

ЭКРАНИРОВАНИЕ ЗАРЯДА В ПЛАЗМЕ С ВНЕШНИМ ИСТОЧНИКОМ ИОНИЗАЦИИ

А. В. Филиппов^{а*}, А. Г. Загородний^б, А. И. Момот^б, А. Ф. Паль^а, А. Н. Старостин^а

^а Государственный научный центр РФ «Троицкий институт инновационных и термоядерных исследований»
142190, Троицк, Московская обл., Россия

^б Институт теоретической физики им. Н. Н. Боголюбова Национальной академии наук Украины
03680, Киев, Украина

Поступила в редакцию 11 мая 2006 г.

Впервые создана асимптотическая теория экранирования электрического поля пылевой частицы или сферического зонда в плазме с внешним постоянным и/или внутренним, пропорциональным плотности электронов источником ионизации газа. Установлено, что в общем случае экранирование заряда сферического тела, адсорбирующего заряд падающих на него частиц плазмы, описывается суперпозицией двух экспонент с разными постоянными экранирования. При этом даже в отсутствие неравновесных потоков на макрочастицу сохраняются обе экспоненты и только в частном случае изотермической плазмы экранирование становится дебаевским. Радиус экранирования определяется соотношением коэффициентов электрон-ионной β_{ei} и ланжевеновской $\beta_L = 4\pi e\mu_i$ (μ_i — подвижность ионов) рекомбинаций. При выполнении условия $\beta_L \gg \beta_{ei}$ он становится значительно больше электронного дебаевского радиуса. Установлено, что в изотермической плазме ионная компонента дает одинаковый с электронами вклад в экранировку при выполнении условия, что коэффициент электрон-ионной рекомбинации в два и более раз превышает ланжевеновский коэффициент рекомбинации ионов, $\beta_{ei} \geq 2\beta_L$. Рассмотрено асимптотическое поведение потенциала макрочастицы в бесстолкновительной плазме на основе уравнения Власова.

PACS: 52.25.-b, 52.27.Lw, 52.70.-m

1. ВВЕДЕНИЕ

Радиус экранирования является важным параметром, определяющим условия кристаллизации дебаевской плазмы, величину силы ионного увлечения, спектр собственных колебаний пылевой плазмы и т.д. [1–5]. В настоящее время вопрос о характере экранирования заряда в низкотемпературной плазме до конца не решен [6]. Наиболее остро это проявляется в случае, когда в плазме находится макроскопическое заряженное тело, такое как зонд или пылевая частица. Зондовые методы широко используются для диагностики в физике низкотемпературной плазмы [7–10]. Одним из центральных моментов при интерпретации результатов измерений является определение размера области возмущения плазмы, который зависит не только от параметров зонда, но и от характера и радиуса экранирования. Этим же

определяется сила взаимодействия пылевых частиц в пылевой плазме, которая сегодня является одной из активно развивающихся областей физики [1–5]. Практически во всех моделях, развиваемых в теории зондов и в физике пылевой плазмы, используется предположение о дебаевском характере экранирования заряда пылевой частицы (см., например, обзорные работы [1–5]). При этом нет единой точки зрения в вопросе о роли ионной компоненты в экранировке поля. В настоящей работе впервые развита аналитическая теория экранирования заряда сферического тела в плазме с внешним источником ионизации и/или самостоятельной ионизацией электронами плазмы в гидродинамическом режиме переноса электронов и ионов. Проведено сравнение предложенной теории с результатами численного моделирования.

Первые результаты исследований по созданию аналитической теории экранирования в плазме с постоянным источником ионизации были опубликова-

*E-mail: fav@triniti.ru

ны в работе [11]. В настоящей работе в основу аналитических оценок положена модель точечного стока, учитывающая поглощение электронов и ионов реальной частицей или зондом. Естественно, такая модель является приближенной и может описывать распределение токов и зарядов вблизи макрочастицы лишь в случаях, допускающих линеаризацию исходных уравнений (например, в случае малых частиц). Тем не менее она может оказаться полезной для решения задач теории зондов и пылевой плазмы при учете дополнительных усложняющих обстоятельств (нестационарность, наличие границ системы и т. п.). Более того, как показывают оценки, эта модель может быть использована и в случае бесстолкновительной плазмы. В качестве примера таких приложений модели в работе рассмотрена задача о зондовых измерениях в тлеющем разряде при повышенных давлениях и выполнена оценка асимптотического поведения потенциала макрочастицы в бесстолкновительной плазме.

