

ГИГАНТСКОЕ УСИЛЕНИЕ СВЕТА В АТОМНЫХ КЛАСТЕРАХ

О. Н. Гадомский^{a}, И. В. Гадомская^a, К. К. Алтунин^{b**}*

*^a Ульяновский государственный университет
432700, Ульяновск, Россия*

*^b Ульяновский государственный педагогический университет им. И. Н. Ульянова
432700, Ульяновск, Россия*

Поступила в редакцию 13 февраля 2009 г.

Показано, что поляризующее влияние атомов в атомном кластере способно при определенных условиях привести к полной компенсации радиационного затухания возбужденных состояний атомов, к изменению знака дисперсии поляризуемости атомов и гигантскому усилению света атомным кластером.

PACS: 61.46.-w, 61.80.Az

1. ВВЕДЕНИЕ

В экспериментальных работах [1, 2] сообщалось об обнаружении интенсивной фотолюминесценции кластеров золота в диапазоне от ультрафиолетового до ближнего инфракрасного излучения в зависимости от числа атомов золота в кластере. Причем квантовый выход люминесценции был очень высок: от 70 % для самых маленьких кластеров Au₅ до 10 % для самых больших Au₃₁. Причиной возникновения этого эффекта является наведение поляризующих внутренних полей в местах расположения атомов кластера.

В эффекте гигантского комбинационного рассеяния [3] известно, что если молекула типа молекул пиридина адсорбируется или находится вблизи поверхности металла (например, серебра), то поперечное сечение комбинационного рассеяния для многих их колебательных мод возрастает в 10²–10⁶ раз по сравнению с аналогичными величинами для свободных молекул.

Отличительной особенностью эффекта усиления света, представленного в данной статье, является то, что инверсия, т. е. разность вероятностей обнаружения атомов кластера в возбужденном и основном состояниях, практически не отличается от стационарного значения, равного $w_0 = 1/2$. Эффект усиления обусловлен не сверхизлучением атомного клас-

тера, а когерентным влиянием поляризующих полей внутри кластера, приводящим к изменению контура естественной ширины линии квантового перехода.

В работах [4, 5] было показано, что в атомных кластерах при равновесном значении инверсии $w_0 = -1$ образуются линейные оптические размерные резонансы, частоты которых существенно отличаются от частоты перехода в спектре атомов кластера. Оптические свойства нелинейных резонансов, когда инверсия w отличается от -1 , были рассмотрены в работе [6]. Было показано, что размерные резонансы имеют важное значение в оптической ближнепольной микроскопии [7], в процессах управления движением атомов лазерным полем [8]. В данной статье в отличие от работ [4, 5] основное внимание уделим не размерным резонансам, а тем причинам, которые могут существенно влиять на естественную ширину уровней атомов в кластере.

2. КВАЗИСТАЦИОНАРНОЕ ВОЗБУЖДЕНИЕ СВЕТА АТОМНОГО КЛАСТЕРА

Рассмотрим двухатомный кластер, располагая начало системы координат в месте расположения одного из атомов, например, атома 1. Ось кластера \mathbf{R}_{12} , соединяющая центры атомов, направлена вдоль оси y . Волновой вектор \mathbf{k}_0 внешней волны направлен перпендикулярно оси \mathbf{R}_{12} , при этом вектор поляризации внешней волны может быть направлен

*E-mail: gadomsky@mail.ru

**E-mail: teleportation@yandex.ru

либо вдоль оси \mathbf{R}_{12} (y -поляризация), либо перпендикулярно этой оси (x -, z -поляризация).

Описание оптических свойств двухатомного кластера проведем на основе следующего уравнения:

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{E}_I(\mathbf{r}, t) + \sum_{j=1}^2 \nabla \times \nabla \times \frac{\mathbf{p}_j(t - R_j/c)}{R_j}, \quad (1)$$

где \mathbf{E} — напряженность электрического поля световой волны в любой точке наблюдения \mathbf{r} внутри и вне кластера, \mathbf{E}_I — напряженность электрического поля внешней волны, $R_j = |\mathbf{r} - \mathbf{r}_j|$, c — скорость света в вакууме, \mathbf{r}_j — радиус-векторы атомов 1 и 2 в кластере, \mathbf{p}_j — индуцированный дипольный момент j -го атома, дифференцирование ведется по координатам точки наблюдения.

