

МУЛЬТИКРИТИЧЕСКОЕ ПОВЕДЕНИЕ СИСТЕМ СО СВОБОДНОЙ ПОВЕРХНОСТЬЮ

С. В. Белим*

Омский государственный университет
644 077, Омск, Россия

Поступила в редакцию 22 июля 2007 г.

Рассмотрено влияние, оказываемое наличием плоской свободной поверхности на мультикритическое поведение изингоподобных систем, описываемых двумя флуктуирующими параметрами порядка. Рассмотрены случаи однородной и слабоуепорядоченной систем. Выявлены мультикритические точки, возникающие вследствие пересечения линий объемных и поверхностных фазовых переходов. Выявлены возможные типы мультикритических точек на фазовой диаграмме системы.

PACS: 64.60.-i, 68.35.Rh, 05.70.Jk, 11.10.Gh, 64.60.F-

1. ВВЕДЕНИЕ

Мультикритические явления наблюдаются в системах, на фазовых диаграммах которых присутствуют точки пересечения линий фазовых переходов. При пересечении двух линий фазового перехода второго рода и одной линии фазового перехода первого рода наблюдается бикритическое поведение, при пересечении четырех линий фазового перехода второго рода — тетракритическое. Такие системы могут быть описаны двумя флуктуирующими параметрами порядка [1]. Тетракритические и бикритические точки экспериментально обнаружены на фазовых диаграммах ряда веществ: $GdAlO_3$ [2], MnF_2 [3], $NiCl_2 \cdot 6H_2O$ [4], $CsMnBr_3 \cdot 2D_2O$ [5], $RbMnF_3$ [6]. Причем существует проблема наблюдения промежуточной фазы вблизи тетракритической точки, тогда как критические индексы указывают на тетракритический характер мультикритической точки.

Свободная граница уже для систем, описываемых одним флуктуирующим параметром порядка, приводит как к изменению объемных критических явлений, в силу возникновения анизотропии, так и к возникновению дополнительных линий фазовых переходов, связанных с поверхностным намагничиванием [7]. А именно, в ряде систем наблюдается поверхностное упорядочивание, происходящее при бо-

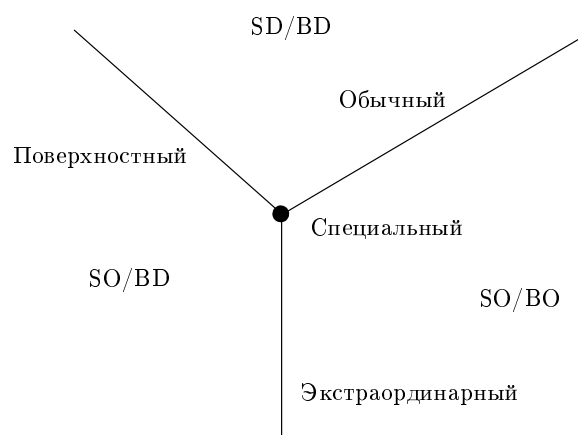


Рис. 1. Фазовая диаграмма полуограниченной системы

лее высокой температуре, чем объемное упорядочивание, что приводит к появлению на фазовой диаграмме вещества дополнительной фазы [8–12]. Как следствие, вместо линии, разделяющей две фазы на фазовой диаграмме вещества, наблюдаются три линии переходов, пересекающиеся в трикритической точке. Общий вид фазовой диаграммы полуограниченной системы с одним флуктуирующим параметром порядка изображен на рис. 1. На фазовой диаграмме таких систем присутствуют неупорядоченная фаза (SD/BD), поверхностно-упорядоченная

*E-mail: belim@univer.omsk.su

объемно-неупорядоченная фаза (SO/BD) и поверхностно-упорядоченная объемно-упорядоченная фаза (SO/BO). Линии на фазовой диаграмме, разделяющие данные фазы, определяют три вида фазовых переходов. Переход из SD/BD в SO/BD носит название поверхностного (surface) фазового перехода, из SO/BD в SO/BO — экстраординарного (extraordinary) фазового перехода, из SD/BD в SO/BO — обычного (ordinary) или объемного фазового перехода. Пересечение этих трех линий фазовых переходов образует мультикритическую точку, фазовый переход в которой получил название специального (special) фазового перехода.

Описание объемных и поверхностных переходов в системе, описываемой одним флуктуирующим параметром порядка, было получено в двухпетлевом приближении непосредственно в трехмерном пространстве в работе [7] и показало необходимость поправок к объемным критическим индексам, обусловленных наличием выделенного направления, перпендикулярного к поверхности. Как известно, характер мультикритического поведения определяется соотношением констант взаимодействия параметров порядка, и различные воздействия, такие как примеси или анизотропия могут приводить как к смене режима мультикритического поведения, так и к изменению характера мультикритической точки [1]. В связи с этим можно ожидать существенного влияния свободной границы, вносящей поправки в значения фиксированных точек ренормгруппового преобразования, на мультикритическое поведение систем. Расчеты, проведенные в работе [7], показали, что смещение фиксированных точек для систем, описываемых одним параметром порядка, составляет порядка 5%. Соотношение эффективных зарядов для бикритической точки неограниченной однородной системы $v_3^2/(v_1 v_2) = 1$ [1], что является пограничным значением для бикритического поведения. Следовательно, смещение фиксированной точки, обусловленное полуограниченностью системы, может приводить к тому, что величина $v_3^2/(v_1 v_2)$ станет меньше единицы и, как следствие, изменится характер мультикритического поведения с бикритического на тетракритический.