2. АСИМПТОТИЧЕСКАЯ ТЕОРИЯ ЭКРАНИРОВАНИЯ

Пусть в центре сферической системы координат расположено сферическое тело, которое далее будем называть макрочастицей. В дрейфово-диффузионном приближении уравнения, описывающие нестационарный процесс установления плавающего потенциала макрочастицы, т. е. ее зарядки, имеют вид

$$\frac{\partial n_\sigma}{\partial t} + \nabla \Gamma_\sigma = Q_{ion} + \nu_{ion} n_e - \beta_{ei} n_e n_i, \quad \sigma = e, i, \quad (1)$$

$$\Delta \phi = -4\pi \sum_\sigma e_\sigma n_\sigma, \quad (2)$$

где

$$\Gamma_\sigma = -\text{sign}(e_\sigma) \mu_\sigma n_\sigma \nabla \phi - \nabla (D_\sigma n_\sigma), \quad (3)$$

μ_σ и D_σ — подвижность и коэффициент диффузии заряженных частиц плазмы, Q_{ion} — интенсивность объемной ионизации внешним источником, например, пучком быстрых электронов, ν_{ion} — частота ионизации газа собственными электронами плазмы, β_{ei} — коэффициент электрон-ионной рекомбинации, ϕ — потенциал самосогласованного поля, $e_\sigma = e$ для ионов ($\sigma = i$) и $e_\sigma = -e$ для электронов ($\sigma = e$), e — элементарный заряд. Если в процессах гибели электронов важна трехтельная электрон-ионная рекомбинация с электроном в качестве третьего тела, то она может быть легко учтена, что и будет сделано

в окончательных выражениях для постоянных экранирования. Нужно отметить, что заряд и, соответственно, электрическое поле макрочастицы формируется электронами, поэтому из термодинамических соображений ясно, что поле макрочастицы не может «греть» электронную компоненту и приводить к заметному изменению коэффициентов переноса, ионизации и рекомбинации электронов [12]. Это означает, что коэффициенты в уравнениях (1) и выражениях (3) можно считать постоянными.

На систему (1), (2) наложим следующие граничные условия:

$$\begin{aligned} n_{e,i}|_{r=r_0} &= 0, & \frac{\partial \phi}{\partial r} \Big|_{r=r_0} &= -\frac{eq_{int}}{r_0^2}, \\ n_{e,i}|_{r=\infty} &= n_0, & \phi|_{r=\infty} &= 0, \end{aligned} \quad (4)$$

где r_0 — радиус макрочастицы, n_0 — концентрация электронов и ионов в невозмущенной плазме:

$$n_0 \equiv n_{0e,i} = \frac{\nu_{ion}}{2\beta_{ei}} \left(1 + \sqrt{1 + \frac{4Q_{ion}\beta_{ei}}{\nu_{ion}^2}} \right), \quad (5)$$

q_{int} — заряд макрочастицы, определенный интегрированием потоков на нее:

$$q_{int} = 4\pi r_0^2 \int (\Gamma_e - \Gamma_i) dt. \quad (6)$$

В принципе, для случая одномерных и обычных задач одно из граничных условий на потенциал излишне, а именно, условие на границе с макрочастицей. Для обычных задач потоки вдали от макрочастицы равны нулю, поэтому из условия сохранения заряда следует связь заряда и поля на границе макрочастицы. В этом случае сравнение интегрального (6) и найденного из граничного условия

$$eq = (Er^2)|_{r=r_0}$$

заряда позволяет судить о точности расчета. Но для некоторых задач нужно пользоваться граничным условием (4) с зарядом, найденным интегрированием (6) (см. ниже).

В стационарном состоянии уравнения (1) принимают вид

$$\nabla \Gamma_\sigma = Q_{ion} + \nu_{ion} n_e - \beta_{ei} n_e n_i. \quad (7)$$

Будем интересоваться асимптотическим поведением эффективного потенциала на расстояниях $r \gg r_0$, когда все коэффициенты в (7) можно считать не зависящими от координат. Поскольку эффективный потенциал является убывающим с расстоянием, начиная с некоторого радиуса R_l , можно провести линеаризацию уравнений (7). Положим, что выполнены соотношения Эйнштейна

$$\frac{D_\sigma}{\mu_\sigma} = \frac{T_\sigma}{e}, \quad (8)$$

где $T_{e,i}$ — температура электронов и ионов в энергетических единицах (если соотношения (8) не выполнены, что имеет место в случае отличия функции распределения электронов или ионов по энергии от максвелловской, то далее под температурой нужно иметь в виду характеристическую энергию eD_σ/μ_σ).