Представим дипольные моменты атомов следующим образом:

$$\mathbf{p}_j = \frac{1}{2} \mathbf{X}_j \exp(-i\omega t), \quad (2)$$

где ω — частота внешней оптической волны.

Величины \mathbf{X}_j подчиняются уравнениям

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathbf{X}_j}{\partial t} &= -i\mathbf{X}_j(\omega_0 - \omega) - \frac{2i}{\hbar} |\mathbf{d}_0|^2 \mathbf{E}_{0j} - \frac{\mathbf{X}_j}{T_2'}, \\ \frac{\partial w_j}{\partial t} &= \frac{i}{\hbar} (\mathbf{X}_j^* \mathbf{E}_{0j} - \mathbf{X}_j \mathbf{E}_{0j}^*) - \frac{w_j - w_0}{T_1}. \end{aligned} \quad (3)$$

Здесь ω_0 — частота перехода в спектре атомов кластера, $|\mathbf{d}_0|$ — дипольный момент перехода, w_j — инверсия j -го атома, \mathbf{E}_{0j} — напряженность электрического поля в месте расположения j -го атома без множителя $\exp(-i\omega t)$, T_2' , T_1 — времена фазовой и энергетической релаксации. Действующие поля \mathbf{E}_{01} и \mathbf{E}_{02} в местах расположения атомов кластера определим из системы уравнений:

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_{01} &= \mathbf{E}_{0I} + \hat{G} \mathbf{X}_2, \\ \mathbf{E}_{02} &= \mathbf{E}_{0I} \exp(i\mathbf{k}_0 \cdot \mathbf{R}_{12}) + \hat{G} \mathbf{X}_1, \end{aligned} \quad (4)$$

где \mathbf{E}_{0I} — амплитуда внешней плоской волны, а вид тензора \hat{G} можно легко определить из уравнения (1), $k_0 = \omega/c$. Тензор

$$\hat{G} = \begin{pmatrix} F & 0 & 0 \\ 0 & G & 0 \\ 0 & 0 & F \end{pmatrix},$$

где

$$G = \left(\frac{1}{R_{12}^3} - i \frac{k_0}{R_{12}^2} \right) \exp(ik_0 R_{12}),$$

$$F = -\frac{1}{2}G + \frac{k_0^2}{2R_{12}} \exp(ik_0 R_{12}).$$

Уравнения (4) позволяют учесть самосогласованное взаимодействие атомов в кластере. Для одинаковых атомов поляризуемости $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha$ и инверсии $w_1 = w_2 = w$.

Рассмотрим квазистационарное решение уравнений (3) при выполнении условий

$$\frac{\partial w_j}{\partial t} \neq 0, \quad \frac{\partial \mathbf{X}_j}{\partial t} = 0.$$

Подставляя выражения (4) в уравнения (3), получим следующие равенства:

$$\mathbf{X}_j = -w_j \alpha \mathbf{E}_{0j} = -w_j \alpha_{eff} \mathbf{E}_{0I}(\mathbf{r}_j), \quad (5)$$

где

$$\alpha = \frac{2|\mathbf{d}_0|^2}{\hbar} \frac{1}{\omega_0 - \omega - i(T_2')^{-1}} \quad (6)$$

— квантовая поляризуемость атома, а α_{eff} — эффективная поляризуемость атома, учитывающая взаимное влияние атомов в кластере.

Решение (5) означает, что при малых значениях когерентной релаксации T_2' индуцированные дипольные моменты атомов кластера быстро достигают квазистационарных значений. При этом инверсия, согласно (3), удовлетворяет уравнению

$$\frac{\partial w}{\partial t} = -\left(\frac{1}{T_1} + |\mathbf{E}_0|^2 \frac{\text{Im} \alpha}{\hbar} \right) w + \frac{w_0}{T_1}, \quad (7)$$

где время энергетической релаксации T_1 удовлетворяет условию $T_1 \gg T_2'$. Это уравнение совпадает с уравнением движения для разности населенностей, которое используется в полуклассической теории лазера. Решение уравнения (7) имеет вид

$$w(t) = \frac{w_0}{J} + \left(w(0) - \frac{w_0}{J} \right) \exp\left(-\frac{J}{T_1} t\right), \quad (8)$$

