

СТРУКТУРНЫЕ ОСОБЕННОСТИ САМОВОЗДЕЙСТВИЯ ЛАЗЕРНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ В РЕЖИМЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЙ ИНДУЦИРОВАННОЙ ПРОЗРАЧНОСТИ

Н. А. Жарова, А. Г. Литвак, В. А. Миронов*

*Институт прикладной физики Российской академии наук
603600, Нижний Новгород, Россия*

Поступила в редакцию 22 марта 2007 г.

Исследованы структурные особенности динамики самофокусировки лазерного излучения в полосе электромагнитной индуцированной прозрачности (ЭИП) в атомной системе с Λ -схемой энергетических уровней. Эффективная нелинейность ЭИП-среды проявляется прежде всего как нелинейная дисперсия (зависимость групповой скорости от амплитуды волны). Качественный анализ динамики самовоздействия лазерных импульсов, подтвержденный численным моделированием, показывает, что нелинейная эволюция трехмерного волнового пакета осуществляется по сценарию самофокусировки, на фоне которой опережающим темпом происходит опрокидывание профиля огибающей и образование ударной волны.

PACS: 42.50.Gy, 42.50.Hz, 42.65.Tg

1. ВВЕДЕНИЕ

Резонансное взаимодействие полихроматического излучения с веществом открывает новые широкие возможности управления оптическими свойствами среды. Они связаны с квантовой интерференцией различных каналов возбуждения атомной системы [1, 2]. Ключевое место в понимании этих возможностей занимает модель трехуровневой среды в поле резонансного бихроматического излучения [1, 3]. Квантовые интерференционные эффекты приводят к образованию окна прозрачности внутри области резонансного поглощения. Эффект электромагнитной индуцированной прозрачности (ЭИП) относится к особому типу параметрического резонансного взаимодействия волн. Для него характерна заметная модификация дисперсионных свойств среды в области, где частота поля близка к частоте перехода. Это приводит, в частности, к существенно замедлению скорости распространения лазерного импульса в окне прозрачности [4]. Подавление поглощения при резонансном взаимодействии лазерного излучения с атомными системами позволяет ре-

ализовать хорошо известные нелинейные явления (оптическая стабилизация частоты [5], обращение волнового фронта [6], четырехволновое взаимодействие [2, 7], параметрическое преобразование спектра [2, 7, 8] и др.) при уровнях мощности, заметно меньших значений, характерных для обычных (нерезонансных) оптических сред.

Специфические особенности параметрического резонансного взаимодействия волн в режиме ЭИП проявляются и при распространении бихроматического излучения в ансамбле трехуровневых атомов. В одномерном случае найден широкий класс несогласованных двухимпульсных структур. Без учета процессов релаксации фазовой когерентности в системе Λ -атомов эти волновые пакеты распространяются, не изменяя форму, на расстояния, заметно превышающие длину поглощения одиночного импульса (см. [9–11] и цитируемую там литературу).

Исследовалась и другая возможность, связанная с использованием ЭИП для усиления процессов стационарного самовоздействия лазерного излучения [12]. Экспериментальная реализация гигантского эффекта Керра проведена в работе [13]. Дополнительные возможности для управления шириной полосы ЭИП и получением гигантского эффекта Керра открываются при взаимодействии резонанс-

*E-mail: zhani@appl.sci-nnov.ru

ного многочастотного излучения с многоуровневыми системами [14].

Экспериментально исследовалась и возможность фокусировки одной волны в неоднородном поле другой волны в случае бихроматического излучения (так называемая индуцированная фокусировка [15]).

В предлагаемой работе исследуется динамика самовоздействия пространственно ограниченного лазерного импульса в условиях ЭИП, для которых характерна сильная нелинейность и исчезающе слабое поглощение. В следующем разделе получено уравнение, описывающее нестационарную самофокусировку импульса в среде с долгоживущей фазовой когерентностью. Качественный анализ пространственно-временной эволюции слабого волнового пакета в поле сильной волны накачки, проведенный в разд. 3, подтверждается результатами численного исследования (разд. 4). Особенности динамики самовоздействия в рассматриваемом случае связаны с зависимостью групповой скорости импульса от амплитуды (нелинейной дисперсией) [16]. Влияние нелинейной дисперсии на распространение импульса в одномерном случае достаточно широко обсуждалось в литературе [17]. Этот эффект приводит к укрупнению профиля импульса с последующей диссипацией энергии на фронте ударной волны. Однако при учете конечного поперечного размера волнового пакета начинает играть заметную роль самофокусировка, так что достаточно мощное излучение эволюционирует с образованием особенности типа фокуса. Дело в том, что в большинстве сред определяющей является кубичная (керровская) нелинейность, а влияние нелинейной дисперсии оказывается малым по параметру (длина волны/длительность импульса), и возникает вопрос о конкуренции этих двух эффектов [18]. ЭИП-среда является в некотором роде уникальной, поскольку нелинейная дисперсия оказывается существенно больше кубической нелинейности даже для квазимонохроматического излучения. При подходящей частотной отстройке от двухфотонного резонанса и соответствующей мощности излучения нелинейная эволюция трехмерного волнового пакета осуществляется по сценарию самофокусировки, но особенность в решении носит смешанный характер: на фоне самофокусировки происходит укрупнение продольного профиля огибающей и образование ударного фронта. Заметим, что характерное расстояние, на котором происходит образование ударной волны огибающей, оказывается существенно меньшим, чем в случае одномерного волнового пакета, т. е. поперечные эффекты приводят к эффективно усилению нелинейной дисперсии.

2. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ. ОСНОВНЫЕ УРАВНЕНИЯ

Рассмотрим пространственно-временную эволюцию бихроматического лазерного излучения:

$$E = E_1(\mathbf{r}_\perp, z, t) \exp(i\omega_1 t - ik_1 z) + E_2(\mathbf{r}_\perp, z, t) \exp(i\omega_2 t - ik_2 z), \quad (1)$$

при резонансном взаимодействии с трехуровневой системой (рис. 1), в которой состояние $|2\rangle$ является метастабильным.

