

ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА ИЗОБРАЖЕНИЙ В ЗАДАЧАХ О ПЕРЕХОДНОМ ИЗЛУЧЕНИИ В ДВУГРАННОМ УГЛЕ

*А. В. Серов**, *Б. М. Болотовский*

*Физический институт им. П. Н. Лебедева Российской академии наук
119991, Москва, Россия*

Поступила в редакцию 13 декабря 2006 г.

Рассмотрена возможность применения метода изображений при описании переходного излучения частицы, пересекающей двугранный угол, сформированный идеально проводящими плоскостями. Показано, что электромагнитное поле, возникающее при пересечении зарядом двугранного угла с углом раствора $\alpha = \pi/m$, эквивалентно полю, генерируемому при мгновенном старте $2m$ заряженных частиц — заданной частицы с зарядом q и $2m - 1$ изображений с чередующимися по знаку зарядами $\pm q$. Получены выражения, описывающие поле переходного излучения в волновой зоне, как сумму полей стартующих частиц. Проведены расчеты спектрально-угловых распределений в двугранном угле с углом раствора $\alpha = 90^\circ, 60^\circ, 45^\circ, 36^\circ, 30^\circ$. Рассмотрены особенности этого переходного излучения. Предложено использовать излучение для диагностики пространственного положения и направления движения зарядов.

PACS: 41.60.-m, 52.70.Gw

1. ВВЕДЕНИЕ

Задача о переходном излучении на плоской границе раздела двух однородных сред, одна из которых обладает идеальной проводимостью, может быть решена методом изображений [1]. Согласно этому методу, поле вне проводящей среды представляется как сумма полей движущегося заряда и его изображения. При этом, если величина заряда равна q , то величина заряда-изображения равна $-q$. Заряд и его изображение располагаются симметрично относительно поверхности раздела, и эта симметрия сохраняется при движении заряда. В такой модели заряд и его изображение одновременно подлетают с разных сторон к некоторой точке на границе раздела, и в этой точке заряды взаимно уничтожаются. Можно считать, что оба заряда останавливаются в точке встречи. В этой модели переходное излучение описывается как излучение заряда и его изображения, испущенное при остановке на границе раздела. Впервые особенности излучения при мгновенном старте и мгновенной остановке заряда рассмотрены в работе [2].

В настоящей работе мы хотим обратить внима-

ние на то, что метод изображений, хотя и не является универсальным, может быть применен для описания переходного излучения на более сложных поверхностях раздела. В частности, с помощью метода изображений может быть рассмотрено переходное излучение в случае, когда граница раздела с идеально проводящей средой имеет форму двугранного угла.

2. МЕТОД ИЗОБРАЖЕНИЙ

Начнем рассмотрение со случая, когда граница раздела представляет собой двугранный угол с раствором 90° . Введем прямоугольную систему координат xuz . Пусть область $y < 0$ и (или) $z < 0$ заполнена идеально проводящей средой, область $y > 0, z > 0$ ничем не заполнена (вакуум). В этом случае граница раздела представляет собой двугранный угол с углом раствора 90° . В области $y > 0, z > 0$ находится заряд величиной q . Координаты заряда обозначим через $y = y_0, z = z_0$. Полное поле на поверхности двугранного угла должно удовлетворять известным граничным условиям. А именно, электрическое поле должно быть перпендикулярно границе раздела,

*E-mail: serov@x4u.lebedev.ru

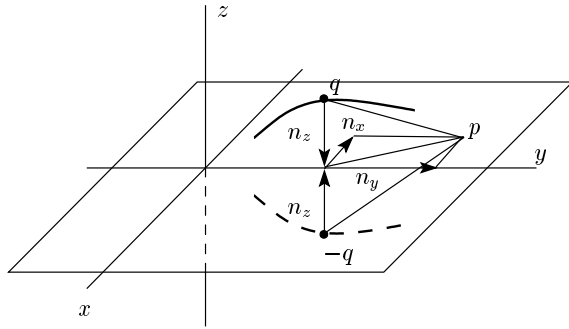


Рис. 1. Движение заряда над поверхностью

а магнитное поле на идеально проводящей поверхности имеет только тангенциальную составляющую.