где

$$J = |\mathbf{E}_0|^2 \frac{\text{Im} \alpha}{\hbar} T_1 + 1,$$

$w(0)$ — начальное значение инверсии $w(t)$. Решение (8) показывает, что на скорость распада влияют как расстройка от резонанса, так и напряженность действующего поля, и она может быть существенно больше $1/T_1$, особенно для атомов вблизи точного резонанса. При достаточном удалении от резонанса $w(t)$ не зависит от $|\mathbf{E}_0|^2$. Применение сильной некогерентной оптической накачки, при которой возможно достижение значения $w_0 = 1/2$, позволяет, как видно из формулы (8), получить в слабом когерентном поле стационарное значение $w = 1/2$ при $t \gg T_1$.

3. УСИЛЕНИЕ И ПОГЛОЩЕНИЕ СВЕТА В АТОМНОМ КЛАСТЕРЕ

Рассмотрим случай y -поляризации, когда индуцированные дипольные моменты атомов в кластере направлены вдоль оси y . В этом случае ($\mathbf{E}_{0I} \parallel \mathbf{R}_{12}$) имеем

$$\alpha_{eff}^y = \frac{\alpha}{1 - A_R^y \alpha}, \quad (9)$$

где

$$A_R^y = w \left(\frac{2ik_0}{R_{12}^2} - \frac{2}{R_{12}^3} \right) \exp(ik_0 R_{12}). \quad (10)$$

Коэффициент w в выражении (10) связан с видом (5) индуцированных дипольных моментов атомов кластера, для которых $w_1 = w_2 = w$. При этом в соответствии с решением (8) инверсия мало отличается от стационарного значения $w = 1/2$ в поле стационарного излучения.

Определим дисперсионные свойства эффективной поляризуемости α_{eff}^y . Для этого выделим ее мнимую часть. Подставим (10) в (9) и после преобразований получим, что

$$\text{Im } \alpha_{eff}^y = \frac{2|\mathbf{d}_0|^2}{\hbar} \times \frac{\frac{1}{T_2'} + \Omega_2}{(\omega_0 - \omega - \Omega_1)^2 + \left(\frac{1}{T_2'} + \Omega_2 \right)^2}, \quad (11)$$

где введены обозначения

$$\begin{aligned} \Omega_1 &= \frac{2|\mathbf{d}_0|^2}{\hbar} \text{Re } A_R^y, & \Omega_2 &= \frac{2|\mathbf{d}_0|^2}{\hbar} \text{Im } A_R^y, \\ \text{Re } A_R^y &= -\frac{2w}{R_{12}^3} (\cos(k_0 R_{12}) + k_0 R_{12} \sin(k_0 R_{12})), \\ \text{Im } A_R^y &= -\frac{2w}{R_{12}^3} (\sin(k_0 R_{12}) - k_0 R_{12} \cos(k_0 R_{12})). \end{aligned}$$

Как видно из выражения (11), при

$$\frac{1}{T_2'} + \frac{2|\mathbf{d}_0|^2}{\hbar} \text{Im } A_R^y = 0 \quad (12)$$

мнимая часть эффективной поляризуемости атома в кластере обращается в нуль. При этом выделяются области частот, в которых $\text{Im } \alpha_{eff}^y$ принимает положительные и отрицательные значения, т.е. знак дисперсии изменяется в зависимости от характера взаимодействия атомов в кластере.

В области частот, где $\text{Im } \alpha_{eff}^y$ принимает положительные значения, происходит поглощение света атомами кластера, а в области частот, где $\text{Im } \alpha_{eff}^y < 0$, происходит усиление света.

При $k_0 R_{12} \ll 1$ имеем

$$\text{Im } A_R^y = -\frac{1}{3} k_0^3. \quad (13)$$

Если учесть, что естественная ширина линии в атоме определяется как

$$\frac{2}{T_2'} = \frac{4}{3} \frac{|\mathbf{d}_0|^2 \omega_0^3}{\hbar c^3}, \quad (14)$$

то условие (12) выполняется при $\omega = \omega_0$. Это означает, что запаздывающее взаимодействие атомов в кластере полностью компенсирует радиационный распад возбужденного состояния атома, а при соответствующих частотах роль квантовых переходов, возбуждающих атом в кластере вследствие их взаимодействия, становится важнее релаксационных квантовых переходов. Таким образом, атомный кластер в этой области частот способен усиливать внешнее излучение. При этом усиление обусловлено не изменением инверсии ($w = 1/2$ благодаря предварительной оптической накачке), а когерентными осцилляциями индуцированных дипольных моментов атомов кластера, линейные размеры которого значительно меньше длины волны внешнего оптического излучения.