Будем предполагать, что частоты ω_1, ω_2 волновых пакетов совпадают с частотами атомных переходов $\omega_1 = \omega_{13}, \omega_2 = \omega_{23}$. Волновые числа связаны с частотами вакуумным дисперсионным отношением $k_{1,2} = \omega_{1,2}/c$, что справедливо для разреженного газа.

Эволюция волновых пакетов $E_{1,2}(\mathbf{r}_\perp, z, t)$ описывается укороченными уравнениями:

$$2ik_j \left(\frac{\partial E_j}{\partial z} + \frac{1}{c} \frac{\partial E_j}{\partial t} \right) + \Delta_\perp E_j = 4k_j^2 \pi P_j, \quad (2)$$

где P_j — комплексная амплитуда поляризации, индуцированной полем $E_j, j = 1, 2$. Она определяется недиагональными элементами матрицы плотности ρ_{j3} :

$$P_j = N d_{3j} \rho_{j3}, \quad (3)$$

где N — плотность атомов, d_{3j} — электродипольные моменты разрешенных переходов.

Динамические уравнения для элементов матрицы плотности Λ -атома имеют вид [1, 3, 4]

$$i\dot{n}_1 = -(g_1 \rho_{31} - \text{с.с.}) + 2i\gamma_1 n_3, \quad (4)$$

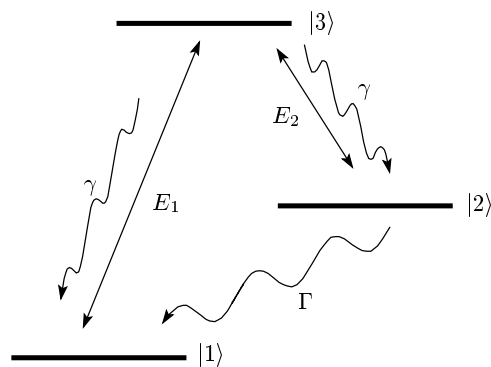


Рис. 1. Схема энергетических уровней в Λ -атоме. Волна E_1 находится в резонансе с переходом $|1\rangle \leftrightarrow |3\rangle$, волна E_2 — соответственно с переходом $|2\rangle \leftrightarrow |3\rangle$, низкочастотный переход $|1\rangle \leftrightarrow |2\rangle$ запрещен

$$i\dot{n}_2 = -(g_2\rho_{32} - \text{с.с.}) + 2i\gamma_2 n_3, \quad (5)$$

$$i\dot{n}_3 = (g_1\rho_{31} + g_2\rho_{32} - \text{с.с.}) - 2i(\gamma_1 + \gamma_2)n_3, \quad (6)$$

$$i\dot{\rho}_{13} = -g_1(n_3 - n_1) + g_2\rho_{12} - i\gamma\rho_{13}, \quad (7)$$

$$i\dot{\rho}_{23} = -g_2(n_3 - n_2) + g_1\rho_{21} - i\gamma\rho_{23}, \quad (8)$$

$$i\dot{\rho}_{12} = -g_1\rho_{32} + g_2^*\rho_{13} - i\Gamma\rho_{12}. \quad (9)$$

Первые три уравнения (4)–(6) описывают динамику населенности уровней (диагональных элементов матрицы плотности $\rho_{11} = n_1$, $\rho_{22} = n_2$, $\rho_{33} = n_3$). Величины $2\gamma_1$, $2\gamma_2$ — соответственно, парциальные скорости распада с уровня $|3\rangle$ на уровни $|1\rangle$, $|2\rangle$; $\gamma = \gamma_1 + \gamma_2$. Эти уравнения сохраняют число частиц в трехуровневой системе:

$$n_1 + n_2 + n_3 = 1. \quad (10)$$

Недиагональные элементы $\rho_{ij} = \rho_{ji}^*$ определяют поляризацию атома на частоте соответствующего перехода ω_{ij} . Коэффициент Γ — скорость релаксации низкочастотной когерентности ρ_{12} . Частоты Раби $g_i = d_i E_i / \hbar$ (d_i — дипольный момент соответствующего перехода) определяют параметрическую связь атомной системы с полем.

Особенности взаимодействия волновых пакетов в рассматриваемом случае связаны с тем, что скорость релаксации низкочастотной когерентности мала по сравнению со скоростью распада верхнего уровня:

$$\Gamma \ll \gamma_1, \gamma_2, \gamma. \quad (11)$$

В этих условиях релаксационные процессы в системе (4)–(9) определяются сильно различающимися по длительности характерными временами. Видно, что наиболее быстрый процесс связан с релаксацией населенности на верхнем уровне $|3\rangle$ и установлением поляризаций ρ_{13} и ρ_{23} . Таким образом, для волновых полей, плавно меняющихся на временах τ_E , таких что

$$\tau_E \gg \gamma^{-1}, \quad (12)$$

временными производными в уравнениях (6)–(8) можно пренебречь и воспользоваться квазистационарными соотношениями для элементов матрицы плотности:

$$g_1\rho_{31} + g_2\rho_{32} - \text{с.с.} = 2i\gamma n_3, \quad (13)$$

$$-g_1(n_3 - n_1) + g_2\rho_{12} = i\gamma\rho_{13}, \quad (14)$$

$$-g_2(n_3 - n_2) + g_1\rho_{21} = i\gamma\rho_{23}. \quad (15)$$

Динамика системы в этих условиях определяется релаксацией населенностей на нижних уровнях $|1\rangle$, $|2\rangle$ и процессом установления низкочастотной когерентности ρ_{12} . Для амплитуд полей, много меньших значения, насыщающего оптические переходы Λ -системы,

$$|g| \ll \gamma, \quad (16)$$

приходим к следующим уравнениям:

$$\frac{\partial n_1}{\partial t} = \frac{1}{\gamma} (|g_2|^2 - (|g_1|^2 + |g_2|^2)n_1), \quad (17)$$

$$\frac{\partial \rho_{12}}{\partial t} = -\frac{\Gamma\gamma + |g_1|^2 + |g_2|^2}{\gamma} \rho_{12} - \frac{1}{\gamma} g_1 g_2^*. \quad (18)$$

Отсюда видно, что время установления стационарного состояния определяется временем релаксации низкочастотной когерентности ρ_{12} :

$$\tau_{12} = \left(\Gamma + \frac{g_1^2 + g_2^2}{\gamma} \right)^{-1}.$$

С ростом поля время τ_{12} уменьшается и в условиях когерентного пленения населенностей ($g^2 \gg \Gamma\gamma$) сравнивается с характерным временем установления населенностей на нижних уровнях $|1\rangle$, $|2\rangle$.