Если заряд q покоится, то магнитное поле отсутствует и мы приходим к электростатической задаче, которая решается следующим образом. Как известно [3], электрическое поле, создаваемое в области $y > 0, z > 0$, равно полю, создаваемому четырьмя зарядами — исходным зарядом и тремя зарядами его изображениями. Первое изображение имеет заряд $-q$ и расположено в точке $y = y_0, z = -z_0$. Второе изображение имеет заряд, равный исходному, и расположено в точке $y = -y_0, z = -z_0$. Третье изображение имеет заряд $-q$ и расположено в точке $y = -y_0, z = z_0$.

Предварительно покажем, что электромагнитные поля, возбужденные зарядом q , движущимся над идеально проводящей плоскостью, тождественны полям, возбужденным в свободном пространстве двумя зарядами — исходным зарядом q и дополнительным зарядом-изображением $-q$. Для этого следует показать, что поля, возбужденные указанной парой зарядов, удовлетворяют граничным условиям на идеально проводящей поверхности.

Рассмотрим расположенную в прямоугольной системе координат xuz идеально проводящую поверхность $z = 0$ (рис. 1). Вычислим поля, создаваемые в точке p двумя зарядами q и $-q$, движущимися симметрично относительно этой поверхности. Электромагнитные поля, создаваемые произвольно движущимся зарядом, описываются выражениями [4, 5]

$$\mathbf{E}(x, y, z, t) = \frac{q}{\gamma R^2} \frac{\mathbf{n} - \boldsymbol{\beta}}{(1 - \mathbf{n} \cdot \boldsymbol{\beta})^3} + \frac{q}{c^2 R} \frac{\mathbf{n} \times [(\mathbf{n} - \boldsymbol{\beta}) \times \dot{\boldsymbol{\beta}}]}{(1 - \mathbf{n} \cdot \boldsymbol{\beta})^3}, \quad (1)$$

$$\mathbf{H}(x, y, z, t) = \mathbf{n} \times \mathbf{E}, \quad (2)$$

где $\boldsymbol{\beta} = \mathbf{v}/c$, \mathbf{v} — скорость частицы, $\mathbf{n} = \mathbf{R}/R$ — единичный вектор, направленный от заряда в точку наблюдения, R — расстояние от заряда до точки наблюдения. В выражениях (1) и (2) все величины в правых частях равенств берутся в более ранний момент времени t' , определяемый из уравнения $t' = t - R(t')/c$. Первое слагаемое в правой части (1) описывает собственное поле заряда, второе слагаемое — поле излучения.

Отметим, что на поверхности $z = 0$ величина R как для заряда q , так и для его изображения $-q$, имеет одно и то же значение.

Числитель второго слагаемого в правой части выражения (1) можно представить в виде

$$\mathbf{n} \times [(\mathbf{n} - \boldsymbol{\beta}) \times \dot{\boldsymbol{\beta}}] = (\mathbf{n} - \boldsymbol{\beta})(\mathbf{n} \cdot \dot{\boldsymbol{\beta}}) - \dot{\boldsymbol{\beta}}(1 - \mathbf{n} \cdot \boldsymbol{\beta}).$$

Из симметрии траекторий частиц относительно плоскости xy следует, что координаты x, y, z скорости $\beta_x, \beta_y, \beta_z$ и ускорения $\dot{\beta}_x, \dot{\beta}_y, \dot{\beta}_z$ зарядов q и $-q$ удовлетворяют условиям

$$\begin{aligned} x^{(q)}(t) &= x^{(-q)}(t), & y^{(q)}(t) &= y^{(-q)}(t), \\ z^{(q)}(t) &= -z^{(-q)}(t), \end{aligned} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} \beta_x^{(q)}(t) &= \beta_x^{(-q)}(t), & \beta_y^{(q)}(t) &= \beta_y^{(-q)}(t), \\ \beta_z^{(q)}(t) &= -\beta_z^{(-q)}(t), \end{aligned} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} \dot{\beta}_x^{(q)}(t) &= \dot{\beta}_x^{(-q)}(t), & \dot{\beta}_y^{(q)}(t) &= \dot{\beta}_y^{(-q)}(t), \\ \dot{\beta}_z^{(q)}(t) &= -\dot{\beta}_z^{(-q)}(t), \end{aligned} \quad (5)$$

