайной двумерной среде, состоящей из сильно рассеивающих элементов. Показано, что в средах конечной протяженности для выявления локализационных состояний наряду с анализом дистанционной зависимости коэффициента прохождения необходим учет пространственного распределения интенсивности излучения внутри среды.

PACS: 42.25.Hz, 71.55.Jv

1. ВВЕДЕНИЕ

Распространение электромагнитных волн в случайных дискретных средах сопровождается рядом эффектов. Одним из наиболее исследуемых в течение двух последних десятилетий является сильная локализация излучения. Изначально концепция данного эффекта была предложена Андерсоном [1] в середине прошлого века применительно к описанию диффузии электронов в кристаллических решетках в случайном потенциале. Начиная с 1980-х годов понятие «локализация» начинает использоваться для описания эффектов, сопровождающих распространение электромагнитных (классических) волн в случайных дискретных средах. При этом различают два уровня локализационных состояний.

Первый — это слабая локализация или усиление обратного рассеяния, связанное с взаимной когерентностью волн, многократно рассеянных на одних и тех же частицах при распространении во взаимно противоположных направлениях [2]. Это явление традиционно рассматривается в качестве предвестника сильной локализации (далее для краткости называемой просто локализацией), в результате которой наступает полное подавление распространения волн в случайной среде [3–9]. При этом коэффициент прохождения приобретает экспоненци-

ально убывающий характер, описываемый законом $T^2 \approx \exp(-L/l_{loc})$, где L — линейная протяженность среды, l_{loc} — локализационная длина, являющаяся основным критерием степени локализации излучения.

Несмотря на большое количество работ, посвященных локализации и опубликованных в последние годы, в изучении данной проблемы остается много нерешенных вопросов. Экспериментальные наблюдения локализации даже в одномерных структурах осложняются наличием поглощения [10–12], которое также приводит к экспоненциальному убыванию уровня поля. В то же время прямое численное моделирование волнового распространения в случайных средах требует больших вычислительных ресурсов, поскольку для выявления локализационных состояний необходим анализ процессов в структурах достаточно большой протяженности [13]. В связи с этим для корректного изучения волновой локализации необходимо получение минимальных значений величины l_{loc} . При этом в экспериментальных исследованиях необходимо, чтобы l_{loc} была меньше абсорбционной длины, т. е. аналогичного параметра, характеризующего уменьшение уровня поля из-за поглощения. При численном моделировании l_{loc} должна быть меньше линейных размеров исследуемой случайной структуры [14].

Для уменьшения l_{loc} используются два подхода. Первый заключается в привнесении случайности в

*E-mail: vay@pres.bscnet.ru; vetl@list.ru

расположение элементов периодических структур, обладающих запрещенными зонами в спектре собственных электромагнитных состояний (фотонных кристаллов) [3, 15]. При этом на границах и внутри запрещенных зон возможно проявление локализационных эффектов. Второй подход заключается в изучении локализации в сильно рассеивающих средах. Такая ситуация возможна при рассмотрении резонансных случаев, например, обусловленных резонансами Ми для частиц, образующих дискретную структуру. Альтернативой может служить анализ систем, в которых рассеиватели имеют значительно больший показатель преломления, чем окружающая их однородная среда заполнения [16].

В настоящей работе в качестве объекта исследования выбрана случайная двумерная система, состоящая из идеально проводящих элементов (с бесконечно большой проводимостью), за счет чего обеспечивается максимальный контраст показателей преломления рассеивателей $n_2 \rightarrow \infty$ и окружающей среды $n_1 = 1$. Основной целью работы является анализ особенностей пространственного распределения интенсивности излучения в той части структуры, в которой происходит переход от когерентного к диффузионному распространению волн [5]. Покажем, что при сильном рассеянии в данной области возможна концентрация энергии поля, которую необходимо учитывать при определении условий, при которых происходит волновая локализация.

2. ОПИСАНИЕ МОДЕЛИ И МЕТОДИКИ РАСЧЕТОВ

Исследуемая структура представляет собой N круговых цилиндров радиуса a , размещенных случайно и параллельно друг другу в однородной среде в пределах прямоугольной площадки длиной L и шириной W . Структура возбуждается полем линейного электрического тока, ориентированного параллельно цилиндрам, таким образом, рассматривается случай E -поляризации волн. Численное моделирование проводилось на основе теории многократного рассеяния [17]. Методика расчетов применительно к задачам рассеяния волн на системах цилиндрических элементов подробно обсуждалась в работе [18]. Кратко суть ее сводится к следующему.

