

КВАНТОВЫЕ ПРОИЗВОДНЫЕ И УСИЛЕНИЕ ТЕРАГЕРЦЕВОГО ИЗЛУЧЕНИЯ В СВЕРХРЕШЕТКЕ

*А. В. Шорохов**

*Мордовский государственный университет им. Н. П. Огарева
430000, Саранск, Россия*

К. Н. Алексеев

University of Oulu, 90579, Oulu, Finland

Получены простые формулы, описывающие поглощение и усиление терагерцевого излучения в полупроводниковой сверхрешетке под действием микроволнового поля накачки для случая частот сигнального поля, являющихся полуцелыми гармониками накачки. С помощью простого качественного анализа дана наглядная геометрическая интерпретация полученных формул, позволяющая определить возможность усиления.

PACS: 73.21.Cd, 07.57.Hm, 72.20.Ht

Сверхрешетки обладают уникальными электронными свойствами, которые могут быть использованы для усиления и детектирования высокочастотного излучения (0.3–10 ТГц) [1]. Теоретически усиление и генерация такого излучения возможны в сверхрешетке, к которой приложено только постоянное электрическое поле в условиях отрицательной дифференциальной проводимости [2]. Однако статическая отрицательная дифференциальная проводимость делает сверхрешетку нестабильной к формированию электрических доменов, которые разрушают усиление терагерцевого сигнала [3]. В настоящее время предлагаются различные схемы решения этой проблемы. С другой стороны, усиление слабого высокочастотного поля возможно и под действием приложенного к сверхрешетке переменного поля [4]. Важно, что использование микроволнового поля накачки вместо постоянного поля E_0 позволяет избежать эффектов, связанных с отрицательной дифференциальной проводимостью [5].

В этом подходе сильное микроволновое поле

$$E_p(t) = E_1 \cos \omega_1 t$$

действует на электроны сверхрешетки, а сигнальное поле

$$E_s = E_2 \cos \omega_2 t$$

имеет более высокую частоту, $\omega_2 > \omega_1$. В реальных устройствах поле E_s может быть модой резонатора, настроенного на желаемую терагерцевую частоту. Детальный анализ этой схемы дан в работе [5], где, в частности, было показано, что квазистатическое поле накачки может полностью подавить домены в сверхрешетке. Наши исследования направлены на дальнейшее изучение данной схемы генерации.

Заметим, что для типичной экспериментальной ситуации [6] взаимодействие микроволнового поля с минизонными электронами является квазистатическим, $\omega_1 \tau \ll 1$ ($\tau \approx 100$ фс — время релаксации). Сигнальное поле также может быть квазистатическим ($\omega_2 \tau \ll 1$) или, напротив, не может быть описано в квазистатическом приближении, если $\omega_2 \tau \geq 1$. Последняя ситуация, т. е. когда $\omega_1 \tau \ll 1$, но $\omega_2 \tau \geq 1$, может быть названа полуквазистатическим взаимодействием [7]. Недавно нами было показано [7], что в случае усиления на гармониках основной частоты ($\omega_2 = m\omega_1$, $m \in \mathbb{N}$) возможно получить простые разностные формулы (в виде квантовых производных) для компонент поглощения, что дает возможность чисто геометрически найти оптимальные условия для поглощения с использованием только простого качественного анализа. В данной работе мы расширяем наш подход на случай полуцелых гармоник поля накачки $\omega_2 = m\omega_1/2$ (m — нечетное число) и показываем, что и в этом случае метод кван-

*E-mail: shorokhovav@math.mrsu.ru

товых производных позволяет предсказать возможность наличия или отсутствия усиления излучения с помощью только простого геометрического анализа.

Рассмотрим отклик электронов, принадлежащих одной минизоне сверхрешетки, на действие поля

$$E(t) = E_0 + E_1 \cos \omega_1 t + E_2 \cos \omega_2 t. \quad (1)$$

Определим безразмерное поглощение в сверхрешетке следующей формулой:

$$A(\omega_2) = 2 \langle V(t) \cos \omega_2 t \rangle_t = \frac{2}{T} \int_0^T dt V(t) \cos \omega_2 t, \quad (2)$$

где $V(t)$ — скорость минизонных электронов в единицах их максимальной скорости V_0 [5], усреднение проводится по времени и T — общий период пробного поля и поля накачки. Отметим, что для рабочих частот, соответствующих миллиметровым и субмиллиметровым длинам волн, длина волны излучения больше характерного размера образца, поэтому пространственными эффектами можно пренебречь.