После линеаризации уравнения (7) и (2) приобретают вид

$$-\frac{en_0}{T_i} \Delta\phi - \Delta\delta n_i = \frac{\nu_{ion}}{D_i} \delta n_e - \frac{\beta_{ei}n_0}{D_i} (\delta n_e + \delta n_i) - \frac{S_i}{D_i} \delta(\mathbf{r}), \quad (9)$$

$$\frac{en_0}{T_e} \Delta\phi - \Delta\delta n_e = \frac{\nu_{ion}}{D_e} \delta n_e - \frac{\beta_{ei}n_0}{D_e} (\delta n_e + \delta n_i) - \frac{S_e}{D_e} \delta(\mathbf{r}), \quad (10)$$

$$\Delta\phi = -4\pi e (\delta n_i - \delta n_e) - 4\pi e q \delta(\mathbf{r}), \quad (11)$$

где $\delta n_\sigma = \delta n_\sigma(r)$ — отклонения плотности частиц сорта σ вследствие поглощения плазмы макрочастицей ($\delta n_\sigma = n_\sigma - n_{0\sigma}$). Для учета граничных условий на макрочастице мы ввели стоки электронов и ионов $S_\sigma \delta(\mathbf{r})$, а также заряд макрочастицы $eq\delta(\mathbf{r})$, где $\delta(\mathbf{r})$ — дельта-функция. В стационарном состоянии стоки равны друг другу,

$$S_e = S_i \equiv S,$$

но при зондовых измерениях могут и не совпадать. Отметим, что введенные здесь заряд и стоки не равны истинным, а являются некими эффективными

величинами, значения которых в рамках развиваемой теории не могут быть найдены. Их можно найти сопоставлением результатов теории с данными численных расчетов. Отметим, что потоки частиц плазмы зависят от заряда (потенциала) макрочастицы, поэтому q , S_i и S_e не являются независимыми величинами.

После трехмерного интегрального преобразования Фурье и несложных преобразований, уравнения (9)–(11) приводятся к виду

$$(k_{se}^2 - k_{de}^2) U_{i\mathbf{k}} + (k^2 + k_{se}^2 + k_{de}^2 - k_{ie}^2) U_{e\mathbf{k}} = qk_{de}^2 - \tilde{S}_e, \quad (12)$$

$$(k_{si}^2 + k_{di}^2 + k^2) U_{i\mathbf{k}} + (k_{si}^2 - k_{di}^2 - k_{ii}^2) U_{e\mathbf{k}} = -qk_{di}^2 - \tilde{S}_i, \quad (13)$$

$$k^2 \Phi_{\mathbf{k}} = 4\pi e (U_{i\mathbf{k}} - U_{e\mathbf{k}} + q), \quad (14)$$

где

$$U_{\sigma\mathbf{k}} = \int \delta n_\sigma(\mathbf{r}) \exp(i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}) d\mathbf{r},$$

$$\Phi_{\mathbf{k}} = \int \phi(\mathbf{r}) \exp(i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}) d\mathbf{r}$$

и введены следующие обозначения:

$$k_{i\sigma}^2 = \frac{\nu_{ion}}{D_\sigma}, \quad k_{d\sigma}^2 = \frac{4\pi e^2 n_0}{T_\sigma},$$

$$k_{s\sigma}^2 = \frac{\beta_{ei}n_0}{D_\sigma}, \quad \tilde{S}_\sigma = \frac{S_\sigma}{D_\sigma}.$$

Определитель системы (12), (13) равен

$$D = (k^2 + k_1^2) (k^2 + k_2^2), \quad (15)$$

$$k_{1,2}^2 = \frac{k_d^2 + k_s^2 - k_{ie}^2}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{k_d^2 + k_s^2 - k_{ie}^2}{2}\right)^2 - k_{di}^2 (2k_{se}^2 - k_{ie}^2) - k_{de}^2 (2k_{si}^2 - k_{ii}^2)}, \quad (16)$$