т. е. составляющие вдоль осей x и y равны по величине и совпадают по направлению, а z -составляющие равны по величине, но противоположно направлены. Проекции единичных векторов $\mathbf{n}^{(q)}$ и $\mathbf{n}^{(-q)}$ связаны соотношениями

$$\begin{aligned} n_x^{(q)}(t) &= n_x^{(-q)}(t), & n_y^{(q)}(t) &= n_y^{(-q)}(t), \\ n_z^{(q)}(t) &= -n_z^{(-q)}(t). \end{aligned} \quad (6)$$

Заметим, что в рассматриваемой задаче величина $\mathbf{n} \cdot \boldsymbol{\beta}$ для обоих зарядов одинакова, поскольку произведения $n_x \beta_x, n_y \beta_y, n_z \beta_z$ имеют одинаковые знаки для зарядов q и $-q$ (см. выражения (4), (6)). То же самое можно сказать о произведении $\mathbf{n} \cdot \dot{\boldsymbol{\beta}}$.

Знаменатели в выражении (1) имеют одно и то же значение. Знак первого слагаемого в правой части выражения (1) определяется знаком произведения $q(\mathbf{n} - \boldsymbol{\beta})$, а знак второго слагаемого — знаком $q[(\mathbf{n} - \boldsymbol{\beta})(\mathbf{n} \cdot \dot{\boldsymbol{\beta}}) - \dot{\boldsymbol{\beta}}(1 - \mathbf{n} \cdot \boldsymbol{\beta})]$. Следовательно, составляющие электрического поля E_x и E_y для зарядов

q и $-q$ имеют противоположные знаки, а E_z составляющие — всегда одинаковые (см. рис. 1).

Окончательно для поля \mathbf{E} в плоскости xy имеем

$$\begin{aligned} E_x(t) &= E_x^{(q)}(t) + E_x^{(-q)}(t) = 0, \\ E_y(t) &= E_y^{(q)}(t) + E_y^{(-q)}(t) = 0, \end{aligned} \quad (7)$$

$$E_z(t) = E_z^{(q)}(t) + E_z^{(-q)}(t) = 2E_z^{(q)}(t).$$

Из формулы (2) получаем для поля \mathbf{H} :

$$\begin{aligned} H_x(t) &= H_x^{(q)}(t) + H_x^{(-q)}(t) = 2H_x^{(q)}(t), \\ H_y(t) &= H_y^{(q)}(t) + H_y^{(-q)}(t) = 2H_y^{(q)}(t), \\ H_z(t) &= H_z^{(q)}(t) + H_z^{(-q)}(t) = 0. \end{aligned} \quad (8)$$

Из выражений (7) и (8) следует, что поля в плоскости симметрии, возбуждаемые при движении заряда q и его изображения $-q$, удовлетворяют граничным условиям на идеально проводящей поверхности: электрическое поле имеет только нормальную составляющую, а магнитное поле направлено по касательной к поверхности. Поэтому размещение в плоскости симметрии идеально проводящей поверхности не изменит электромагнитные поля над поверхностью.

Рассмотрим теперь поля, создаваемые четырьмя движущимися зарядами. Будем считать исходным заряд q , движущийся по траектории $\mathbf{r}_1^{(q)}(t) = \{x_1(t), y_1(t), z_1(t)\}$. Второй заряд $-q$ имеет противоположный знак и движется по траектории, симметричной траектории исходного заряда относительно плоскости $z = 0$, т.е. $\mathbf{r}_2^{(-q)}(t) = \{x_1(t), y_1(t), -z_1(t)\}$. Третий заряд $-q$ имеет траекторию, симметричную траектории исходного заряда относительно плоскости $y = 0$, $\mathbf{r}_3^{(-q)}(t) = \{x_1(t), -y_1(t), z_1(t)\}$, а четвертый заряд q движется по траектории, симметричной траектории второго заряда относительно плоскости $y = 0$, $\mathbf{r}_4^{(q)}(t) = \{x_1(t), -y_1(t), -z_1(t)\}$.