Таким образом, целью данной статьи является определение влияния свободной границы на мультикритическое поведение однородных и неупорядоченных систем, описываемых двумя флуктуирующими параметрами порядка. В данной работе мы ограничиваемся рассмотрением только части фазовой диаграммы, соответствующей линиям обычных и специальных переходов, в силу того, что теорети-

ко-полевой подход для поверхностных и экстраординарных переходов не является достаточно разработанным.

2. ГАМИЛЬТониАН СИСТЕМЫ

Пусть $\Phi = \Phi(\mathbf{x})$ и $\Psi = \Psi(\mathbf{x})$ — флуктуации двух скалярных параметров порядка в полупространстве $V = R_+^D = \{\mathbf{x} = (\mathbf{r}, z) | \mathbf{r} \in R^{D-1}, z \geq 0\}$. Рассматриваемая система ограничена плоскостью $z = 0$, которую в дальнейшем будем обозначать ∂V . Будем считать, что в системе присутствуют замороженные точечные δ -коррелированные примеси типа случайной температуры, которые приводят к дополнительному взаимодействию флуктуаций параметров порядка. Запишем фурье-образ по координатам \mathbf{r} репличного гамильтониана системы, в котором уже проведено усреднение по гауссовому распределению примесей:

$$\begin{aligned}
 H_0 = & \int_0^\infty dz \left\{ \frac{1}{2} \int d^{D-1} q \sum_{a=0}^m (\tau_{01} + q^2) \Phi_q^a(z) \Phi_{-q}^a(z) + \right. \\
 & + \frac{1}{2} \int d^{D-1} q \sum_{a=0}^m (\tau_{02} + q^2) \Psi_q^a(z) \Psi_{-q}^a(z) + \\
 & + v_{01} \int d^{D-1} q_1 d^{D-1} q_2 d^{D-1} q_3 \times \\
 & \times \sum_{a=0}^m \Phi_{q_1}^a(z) \Phi_{q_2}^a(z) \Phi_{q_3}^a(z) \Phi_{-q_1 - q_2 - q_3}^a(z) + \\
 & + v_{02} \int d^{D-1} q_1 d^{D-1} q_2 d^{D-1} q_3 \times \\
 & \times \sum_{a=0}^m \Psi_{q_1}^a(z) \Psi_{q_2}^a(z) \Psi_{q_3}^a(z) \Psi_{-q_1 - q_2 - q_3}^a(z) + \\
 & + 2v_{03} \int d^{D-1} q_1 d^{D-1} q_2 d^{D-1} q_3 \times \\
 & \times \sum_{a=0}^m \Phi_{q_1}^a(z) \Phi_{q_2}^a(z) \Psi_{q_3}^a(z) \Psi_{-q_1 - q_2 - q_3}^a(z) + \\
 & + \frac{v_{04}}{2} \int d^{D-1} q_1 d^{D-1} q_2 d^{D-1} q_3 \times \\
 & \times \sum_{a=0, b=0}^m \Phi_{q_1}^a(z) \Phi_{q_2}^a(z) \Phi_{q_3}^b(z) \Phi_{-q_1 - q_2 - q_3}^b(z) + \\
 & + \frac{v_{05}}{2} \int d^{D-1} q_1 d^{D-1} q_2 d^{D-1} q_3 \times \\
 & \times \sum_{a=0, b=0}^m \Psi_{q_1}^a(z) \Psi_{q_2}^a(z) \Psi_{q_3}^b(z) \Psi_{-q_1 - q_2 - q_3}^b(z) + \\
 & \left. + v_{06} \int d^{D-1} q_1 d^{D-1} q_2 d^{D-1} q_3 \times \right.
 \end{aligned}$$

$$\times \left. \sum_{a=0, b=0}^m \Phi_{q1}^a(z) \Phi_{q2}^a(z) \Psi_{q3}^b(z) \Psi_{-q1-q2-q3}^b(z) \right\} +$$

$$+ \frac{c_{01}}{2} \int_{\partial V} d^{D-1} q \sum_{a=0}^m \Phi_q^a \Phi_{-q}^a \Big|_{z=0} +$$

$$+ \frac{c_{02}}{2} \int_{\partial V} d^{D-1} q \sum_{a=0}^m \Psi_q^a \Psi_{-q}^a \Big|_{z=0}, \quad (1)$$

где v_{01} и v_{02} — положительные константы, константа v_{03} может иметь как положительное, так и отрицательное значение, константы v_{04} , v_{05} , v_{06} описывают влияние примесей, при этом первые две должны иметь неотрицательное значение, а v_{06} по знаку может быть любым,

$$\tau_{01} \sim \frac{|T - T_1|}{T_1}, \quad \tau_{02} \sim \frac{|T - T_2|}{T_2},$$

T_1, T_2 — температуры объемных фазовых переходов соответственно для первого и второго параметров порядка,

$$c_{01} \sim \frac{|T - T_{s1}|}{T_{s1}}, \quad c_{02} \sim \frac{|T - T_{s2}|}{T_{s2}},$$

T_{s1}, T_{s2} — температуры поверхностных фазовых переходов.