где

$$k_d^2 = k_{di}^2 + k_{de}^2, \quad k_s^2 = k_{si}^2 + k_{se}^2.$$

Решения (12), (13) имеют вид

$$U_{i\mathbf{k}} = -\frac{1}{D} \left\{ k^2 (k_{di}^2 q + \tilde{S}_i) + q [k_{de}^2 (k_{si}^2 - k_{ii}^2) + k_{di}^2 (k_{se}^2 - k_{ie}^2)] + \tilde{S}_e k_{di}^2 + \tilde{S}_i k_{de}^2 \right\}, \quad (17)$$

$$U_{e\mathbf{k}} = \frac{1}{D} \left[k^2 (k_{de}^2 q - \tilde{S}_e) + q (k_{de}^2 k_{si}^2 + k_{di}^2 k_{se}^2) - \tilde{S}_e k_{di}^2 - \tilde{S}_i k_{de}^2 \right]. \quad (18)$$

Подставив выражения (17) и (18) в уравнение (14), получаем

$$\Phi_{\mathbf{k}} = \frac{4\pi e}{k^2} \left\{ q - \frac{k^2 (k_d^2 q + S_-) + q [k_{de}^2 (2k_{si}^2 - k_{ii}^2) + k_{di}^2 (2k_{se}^2 - k_{ie}^2)]}{(k^2 + k_1^2) (k^2 + k_2^2)} \right\}, \quad (19)$$

где

$$S_- = \tilde{S}_i - \tilde{S}_e.$$

Случай, когда $k_1 = k_2$ будет рассмотрен ниже, а в общем случае, когда $k_1 \neq k_2$, выполнив обратное преобразование Фурье

$$\phi(\mathbf{r}) = (2\pi)^{-3} \int \Phi_{\mathbf{k}} \exp(-i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}) d\mathbf{k},$$

из выражения (19) находим

$$\phi = \frac{e [(k_d^2 - k_2^2)q + S_-] e^{-k_1 r}}{k_1^2 - k_2^2} \frac{1}{r} + \frac{e [(k_d^2 - k_1^2)q + S_-] e^{-k_2 r}}{k_2^2 - k_1^2} \frac{1}{r}. \quad (20)$$

Отсюда видно, что в общем случае экранирование заряда сферического тела описывается двумя экспонентами с разными постоянными, причем даже при отсутствии стоков (при этом $S_- = 0$) сохраняются обе экспоненты, и только при выполнении условия $k_1 = k_d$ или $k_2 = k_d$ остается только одна экспонента. Далее отдельно рассмотрим разные способы генерации плазмы.

2.1. Плазма с самостоятельным источником ионизации газа

В этом случае $k_{i\sigma} = k_{s\sigma}$ и из выражения (16) следует

$$k_{1,2}^2 = \frac{k_d^2 + k_{si}^2}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{k_d^2 - k_{si}^2}{2}\right)^2 + k_{di}^2 (k_{si}^2 - k_{se}^2)}. \quad (21)$$

Коэффициент диффузии электронов в плазме без внешнего магнитного поля значительно превышает коэффициент диффузии ионов, поэтому $k_{si} \gg k_{se}$ и из выражения (21) видно, что подкоренное выражение никогда не обращается в нуль. Поэтому в плазме, в которой источник электронов и ионов пропорционален концентрации электронов, $k_1 \neq k_2$ ни при каких условиях. Также отметим, что правая часть выражения (21) всегда положительна.

В изотермической плазме $k_{de} = k_{di}$. Тогда, с учетом того, что $D_e \gg D_i$, и, соответственно, $k_{si} \gg k_{se}$, из выражения (21) можно получить, что

$$k_1 \approx k_d \sqrt{1 + \frac{k_{si}^2}{2k_d^2}}, \quad k_2 \approx \frac{k_{si}}{\sqrt{2}} = k_d \sqrt{\frac{\beta_{ei}}{4\beta_L}}, \quad (22)$$

где $\beta_L = 4\pi e\mu_i$ — ланжевеновский коэффициент рекомбинации ионов. Из выражений (20) и (22) видно, что только в случае $k_d \gg k_{si}$ и в отсутствие стоков ($S_- = 0$) появляется экспонента с дебаевской постоянной экранирования, а вторая экспонента содержит малый множитель $(k_d^2 - k_1^2) / (k_2^2 - k_1^2)$. Также мы можем сделать вывод, что чисто дебаевская экранировка имеет место только в плазме без источников ($k_{si} = k_{se} = 0$) и стоков ($S_- = 0$) электронов и ионов.