Эволюция поля в среде Λ -атомов определяется недиагональными элементами ρ_{13} , ρ_{23} матрицы плотности. Соотношения (13)–(15) и (10) позволяют выразить их через ρ_{12} и n_1 . С учетом этих материальных соотношений можно получить уравнения, описывающие пространственно-временную эволюцию волновых пакетов:

$$2ik_1 \left(\frac{\partial g_1}{\partial z} + \frac{1}{c} \frac{\partial g_1}{\partial t} \right) + \Delta_{\perp} g_1 = -2ik_1 \frac{\mu_1}{\gamma} (g_1 n_1 + g_2 \rho_{12}), \quad (19)$$

$$2ik_2 \left(\frac{\partial g_2}{\partial z} + \frac{1}{c} \frac{\partial g_2}{\partial t} \right) + \Delta_{\perp} g_2 = -2ik_2 \frac{\mu_2}{\gamma} (g_2 (1 - n_1) + g_1 \rho_{12}^*), \quad (20)$$

где

$$k_{1,2} = \frac{\omega_{1,2}}{c}, \quad \mu_i = \frac{2\pi N \omega_i d_i^2}{\hbar c},$$

N — плотность трехуровневых атомов.

Система уравнений (17)–(20) определяет динамику резонансного взаимодействия волновых полей в условиях инерционного установления низкочастотной когерентности. В некотором смысле она аналогична ставшей уже «классической» системе уравнений Максвелла–Блоха, предназначенной для исследования особенностей самовоздействия в ансамбле двухуровневых атомов. Полученная система отражает специфику резонансных процессов в ансамбле Λ -атомов.

Рассмотрим более детально долговременную эволюцию «слабого» импульса $|g_1|^2 \ll |g_2|^2$. Будем предполагать, что излучение на частоте ω_2 непрерывно $g_2 = \text{const} = g$. В случае плавного (в масштабе τ_{12}) распределения поля g_1 материальные соотношения (17), (18) удобно переписать как

$$n_1 = \frac{|g|^2}{|g_1|^2 + |g|^2} - \frac{\gamma}{|g_1|^2 + |g|^2} \frac{\partial n_1}{\partial \tau}, \quad (21)$$

$$\rho_{12} = -\frac{g_1 g^*}{\Gamma \gamma + |g_1|^2 + |g|^2} - \frac{\gamma}{\Gamma \gamma + |g_1|^2 + |g|^2} \frac{\partial \rho_{12}}{\partial \tau}. \quad (22)$$

В рассматриваемом адиабатическом приближении отклонение от квазистационарных значений

$$n_{qst} = \frac{|g|^2}{|g_1|^2 + |g|^2}, \quad \rho_{qst} = -\frac{g_1 g^*}{\Gamma \gamma + |g_1|^2 + |g|^2}$$

мало. Применяя метод последовательных приближений, выразим величины n_1 и ρ_{12} через поле g_1 и его временные производные с точностью до второй производной. Оставляя в разложении члены первого порядка малости по параметру $|g_1|^2/|g|^2$ и вводя параметр $\mu = 4\pi N \omega d_{13}^2 / \hbar c$, приходим к следующему уравнению:

$$\frac{1}{c} \frac{\partial g_1}{\partial t} + \left(\frac{\partial}{\partial z} + \frac{i}{2k_1} \Delta_{\perp} \right) g_1 = -\frac{\mu}{g^2} \frac{\partial g_1}{\partial t} - \frac{\mu \Gamma}{g^2} g_1 + \frac{2\mu |g_1|^2}{g^4} \frac{\partial g_1}{\partial t} + \frac{\mu \gamma}{g^4} \frac{\partial^2 g_1}{\partial t^2} - \frac{\mu \gamma^2}{g^6} \frac{\partial^3 g_1}{\partial t^3}, \quad (23)$$

которое в условиях электромагнитной индуцированной прозрачности ($g^2 > \Gamma \gamma$) описывает эволюцию волнового поля. Первый член в правой части (23) описывает хорошо известный процесс замедления скорости распространения пробного импульса в Λ -системе. Второе и четвертое слагаемые отвечают за диссипацию импульса на трассе его распространения: «равномерное» (по длине импульса) затухание волнового пакета (второе слагаемое) определяется

скоростью релаксации низкочастотной когерентности Γ , а при $\Gamma = 0$ затухание связано с диффузионным расплыванием волнового пакета (четвертое слагаемое). Нелинейное третье слагаемое является следствием зависимости групповой скорости волнового пакета в Λ -системе от амплитуды слабой волны g_1 . Наконец, последний член в правой части (23) отвечает за дисперсию волны в окне электромагнитной прозрачности¹⁾. При распространении волнового пакета с малой ($|g_1| \ll |g|$), но конечной амплитудой, из формулы (23) видно, что диссипативные эффекты преобладают над дисперсионными. Из диссипативных эффектов будем учитывать лишь диссипацию, связанную с конечной полосой окна ЭИП (т.е. положим в (23) $\Gamma = 0$). Масштабная инвариантность упрощенного таким образом уравнения (23) позволяет привести его к виду, удобному для качественного исследования. Введем безразмерные переменные

$$\psi = \frac{g_1}{g_m}, \quad \tau = \frac{2g_m^2}{\gamma} \left(t - \frac{z}{v_{gr}} \right), \quad v_{gr} = \left(\frac{1}{c} + \frac{\mu}{g^2} \right)^{-1},$$

$$z_{new} = \frac{4\mu g_m^4 z}{g^4 \gamma}, \quad r_{new} = \frac{2g_m^2 \sqrt{2\hbar\mu}}{g^2 \sqrt{\gamma}},$$

где g_m — свободный параметр, значение которого выбирается порядка максимального значения поля $g_m \sim \max g_1(\xi, z)$ в волновом пакете. В результате приходим к уравнению

$$-i \frac{\partial \psi}{\partial z} + \Delta_{\perp} \psi + i |\psi|^2 \frac{\partial \psi}{\partial \tau} + i \alpha \frac{\partial^2 \psi}{\partial \tau^2} = 0, \quad (24)$$

которое описывает динамику самовоздействия волнового поля в системе координат, связанной с групповой скоростью импульса v_{gr} ; параметр α характеризует затухание в окне прозрачности. В условиях проводимых экспериментов, как правило, групповая скорость много меньше скорости света [1, 4, 19], и замедление $v_{gr}/c \approx g^2/c\mu$ определяется в этом случае параметрами среды и амплитудой волны накачки.