Поле в присутствии системы параллельных цилиндров может быть представлено в виде

$$u(\mathbf{r}, \mathbf{r}_0) = u_{inc} + u_{scatt} = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \left\{ AH_m^{(1)}(k|\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_0|) J_m(k|\mathbf{r} - \mathbf{r}_j|) \times \exp(-im(\varphi_{\mathbf{r}-\mathbf{r}_j} - \varphi_{\mathbf{r}_j-\mathbf{r}_0})) + \sum_{j=1}^N B_{mj} H_m^{(1)}(k|\mathbf{r} - \mathbf{r}_j|) \exp(-im\varphi_{\mathbf{r}-\mathbf{r}_j}) \right\}. \quad (1)$$

Здесь первое слагаемое описывает поле прямой волны, второе — поле, рассеянное на цилиндрах; $H_m^{(1)}$ — функция Ханкеля первого рода m -го порядка, J_m — функция Бесселя m -го порядка; волновое число $k = (2\pi/c)f$, c — скорость света, f — частота; $\mathbf{r}_0, \mathbf{r}, \mathbf{r}_j$ — радиус-векторы, определяющие соответственно положение источника, приемника поля и произвольного j -го цилиндра; φ — азимутальные углы, образованные указанными векторами и осью x декартовой системы координат; A — коэффициент, описывающий амплитуду падающей волны, B_{mj} — коэффициент, определяющий амплитуду возбуждения j -го цилиндра под действием поля прямой волны и волн, рассеянных на других элементах структуры. Для нахождения неизвестных коэффициентов необходимо удовлетворить граничным условиям на поверхности цилиндров. Для этого при формулировке данных условий на одном из элементов волновые функции в дифракционных рядах, описывающих поля, рассеянные на остальных цилиндрах, с использованием теоремы сложения выражаются через собственные волновые функции рассматриваемого элемента. В результате выражение (1) приводится к следующему виду:

$$u(\mathbf{r}, \mathbf{r}_0) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \left\{ AH_m^{(1)}(k|\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_0|) J_m(k|\mathbf{r} - \mathbf{r}_j|) \times \exp(-im(\varphi_{\mathbf{r}-\mathbf{r}_j} - \varphi_{\mathbf{r}_j-\mathbf{r}_0})) + B_{mj} H_m^{(1)}(k|\mathbf{r} - \mathbf{r}_j|) \exp(-im\varphi_{\mathbf{r}-\mathbf{r}_j}) + \sum_{\substack{f=1 \\ f \neq j}}^N \sum_{s=-\infty}^{\infty} B_{mf} H_{m-s}^{(1)}(k|\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_f|) J_m(k|\mathbf{r} - \mathbf{r}_f|) \times \exp(-i(m-s)\varphi_{\mathbf{r}_j-\mathbf{r}_f}) \right\}. \quad (2)$$

Последовательно удовлетворяя граничным условиям на поверхности каждого рассеивателя, получаем систему N линейных алгебраических уравнений относительно коэффициентов B_m , которую решаем стандартными методами, определяя тем самым поле в присутствии двумерной системы случайно расположенных элементов.

В ходе численного моделирования определялись значения полной $I = \langle |u|^2 \rangle$ и когерентной $I_{coh} = \langle |u| \rangle^2$ интенсивностей излучения, нормированные интенсивностью поля в отсутствие структуры $I_0 = |u_{inc}|^2$, а также коэффициент прохождения волн сквозь структуру $T = u/u_{inc}$. Количество реализаций расположений элементов, по которым проводилось усреднение, определялось сходимостью результатов расчетов и варьировалось от 500 до 1000.

3. РЕЗУЛЬТАТЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ И ИХ ОБСУЖДЕНИЕ

Для выявления условий максимального проявления локализационных эффектов или, иначе говоря, для получения минимальных значений l_{loc} воспользуемся традиционным подходом и примем во внимание условия возникновения запрещенных зон в спектре собственных состояний структуры, аналогичной исследуемой, однако образованной регулярно расположенными элементами. Так, в работе [19] было показано, что для двумерно-периодической системы круговых цилиндров с бесконечной проводимостью характерным является появление единственной полной запрещенной зоны в области низких частот.

Рассмотрим образец, состоящий из элементов радиуса $a = 0.05$ см, размещенных абсолютно случайно со средней плотностью $\rho = 0.5$ см⁻² в области с шириной $W = 128$ см и изменяющейся длиной. Источник поля располагается на расстоянии $R = 22$ см от облучаемой границы структуры (рис. 1). Указанные поперечные размеры структуры практически исключают влияние на получаемые результаты дифракционных эффектов, возникающих вследствие ограниченности области размещения элементов.