Проведем оценки параметров экранирования в термической плазме [13] при двух температурах $T = 1700$ и 2200 К. Концентрации электронов при этих условиях были $n_e = 10^{10}$ и $5 \cdot 10^{10}$ см⁻³ соответственно. Рекомбинация ионов, скорее всего, происходила через образование двухатомных ионов, поэтому для оценок примем, что $\beta_{ei} = 10^{-8}$ см³/с. Коэффициенты диффузии электронов и ионов при этих условиях равны $D_e = 2958$ см²/с, $D_i = 1.70$ см²/с при $T = 1700$ К и $D_e = 4033$ см²/с, $D_i = 2.80$ см²/с при $T = 2200$ К соответственно. Из выражений (22) находим, что $k_1 = 496.8$ см⁻¹ ($R_1 = 20.13$ мкм), $k_2 = 5.42$ см⁻¹ ($R_2 = 0.184$ см) при $T = 1700$ К и $k_1 = 976.6$ см⁻¹ ($R_1 = 10.24$ мкм), $k_2 = 9.452$ см⁻¹ ($R_2 = 0.106$ см) при $T = 2200$ К. Отсюда видно, что малая постоянная экранирования значительно меньше большей (которая практически совпадает с дебаевской). Для пылевых частиц, которые в работе [13] рассматривались как заряженные положительно, экспонента с малой постоянной в выражении (20) для потенциала будет пренебрежимо малой вследствие малости на них потока положительных ионов. Поэтому для таких частиц экранирование будет близко к дебаевскому. А для отрицательно заряженных макрочастиц, например, имеющих поверхность из материала с высокой работой выхода и с низкой эффективностью термоэмиссии, в термической плазме эта экспонента стала бы определяющей на больших расстояниях, что кардинально изменило бы свойства термической пылевой плазмы.

В плазме обычного тлеющего разряда при повышенных давлениях температура электронов значительно выше ионной, поэтому $k_{di} \gg k_{de}$. Также выполнено неравенство

$$\frac{k_{de}^2 k_{si}^2}{k_{di}^2 k_{se}^2} = \frac{\mu_e}{\mu_i} \gg 1.$$

Поэтому

$$k_1 \approx k_d, \quad k_2 \approx \frac{k_{de} k_{si}}{\sqrt{k_d^2 + k_{si}^2}}. \quad (23)$$

Проведем оценки радиусов экранирования в тлеющем разряде в азоте согласно развитой здесь теории при повышенных давлениях в предположении, что основным ионом является N_2^+ . Пусть давление газа равно 30 Торр, приведенное поле $E/p = 12$ В/см·Торр и плотность тока $j_d \sim 10$ мА/см² [6]. При таких условиях в азоте, согласно [14], температура электронов $T_e = 0.73$ эВ, а температуру ионов положим равной комнатной $T_i = 300$ К. Коэффициент рекомбинации ионов N_2^+ при такой температуре электронов $\beta_{ei} = 5 \cdot 10^{-8}$ см³/с, их коэффициент диффузии $D_i = 1.23$ см²/с, а электронов — $D_e = 1.66 \cdot 10^4$ см²/с [14]. Из выражений (23) находим, что $k_1 = 1008.6$ см⁻¹ ($R_1 = 9.92$ мкм), $k_2 = 4.44$ см⁻¹ ($R_2 = 0.225$ см). Видно, что радиус экранирования R_2 более чем в 200 раз превосходит R_1 , который, в свою очередь, практически совпадает с классическим дебаевским радиусом экранирования.

Здесь возникает естественный вопрос: почему ранее во многих численных экспериментах не наблюдали экспоненту с малой постоянной экранирования? Это, на наш взгляд, обусловлено тем, что расчеты проводились для области, ограниченной радиусом в 5–10 дебаевских радиусов (см., например, [8, 9]). В то время как для обнаружения эффектов, связанных с экспонентой с малой постоянной, нужно проводить расчеты до $(5-10)R_2$, что составляет для приведенных выше примеров $(500-2000)R_d$. Это более чем в 100 раз превышает размеры областей, для которых выполнялись расчеты.