В одномерном случае ($\Delta_{\perp} = 0$) динамика самовоздействия определяется конкуренцией нелинейности, связанной с зависимостью групповой скорости от амплитуды, и диссипацией и проявляется в укрупнении переднего фронта импульса, которое стабилизируется «электромагнитной» вязкостью среды. Эти эффекты хорошо исследованы в нелинейной оптике [17].

¹⁾ Отметим, что в линейном приближении из формулы (23) следует дисперсионное соотношение, полученное и исследованное в работе [19].

3. КАЧЕСТВЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ОСОБЕННОСТЕЙ ДИНАМИКИ САМОФОКУСИРОВКИ В СРЕДЕ С НЕЛИНЕЙНОЙ ДИСПЕРСИЕЙ

Сначала рассмотрим качественные особенности эволюции системы в консервативном случае. При $\alpha = 0$ соответствующее уравнение

$$-i \frac{\partial \psi}{\partial z} + i |\psi|^2 \frac{\partial \psi}{\partial \tau} + \Delta_{\perp} \psi = 0 \quad (25)$$

имеет ряд интегралов движения, характерных для гамильтоновской системы такого типа [18]. Это законы сохранения «числа квантов» I (полной энергии трехмерного пакета), «импульса» P и «энергии» H :

$$\int |\psi|^2 d\mathbf{r}_{\perp} d\tau = I, \quad (26)$$

$$\int (\psi^* \psi_{\tau} - \psi \psi_{\tau}^*) d\mathbf{r}_{\perp} d\tau = iP, \quad (27)$$

$$\int \left(|\nabla_{\perp} \psi|^2 - \frac{i}{4} |\psi|^2 (\psi^* \psi_{\tau} - \psi \psi_{\tau}^*) \right) d\mathbf{r}_{\perp} d\tau = H. \quad (28)$$

Прежде всего заметим, что интегральное соотношение (27) может быть выражено через частотный спектр поля

$$\psi(\omega, \mathbf{r}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int \psi(\tau) \exp(i\tau\omega) d\tau$$

как

$$P = 2 \int \omega |\psi(\omega)|^2 d\omega d\mathbf{r}_{\perp}. \quad (29)$$

Сохранение эффективного импульса означает, что средняя частота $\bar{\omega}$ волнового пакета,

$$\bar{\omega} = \frac{\int \omega |\psi(\omega)|^2 d\omega d\mathbf{r}_{\perp}}{\int |\psi(\omega)|^2 d\omega d\mathbf{r}_{\perp}}, \quad (30)$$

также сохраняется в процессе самовоздействия.

Использование законов сохранения в дивергентном виде позволяет, как и в теории самофокусировки [20], получить уравнение

$$\frac{d^2(a_{\perp}^2)}{dz^2} = \frac{8H}{I} \quad (31)$$

для изменения квадрата эффективной ширины a_{\perp} волнового пакета,

$$a_{\perp}^2 = \frac{1}{I} \int (x^2 + y^2) |\psi|^2 d\mathbf{r}_{\perp} d\tau.$$

Для коллимированного начального распределения выражение (31) дает

$$a_{\perp}^2 = a_0^2 + \frac{4Hz^2}{I}.$$

Отсюда можно сделать вывод, что трехмерные волновые пакеты с $H < 0$ испытывают поперечное самосжатие в процессе распространения. Отрицательным гамильтонианом обладают, например, начальные распределения вида

$$\psi = G(z = 0, r_{\perp}) \exp(i\Omega\tau), \quad (32)$$

отстроенные на Ω от центральной частоты волнового пакета. Из формулы (28) видно, что самофокусировка монохроматического излучения ($G(z = 0, r_{\perp})$ не зависит от τ) возможна при отрицательном сдвиге частоты ($\Omega < 0$).

Это следует и непосредственно из уравнения (24). Подстановка (32) в (24) приводит к уравнению

$$-i \frac{\partial G}{\partial z} + \Delta_{\perp} G - \Omega |G|^2 G - i\alpha \Omega^2 G + i |G|^2 \frac{\partial G}{\partial \tau} = 0, \quad (33)$$

описывающему самовоздействие излучения в среде с кубичной нелинейностью. В случае монохроматического излучения мы приходим к нелинейному уравнению Шредингера с диссипацией. Последний член в (33) описывает нелинейную дисперсию излучения в окне прозрачности ЭИП. Нелинейное слагаемое керровского типа пропорционально сдвигу частоты. Для отрицательных отстроек ($\Omega < 0$) от резонанса в Λ -схеме нелинейность является фокусирующей, а для $\Omega > 0$ — дефокусирующей. Коэффициент поглощения монохроматического излучения в окне прозрачности возрастает как Ω^2 , так что нелинейные эффекты преобладают над диссипативными при малых отстройках. Условие преобладания нелинейной рефракции волнового пучка над дифракцией в аксиально-симметричном случае означает превышение мощности над критической мощностью для самофокусировки. В размерных переменных для критической мощности самофокусировки получаем [16, 20]

$$P_{cr} = 5.85 \frac{c|g|^4}{8\pi\hbar\mu|\Omega|}. \quad (34)$$

Очевидно, что с увеличением отстройки Ω величина критической мощности уменьшается. Однако сдвиг частоты Ω не должен превышать ширины окна электромагнитной индуцированной прозрачности:

$$|\Omega| < g^2/\gamma. \quad (35)$$

Соответственно, критическая мощность не может быть меньше минимального значения

$$P_{cr}^{min} = 5.85 \frac{c|g|^2\gamma}{8\pi\hbar\mu}. \quad (36)$$

Критическая мощность (36) уменьшается также и с уменьшением амплитуды управляющего поля $|g|$, но ограничена снизу условиями ЭИП $g^2 > \gamma\Gamma$. В реальной ситуации критическая мощность пробной волны может оказаться больше значения (36) вследствие конечной длительности импульса.