Вид фазового перехода однозначно определяется соотношением констант c_{0i} и τ_{0i} ($i = 1, 2$). Так, в окрестности обычного фазового перехода $\tau_{0i} \ll c_{0i}^2 \ll \Lambda$, где Λ — обратный параметр решетки, а $c_{0i} > 0$, поэтому в самой точке перехода будут выполняться соотношения $\tau_{0i} \rightarrow 0$, $c_{0i}/\tau_{0i} \rightarrow \infty$. В окрестности экстраординарного фазового перехода $\tau_{0i} \ll c_{0i}^2 \ll \Lambda$, $c_{0i} < 0$, вдоль самой же линии фазового перехода $\tau_{0i} \rightarrow 0$, $c_{0i}/\tau_{0i} \rightarrow -\infty$. В окрестности поверхностного фазового перехода $c_{0i} \ll \tau_{0i} \ll \Lambda$, $\tau_{0i} > 0$, откуда в точке фазового перехода $c_{0i} \rightarrow 0$, $c_{0i}/\tau_{0i} \rightarrow \infty$. Для специального фазового перехода $c_{0i} \rightarrow 0$, $\tau_{0i} \rightarrow 0$, однако $c_{0i}/\tau_{0i} \rightarrow 0$.

В системе с двумя флуктуирующими параметрами порядка количество возможных фаз значительно больше, так как возможны пересечения линий фазовых переходов, обусловленных разными параметрами порядка. Исходя из гамильтониана (1) может наблюдаться широкое разнообразие мультикритических точек. Возможны два типа объемного мультикритического поведения, определяемого параметром

$$s = (v_{03} + v_{06})^2 - (v_{01} + v_{04})(v_{02} + v_{05}).$$

При условии $s \geq 0$ в системе наблюдается бикритическое объемное поведение, при $s < 0$ — тетракритическое. Также возможно пересечение с линиями

поверхностных переходов. В дальнейшем рассмотрение ограничивается обычным и специальным поверхностными переходами вблизи устойчивой мультикритической точки.

3. ОБЪЕМНОЕ МУЛЬТИКРИТИЧЕСКОЕ ПОВЕДЕНИЕ

Поведение системы в критической области определяется значениями эффективных зарядов в неподвижной точке ренормгруппового преобразования, которое в рассматриваемом случае будет иметь вид

$$\Phi_q = Z_\Phi^{1/2} \Phi_q^{(ren)}, \quad \Psi_q = Z_\Psi^{1/2} \Psi_q^{(ren)}, \quad (2)$$

$$\tau_{01} = b^2 \tau_1 Z_{\tau 1}, \quad \tau_{02} = b^2 \tau_2 Z_{\tau 2},$$

$$v_{01} = b^{4-D} v_1 Z_{v 1}, \quad v_{02} = b^{4-D} v_2 Z_{v 2},$$

$$v_{03} = b^{4-D} v_3 Z_{v 3}, \quad v_{04} = b^{4-D} v_4 Z_{v 4},$$

$$v_{05} = b^{4-D} v_5 Z_{v 5}, \quad v_{06} = b^{4-D} v_6 Z_{v 6}.$$

Масштабный параметр b вводится для приведения величин к безразмерному виду.

Z -факторы определяются из требования регулярности перенормированных вершинных функций, выраженного в условиях нормировки:

$$Z_\Phi \frac{\partial}{\partial k^2} \Gamma_{\tau 1}^{(2)}(k) \Big|_{k^2=0} = 1,$$

$$Z_\Psi \frac{\partial}{\partial k^2} \Gamma_{\tau 2}^{(2)}(k) \Big|_{k^2=0} = 1, \quad (3)$$

$$Z_\Phi^2 \Gamma_{v 1}^{(4)} \Big|_{k^2=0} = b^{4-D} v_1,$$

$$Z_\Psi^2 \Gamma_{v 2}^{(4)} \Big|_{k^2=0} = b^{4-D} v_2,$$

$$Z_\Phi Z_\Psi \Gamma_{v 3}^{(4)} \Big|_{k^2=0} = b^{4-D} v_3,$$

$$Z_\Phi^2 \Gamma_{v 4}^{(4)} \Big|_{k^2=0} = b^{4-D} v_4,$$

$$Z_\Psi^2 \Gamma_{v 5}^{(4)} \Big|_{k^2=0} = b^{4-D} v_5,$$

$$Z_\Phi Z_\Psi \Gamma_{v 6}^{(4)} \Big|_{k^2=0} = b^{4-D} v_6,$$

$$Z_\Phi \Gamma_{i 1}^{(2,1)} \Big|_{k^2=0} = b^{2-D/2} \tau_1,$$

$$Z_\Psi \Gamma_{i 2}^{(2,1)} \Big|_{k^2=0} = b^{2-D/2} \tau_2.$$

Здесь $\Gamma_{vi}^{(4)}$ — четырехточечные вершинные функции, $\Gamma_{\tau i}^{(2)}$ — двухточечные вершинные функции, $\Gamma_{li}^{(2,1)}$ — двухточечные вершинные функции со вставкой.

Вид свободного пропагатора системы будет определяться параметром порядка и положением системы на фазовой диаграмме вещества. При наличии поверхностного упорядочивания свободный пропагатор будет записываться в виде [9]

$$G(\mathbf{q}; z, z') = \frac{1}{2k_0} \left[e^{-k_0|z-z'|} - \frac{c_{0i} - k_{0i}}{c_0 + k_0} e^{-k_0(z+z')} \right], \quad k_0 = \sqrt{\mathbf{q}^2 + \tau_{0i}}. \quad (4)$$