2.2. Плазма с постоянным внешним источником ионизации газа

В этом случае $k_{ie} = k_{ii} \equiv 0$ и выражение (16) для определения постоянных экранирования приобретает вид

$$k_{1,2}^2 = \frac{1}{2} \left[(k_d^2 + k_s^2) \pm \sqrt{(k_d^2 - k_s^2)^2 + 4k_d^2 k_s^2} \right], \quad (24)$$

где

$$k_{d-}^2 = k_{di}^2 - k_{de}^2, \quad k_{s-}^2 = k_{si}^2 - k_{se}^2.$$

В плазме с внешним источником ионизации возможно равенство $k_1 = k_2$, которое реализуется в изотермической плазме при $T_e = T_i$. Поэтому далее рассмотрим отдельно изотермическую и неизотермическую плазму.

2.2.1. Изотермическая плазма ($T_e = T_i$)

В этом случае обратные радиусы дебаевского экранирования электронов и ионов равны друг другу, поэтому $k_{d-} = 0$ и мы положим, что $k_1 = k_d$, $k_2 = k_s$. Вид уравнений для фурье-компонент отклонений концентраций электронов и ионов от равновесной заметно упрощается при переходе к переменным

$$U_{\pm \mathbf{k}} = U_{i\mathbf{k}} \pm U_{e\mathbf{k}},$$

которые являются фурье-представлениями функций:

$$\delta n_{\pm} = \delta n_i \pm \delta n_e.$$

Суммируя и вычитая уравнения (12), (13), получаем

$$U_{-\mathbf{k}} = -\frac{k^2 (qk_d^2 + S_-) + qk_d^2 k_s^2}{(k^2 + k_d^2)(k^2 + k_s^2)}, \quad (25)$$

$$U_{+\mathbf{k}} = -\frac{S_+}{k^2 + k_s^2}, \quad (26)$$

где $S_+ = \tilde{S}_i + \tilde{S}_e$. Выполнив обратное преобразование Фурье, из выражения (26) находим

$$\delta n_+ = -\frac{S_+}{4\pi r} e^{-k_s r}. \quad (27)$$

Отсюда видно, что в изотермической плазме с внешним источником ионизации зависимость $\delta n_+(r)$ описывается одной экспонентой как в резонансном, так и в нерезонансном случаях (см. ниже). Решения для потенциала и величины δn_- для этих двух случаев имеют разный вид. Сначала рассмотрим нерезонансный случай, когда $k_d \neq k_s$.

Нерезонансный случай ($k_d \neq k_s$). В этом случае выражение (25) легко преобразуется к виду

$$U_{-\mathbf{k}} = \frac{1}{k_s^2 - k_d^2} \times \left\{ \frac{k_d^2 [q(k_d^2 - k_s^2) + S_-]}{k^2 + k_d^2} - \frac{k_s^2 S_+}{k^2 + k_s^2} \right\}. \quad (28)$$

Отсюда, выполнив обратное преобразование Фурье, находим

$$\delta n_- = \frac{1}{4\pi (k_s^2 - k_d^2)} \left\{ k_d^2 [q(k_d^2 - k_s^2) + S_-] \times \left[\frac{e^{-k_d r}}{r} - k_s^2 S_+ \frac{e^{-k_s r}}{r} \right] \right\}. \quad (29)$$

Для потенциала из (20) получаем

$$\phi = \frac{e}{k_d^2 - k_s^2} \times \left\{ \frac{[q(k_d^2 - k_s^2) + S_-]}{r} e^{-k_d r} - \frac{S_-}{r} e^{-k_s r} \right\} \quad (30)$$

(при последнем переходе использована связь $S_+/k_s^2 = S_-/k_s^2$, которая справедлива при $S_e = S_i$). При $k_d \gg k_s$ поле на больших расстояниях $r \gg k_d^{-1}$ ведет себя следующим образом:

$$E \approx -\frac{eS_-}{(k_d^2 - k_s^2)r^2} (1 + k_s r) e^{-k_s r} = \frac{eq_s}{r^2} (1 + k_s r) e^{-k_s r}, \quad (31)$$

где

$$q_s = -\frac{S_-}{k_d^2 - k_s^2}. \quad (32)$$

В обратном пределе $k_d \ll k_s$ на расстояниях $r \gg k_s^{-1}$ из выражения (31) получаем следующее выражение для поля:

$$E \approx \left(eq - \frac{eS_-}{k_s^2 - k_d^2} \right) \frac{(1 + k_d r)}{r^2} e^{-k_d r} = \frac{eq_d}{r^2} (1 + k_d r) e^{-k_d r} \quad (33)$$