В случае импульсного излучения слабое, описывающее зависимость групповой скорости от амплитуды, приводит к деформации продольного профиля. Для определения важности этого эффекта сделаем преобразование автомодельного типа:

$$\psi = \frac{\Phi(z, r/a, \tau)}{a(z)} \exp\left(-i\frac{a_z}{4a}r^2\right). \quad (37)$$

В результате из формулы (24) получаем уравнение для автомодельной функции:

$$-i\frac{\partial\Phi}{\partial\eta} = \Delta_{\perp}\Phi + i|\Phi|^2\frac{\partial\Phi}{\partial\tau} - a_{zz}a^3\zeta^2\Phi + i\alpha a^2\frac{\partial^2\Phi}{\partial\tau^2}, \quad (38)$$

где для новой эволюционной переменной η имеем $d\eta = dz/a^2(z)$, $\zeta = r/a$. В теории самофокусировки преобразования такого типа приводят к переносу точки нелинейного фокуса z_0 ($a(z_0) = 0$) на бесконечность, так что решения уравнения (38) становятся регулярными на полубесконечном интервале изменения η ($0 \leq \eta < \infty$). Это означает, что удается выделить в явном виде процесс поперечного самосжатия аксиально-симметричного волнового пакета при самофокусировке. Достаточно естественно предположить, что в рассматриваемой «схлопывающейся» системе координат движение в приосевой области ($\zeta \approx 0$) является квазиодномерным и описывается уравнением

$$\frac{\partial\Phi_0}{\partial\eta} = |\Phi_0|^2\frac{\partial\Phi_0}{\partial\tau} + \alpha a^2\frac{\partial^2\Phi_0}{\partial\tau^2}, \quad (39)$$

где $\Phi_0 = \Phi(\eta, \tau, \zeta = 0)$. Видно, что динамика самовоздействия определяется модифицированным уравнением Бюргера. Особенность рассматриваемого случая связана с модификацией продольного профиля огибающей в условиях уменьшающейся при самофокусировке ($a \rightarrow 0$) вязкости. Это, в частности, оправдывает исследование консервативного случая, проведенное выше, и позволяет для оценки поведения ширины волнового пучка воспользоваться соотношением (31). В результате для $a \rightarrow 0$ получаем

$$a = \sqrt{a_{\perp}^2} \approx \left(8\frac{|H|}{I}z_0(z_0 - z)\right)^{1/2}, \quad (40)$$

где z_0 — длина самофокусировки. Это позволяет найти зависимость эффективной ширины от новой эволюционной переменной:

$$a^2 = 8\frac{|H|}{I}z_0^2 \exp\left(-\frac{8\eta z_0|H|}{I}\right). \quad (41)$$

Учитывая явную зависимость a^2 от η , можно представить уравнение (39) в виде

$$\frac{\partial\Phi_0}{\partial\eta} = |\Phi_0|^2\frac{\partial\Phi_0}{\partial\tau} + 8\alpha\frac{|H|}{I}z_0^2 \exp\left(-\frac{8\eta z_0|H|}{I}\right)\frac{\partial^2\Phi_0}{\partial\tau^2}. \quad (42)$$

Видно, что коэффициент вязкости экспоненциально убывает по пути распространения импульса. Таким образом, основным эффектом становится укрупнение продольного профиля и образование ударной волны огибающей. Для импульсов длительностью τ_0 из соотношения (42) нетрудно оценить длину «опрокидывания»:

$$\eta_0 \approx \tau_0/|\Phi_{max}|^2, \quad (43)$$

где Φ_{max} — максимальное значение поля. Очевидно, что это соответствует длинам пути импульса

$$z_F = z_0 \left(1 - \exp\left(-\frac{4|H/I|^{1/2}a_0\tau_0}{|\Phi_{max}|^2}\right)\right), \quad (44)$$

несколько меньшим, чем длина z_0 самофокусировки,

$$z_0 \approx a_0\sqrt{I/4|H|}.$$

Отсюда видно, что по мере уменьшения $|H|$ (увеличения длины самофокусировки) область опрокидывания по экспоненциальному закону удаляется от точки схлопывания поперечного распределения в направлении границы нелинейной среды.

Поглощение лазерного излучения на фронте ударной волны приведет, очевидно, к уменьшению мощности излучения до значения, меньшего критической мощности, и к последующей расфокусировке волнового поля. Таким образом, z_F является оценкой длины самофокусировки излучения в условиях модификации продольного профиля и образования ударной волны огибающей.

4. ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ДИНАМИКИ САМОВОЗДЕЙСТВИЯ

Проведенный в предыдущем разделе качественный анализ подтверждается численным моделированием уравнения (25). Численная схема реализована на основе метода расщепления операторов.

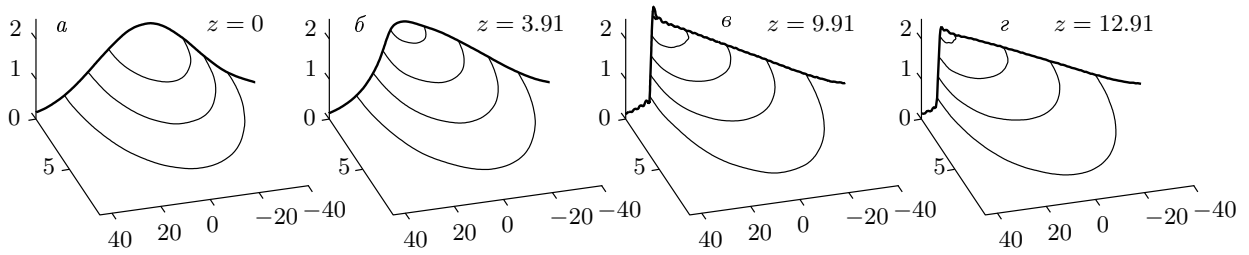


Рис. 2. Пространственная динамика гауссова импульса с параметрами $A_0 = 2$, $a_r = 5$, $a_\tau = 20$, $\phi = \Omega\tau$ и сдвигом частоты $\Omega = -0.03$; $\alpha = 1$

Вклад от поперечного лапласиана учитывается с помощью прогонки на неравномерной сетке по радиусу. Вязкость учитывается с помощью умножения в ω -пространстве фурье-образа функции ψ на ω^2 , нелинейная дисперсия — с помощью переноса «по характеристикам» в (z, τ) -пространстве.