Как было показано выше, поля исходной частицы q и второго заряда-изображения $-q$ удовлетворяют граничным условиям на поверхности $z = 0$. То же самое можно сказать о полях, возбуждаемых третьим зарядом $-q$ и четвертым q . В самом деле, третий заряд является изображением четвертого заряда, поскольку заряды имеют противоположные знаки, а их траектории симметричны относительно плоскости $z = 0$. Поле, возбуждаемое четырьмя зарядами, можно представить как сумму полей двух пар зарядов:

$$\sum_{i=1}^4 \mathbf{E}_i = (\mathbf{E}_1^{(q)} + \mathbf{E}_2^{(-q)}) + (\mathbf{E}_4^{(q)} + \mathbf{E}_3^{(-q)}), \quad (9)$$

причем поле каждой пары удовлетворяет граничным условиям на идеально проводящей плоскости $z = 0$.

Переставим в последней формуле слагаемые следующим образом:

$$\sum_{i=1}^4 \mathbf{E}_i = (\mathbf{E}_1^{(q)} + \mathbf{E}_3^{(-q)}) + (\mathbf{E}_4^{(q)} + \mathbf{E}_2^{(-q)}). \quad (10)$$

Можно заметить, что сумма полей $\mathbf{E}_1^{(q)}$ и $\mathbf{E}_3^{(-q)}$ удовлетворяет граничным условиям на плоскости $y = 0$, так как заряды имеют противоположные знаки и траектории симметричны относительно этой плоскости. Таким же условиям удовлетворяет суммарное поле $\mathbf{E}_4^{(q)} + \mathbf{E}_2^{(-q)}$.

Поэтому можно сказать, что поля, возбуждаемые в области $y > 0, z > 0$ четырьмя зарядами, эквивалентны полям, возбуждаемым исходным зарядом, движущимся в двугранном угле, образованном двумя идеально проводящими плоскостями, пересекающимися под прямым углом.

Подобное рассмотрение можно провести и для случая, когда плоскости пересекаются не под прямым углом, а под углом $\alpha = \pi/m$, где m — целое число. Для описания поля, возбуждаемого зарядом в этом случае, все пространство делится m плоскостями на $2m$ двугранных углов. Все плоскости пересекаются по одной прямой (в нашем случае по оси x), и угол между соседними плоскостями равен α . Для того чтобы были выполнены граничные условия на всех плоскостях, нужно к исходному заряду q добавить $2m - 1$ фиктивных знакочередующихся зарядов $\pm q$. Кроме того, законы движения дополнительных зарядов должны быть такими, чтобы в любой момент времени все заряды располагались попарно симметрично относительно плоскостей. Вычисляя электромагнитные поля, возбуждаемые всеми зарядами в пространстве между двумя соседними плоскостями, получим поля, возбуждаемые исходным зарядом, движущимся в двугранном угле с углом раствора α .

На рис. 2 показано расположение заданного и дополнительных зарядов в двугранном угле с раствором 60° . Двугранный угол и скорость заданного заряда показаны на рис. 2 сплошными линиями, дополнительные углы и скорости зарядов-изображений — штриховыми.

Метод изображений может быть применен и для описания полей, возбужденных заряженной частицей в трехгранном угле. Для этого добавим к первой группе зарядов (одному заданному и $2m - 1$ введенным зарядам) вторую группу из $2m$ знако-

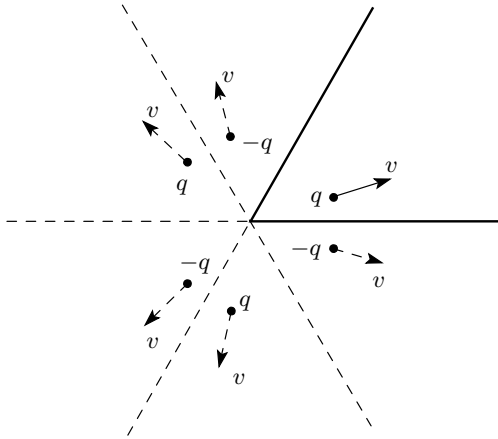


Рис. 2. Расположение и направление скорости заданного (сплошные линии) и дополнительных (штриховые) зарядов при расчете излучения в двугранном угле 60°

чередующихся дополнительных зарядов. Пусть заряды второй группы располагаются в точках, где находятся зеркальные (относительно плоскости yz) отображения зарядов первой группы. В этом случае поле, возбужденное всеми зарядами в пространстве, ограниченном трехгранным углом, будет эквивалентно полю возбужденному заданным зарядом. Трехгранный угол будет определяться двугранным углом $\alpha_{yz} = \pi/m$, лежащим в плоскости yz , и двугранным углом $\alpha_{xz} = 90^\circ$ между плоскостями yz и xy .

3. ПЕРЕХОДНОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ

Как было сказано выше, в случае двугранного угла с раствором $\alpha = \pi/m$ все пространство делится m плоскостями на $2m$ равных двугранных углов. В пространстве имеется исходный заряд и $2m - 1$ дополнительных зарядов, которые расположены попарно симметрично относительно плоскостей. Рассмотрим подробнее вклад в излучение от каждой такой пары.

Поле переходного излучения частицы, вылетающей из плоской проводящей поверхности, можно представить в виде суммы полей излучения, возбужденных при мгновенном старте заряда и его изображения. Частица и ее изображение стартуют из одной точки с одинаковыми по величине скоростями. Траектории частиц симметричны относительно поверхности.

Чтобы описать эволюцию электромагнитного поля при мгновенном старте двух частиц, напомним,

как изменяется поле стартующего точечного заряда [4–6]. При мгновенном старте заряда в пространстве возникают две области, в которых электромагнитное поле имеет существенно различный характер. Если окружить точку старта сферой $R = ct$ ($t = 0$ соответствует моменту старта), то поле внутри сферы есть поле равномерно движущегося заряда, а поле вне сферы представляет собой поле заряда, покоящегося в точке $R = 0$. Силовые линии электрического поля внутри сферы ($R < ct$) непрерывным образом переходят во внешнее пространство ($R > ct$). При этом на каждой силовой линии имеется отрезок, лежащий на сфере $R = ct$. Это поле, лежащее на сфере, представляет собой поле излучения при мгновенном старте. Оно может быть записано в виде [5, 6]

$$E(t) = \frac{q}{R} \frac{\beta \sin \theta}{1 - \beta \cos \theta} \delta(R - ct), \quad (11)$$

где θ — угол между вектором скорости частицы β и единичным вектором \mathbf{n} . Дельта-функция аргумента $R - ct$ в правой части (11) отражает то обстоятельство, что поле излучения отличается от нуля только на сфере $R = ct$, расширяющейся со скоростью света. Фурье-компонента поля излучения равна

$$E_\omega = \frac{q}{2\pi c R} \frac{\beta \sin \theta}{1 - \beta \cos \theta} \exp\left(i \frac{\omega}{c} R\right). \quad (12)$$

В соответствии с этим подходом мы представим переходное излучение как излучение двух одновременно стартовавших зарядов q и $-q$. Будем считать, что заряды расположены на оси z , причем координата заряда q равна $z = d/2$, а заряда $-q$ равна $z = -d/2$. До момента $t = 0$ оба заряда покоятся, а при $t = 0$ начинают двигаться со скоростью v , причем заряд q под углом ϑ , а заряд $-q$ под углом $\pi - \vartheta$ к оси z . До момента старта поле во всем пространстве определяется суперпозицией полей двух покоящихся зарядов q и $-q$ (рис. 3а). После старта поле сначала изменится в точках, близких к точкам старта зарядов. В отдаленных областях пространства поле по-прежнему определяется как сумма полей двух покоящихся зарядов. Окружим точки старта зарядов q и $-q$ сферами $R^{(q)} = ct$ и $R^{(-q)} = ct$ (рис. 3б). Эти сферы расширяются со скоростью света. Внутри сферы $R^{(q)} = ct$ поле представляет собой сумму поля заряда q , равномерно движущегося со скоростью v , и поля неподвижного заряда $-q$. Поле внутри сферы $R^{(-q)} = ct$ есть суперпозиция полей равномерно движущегося заряда $-q$ и покоящегося заряда q . Пока сферы не пересекаются, пространство разделено на три области: область вне сфер