Запишем предельные значения свободного пропагатора для $G(\mathbf{q}; z, z')$ для двух, рассматриваемых в дальнейшем, случаев обычного фазового перехода $c_{0i}/\tau_{0i} \rightarrow \infty$ ($i = 1, 2$):

$$G_1(\mathbf{q}; z, z') = \frac{1}{2k_0} \left[e^{-k_0|z-z'|} - e^{-k_0(z+z')} \right], \quad (5)$$

$$k_0 = \sqrt{\mathbf{q}^2 + \tau_{0i}}$$

и специального фазового перехода $c_{0i}/\tau_{0i} \rightarrow 0$ ($i = 1, 2$):

$$G_2(\mathbf{q}; z, z') = \frac{1}{2k_0} \left[e^{-k_0|z-z'|} + e^{-k_0(z+z')} \right], \quad (6)$$

$$k_0 = \sqrt{\mathbf{q}^2 + \tau_{0i}}.$$

В рамках теоретико-полевого подхода асимптотическое критическое поведение и структура фазовых диаграмм во флуктуационной области определяются ренормгрупповым уравнением Каллана–Симанчика для вершинных частей неприводимых функций Грина. Для вычисления β - и γ -функций как функций, входящих в уравнение Каллана–Симанчика перенормированных вершин взаимодействия v_i ($i = 1, \dots, 6$), был применен стандартный метод, основанный на диаграммной технике Фейнмана и процедуре перенормировки. В данной работе фейнмановские диаграммы не приводятся, так как они имеют обычный для двухпараметрического случая вид и могут быть найдены, например, в работе [1], и дополнены поправками на два

возможных типа пропагаторов. Интегралы, получаемые на основе фейнмановских диаграмм, имеют значение

$$J_{ij} = \int_q \int_0^\infty \int_0^\infty dz dz' d^{D-1} q G_i(\mathbf{q}; z, z') G_j(-\mathbf{q}; z, z'),$$

$$J_{11} = 12.029449, \quad J_{12} = 9.673255, \quad J_{22} = 8.102459,$$

$$J_{ijkl} = \int_q \int_0^\infty \int_0^\infty \int_0^\infty dz dz' dz'' d^{D-1} q d^{D-1} p G_i(\mathbf{q}; z, z') \times$$

$$\times G_j(-\mathbf{q}; z, z'') G_k(\mathbf{p}; z', z'') G_l(-\mathbf{p} + \mathbf{q}; z', z''),$$

$$J_{1111} = 108.123676, \quad J_{2222} = 44.443756,$$

$$J_{1122} = 65.249840, \quad J_{2211} = 59.828320,$$

$$J_{1212} = 64.338276, \quad J_{1222} = 65.234888,$$

$$J_{2111} = 61.815282, \quad J_{1112} = 63.606790,$$

$$J_{2221} = 65.935402,$$

$$G_{ijk} = \frac{\partial}{\partial k^2} \int_q \int_0^\infty \int_0^\infty dz dz' d^{D-1} q d^{D-1} p \times$$

$$\times G_i(\mathbf{q}; z, z') G_j(\mathbf{p}; z, z') G_k(\mathbf{k} - \mathbf{q} - \mathbf{p}; z', z') \Big|_{k^2=0},$$

$$G_{111} = 12.945981, \quad G_{112} = 7.544265,$$

$$G_{122} = 7.388760, \quad G_{222} = 4.318512.$$

В рамках двухпетлевого приближения были получены следующие выражения для β -функций:

$$\beta_1 = -v_1 + 36v_1^2 J_0^{(1)} + 4v_3^2 J_0^{(2)} - 24v_1 v_4 J_0^{(1)} - 1728 \left(2J_1^{(1)} - J_0^{(1)2} - \frac{2}{9} G_1 \right) v_1^3 -$$

$$- 192 \left(2J_1^{(3)} - J_0^{(1)} J_0^{(2)} - \frac{2}{9} G_3 \right) v_1 v_3^2 - 128 \left(2J_1^{(9)} - J_0^{(2)2} \right) v_3^3 + 128 \left(2J_1^{(9)} - J_0^{(2)2} \right) v_3^2 v_6 +$$

$$+ 192 \left(2J_1^{(3)} - J_0^{(1)} J_0^{(2)} - \frac{2}{3} G_3 \right) v_1 v_3 v_6 + 2304 \left(2J_1^{(1)} - J_0^{(1)2} - \frac{1}{6} G_1 \right) v_1^2 v_4 -$$

$$- 672 \left(2J_1^{(1)} - J_0^{(1)2} - \frac{2}{3} G_1 \right) v_1 v_4^2 + 64 \left(2J_1^{(3)} - J_0^{(1)} J_0^{(2)} \right) v_3^2 v_4,$$

$$\beta_2 = -v_2 + 36v_2^2 J_0^{(2)} + 4v_3^2 J_0^{(1)} - 24v_2 v_5 J_0^{(2)} - 1728 \left(2J_1^{(2)} - J_0^{(1)2} - \frac{2}{9} G_4 \right) v_2^3 -$$

$$- 192 \left(2J_1^{(4)} - J_0^{(1)} J_0^{(2)} - \frac{2}{9} G_2 \right) v_2 v_3^2 - 128 \left(2J_1^{(4)} - J_0^{(1)2} \right) v_3^3 + 128 \left(2J_1^{(8)} - J_0^{(1)2} \right) v_3^2 v_6 +$$

$$+ 192 \left(2J_1^{(4)} - J_0^{(1)} J_0^{(2)} - \frac{2}{3} G_2 \right) v_2 v_3 v_6 + 2304 \left(2J_1^{(2)} - J_0^{(2)2} - \frac{1}{6} G_4 \right) v_2^2 v_5 -$$

$$- 672 \left(2J_1^{(2)} - J_0^{(2)2} - \frac{2}{3} G_4 \right) v_2 v_5^2 + 64 \left(2J_1^{(4)} - J_0^{(1)} J_0^{(2)} \right) v_3^2 v_5,$$