Исходя из решения уравнения Больцмана для произвольного соотношения частот накачки и пробного поля [5], мы получим в случае полуволновых гармоник выражение для поглощения A в виде суммы двух слагаемых:

$$A = A_h^{coh} + A_h^{incoh}, \quad (3)$$

где слагаемое

$$A_h^{coh} = \frac{\beta_2}{2} \sum_{l=-\infty}^{\infty} J_l(\beta_1) [J_{l-m}(\beta_1) - J_{l+m}(\beta_1)] \times \frac{(\Omega_0 + l\omega_1)\tau}{1 + (\Omega_0 + l\omega_1)^2\tau^2} \quad (4)$$

($J_n(x)$ — функции Бесселя n -го порядка) описывает поглощение (усиление) пробного поля благодаря параметрическому взаимодействию поля накачки и пробного поля, а слагаемое

$$A_h^{incoh} = \frac{\beta_2}{2} \sum_{l=-\infty}^{\infty} J_l^2(\beta_1) \left[\frac{(\Omega_0 + l\omega_1 + \omega_2)\tau}{1 + (\Omega_0 + l\omega_1 + \omega_2)^2\tau^2} - \frac{(\Omega_0 + l\omega_1 - \omega_2)\tau}{1 + (\Omega_0 + l\omega_1 - \omega_2)^2\tau^2} \right] \quad (5)$$

описывает непараметрическое поглощение. Здесь $\beta_i = \Omega_i/\omega_i$, $\Omega_i = e d E_i/\hbar$ ($i = 1, 2$), d — период сверхрешетки, $\Omega_0 = e d E_0/\hbar$ — блоховская частота, e — заряд электрона.

Вывод формул в случае полуквазистатического взаимодействия основан на использовании

интегрального представления характеристики Есаки–Тсу (Esaki–Tsu),

$$I^{ET}(\omega) = \frac{\tau\omega}{1 + \tau^2\omega^2} = \frac{1}{\tau} \int_0^{\infty} dt e^{-t/\tau} \sin \omega t, \quad (6)$$

и асимптотического метода перевала. Используя этот метод, мы получили следующие результаты: компоненты поглощения A_h^{incoh} и A_h^{coh} могут быть представлены в полуквазистатическом случае как квантовые производные:

$$A_h^{coh} = eU_2 \left\langle \frac{1}{2N\hbar\omega_2} \times \left[I^{ET} \left(U_{dc} + U_{ac} \cos \omega_1 t + \frac{N\hbar\omega_2}{e} \right) - I^{ET} \left(U_{dc} + U_{ac} \cos \omega_1 t - \frac{N\hbar\omega_2}{e} \right) \right] \cos m\omega_1 t \right\rangle_t, \quad (7)$$

$$A_h^{incoh} = eU_2 \left\langle \frac{1}{2N\hbar\omega_2} \times \left[I^{ET} \left(U_{dc} + U_{ac} \cos \omega_1 t + \frac{N\hbar\omega_2}{e} \right) - I^{ET} \left(U_{dc} + U_{ac} \cos \omega_1 t - \frac{N\hbar\omega_2}{e} \right) \right] \right\rangle_t, \quad (8)$$

где U_{ac} , U_{dc} и U_2 — амплитуды соответственно переменного, постоянного и малосигнального напряжений,

$$I^{ET} = \frac{U/U_c}{1 + (U/U_c)^2}$$

— вольт-амперная характеристика Есаки–Тсу, $U_c = \hbar N/e\tau$ — критическое напряжение, N — число периодов сверхрешетки, величина I^{ET} нормирована на максимальный ток в сверхрешетке $I_0 \equiv 2I^{ET}(U = U_c)$.