В случае поляризации внешнего поля, когда $\mathbf{E}_{0I} \perp \mathbf{R}_{12}$, имеем эффективную поляризуемость атома кластера

$$\alpha_{eff}^{x,z} = \frac{\alpha}{1 - A_R^{x,z} \alpha}, \quad (15)$$

где

$$A_R^{x,z} = w \left(\frac{1}{R_{12}^3} - \frac{ik_0}{R_{12}^2} - \frac{k_0^2}{R_{12}} \right) \exp(ik_0 R_{12}). \quad (16)$$

При $k_0 R_{12} \ll 1$ и $w = 1/2$ получим, что

$$\text{Im } A_R^{x,z} = -\frac{1}{3} k_0^3. \quad (17)$$

Это означает, что и в случае поляризации $\mathbf{E}_{0I} \perp \mathbf{R}_{12}$ атомный кластер, в котором атом находится в основном состоянии, способен усиливать внешнее стационарное оптическое излучение, интенсивность которого невелика и удовлетворяет условию $T_1 |\mathbf{E}_0|^2 \text{Im } \alpha \ll \hbar$. В слабом когерентном поле атомы кластера можно приближенно рассматривать как классические диполи, эффективная поляризуемость которых определяется формулами (9), (15), где инверсия w от поля не зависит.

На основе формул (9) и (15) можно рассмотреть также случай, когда оба атома кластера находятся в основном состоянии и инверсия $w = -1$ остается без изменения и соответствует ее равновесному значению. В этом случае запаздывающее взаимодействие атомов в кластере при $k_0 R_{12} \ll 1$ приводит лишь к увеличению естественной ширины линии атома (14) на величину $4|\mathbf{d}_0|^2 k_0^3 / 3\hbar$ без усиления внешнего излучения. При этом происходит расщепление спектральной линии на частоте ω_0 на две спектральные линии с частотами

$$\omega_0 - \frac{2|\mathbf{d}_0|^2}{\hbar} \operatorname{Re} A_R^y \quad \text{и} \quad \omega_0 - \frac{2|\mathbf{d}_0|^2}{\hbar} \operatorname{Re} A_R^{x,z},$$

что соответствует двум линейным стационарным размерным резонансам.

4. КОЭФФИЦИЕНТ УСИЛЕНИЯ СВЕТА, ВЗАИМОДЕЙСТВУЮЩЕГО С АТОМНЫМ КЛАСТЕРОМ

Рассмотрим численный пример Na–Na-димера, в котором рассматривается квантовый переход атома натрия из основного $3S$ -состояния в возбужденное $3P$ -состояние на длине волны $\lambda_0 = 589$ нм (желтая линия атома натрия). Естественная ширина линии перехода $3S-3P$ равна 10 МГц. На рис. 1 представлена область отрицательной дисперсии эффективной поляризуемости атома натрия в двухатомном кластере. При этом область отрицательной дисперсии определяется расстоянием между атомами, хотя величина (13) от R_{12} не зависит. Это объясняется тем, что $\operatorname{Re} A_R^y \approx 2/R_{12}^3$ при $k_0 R_{12} \ll 1$ и, как видно из формулы (11), происходит смещение резонанса относительно частоты перехода ω_0 . Расстояние R_{12} в рассматриваемом численном примере выбирается таким образом, чтобы частота размерного резонанса была близка к частоте перехода ω_0 . Коэффициент усиления света, взаимодействующего с атомным кластером, определим как отношение

$$q_0 = \frac{T'_2}{T_1}, \quad (18)$$

где T_1 — ширина на половине высоты дисперсионной зависимости $\operatorname{Im} \alpha_{eff}^y$. Как видно из рис. 1, T_1 значительно меньше T'_2 (приблизительно в 20 раз), что указывает на эффект гигантского усиления света в атомном кластере, состоящем из двух одинаковых атомов. Для сравнения заметим, что отношение интенсивности сверхизлучения I_{SR} в двухуровневой системе, где атомы взаимодействуют через общее по-