На рис. 2 изображены рассчитанные частотные зависимости усредненного коэффициента прохождения волн сквозь структуру, $\langle \ln |T|^2 \rangle$, определяемого на расстоянии 15 см от ее границы. Изменение протяженности структуры в ходе моделирования проводилось за счет увеличения количества элементов, располагающихся в соответствующей области, при этом количество элементов на единицу площади оставалось неизменным. Поскольку поведение полученных зависимостей качественно совпадает, на каждой из них можно выделить три участка, указанных на рис. 2 вертикальными штриховыми линиями: участок I, в пределах которого коэффициент прохождения имеет относительно большое значение,

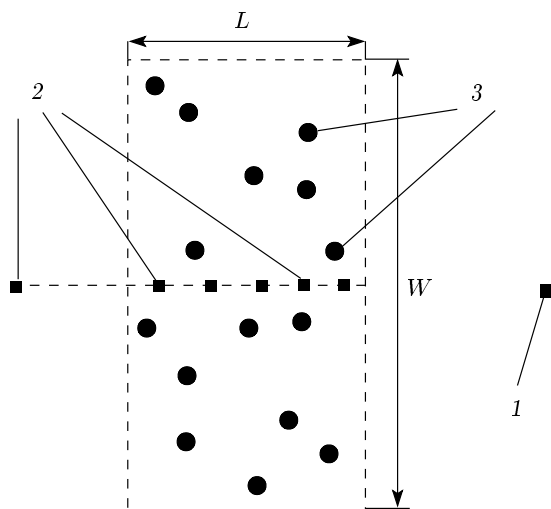


Рис. 1. Концептуальная схема рассматриваемой в работе системы: 1 — источник поля, 2 — места расположения приемника излучения, 3 — цилиндрические рассеиватели

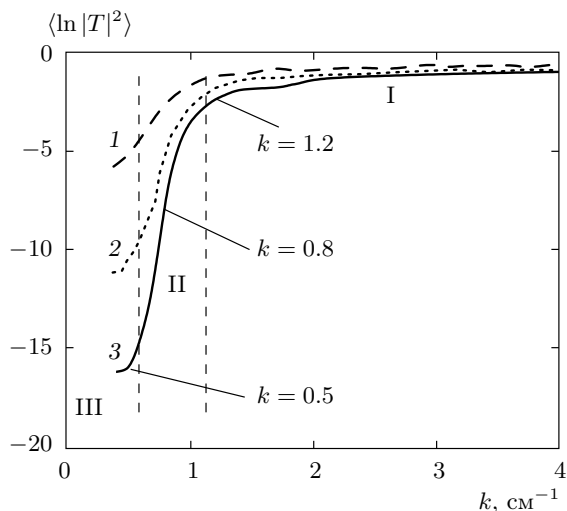


Рис. 2. Зависимости усредненного коэффициента прохождения волн через случайную структуру, $\langle \ln |T|^2 \rangle$, от волнового числа k для образцов длиной $L = 4$ (1), 8 (2), 12 (3) см

переходный участок II и участок III, характеризующийся интенсивным подавлением поля.

Определим характер убывания коэффициента прохождения с увеличением длины L системы при трех значениях волновых чисел, обозначенных на рис. 2, каждое из которых соответствует одному из указанных выше участков. Из рис. 3 следует, что для всех трех волновых чисел наблюдается линей-

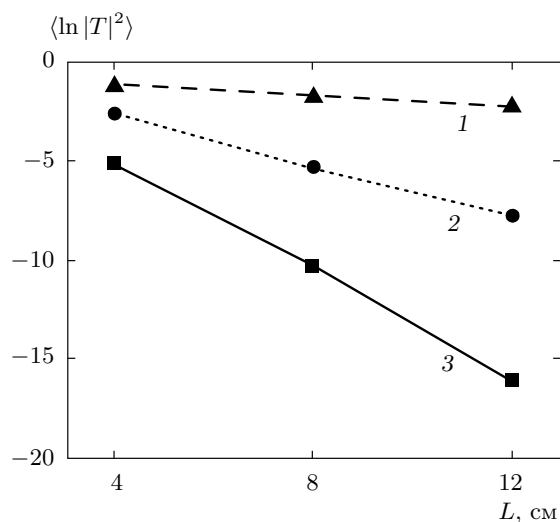


Рис. 3. Зависимости усредненного коэффициента прохождения волн через случайную структуру, $\langle \ln |T|^2 \rangle$, от ее протяженности для различных значений волнового числа: $k = 1.2$ (1), 0.8 (2), 0.5 (3) см $^{-1}$