Важно подчеркнуть, что для того чтобы найти величину A^{incoh} на сколь угодно большой частоте ω_2 , необходимо знать только

$$I_{dc}(U_{dc}) = \langle I^{ET}(U_{dc} + U_{ac} \cos \omega_1 t) \rangle_t,$$

т. е. средний ток, индуцированный квазистатическим полем. Для данной амплитуды переменного напряжения U_{ac} , постоянный ток I_{dc} является функцией только постоянной разности потенциалов U_{dc} . Это важно, поскольку вольт-амперную характеристику сверхрешетки, формирующуюся под действием микроволнового поля, легко вычислить или измерить. Заметим, что в квазистатическом случае величина A_h^{incoh} переходит в обычную производную тока. Разница между этими производными показана

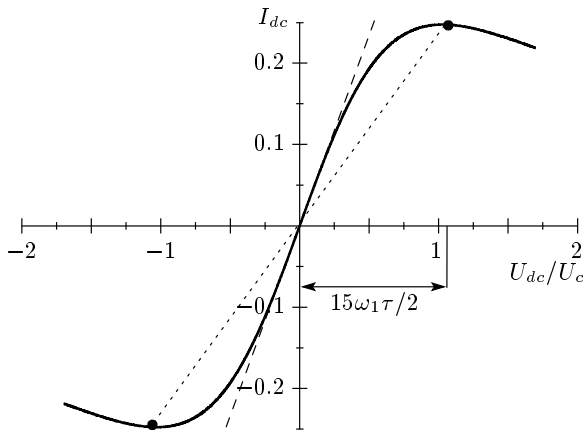


Рис. 1. Геометрический смысл некогерентной компоненты поглощения в квазистатическом и полуквазистатическом случаях: средний по времени ток I_{dc} под действием квазистатической накачки ($\omega_1\tau = 0.14$, $U_{ac}/U_c = 0.2$) как функция постоянной разности потенциалов U_{dc} . Наклон штриховой линии определяет величину A_h^{incoh} в полуквазистатическом случае, наклон пунктирной линии — в квазистатическом случае. В качестве рабочей выбрана точка $U_{dc} = 0$

на рис. 1. Важность нахождения величины A_h^{incoh} обусловлена тем фактом, что она играет существенную роль в стабилизации электрических доменных неустойчивостей в сверхрешетке [5].

С другой стороны, как это следует из выражения (7), нахождение когерентной компоненты поглощения на частоте, соответствующей m -й полуцелой гармонике накачки ($\omega_2 = m\omega_1/2$), сводится к вычислению m -й гармоники квазистатического тока

$$V_m^{harm}(U_{dc}) = 2\langle I^{ET}(U_{dc} + U_{ac} \cos \omega_1 t) \cos m\omega_1 t \rangle_t.$$

При этом величина A_h^{coh} пропорциональна квантовой производной V_m^{harm} в полуквазистатическом случае и переходит в обычную производную в квазистатическом случае. Эти производные показаны на рис. 2 для случая седьмой полуцелой гармоники. Очевидно, что зависимость гармоник квазистатического тока от U_{dc} всегда симметрична относительно вертикальной линии $U_{dc} = 0$. Следовательно (это видно и из рис. 2), выбор рабочей точки $U_{dc} = 0$ приводит к равенству нулю как производной, так и квантовой производной, а значит, и величины A_h^{coh} . С другой стороны, составляющая A_h^{incoh} всегда положительна в условиях подавления доменов [5]. Отсюда следует важный вывод, что усиление малосигнального напряжения на полуцелых гармониках в сверхрешетке, к которой не приложена постоянная

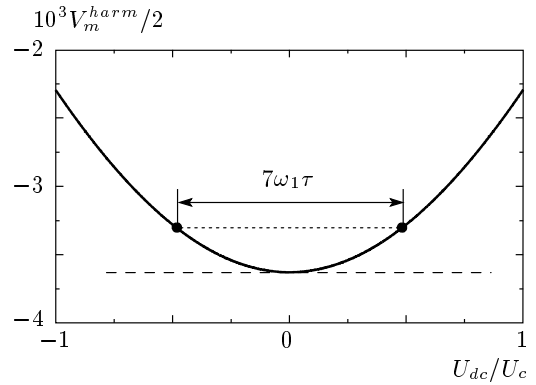


Рис. 2. Геометрический смысл когерентной компоненты поглощения A_h^{coh} для случая полуцелой гармоники в квазистатическом (пунктирная линия) и полуквазистатическом (штриховая линия) случаях. Сплошная кривая представляет собой m -ю гармонику квазистатического тока V_m^{harm} как функцию постоянной разности потенциалов U_{dc} для $\omega_2 = 7\omega_1/2$, $\omega_1\tau = 0.14$ и $\Omega_1\tau = 8$