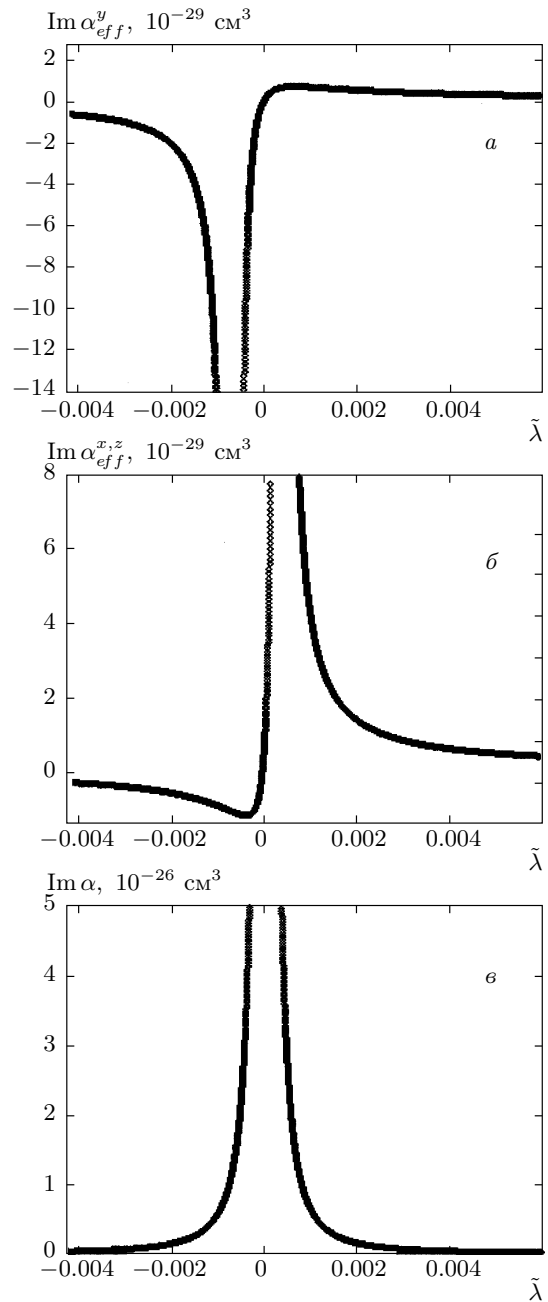


Рис. 1. Дисперсионные зависимости эффективной поляризуемости атома Na в Na–Na-димере $\operatorname{Im} \alpha_{eff}^y$ (а), $\operatorname{Im} \alpha_{eff}^{x,z}$ (б) и дисперсионная зависимость изолированного атома натрия $\operatorname{Im} \alpha$ (в) от безразмерной длины волны внешнего оптического излучения $\tilde{\lambda} = (\lambda - \lambda_0) / \lambda_0$. Расстояние между атомами $R_{12} = 1.8 \cdot 10^{-7}$ см, дипольный момент перехода $d_0 = 2.56 \cdot 10^{-18}$ ед. СГСЭ, частота перехода $\omega_0 = 3.198 \cdot 10^{15}$ рад/с

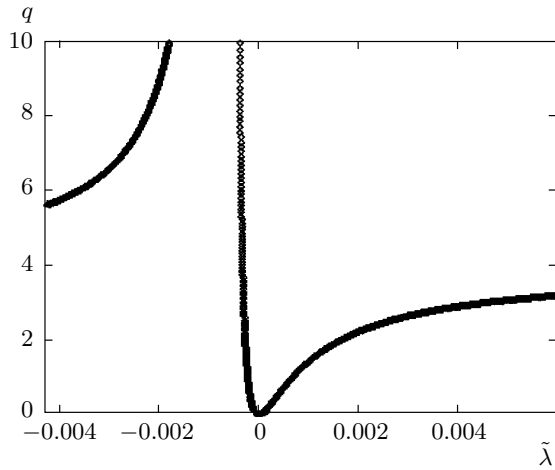


Рис. 2. Безразмерная интенсивность электрического дипольного излучения Na–Na-димера как функция длины волны $\tilde{\lambda}$ внешнего оптического излучения