$$\begin{aligned} \beta_3 = & -v_3 + 16v_3^2J_0^{(3)} + 12v_1v_3J_0^{(1)} + 12v_2v_3J_0^{(2)} - 4v_3v_4J_0^{(1)} - 4v_3v_5J_0^{(2)} - 16v_3v_6J_0^{(3)} - \\ & - 64 \left(8J_1^{(5)} + J_1^{(3)} + J_1^{(4)} + J_0^{(1)}J_0^{(2)} - 6J_0^{(3)2} - G_2 - G_3 \right) v_3^3 - 288 \left(2J_1^{(1)} - J_0^{(1)2} - \frac{2}{3}G_1 \right) v_1^2v_3 - \\ & - 288 \left(2J_1^{(2)} - J_0^{(2)2} - \frac{2}{3}G_4 \right) v_2^2v_3 - 192 \left(4J_1^{(6)} + 2J_1^{(8)} - 3J_0^{(1)}J_0^{(3)} \right) v_1v_3^2 - 192 \left(4J_1^{(7)} + 2J_1^{(9)} - J_0^{(2)}J_0^{(3)} \right) v_2v_3^2 + \\ & + 448 \left(J_1^{(3)} + J_1^{(4)} - J_0^{(3)2} - \frac{2}{7}G_3 \right) v_3^2v_6 + 192 \left(2J_1^{(6)} - J_0^{(1)2} \right) v_3^2v_4 + 192 \left(2J_1^{(7)} - J_0^{(2)2} \right) v_3^2v_5 - \\ & - 48 \left(2J_1^{(1)} - J_0^{(1)2} - \frac{2}{3}G_1 \right) v_3v_4^2 - 48 \left(2J_1^{(2)} - J_0^{(2)2} - \frac{2}{3}G_2 \right) v_3v_5^2 + 288 \left(2J_1^{(1)} - J_0^{(1)2} - \frac{2}{3}G_1 \right) v_1v_3v_4 + \\ & + 288 \left(2J_1^{(2)} - J_0^{(2)2} - \frac{2}{3}G_2 \right) v_2v_3v_5 + 576 \left(2J_1^{(6)} - J_0^{(1)}J_0^{(3)} \right) v_1v_3v_6 + 576 \left(2J_1^{(7)} - J_0^{(2)}J_0^{(3)} \right) v_2v_3v_6 - \\ & - 192 \left(2J_1^{(5)} - J_0^{(3)2} \right) v_3v_6^2 - 192 \left(2J_1^{(8)} - J_0^{(1)}J_0^{(2)} \right) v_3v_4v_6 - 192 \left(2J_1^{(9)} - J_0^{(1)}J_0^{(2)} \right) v_3v_5v_6, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \beta_4 = & -v_4 - 16v_4^2J_0^{(1)} + 24v_1v_4J_0^{(1)} + 8v_3v_6J_0^{(2)} - 352 \left(2J_1^{(1)} - J_0^{(1)2} - \frac{1}{22}G_1 \right) v_4^3 - 8 \left(2J_1^{(9)} - J_0^{(2)2} \right) v_3^2v_6 + \\ & + 192 \left(2J_1^{(9)} - J_0^{(2)2} \right) v_3v_6^2 + 1152 \left(2J_1^{(1)} - J_0^{(1)2} - \frac{1}{3}G_1 \right) v_1v_4^2 - 576 \left(2J_1^{(1)} - J_0^{(1)2} - \frac{2}{3}G_1 \right) v_1^2v_4 - \\ & - 8 \left(2J_1^{(3)} - J_0^{(1)}J_0^{(2)} - 2G_3 \right) v_3^2v_4 + 8 \left(2J_1^{(3)} - J_0^{(1)}J_0^{(2)} - \frac{2}{3}G_3 \right) v_3v_4v_6, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \beta_5 = & -v_5 - 16v_5^2J_0^{(2)} + 24v_2v_5J_0^{(2)} + 8v_3v_6J_0^{(1)} - 352 \left(2J_1^{(2)} - J_0^{(2)2} - \frac{1}{22}G_2 \right) v_5^3 - 8 \left(2J_1^{(8)} - J_0^{(1)2} \right) v_3^2v_6 + \\ & + 192 \left(2J_1^{(8)} - J_0^{(1)2} \right) v_3v_6^2 + 1152 \left(2J_1^{(2)} - J_0^{(2)2} - \frac{1}{3}G_4 \right) v_2v_5^2 - 576 \left(2J_1^{(2)} - J_0^{(2)2} - \frac{2}{3}G_4 \right) v_2^2v_5 - \\ & - 8 \left(2J_1^{(4)} - J_0^{(1)}J_0^{(2)} - 2G_2 \right) v_3^2v_5 + 8 \left(2J_1^{(4)} - J_0^{(1)}J_0^{(2)} - \frac{2}{3}G_4 \right) v_3v_5v_6, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \beta_6 = & -v_6 - 8v_6^2J_0^{(3)} + 12v_1v_6J_0^{(1)} + 12v_2v_6J_0^{(2)} + 4v_3v_4J_0^{(1)} + 4v_3v_5J_0^{(2)} - 4v_4v_6J_0^{(1)} - \\ & - 4v_5v_6J_0^{(1)} - 64 \left(2J_1^{(5)} - J_0^{(3)2} \right) v_6^3 + 288 \left(2J_1^{(8)} - J_0^{(3)2} \right) v_1v_6^2 + 288 \left(2J_1^{(9)} - J_0^{(3)2} \right) v_2v_6^2 - \\ & - 288 \left(2J_1^{(1)} - J_0^{(1)2} \right) v_1^2v_6 - 288 \left(2J_1^{(2)} - J_0^{(2)2} \right) v_2^2v_6 - 48 \left(2J_1^{(1)} - J_0^{(1)2} - \frac{2}{3}G_1 \right) v_4^2v_6 - \\ & - 48 \left(2J_1^{(2)} - J_0^{(2)2} - \frac{2}{3}G_2 \right) v_5^2v_6 - 96 \left(2J_1^{(8)} - J_0^{(1)2} \right) v_4v_6^2 - 96 \left(2J_1^{(9)} - J_0^{(2)2} \right) v_5v_6^2 - \\ & - 64 \left(2J_1^{(8)} - J_0^{(1)2} \right) v_3^2v_4 - 64 \left(2J_1^{(9)} - J_0^{(2)2} \right) v_3^2v_5 + 32 \left(2J_1^{(1)} - J_0^{(1)2} \right) v_3v_4^2 + \\ & + 32 \left(2J_1^{(2)} - J_0^{(2)2} \right) v_3v_5^2 - 64 \left(J_1^{(3)} + J_1^{(4)} - J_0^{(3)2} - 2G_3 \right) v_3^2v_6 + \\ & + 64 \left(J_1^{(3)} + J_1^{(4)} - J_0^{(3)2} - 2G_3 \right) v_3v_6^2 + 288 \left(2J_1^{(1)} - J_0^{(1)2} - \frac{2}{3}G_1 \right) v_1v_4v_6 + \\ & + 288 \left(2J_1^{(2)} - J_0^{(2)2} - \frac{2}{3}G_2 \right) v_2v_5v_6 + 128 \left(2J_1^{(8)} - J_0^{(1)2} \right) v_3v_4v_6 + 128 \left(2J_1^{(9)} - J_0^{(2)2} \right) v_3v_5v_6, \end{aligned}$$