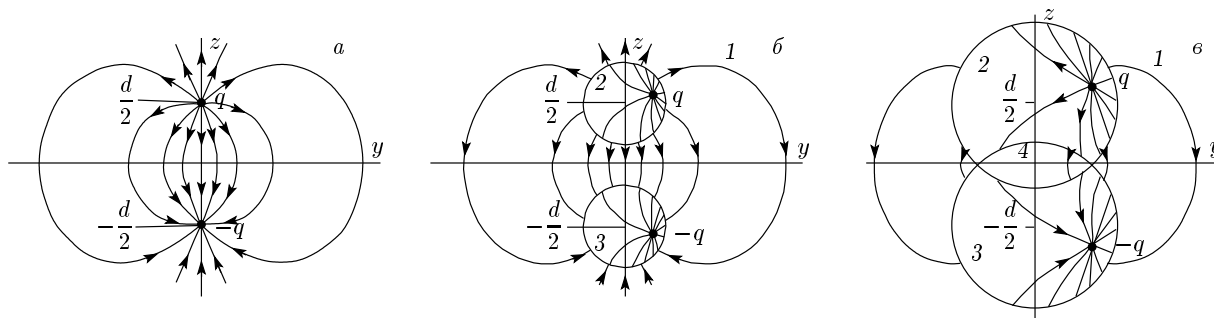


Рис. 3. Электрическое поле двух зарядов q и $-q$, мгновенно ускоренных и движущихся с постоянной скоростью v : а) $t = 0$, б) $t < d/2c$, в) $t > d/2c$

$R^{(q)}, R^{(-q)}$ и внутренние области сфер. На рис. 3б,в эти области обозначены цифрами 1, 2, 3.

Сферы не перекрываются до момента времени $t = d/2c$. После этого момента появляется область, в которой сферы перекрываются. Эта область обозначена на рис. 3в цифрой 4. Поле в этой области представляет собой поле двух частиц, движущихся со скоростью v . Со временем область 4 расширяется, так что любая точка пространства рано или поздно попадает в эту область.

Поле излучения сосредоточено на поверхности сфер $R^{(q)}$ и $R^{(-q)}$. Первоначально, пока сферы не перекрываются, излучения зарядов не интерферируют друг с другом. Излучение каждого из зарядов описывается формулой (12).

В волновой зоне, когда расстояние до точки наблюдения много больше расстояния между зарядами, сферы почти полностью перекрываются и через точку наблюдения один за другим проходят два импульса излучения. В этом случае расстояние от точки старта заряда до точки наблюдения можно представить в виде

$$R = |\mathbf{R}_o - \mathbf{r}| = R_o - \mathbf{n} \cdot \mathbf{r},$$

где \mathbf{R}_o — радиус-вектор из начала координат в точку наблюдения, \mathbf{r} — радиус-вектор из начала координат в точку старта заряда.

При расчете полей в волновой зоне в знаменателе формулы (12) можно пренебречь $\mathbf{n} \cdot \mathbf{r}$ по сравнению с R_o и считать расстояния от точки наблюдения до обоих зарядов одинаковым. Различаются моменты прихода импульсов излучения в точку наблюдения и углы $\theta_{1,2}$ между скоростью заряда и направлением в точку наблюдения.

Если через \mathbf{r}_1 обозначить точку старта заряда, а через \mathbf{r}_2 — точку старта изображения заряда, то по-

ле излучения на больших расстояниях может быть записано в виде

$$E(t) = \frac{q}{R_o} \left(\frac{\beta \sin \theta_1}{1 - \beta \cos \theta_1} \delta(R_o - \mathbf{n} \cdot \mathbf{r}_1 - ct) - \frac{\beta \sin \theta_2}{1 - \beta \cos \theta_2} \delta(R_o - \mathbf{n} \cdot \mathbf{r}_2 - ct) \right). \quad (13)$$

В нашем случае $r_1 = d/2, r_2 = -d/2$.

В общем случае, когда двугранный угол равен $\alpha = \pi/m$, поле переходного излучения и его фурье-компоненту можно записать в виде

$$E(t) = \frac{1}{R_o} \sum_{i=1}^{2m} \frac{q_i \beta \sin \theta_i}{1 - \beta \cos \theta_i} \delta(R_o - \mathbf{n} \cdot \mathbf{r}_i - ct), \quad (14)$$

$$E_\omega = \frac{\exp(i\omega R_o/c)}{2\pi c R_o} \times \sum_{i=1}^{2m} \frac{q_i \beta \sin \theta_i}{1 - \beta \cos \theta_i} \exp\left(i \frac{\omega}{c} (\mathbf{n} \cdot \mathbf{r}_i)\right). \quad (15)$$

Эти выражения определяют поле переходного излучения заряда q внутри двугранного угла $\alpha = \pi/m$. Суммирование учитывает поле заданного заряда и всех дополнительных зарядов.