ле излучения, к интенсивности спонтанного излучения изолированного атома I_0 равно [9]

$$\frac{I_{SR}}{I_0} = 4. \tag{19}$$

На рис. 2 представлена дисперсионная зависимость безразмерной интенсивности электрического дипольного излучения двухатомного кластера

$$q = \frac{4|\alpha_{eff}^y|^2}{|\alpha|^2}, \tag{20}$$

указывающая на значительное увеличение интенсивности дипольного излучения вблизи резонансной частоты ω_0 по сравнению с интенсивностью дипольного излучения изолированного атома. Аналогичные дисперсионные зависимости имеют величины q и q_0 для эффективной поляризуемости $\alpha_{eff}^{x,z}$, соответствующей поляризации света, перпендикулярной оси двухатомного кластера.

Соотношения (5) позволяют определить отношение амплитуды действующего поля в месте расположения атома кластера к амплитуде внешнего поля. Так, для y -компонент полей имеем следующее равенство:

$$\frac{E_{0I}^y}{E_{0I}^y} = \frac{|\alpha_{eff}^y|}{|\alpha|}. \tag{21}$$

Максимального значения квантовая поляризуемость α изолированного атома достигает при $\omega = \omega_0$. В этом случае $\text{Re}\alpha = 0$, $\text{Im}\alpha = 3c^3/2\omega_0^3$.

Для натрия $\text{Im}\alpha = 1.2 \cdot 10^{-15} \text{ см}^{-3}$ на частоте перехода $\omega_0 = 3.198 \cdot 10^{15} \text{ рад/с}$. Максимального значения эффективная поляризуемость α_{eff}^y достигает на частоте оптического размерного резонанса

$$\omega_s^y = \omega_0 - \frac{2|\mathbf{d}_0|^2}{\hbar} \text{Re} A_R^y. \tag{22}$$

На частоте оптического размерного резонанса $\text{Re}\alpha_{eff}^y = 0$, а

$$\text{Im}\alpha_{eff}^y = \frac{3c^3}{2} \frac{1}{\omega_0^3 - (\omega_s^y)^3} \gg \text{Im}\alpha. \tag{23}$$

Таким образом, действующие (микроскопические) поля значительно превышают внешнее поле, облучающее кластер. В данной статье рассмотрение проведено в линейном приближении, когда $T_1|\mathbf{E}_0|^2 \text{Im}\alpha \ll \hbar$, что позволяет рассматривать атомы кластера как линейные диполи, эффективная поляризуемость которых не зависит от поля \mathbf{E}_0 . Как видно из соотношения (23), в кластере могут быть достигнуты очень большие значения действующего поля \mathbf{E}_0 . В этом случае эффективные поляризуемости будут зависеть нелинейным образом от поля \mathbf{E}_0 , что требует специального рассмотрения.

Оценим квантовый выход Q системы атомных кластеров как отношение интенсивности дипольного излучения кластеров к интенсивности внешнего излучения:

$$Q = \frac{32\pi\omega^4}{3c^4} \frac{|\alpha_{eff}^y|^2}{\pi a^2} N'_0, \tag{24}$$

где N'_0 — число кластеров, a — радиус пучка внешнего излучения. Если вместо α_{eff}^y в этой формуле вставить поляризуемость α изолированного атома, то получим квантовый выход Q_d системы N'_0 дипольно излучающих атомов. Учитывая (23), получим, что квантовый выход системы кластеров значительно превосходит квантовый выход системы дипольно излучающих изолированных атомов, поскольку оценка отношения

$$\frac{Q}{Q_d} \approx \left[1 - \left(1 - \frac{2|\mathbf{d}_0|^2}{\hbar\omega_0} \frac{2}{R_{12}^3} \right)^3 \right]^{-1} \tag{25}$$

при частоте квантового перехода $\omega_0 = 3.198 \cdot 10^{15} \text{ рад/с}$, дипольном моменте перехода $d_0 = 6.236 \cdot 10^{-18} \text{ ед. СГСЭ}$ и расстоянии между атомами в димере $R_{12} = 1.2 \cdot 10^{-7} \text{ см}$ дает увеличение квантового выхода Q приблизительно в 13 раз по сравнению с Q_d .