$$J_0(X, Y) = \int_q \int_0^\infty \int_0^\infty dz dz' d^{D-1} q G_X(\mathbf{q}; z, z') G_Y(-\mathbf{q}; z, z') \quad (X, Y \in \{\Phi, \Psi\}),$$

$$J_1(X, Y, Z, T) = \int_q \int_0^\infty \int_0^\infty \int_0^\infty dz dz' dz'' d^{D-1} q d^{D-1} p G_X(\mathbf{q}; z, z') G_Y(-\mathbf{q}; z, z'') G_Z(\mathbf{p}; z', z'') G_T(-\mathbf{p} + \mathbf{q}; z', z''),$$

$$G(X, Y, Z) = \frac{\partial}{\partial k^2} \int_q \int_0^\infty \int_0^\infty \int_0^\infty dz dz' d^{D-1} q d^{D-1} p G_X(\mathbf{q}; z, z') G_Y(-\mathbf{p}; z, z') \times \\ \times G_Z(-\mathbf{p} - \mathbf{q} + \mathbf{k}; z, z') \Big|_{k^2=0} \quad (X, Y, Z, T \in \{\Phi, \Psi\}),$$

$$\begin{aligned} J_0^{(1)} &= J_0(\Phi, \Phi), & J_0^{(2)} &= J_0(\Psi, \Psi), & J_0^{(3)} &= J_0(\Phi, \Psi), \\ J_1^{(1)} &= J_1(\Phi, \Phi, \Phi, \Phi), & J_1^{(2)} &= J_1(\Psi, \Psi, \Psi, \Psi), & J_1^{(3)} &= J_1(\Phi, \Phi, \Psi, \Psi), \\ J_1^{(4)} &= J_1(\Psi, \Psi, \Phi, \Phi), & J_1^{(5)} &= J_1(\Phi, \Psi, \Phi, \Psi), & J_1^{(6)} &= J_1(\Phi, \Psi, \Phi, \Phi), \\ J_1^{(7)} &= J_1(\Phi, \Psi, \Psi, \Psi), & J_1^{(8)} &= J_1(\Phi, \Phi, \Phi, \Psi), & J_1^{(9)} &= J_1(\Psi, \Psi, \Psi, \Phi), \\ G^{(1)} &= G(\Phi, \Phi, \Phi), & G^{(2)} &= G(\Phi, \Phi, \Psi), & G^{(3)} &= G(\Phi, \Psi, \Psi), & G^{(4)} &= G(\Psi, \Psi, \Psi). \end{aligned}$$

В выражениях для β -функций значения интегралов зависят от вида фазового перехода, описываемого параметром порядка. Возможны три случая:

1. Параметр порядка Φ описывает специальный фазовый переход, Ψ — обычный фазовый переход,

$$\begin{aligned} J_0^{(1)} &= J_{11}, & J_0^{(2)} &= J_{22}, & J_0^{(3)} &= J_{12}, \\ J_1^{(1)} &= J_{1111}, & J_1^{(2)} &= J_{2222}, & J_1^{(3)} &= J_{1122}, \\ J_1^{(4)} &= J_{2211}, & J_1^{(5)} &= J_{1212}, & J_1^{(6)} &= J_{2111}, \\ J_1^{(7)} &= J_{1222}, & J_1^{(8)} &= J_{1112}, & J_1^{(9)} &= J_{2221}, \\ G_1 &= G_{111}, & G_2 &= G_{112}, & G_3 &= G_{122}, & G_4 &= G_{222}. \end{aligned}$$

2. Оба параметра порядка Φ и Ψ описывают специальные фазовые переходы,

$$\begin{aligned} J_0^{(1)} &= J_{11}, & J_0^{(2)} &= J_{11}, & J_0^{(3)} &= J_{11}, \\ J_1^{(i)} &= J_{1111} \quad (i = 1, 2, \dots, 9), \\ G_j &= G_{111} \quad (j = 1, 2, 3, 4). \end{aligned}$$