Следует отметить, что точки старта всех зарядов находятся на одинаковом расстоянии от начала координат. Если заданная частица стартует из начала координат, то $r_i = 0$ и импульсы излучения от всех зарядов приходят в точку наблюдения одновременно. Импульсы от зарядов будут отличаться как по амплитуде, так и по знаку, поскольку различны знаки зарядов и углы θ_i между скоростью заряда и направлением на точку наблюдения.

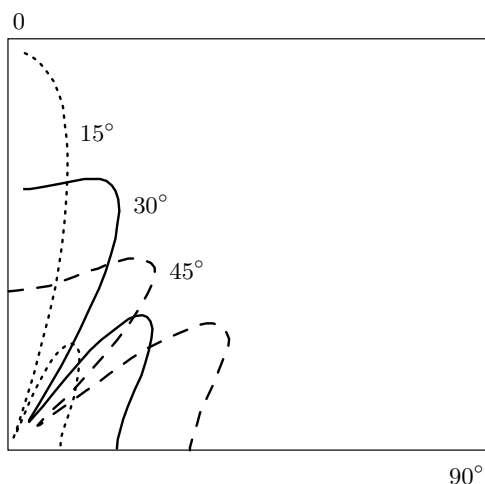


Рис. 4. Зависимости углового распределения поля переходного излучения от направления инжекции. Приведенная энергия частицы $\gamma = 1/\sqrt{1-\beta^2} = 5$. Цифры у кривых обозначают угол между осью z и скоростью частицы

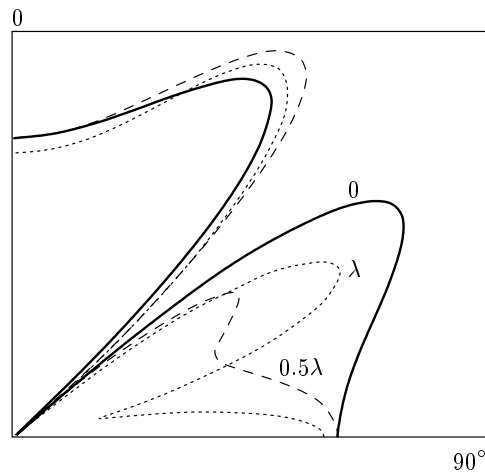


Рис. 5. Угловые распределения поля излучения при различных точках инжекции. Энергия частицы $\gamma = 5$. Цифры у кривых соответствуют смещению частицы вдоль оси z (в единицах длины волны)

4. ОСОБЕННОСТИ ИЗЛУЧЕНИЯ В ДВУГРАННОМ УГЛЕ

Выражение (15) позволяет вычислить спектрально-угловое распределение переходного излучения в двугранном угле. Были проведены расчеты излучения частиц, движущихся в двугранных углах с различными угловыми растворами. Рассматривалось влияние положения точки инжекции и угла, под которым движется заряд, на характеристики излучения.

На рис. 4 показано распределение поля излучения в плоскости yz двугранного угла раствором 90° . Зависимости получены для частицы, стартующей из точки $x_o = y_o = z_o = 0$ под различными углами к оси z . Скорость частицы лежит в плоскости yz . Из рис. 4 следует, что, чем ближе проходит траектория частицы к одной из граней угла, тем больше значение поля излучения вдоль этой грани и тем сильнее оно отличается от поля излучения вдоль противоположной грани. Эта асимметрия в угловом распределении излучения может быть использована для диагностики направления движения частиц.

Новые особенности в спектрально-угловом распределении излучения появляются в том случае, когда точка инжекции частицы расположена не на ребре угла, а на одной из его граней. Влияние смещения точки инжекции на распределение иллюстрируют зависимости, показанные на рис. 5. Во всех случаях скорость частицы направлена под углом 45°

к оси z . В первом случае движение начинается из точки, расположенной на ребре угла, во втором и третьем случаях — из точек, расположенных на расстоянии $z_o = \lambda$ и $z_o = 0.5\lambda$ от ребра. Видно, что смещение вдоль оси z приводит к дополнительным максимумам и минимумам в самом распределении. Регистрируя изменение углового распределения при различных длинах волн, можно судить о перемещении координаты точки инжекции пучка в двугранный угол.