Начальные условия задаются в виде аксиально-симметричных распределений поля:

$$\psi(r, \tau, z = 0) = A_0 \exp\left(-\frac{\tau^2}{2a_\tau^2} - \frac{r^2}{2a_r^2} + i\phi(\tau)\right), \quad (45)$$

где A_0 — амплитуда поля, a_r , a_τ — характерные масштабы распределения по соответствующим координатам, $\phi(\tau)$ — фаза поля ($d\phi/d\tau = \Omega(\tau)$ — отстройка локальной частоты волнового пакета от центра окна прозрачности, т. е. от резонансной частоты).

В качестве одной из характеристик эффективности кубичной нелинейности среды будем использовать средний сдвиг частоты излучения в приосевой области,

$$\delta\Omega(r = 0, z) = \frac{\int \omega |\psi_\omega(\omega, r = 0, z)|^2 d\omega}{\int |\psi_\omega(\omega, r = 0, z)|^2 d\omega}.$$

В отличие от сдвига частоты (30), усредненного по волновому пакету, эта величина не является интегралом движения в консервативном случае.

Начальные распределения поля (45) с постоянным по длине импульса частотным сдвигом Ω ($\phi(\tau) = \Omega\tau$) представляют собой волновые пакеты гауссовой формы. На рис. 2 показано характерное поведение импульса гауссовой формы со сдвигом частоты $\Omega = -0.03$ относительно центра окна прозрачности. За счет сдвига центральной частоты волнового пакета среда влияет на его распространение (в первом приближении) как среда с эффективной кубичной нелинейностью. Отклонение характера нелинейности от кубичной выражается в том, что

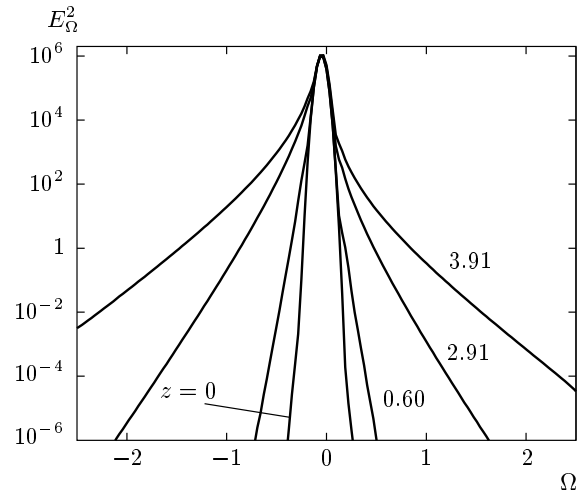


Рис. 3. Спектральная мощность E_Ω^2 распределения поля на оси в зависимости от частотного сдвига Ω от центра окна прозрачности для различных расстояний z от границы нелинейной среды. Начальное распределение представляет собой гауссов импульс с $A_0 = 2$, $a_r = 5$, $a_\tau = 20$, $\phi = \Omega\tau$ и сдвигом частоты $\Omega = -0.05$; $\alpha = 1$

по мере распространения импульса нарушается его симметрия и максимум смещается к заднему фронту. При достаточно большой мощности в импульсе и достаточно большом частотном сдвиге укручение заднего фронта может принять характер градиентной катастрофы. В результате в области максимального поля происходит уширение спектра импульса (см. рис. 3), а возбуждаемые при этом гармоники выходят из окна прозрачности и поглощаются. Таким образом, самовоздействие интенсивного волнового пакета с $\Omega < 0$ проявляется как самофокусировка, на фоне которой происходит образование ударных волн.

На рис. 4 показано поведение характерных параметров распределения: максимального значения по-

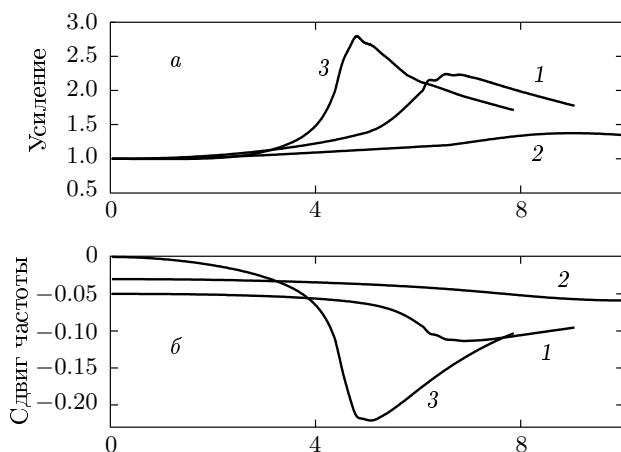


Рис. 4. Пространственная динамика характерных параметров распределения поля: (а) максимального значения поля, нормированного на начальную амплитуду, и (б) среднего сдвига частоты на оси для гауссовых начальных распределений с $A_0 = 2$, $a_r = 5$, $a_t = 20$. Кривые 1 соответствуют гауссову импульсу со сдвигом частоты $\Omega = -0.05$ ($\phi = \Omega\tau$); $\alpha = 1$; кривые 2 — импульсу с $\Omega = -0.03$ (то же, что и на рис. 2); кривые 3 соответствуют чирпированному ($\phi = \beta\tau^2$) импульсу с $\beta = -0.004$; $\alpha = 1$

ля и среднего сдвига частоты на оси $\delta\Omega$. Кривые 1 соответствуют гауссову импульсу с $A_0 = 2$, $a_r = 5$, $a_t = 20$, $\phi = \Omega\tau$ и сдвигом частоты $\Omega = -0.05$; $\alpha = 1$; кривые 2 — импульсу с $A_0 = 2$, $a_r = 5$, $a_t = 20$, $\phi = \Omega\tau$ и сдвигом частоты $\Omega = -0.03$; $\alpha = 1$. Увеличение (модуля) частотного сдвига при прочих равных параметрах приводит к заметному усилению нелинейных эффектов: существенно большему возрастанию поля на меньших расстояниях. Таким образом, сдвигая несущую частоту импульса (в пределах окна прозрачности), можно контролировать эффективную нелинейность. Отметим также появление дополнительного нелинейного сдвига частоты и соответствующее самосогласованное усиление «кубической» нелинейности на стадии сжатия. Возникновение этой обратной связи говорит о возможности самосжатия волнового пакета с нулевым сдвигом частоты. Обращает на себя внимание четкая корреляция пространственной динамики $\delta\Omega$ с максимальным значением поля, так что по любой из этих величин можно судить о близости момента эволюции к точке особенности.