3. Оба параметра порядка Φ и Ψ описывают обычные фазовые переходы,

$$\begin{aligned} J_0^{(1)} &= J_{22}, & J_0^{(2)} &= J_{22}, & J_0^{(3)} &= J_{22}, \\ J_1^{(i)} &= J_{2222} \quad (i = 1, 2, \dots, 9), \\ G_j &= G_{222} \quad (j = 1, 2, 3, 4). \end{aligned}$$

Известно, что ряды теории возмущений являются асимптотическими, а вершины взаимодействия флуктуаций параметров порядка во флуктуационной области достаточно велики, чтобы можно было непосредственно применять выражения (7). Поэтому с целью извлечения из полученных выражений нужной физической информации был применен обобщенный на многопараметрический случай

метод Паде–Бореля [13]. Прямое и обратное преобразование Бореля–Леруа имеют вид

$$\begin{aligned} f(\{v_i\}_{i=1, \dots, 6}) &= \sum_{i_1, \dots, i_6} c_{i_1 \dots i_6} \prod_{j=1}^6 v_j^{i_j} = \\ &= \int_0^\infty e^{-t} F(\{v_i \cdot t\}_{i=1, \dots, 6}) dt, \end{aligned}$$

$$F(\{v_i\}_{i=1, \dots, 6}) = \sum_{i_1, \dots, i_6} \frac{c_{i_1, \dots, i_6}}{\left(\sum_{l=1}^6 i_l\right)!} \prod_{j=1}^6 v_j^{i_j}.$$

Для аналитического продолжения борелевского образа функции вводится ряд по вспомогательной переменной θ

$$\begin{aligned} \tilde{F}(\{v_i\}_{i=1, \dots, 6}, \theta) &= \\ &= \sum_{k=0}^\infty \theta^k \sum_{i_1, \dots, i_6} \frac{c_{i_1 \dots i_6}}{k!} \prod_{j=1}^6 v_j^{i_j} \delta_{i_1 + \dots + i_6, k}, \end{aligned}$$

к которому применяется аппроксимация Паде [L/M] в точке $\theta = 1$.

В двухпетлевом приближении для вычисления β -функций был использован аппроксимант [2/1]. Природа критического поведения определяется существованием устойчивой фиксированной точки, удовлетворяющей системе уравнений

$$\beta_i(\{v_i^*\}_{i=1,\dots,6}) = 0 \quad (i = 1, \dots, 6). \quad (7)$$

Устойчивость фиксированной точки определяется собственными значениями b_i матрицы

$$B_{i,j} = \frac{\partial \beta_i(\{v_i^*\}_{i=1,\dots,6})}{\partial v_j} \quad (i = 1, \dots, 6),$$

которые должны лежать в правой комплексной полуплоскости.

Для однородных систем ($v_4 = v_5 = v_6 = 0$) эффективные заряды в устойчивой фиксированной точке для трех, описанных выше случаев, имеют следующие значения.

1. Специально-обычный переход: $v_1 = 0.004669$, $v_2 = 0.005120$, $v_3 = 0.002988$, при этом собственные значения матрицы устойчивости $b_1 = 0.077$, $b_2 = 0.491$, $b_3 = 0.599$. Тип мультикритического поведения будет определяться знаком параметра $s = v_3^2 - v_1 v_2$. В рассматриваемом случае $s < 0$, следовательно, должно наблюдаться тетракритическое объемное поведение.

2. Специально-специальный переход: $v_1 = v_2 = v_3 = 0.004240$, $b_1 = 0.048$, $b_2 = 0.411$, $b_3 = 0.532$. В рассматриваемом случае $s = 0$, следовательно, должно наблюдаться бикритическое объемное поведение.

3. Обычно-обычный переход: $v_1 = v_2 = v_3 = 0.004986$, $b_1 = 0.085$, $b_2 = 0.507$, $b_3 = 0.647$. Как и в предыдущем случае, должно наблюдаться бикритическое объемное поведение.

Для примесных систем соответствующие фиксированные точки описываются следующими эффективными зарядами.

4. Специально-обычный переход: $v_1 = -0.000014$, $v_2 = -0.000037$, $v_3 = -0.000711$, $v_4 = -0.012058$, $v_5 = -0.013806$, $v_6 = -0.005508$ ($b_1 = 0.033$, $b_2 = 0.246$, $b_3 = 0.405$, $b_4 = 0.617$, $b_{5,6} = 0.474 \pm 0.020i$). Значения эффективных зарядов v_1, v_2, v_4, v_5 лежат в нефизической области, поэтому можно ожидать размытие фазового перехода.

5. Специально-специальный переход: $v_1 = v_2 = 0.005855$, $v_3 = 0$, $v_4 = v_5 = 0.001507$, $v_6 = 0$ ($b_1 = 0.002$, $b_2 = 0.005$, $b_3 = 0.121$, $b_4 = 0.140$, $b_5 = 0.465$, $b_6 = 0.471$). Наблюдается расщепление параметров порядка. Тип мультикритического поведения — тетракритический.

6. Обычно-обычный переход: $v_1 = v_2 = 0.008303$, $v_3 = 0$, $v_4 = v_5 = 0.004268$, $v_6 = 0$ ($b_1 = 0.029$, $b_{2,3} = 0.436 \pm 0.178i$, $b_4 = 0.031$, $b_{5,6} = 0.443 \pm 0.174i$). Как и в предыдущем случае, должна наблюдаться тетракритическая точка.