ная зависимость усредненного коэффициента прохождения $\langle \ln |T|^2 \rangle = -L/l_{loc}$, в принципе позволяющая говорить о наступлении локализации. Однако при этом локализационная длина только для значений k , относящихся к участкам II и III характеристик, оказывается существенно меньше продольных размеров самой среды и сопоставима со средним расстоянием между элементами структуры. В области I величина l_{loc} имеет значительно большее значение, так как коэффициент прохождения при $k = 1.2$ см $^{-1}$ слабо меняется с изменением линейной протяженности образца, а с дальнейшим ростом частоты вообще практически перестает изменяться. Поэтому для структур рассматриваемой длины говорить о локализации излучения на частотах, соответствующих участкам I рассчитанных зависимостей, не корректно.

Чтобы выявить особенности трансформации нелокализованных волновых состояний в локализованные, проанализируем поведение интенсивностей поля при прохождении излучения через рассматриваемую структуру. На рис. 4 и 5 представлены результаты расчета пространственного распределения полной и когерентной относительных интенсивностей в образцах протяженностью соответственно $L = 12$ см и $L = 4$ см. Пунктирными линиями на рисунках обозначены границы областей, в пределах которых случайным образом располагаются элементы. Направление падающей

на структуру волны противоположно направлению положительного отсчета оси L и изображено на рис. 4а стрелкой.

Полученные результаты позволяют сделать следующие выводы. Очевидно, что только зависимости, рассчитанные для $k = 0.5$ см $^{-1}$ и представленные на рис. 4а, 5а могут трактоваться как описывающие состояние локализации излучения. В данном случае полная и когерентная интенсивности убывают по экспоненциальному закону по мере погружения вглубь среды. При этом их поведение полностью совпадает, а вне структуры со стороны прихода падающей волны наблюдается ярко выраженная интерференционная картина, возникающая вследствие интенсивного отражения волн от структуры.

Известно, что полная интенсивность, имеющая смысл плотности энергии поля, может быть представлена в виде суммы двух составляющих: когерентной и флуктуационной (диффузионной). Когерентная часть определяется степенью фазовой согласованности суммарных рассеянных полей во всех реализациях размещения элементов. При этом, очевидно, что в ситуации, когда они расположены абсолютно случайно, величина когерентной интенсивности оказывается связанной в основном с актами однократного рассеяния поля на отдельных элементах в каждой из рассматриваемых реализаций. В противоположность этому флуктуационная составляющая интенсивности зависит от взаимного влияния случайно расположенных элементов, а значит, определяется процессами многократного рассеяния волн на них. Близость к нулю флуктуационной интенсивности в рассматриваемом случае, следующая из рис. 4а и 5а, по сути означает полное подавление многократно рассеянных компонент поля. А поскольку перенос энергии в достаточно частой структуре, состоящей из сильно рассеивающих элементов, физически представляет собой диффузионный процесс и, следовательно, определяется именно этими компонентами поля, их отсутствие может трактоваться как прекращение распространения волн через структуру, т. е. локализация излучения.

Отметим, что ранее в работе [20] уменьшение флуктуаций коэффициента прохождения, наряду с линейной зависимостью величины $\langle \ln |T|^2 \rangle$ от протяженности случайной среды, также рассматривалось в качестве одного из признаков наступления локализации.

С ростом частоты ситуация существенно меняется. Уже при $k = 0.8$ см $^{-1}$ (рис. 4б, 5б) наблюдается значительное различие в поведении полной и когерентной интенсивностей. Если последняя, как