Как известно [7], под любым углом наблюдения переходное излучение частицы, пересекающей проводящую поверхность, имеет примерно плоский спектр в очень широком диапазоне частот (от радиочастот до частот, существенно превосходящих оптические). Спектр остается плоским и в двугранном угле, если частица вылетает из точки, расположенной на ребре угла. Результаты расчетов, приведенные на рис. 5, указывают на то, что смещение точки инжекции по одной из граней приводит к изменению спектра излучения, наблюдаемого под определенным углом. Это свойство является еще одной особенностью переходного излучения частиц в двугранном угле. Изменяя положение точки инжекции, можно варьировать отношение интенсивностей различных частот, излучаемых под данным углом.

Угловые распределения излучения при различных углах раствора показаны на рис. 6. Во всех случаях скорость частицы была направлена по биссектрисе двугранного угла. На рис. 6 направление инжекции соответствует нулевому углу. Видно, что

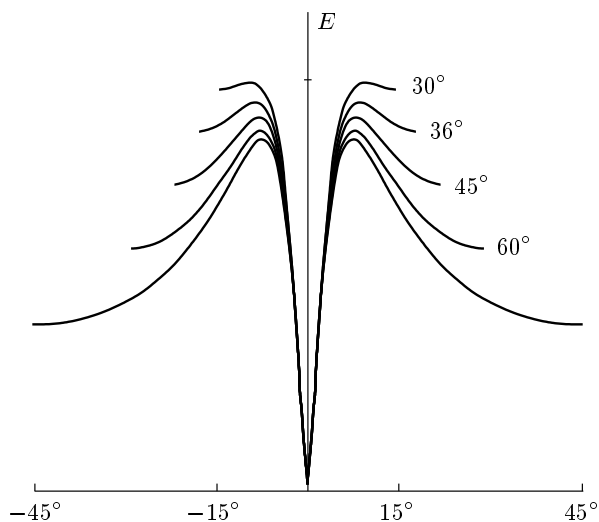


Рис. 6. Угловые распределения поля излучения при различных углах раствора двугранного угла. Энергия частицы $\gamma = 8$. Цифры у кривых обозначают угол раствора

уменьшение двугранного угла приводит к увеличению величины поля в максимуме. Кроме того, при углах, больших оптимального ($\theta_m \approx \sqrt{1 - \beta^2}$), угловая зависимость становится более плавной.

5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Рассмотрена возможность применения метода изображений при описании переходного излучения частицы, пересекающей двугранный угол, сформированный идеально проводящими плоскостями. Показано, что электромагнитное поле, возникающее при пересечении зарядом двугранного угла с углом раствора $\alpha = \pi/m$, эквивалентно полю, генерируемому при мгновенном старте $2m$ заряженных частиц — самой частицы q и $2m - 1$ изображений с чередующимися по знаку зарядами $\pm q$. Получены выражения, описываю-

щие поле переходного излучения в волновой зоне как сумму полей стартующих частиц. Проведены расчеты спектрально-угловых распределений в двугранном угле с углом раствора $\alpha = 90^\circ, 60^\circ, 45^\circ, 36^\circ, 30^\circ$. Особенности этого переходного излучения открывают возможность его использования для диагностики параметров пучка заряженных частиц: энергии, положения в пространстве и направления движения зарядов.

В статье [8] с помощью метода изображений рассмотрено переходное излучение заряда, пролетающего через ребро прямого двугранного угла, составленного из двух идеально проводящих полуплоскостей. В этом частном случае полученные нами результаты согласуются с результатами работы [8]. Мы благодарны М. И. Рязанову за указание на эту работу.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант № 04-02-16376).

ЛИТЕРАТУРА

1. В. Л. Гинзбург, И. М. Франк, ЖЭТФ **16**, 15 (1946).
2. И. Е. Тамм, J. Phys. USSR **1**, № 5–6, 439 (1939).
3. Л. Д. Гольдштейн, Н. В. Зернов, *Электромагнитные поля и волны*, Советское радио, Москва (1971).
4. Э. Парселл, *Электричество и магнетизм*, Наука, Москва (1983).
5. Б. М. Болотовский, Труды ФИАН **140**, 95 (1982).
6. Б. М. Болотовский, А. В. Серов, УФН **167**, 1107 (1997).
7. В. Л. Гинзбург, В. Н. Цытович, *Переходное излучение и переходное рассеяние*, Наука, Москва (1984).
8. M. I. Ryazanov and A. N. Safronov, Laser Phys. **6**, 708 (1996).