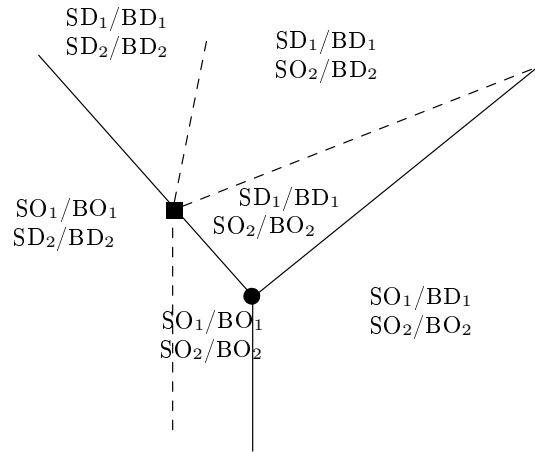


Рис. 2. Мультикритическая точка пятого порядка

4. ВЫВОДЫ

Из приведенных выше результатов следует, что полуограниченность системы не изменяет типы мультикритического поведения в ситуации, когда фазовый переход происходит одновременно во всей системе по обоим параметрам порядка (обычно-обычный переход). Как и для неограниченных систем [1], в однородных системах наблюдается бикритическое поведение, а в неупорядоченных — тетракритическое с развязыванием параметров порядка. Отсюда можно сделать вывод, что экспериментальное исследование ограниченных систем должно приводить к результатам, качественно совпадающим с предсказаниями теории для неограниченных систем. Вопрос о количественном совпадении остается открытым в силу того, что из малой величины поправок к значениям фиксированных точек системы (ограничении с одной стороны) не следует малость смещения при ограничении с двух и более сторон.

Если в системе при некоторых условиях наблюдается поверхностное упорядочивание при температуре отличной от объемного упорядочивания, то на фазовой диаграмме могут наблюдаться мультикритические точки более высокого порядка. Пусть поверхностное упорядочивание происходит не одновременно с объемным только для одного из параметров порядка. Тогда на фазовой диаграмме появляется мультикритическая точка пятого порядка, в которой линия обычного фазового перехода второго параметра порядка проходит через точку специального перехода первого параметра порядка. Схематично одна из возможных фазовых диаграмм такой системы

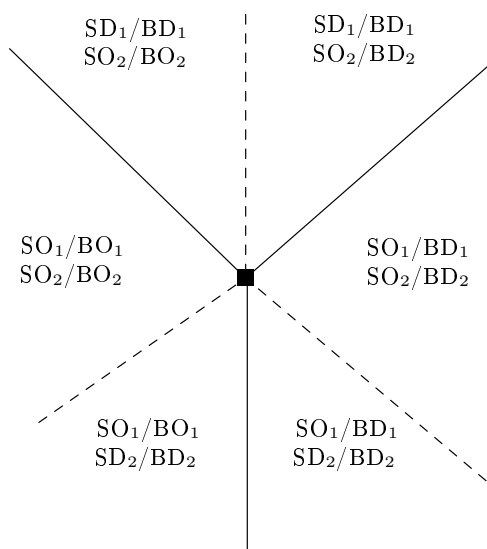


Рис. 3. Мультикритическая точка шестого порядка

изображена на рис. 2 (мультикритическая точка пятого порядка выделена квадратом; линии фазовых переходов для одного параметра порядка сплошными линиями, для другого — штриховыми).

Если поверхностное упорядочивание происходит не одновременно с объемным для обоих параметров порядка, то, кроме мультикритической точки пятого порядка, на фазовой диаграмме может появиться мультикритическая точка шестого порядка, возникающая при совпадении двух точек специального перехода. Одна из возможных фазовых диаграмм такой системы изображена на рис. 3 (мультикритическая точка шестого порядка выделена квадратом; линии фазовых переходов для одного параметра порядка сплошными линиями, для другого — штриховыми).

Замороженный точечный беспорядок приводит к размытию мультикритической точки пятого порядка, точка же шестого порядка на фазовой диаграмме остается, происходит лишь ее смещение.

Таким образом, фазовая диаграмма полуограниченных систем существенно усложняется по сравнению с неограниченными системами. Однако на линии фазовых переходов присутствующая у неограниченных систем плоская свободная граница оказывает слабое влияние, не обнаруживаемое экспериментально.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант № 06-02-16018).

ЛИТЕРАТУРА

1. В. В. Прудников, П. В. Прудников, А. А. Федоренко, ФТТ **42**, 1, 158 (2000).
2. H. Rohrer, Phys. Rev. Lett. **34**, 1638 (1975).
3. A. R. King and H. Rohrer, Phys. Rev. Lett. **19**, 5864 (1979).
4. N. F. Heira, A. P. Filho, and S. R. Salinas, Phys. Lett. Ser. A **55**, 293 (1975).
5. J. A. J. Basten, E. Frikkee, and W. J. M. de Jonge, Phys. Rev. Lett. **42**, 897 (1979).
6. Y. Shapira and N. F. Oliveira, J. Appl. Phys. **49**, 1374 (1978).
7. С. В. Белим, ЖЭТФ **130**, 4, 702 (2006).
8. K. Binder and P. C. Hohenberg, Phys. Rev. B **6**, 3461 (1972).
9. T. C. Lubensky and M. H. Rubin, Phys. Rev. Lett. **31**, 1469 (1973).
10. T. C. Lubensky and M. H. Rubin, Phys. Rev. B **11**, 4533 (1975).
11. H. W. Diehl and S. Dietrich, Phys. Rev. B **24**, 2878 (1981).
12. Y. Y. Goldschmidt and D. Jasnow, Phys. Rev. B **29**, 3990 (1984).
13. Е. В. Орлов, А. И. Соколов, ФТТ **42**, 2087 (2000).