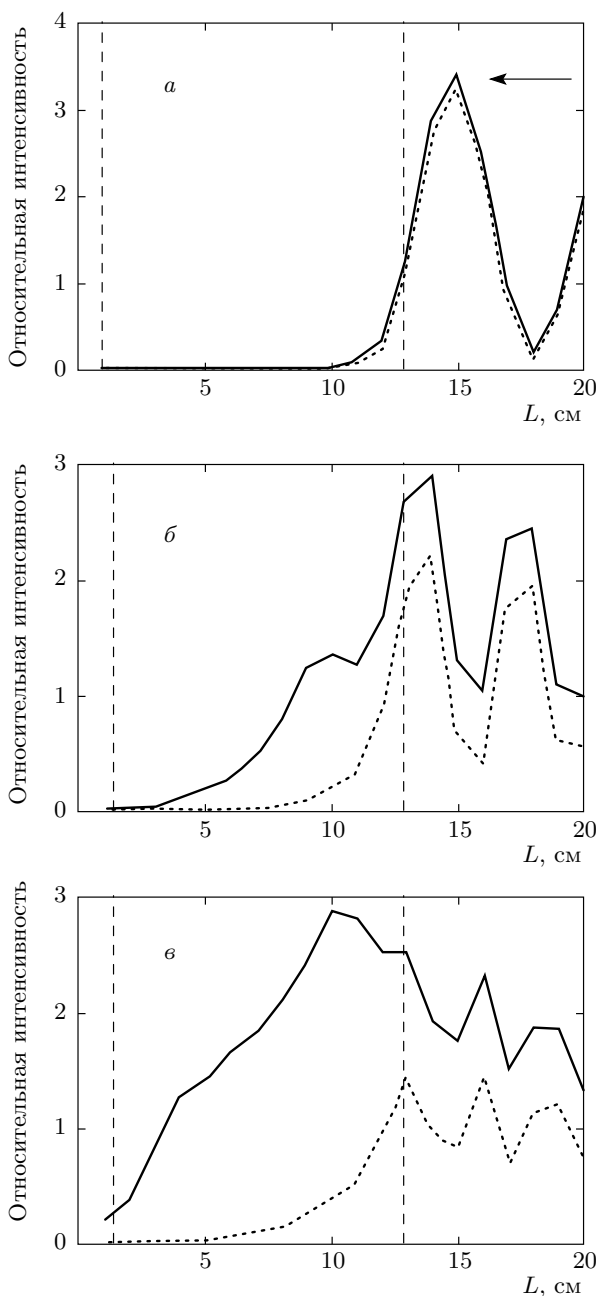


Рис. 4. Пространственные распределения относительных полной I/I_0 (сплошные линии) и когерентной I_{coh}/I_0 (пунктирные линии) интенсивностей в структуре протяженностью $L = 12$ см: $k = 0.5$ (а), 0.8 (б), 1.2 (в) см^{-1}

и в предыдущем случае, убывает при прохождении излучения через случайную среду, то в распределении полной интенсивности возникает область относительного усиления $I/I_0 > 1$, что можно трактовать как концентрацию энергии поля внутри среды.

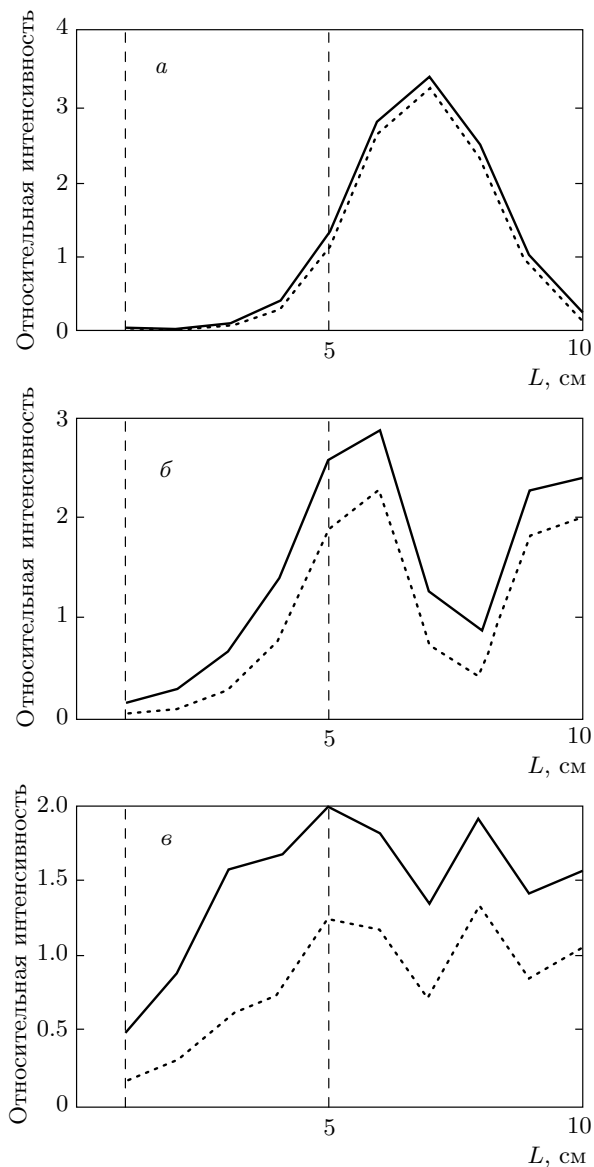


Рис. 5. То же, что на рис. 4, для $L = 4$ см

Это связано с нарастанием диффузионной составляющей интенсивности вблизи облучаемой границы структуры.