Итак, в данной статье показано, что переизлучение атомным кластером внешнего излучения может происходить со значительно большей интенсивностью на частоте, близкой к частоте перехода изолированного атома в пределах его естественной ширины. Благодаря запаздывающему взаимодействию атомов в кластере происходит трансформация естественной ширины атомов в кластере. Образуются области положительной и отрицательной дисперсии, и естественная ширина линии атомов в кластере значительно уменьшается. Это означает, что в атомных кластерах возникает эффект гигантского усиления света благодаря когерентным осцилляциям атомов в кластере. Для экспериментального обнаружения этого эффекта необходимо подготовить кластер с помощью оптической накачки, возбуждающей атомы в состояние с инверсией $w_0 = 1/2$. Далее с помощью стационарного оптического излучения, интенсивность которого невелика, в атомном кластере возбуждаются квантовые переходы в стационарном режиме, когда релаксационные процессы компенсируются процессом индуцирования локальных электрических дипольных моментов. При этом межатомное расстояние в кластере выбирается таким образом, чтобы частоты размерных резонансов мало отличались от частоты перехода ω_0 в спектре изолированных атомов. Система таких кластеров может быть интенсивным светоизлучателем с большим квантовым выходом.

Полученный результат может быть, в принципе, применен для интерпретации экспериментальных данных [1, 2], если изменить в решении (8) начальное значение инверсии. Более того, необходимо иметь в виду, что увеличение числа атомов в кластере приводит к значительному увеличению числа размерных резонансов, которые к тому же становятся нелинейными размерными резонансами из-за явной зависимости эффективной поляризуемости от инверсии.

Как показано в данной статье, оптические свойства атомных кластеров, линейные размеры которых значительно меньше длины волны оптического излучения, определяются запаздывающим взаимодействием атомов. Казалось бы, что при выполнении условия $k_0 R_{12} \ll 1$ нам достаточно учитывать во внутреннем поле лишь кулоновское взаимодействие, пропорциональное R_{12}^{-3} . Однако, как показано в данной статье, для трансформации естественного уширения атомов в кластере необходимо

учитывать кулоновское и запаздывающее взаимодействия атомов, благодаря которым получен фактор A_R в виде (13). В работе [10] рассмотрена проблема двух электронов, принадлежащих двум водородоподобным атомам на произвольном расстоянии друг от друга, как эффект второго порядка квантовой электродинамики. Был получен оператор взаимодействия двух электронов, содержащий члены, отвечающие за кулоновское и запаздывающее взаимодействия электронов. Наряду с этими членами в полученном операторе содержатся и другие релятивистские члены, зависящие от спиновых операторов электронов. С нашей точки зрения, при математическом моделировании атомных кластеров следует применять полный оператор взаимодействия, учитывая их диэлектрические и магнитные свойства. Так, в работе [11] было показано, что атомный кластер из атомов золота обладает ферромагнитными свойствами, хотя массивное золото является диамагнетиком.

ЛИТЕРАТУРА

1. J. Zheng, C. Zhang, and R. M. Dickson, *Phys. Rev. Lett.* **93**, 077402 (2004).
2. J. I. Gonzalez, T.-H. Lee, M. D. Barnes, Y. Antoku, and R. M. Dickson, *Phys. Rev. Lett.* **93**, 147402 (2004).
3. *Гигантское комбинационное рассеяние*, под ред. Р. Ченга, Т. Фуртака, Мир, Москва (1984).
4. О. Н. Гадомский, А. С. Куницын, *Ж. прикл. спектр.* **67**, 777 (2000).
5. О. Н. Гадомский, А. С. Куницын, *Опт. и спектр.* **100**, 219 (2006).
6. О. Н. Гадомский, А. Г. Глухов, *ЖЭТФ* **130**, 31 (2006).
7. В. С. Горелик, О. Н. Гадомский, А. С. Куницын, *Письма в ЖЭТФ* **80**, 179 (2004).
8. О. Н. Гадомский, А. Г. Глухов, *Письма в ЖЭТФ* **82**, 63 (2005).
9. Л. Аллен, Дж. Эберли, *Оптический резонанс и двухуровневые атомы*, Мир, Москва (1978).
10. О. Н. Гадомский, *УФН* **170**, 1145 (2000).
11. Y. Yamamoto, T. Miura et al., *Phys. Rev. Lett.* **93**, 11801 (2004).