Из условий отрицательности гамильтониана нетрудно получить оценку для минимальной отстройки от резонансной частоты

$$|\Omega|_{min} \approx 4\sqrt{2}A_0^2 a_r^2 a_t, \tag{46}$$

необходимой для развития самофокусировки. В соответствии с оценкой (46) при $\Omega = 0$ увеличение амплитуды импульса A_0 не приводит к самофокусировке, как это было бы, например, в среде с обычной кубической нелинейностью. Отсутствие самофокусировки гауссова импульса с нулевой частотной отстройкой было подтверждено в работах [16, 18] при численном исследовании решений с различными начальными амплитудами и характерными масштабами распределения. Однако оказывается, что существуют начальные распределения полей другого типа, которые даже без отстройки центральной частоты волнового пакета от центра окна прозрачности могут испытывать при распространении в ЭИП-среде заметную самофокусировку. Это распределения с частотным чирпом ($\phi = \beta\tau^2$), которые также входят в семейство начальных условий (45).

Пространственная динамика лазерных импульсов (45) с чирпом несущей частоты иллюстрируется на рис. 5. Для чирпированных волновых пакетов гамильтониан положителен, однако это не запрещает образования коллапса, поскольку условие $H < 0$ является достаточным, но не необходимым условием самофокусировки излучения.

Особенности эволюции системы при таких начальных условиях связаны с тем, что часть волнового пакета с положительной отстройкой частоты расфокусируется, другая часть (с отрицательной отстройкой) фокусируется, в результате чего нелинейная динамика оказывается связанной преимущественно именно с ней. Возрастание интенсивности излучения в приосевой области стимулирует увеличение отрицательного сдвига частоты и соответственно роли кубической нелинейности, что приводит к самосжатию волнового пакета. При этом оказывается, что в режим схлопывания захватывается значительная часть волнового поля.

Интенсивность процесса самовоздействия зависит от знака чирпа. При прочих равных условиях в ходе эволюции начального распределения с отрицательным чирпом ($\beta < 0$) достигаются большие значения поля и большая крутизна профиля огибающей, а характерное время образования особенности оказывается меньше, чем для импульсов с положительным чирпом ($\beta > 0$). При прочих равных параметрах начального распределения изменение знака β с отрицательного на положительный приводит к тому, что расстояние, на котором достигается максимальное усиление, возрастает примерно в два раза, а сам процесс самофокусировки практически не про-

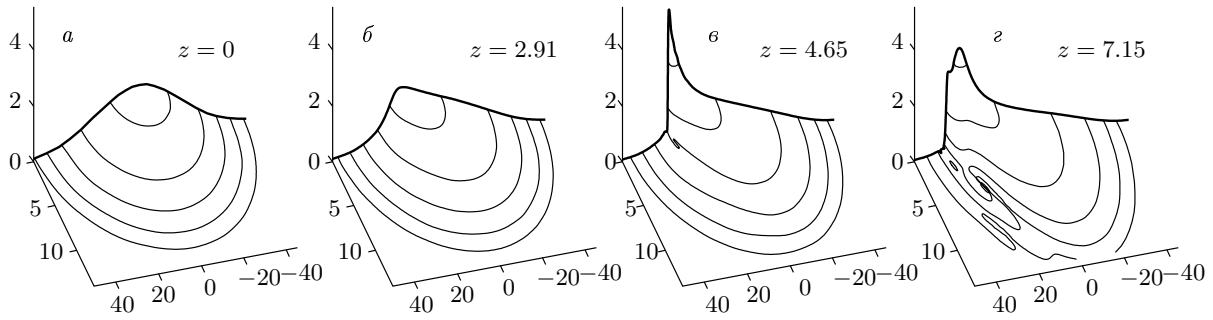


Рис. 5. Пространственная динамика модуля поля в последовательные «моменты» z для chirпированного ($\phi = \beta\tau^2$) гауссова импульса с параметрами $A_0 = 2$, $a_r = 5$, $a_\tau = 20$, $\beta = -0.004$, $\alpha = 1$

исходит: максимальное усиление поля оказывается лишь $A_{max}/A_0 \approx 1.2$.

Рост амплитуды A_0 или же величины β вызывает усиление интенсивности нелинейного процесса, так что и для импульса с положительным chirпом имеет место совершенно аналогичная нелинейная динамика решения. Более того, сравнивая рис. 2, 4 и 5, можно заключить, что эволюция начальных распределений гауссовой формы со сдвигом несущей частоты относительно центра окна прозрачности и chirпированных начальных распределений происходит одинаковым образом, а различия носят не качественный, а лишь количественный характер. Оценки по формуле (31) характерного расстояния z_0 , на котором в решении образуется особенность, дают для гауссовых импульсов с $\Omega = -0.03, -0.05$ соответственно $z_0 = 7.9, 6.7$, что в принципе неплохо соответствует результатам расчетов (см. рис. 4). Если (достаточно грубо) посчитать, что в chirпированном импульсе в нелинейный процесс вовлекается лишь его половина с отрицательной частотной отстройкой, то усредненный по этой половине импульса сдвиг $\Omega = -0.06$, и уравнение (31) дает $z_0 = 6.1$, что также является неплохой оценкой. Заметим, что в приведенных примерах особенность в решении совершенно очевидно носит характер ударной волны, однако, как и было показано выше, сдвиг координаты точки опрокидывания по отношению к точке коллапса оказывается небольшим. Оценки по формуле (44) дают от 2 до 4 процентов z_0 . Поскольку формирование ударной волны происходит на фоне самофокусировки и сопровождается существенным ростом амплитуды поля, зарегистрировать образование ударной волны в эксперименте проще всего по спектральным характеристикам прошедшего излучения.