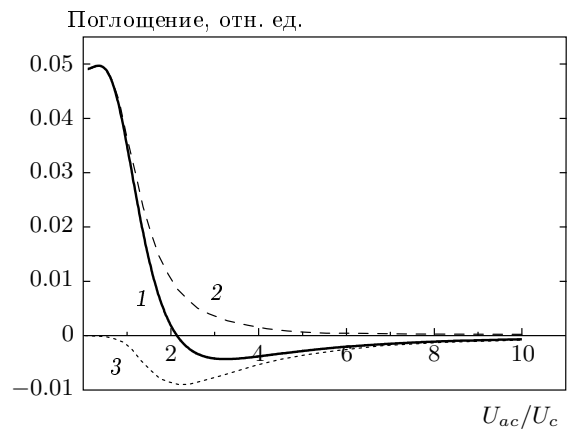


Рис. 3. Компоненты поглощения как функции амплитуды переменного напряжения для $\omega_2 = 5\omega_1/2$, $\omega_1\tau = 0.1$ и $U_{dc}/U_c = 0.5$: 1 — полное поглощение; 2 — некогерентное поглощение A_h^{incoh} ; 3 — когерентное поглощение A_h^{coh}

разность потенциалов, невозможно в условиях подавления доменов. Это позволяет сузить класс возможных схем для терагерцевых генераторов, способных работать в бездоменном режиме.

Однако в случае, когда к сверхрешетке приложена постоянная разность потенциалов, усиление терагерцевого излучения становится возможным в бездоменном режиме, что проиллюстрировано на рис. 3, из которого видно, что начиная с определенной амплитуды поля накачки параметрическое усиление

происходит благодаря отрицательности когерентной компоненты поглощения, тогда как стабильность системы обеспечивается положительностью составляющей A_h^{incoh} . Величина усиления в этом случае сравнима с той, которая найдена для усиления на гармониках [8].

Проведенный нами численный анализ показывает, что полуквазистатические формулы дают достаточно хорошие результаты и за пределом их формальной области применения.

Кроме того, отметим, что наши результаты могут быть обобщены и на другие физические системы с минизонами, например бозе-эйнштейновские конденсаты в оптических решетках [9].

Таким образом, в данной работе проанализирована возможность усиления терагерцевого излучения в сверхрешетке, к которой приложено поле накачки, состоящее из постоянного и микроволнового полей. Показано, что когда усиливается поле есть некоторая полуцелая гармоника поля накачки, усиление возможно в условиях отсутствия отрицательной дифференциальной проводимости. Мы также продемонстрировали, что для оценки величины усиления на произвольной полугармонике достаточно знать теоретически рассчитанные или экспериментально измеренные характеристики сверхрешетки только под действием поля накачки.

Работа поддержана Academy of Finland и грантом Президента России для молодых кандидатов наук (МК-4804.2006.2).

ЛИТЕРАТУРА

1. A. Wacker, Phys. Rep. **357**, 1 (2002).
2. С. А. Кгиторов, Г. С. Симин, В. Я. Синдаловский, ФТТ **13**, 2230 (1972).
3. А. А. Игнатов, В. И. Шашкин, ЖЭТФ **93**, 935 (1987).
4. В. В. Павлович, ФТТ **19**, 97 (1977).
5. К. N. Alekseev, M. V. Gorkunov, N. V. Demarina et al., Europhys. Lett. **73**, 934 (2006).
6. F. Klappenberger, K. F. Renk, P. Renk et al., Appl. Phys. Lett. **84**, 3924 (2004).
7. A. V. Shorokhov and K. N. Alekseev, Physica E **33**, 284 (2006).
8. T. Nyart, N. V. Alexeeva, A. Leppänen et al., Appl. Phys. Lett. **89**, 132105 (2006).
9. H. Ott, E. de Mirandes, F. Ferlaino et al., Phys. Rev. Lett. **92**, 160601 (2004)