Дальнейший рост частоты (рис. 4в, 5в) приводит к появлению абсолютного несоответствия в поведении рассматриваемых величин. Когерентная интенсивность продолжает монотонно уменьшаться в зависимости от расстояния, пройденного волной в среде, однако скорость этого убывания уменьшается из-за увеличения длины свободного пробега волны. В свою очередь распределение полной интенсивности приобретает характер относительного усиления на большей части структуры.

Таким образом, для $k = 0.8$ и $k = 1.2 \text{ см}^{-1}$ в рассмотренных случаях локализованные волновые состояния отсутствуют. Разумеется, при неограниченном увеличении линейных размеров среды их появление стало бы возможным. Однако представленные результаты позволяют сделать вывод, что для сред конечной протяженности говорить о возникновении волновой локализации следует только после анализа пространственного распределения интенсивностей внутри среды.

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В результате численного моделирования процесса прохождения электромагнитных волн через случайную двумерную среду, состоящую из сильно рассеивающих элементов, доказано, что для выявления состояния локализации электромагнитных волн в малоразмерных случайных структурах использование традиционных критериев может оказаться недостаточным. А именно, руководствуясь лишь оценкой зависимости коэффициента прохождения от пространственной протяженности среды в некоторых случаях можно прийти к неверным выводам о возникновении волновой локализации. Для исключения такой возможности нами предлагается использование совокупности критериев, одним из которых может являться совпадение дистанционных зависимостей полной и когерентной интенсивностей излучения, выявляемое из анализа распределения поля в случайной среде.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант № 08-02-98003).

ЛИТЕРАТУРА

1. P. W. Anderson, Phys. Rev. **109**, 1492 (1958).
2. Yu. N. Barabanenkov, Yu. A. Kravtsov, V. D. Ozrin et al., in *Progress in Optics*, ed. by E. Wolf, North-Holland, Netherlands (1991), Vol. 29, p. 65.
3. S. John, Phys. Rev. Lett. **53**, 2169 (1984).
4. A. Z. Genak and N. Garsia, Phys. Rev. Lett. **66**, 2064 (1991).
5. P. Sheng, *Introduction to Wave Scattering, Localization and Mesoscopic Phenomena*, Acad. Press, New York (1995).
6. A. A. Shabanov, M. Stoytchev, and A. Z. Genak, Nature (London) **404**, 850 (2000).
7. Z. Ye, S. Li, and X. Sun, Phys. Rev. E **66**, 045602(R) (2002).
8. B. C. Gupta, C.-H. Kuo, and Z. Ye, Phys. Rev. E **69**, 066615 (2004).
9. J. Topolanick, B. Ilic, and F. Vollmer, Phys. Rev. Lett. **99**, 253901 (2007).
10. D. S. Wiersma, P. Bartolini, A. Lagendijk et al., Nature (London) **390**, 671 (1997).
11. F. Scheffold, R. Lenke, R. Tweer et al., Nature (London) **398**, 206 (1999).
12. D. S. Wiersma, G. S. Rivas, P. Bartolini et al., Nature (London) **398**, 207 (1999).
13. K. K.-H. Wang and Z. Ye, Phys. Rev. E **68**, 046608 (2003).
14. C. Vanneste and P. Sebbah, Phys. Rev. E **71**, 026612 (2005).
15. M. M. Sigalas, C. M. Soukoulis, C.-T. Chan et al., Phys. Rev. B **53**, 8340 (1996).
16. M. Rusek, J. Mostowski, and A. Orłowski, Phys. Rev. E **56**, 4892 (1997).
17. V. Tversky, J. Appl. Phys. **23**, 407 (1952).
18. Е. И. Иванов, *Дифракция электромагнитных волн на двух телах*, Наука и техника, Минск (1968).
19. Б. В. Басанов, А. Ю. Ветлужский, Письма в ЖТФ **34**, 1 (2008).
20. B. C. Gupta and Z. Ye, Phys. Rev. E **67**, 036606 (2003).