5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В рассматриваемом нами режиме самофокусировки света в ЭИП-среде реализуется редкая возможность, когда нелинейная дисперсия преобладает над влиянием кубической нелинейности. В результате эффекты нелинейной дисперсии успевают проявиться на фоне самофокусировки, а опрокидывание продольного профиля и образование ударной волны происходит на расстоянии, меньшем длины самофокусировки (и, в том числе, заметно меньшем длины опрокидывания в одномерном случае). Соответственно, диссипация на фронте ударной волны приводит к стабилизации коллапса.

Используя метод моментов, можно найти критическую мощность самофокусировки. Для оптимального (отрицательного) сдвига частоты квазимонохроматического лазерного излучения гауссовой формы в окне прозрачности минимальное значение критической мощности составляет

$$P_{cr} = \frac{\gamma\omega}{\Omega_c^2} \frac{P_{dr}}{L^2} \lambda^2,$$

где P_{dr} — мощность управляющего поля, L — поперечный размер этого поля, λ — длина волны, $\Omega_c = (8\pi N\omega d^2/\hbar)^{1/2}$ — кооперативная частота «пробного» перехода. Для параметров экспериментов [3] по исследованию электромагнитной индуцированной прозрачности ($\gamma \approx 10^7 \text{ с}^{-1}$, $\omega \approx 10^{15} \text{ с}^{-1}$, $\Omega_c \approx 10^9\text{--}10^{10} \text{ с}^{-1}$) критическая мощность самофокусировки пучков с размером L в несколько тысяч длин волн оказывается порядка $(10^{-5}\text{--}10^{-2})P_{dr}$.

С помощью численного моделирования найдены начальные распределения поля (гауссовой формы с chirпом), для которых средняя частота совпадает с резонансной для перехода в Λ -схеме.

Численное исследование долговременной эволюции системы подтверждает результаты качественного анализа особенностей динамики поля. На начальном этапе самосжатие волнового пакета сопровождается опрокидыванием продольного профиля огибающей. Уширение спектра поля в процессе укручения заднего фронта импульса вызывает рост поглощения. Последующее снижение мощности до значения, меньшего критического, приводит в свою очередь к дефокусировке излучения.

Авторы признательны М. Д. Токману за полезные обсуждения.

Работа выполнена при поддержке МНТЦ (грант А-1095), CRDF (грант RUP2-2844-NN-06) и РФФИ (гранты №№ 06-02-16632, 06-02-16739).

ЛИТЕРАТУРА

1. М. О. Скалли, М. С. Зубайри, *Квантовая оптика*, Физматлит, Москва (2003).
2. П. Мандель, Э. Вольф, *Оптическая когерентность и квантовая оптика*, Физматлит, Москва (2000).
3. E. Arimondo, *Progress in Optics XXXV*, ed. by E. Wolf, Elsevier Sci., Amsterdam (1996); Б. Д. Агапьев, М. Б. Горный, Б. Г. Матисов, Ю. В. Рождественский, *УФН* **163**, 1 (1993); М. D. Lukin, P. R. Hemmer, and M. O. Scully, *Adv. Atom. Mol. Opt. Phys.* **42**, 347 (1999).
4. M. Fleischhauer, A. Imamoglu, and J. P. Marangos, *Rev. Mod. Phys.* **77**, 633 (2005).
5. Б. Г. Матисов, И. Е. Мазец, *Письма в ЖТФ* **20**, 16 (1994).
6. M. D. Lukin, P. R. Hemmer, M. Löffler, and M. O. Scully, *Phys. Rev. Lett.* **81**, 2675 (1998); A. S. Zibrov, M. D. Lukin, and M. O. Scully, *Phys. Rev. Lett.* **83**, 4049 (1999).
7. M. Jain et al., *Phys. Rev. Lett.* **77**, 4326 (1996); A. J. Merriam et al., *Phys. Rev. Lett.* **84**, 5308 (2000); M. Jain, A. J. Merriam, A. Kasapi et al., *Phys. Rev. Lett.* **75**, 4385 (1995).
8. M. D. Lukin, P. R. Hemmer, and M. O. Scully, *Adv. Atom. Mol. Opt. Phys.* **42**, 347 (1999); A. B. Matsko, O. Kocharovskaya, Yu. Rostovtsev et al., *Adv. Atom. Mol. Opt. Phys.* **46**, 191 (2001).
9. J. H. Eberly, M. L. Pons, and H. R. Nag, *Phys. Rev. Lett.* **72**, 56 (1994).
10. А. В. Андреев, *ЖЭТФ* **113**, 747 (1998).
11. В. Г. Архипкин, И. В. Тимофеев, *КЭ* **30**, 180 (2000).
12. Tao Hong, *Phys. Rev. Lett.* **90**, 183901 (2003).
13. H. Kang and Y. Zhu, *Phys. Rev. Lett.* **91**, 093601 (2003).
14. Y. Niu, S. Gong, R. Li et al., *Opt. Lett.* **30**, 3371 (2005); H. Michinel, M. J. Paz-Alonso, and V. M. Perez-Garcia, *Phys. Rev. Lett.* **96**, 023903 (2006).
15. R. Moseley, S. Shepherd, D. Fulton et al., *Phys. Rev. Lett.* **74**, 670 (1995); J. Manassah and B. Gross, *Opt. Comm.* **124**, 418 (1996).
16. Н. А. Жарова, А. Г. Литвак, В. А. Миронов, *Письма в ЖЭТФ* **79**, 330 (2004).
17. С. А. Ахманов, В. А. Выслоух, А. С. Чиркин, *Оптика фемтосекундных лазерных импульсов*, Наука, Москва (1988); Ю. С. Кившарь, Г. П. Агравал, *Оптические солитоны*, Физматлит, Москва (2005).
18. Н. А. Жарова, А. Г. Литвак, В. А. Миронов, *ЖЭТФ* **130**, 21 (2006).
19. S. E. Harris, J. E. Field, and A. Kassapi, *Phys. Rev. A* **46**, R29 (1992).
20. В. С. Львов, *Нелинейные спиновые волны*, Наука, Москва (1987); В. Н. Власов, В. И. Таланов, *Самфокусировка волн*, ИПФ РАН, Н. Новгород (1997).