с эффективным зарядом

$$q_d = q - \frac{S_-}{k_s^2 - k_d^2}. \quad (34)$$

Видно, что в этом пределе экранирование является дебаевским, но заряд перенормирован вследствие наличия неравновесных потоков на макрочастицу. Когда потоки электронов и ионов отсутствуют ($S_+ = S_- = 0$) из выражений (27), (29), (30) следует

$$\begin{aligned} \delta n_- &= -\frac{qk_d^2}{4\pi r} e^{-k_d r} \equiv -n_0 \left(\frac{e\phi}{T_e} + \frac{e\phi}{T_i} \right), \\ \delta n_+ &= 0, \\ \phi &= \frac{eq}{r} e^{-k_d r} \end{aligned} \quad (35)$$

в полном соответствии с линеаризованной теорией Дебая–Гюккеля. Поэтому мы можем сделать вывод, что появление экспоненты в выражениях (27), (29), (30) с постоянной экранирования k_s обусловлено неравновесными потоками плазменных частиц на макрочастицу.

Для распределений концентраций электронов и ионов из выражений (27), (29) получаем

$$\delta n_i = -\frac{S_+}{4\pi} \frac{(k_{di}^2 - k_{si}^2)}{(k_d^2 - k_s^2)} \frac{e^{-k_s r}}{r} - \frac{k_d^2}{8\pi} \left(q + \frac{S_-}{k_d^2 - k_s^2} \right) \frac{e^{-k_d r}}{r}, \quad (36)$$

$$\delta n_e = -\frac{S_+}{4\pi} \frac{(k_{de}^2 - k_{se}^2)}{(k_d^2 - k_s^2)} \frac{e^{-k_s r}}{r} + \frac{k_d^2}{8\pi} \left(q + \frac{S_-}{k_d^2 - k_s^2} \right) \frac{e^{-k_d r}}{r}. \quad (37)$$

Из соотношения (36) видно, что при выполнении условия

$$k_{di} = k_{si} \quad \text{или} \quad \beta_{ei} = 4\pi e\mu_i \equiv \beta_L \quad (38)$$

отклонение концентрации ионов от равновесной при $k_d r \gg 1$ мало: $\delta n_i \approx 0$, хотя отклонение концентрации электронов убывает как $r^{-1} \exp(-k_s r)$ с постоянной $k_s \approx k_d/2$.

Резонансный случай ($k_d = k_s$). В этом случае решения (26), (27) для $U_{+\mathbf{k}}$ и δn_+ не изменятся, а для $U_{-\mathbf{k}}$ и $\Phi_{\mathbf{k}}$ из (19), (25) получаем

$$U_{-\mathbf{k}} = -\frac{k_d^2 q + S_-}{k^2 + k_d^2} + \frac{k_s^2 S_+}{(k^2 + k_d^2)^2}, \quad (39)$$

$$\Phi_{\mathbf{k}} = 4\pi e \left[-\frac{k_d^2 q + S_-}{k^2 (k^2 + k_d^2)} + \frac{k_s^2 S_+}{k^2 (k^2 + k_d^2)^2} + \frac{q}{k^2} \right]. \quad (40)$$

Обратное преобразование Фурье дает

$$\delta n_- = -\frac{(k_d^2 q + S_-)}{4\pi} \frac{e^{-k_d r}}{r} + \frac{k_s S_-}{8\pi} e^{-k_s r}, \quad (41)$$

$$\phi = \left(\frac{eq}{r} - \frac{eS_-}{2k_d} \right) e^{-k_d r}. \quad (42)$$

Видно, что в этом случае в решениях для концентраций и потенциала появляется простая экспонента без делителя r . Когда нет неравновесных потоков, выражения (41), (42) снова переходят в (35).

2.2.2. Неизотермическая плазма ($T_e \neq T_i$)

В этом случае выражения (17)–(19) преобразуются к виду

$$\begin{aligned} U_{-\mathbf{k}} &= \frac{1}{k_1^2 - k_2^2} \left\{ \frac{k_1^2 [q(k_2^2 - k_d^2) - S_-]}{k^2 + k_1^2} + \frac{k_2^2 [q(k_d^2 - k_1^2) + S_-]}{k^2 + k_2^2} \right\}, \\ U_{+\mathbf{k}} &= -\frac{[qk_1^2 k_{d-}^2 + (k_1^2 - k_d^2) S_+ + k_{d-}^2 S_-]}{(k_1^2 - k_2^2)(k^2 + k_1^2)} + \frac{[qk_2^2 k_{d-}^2 + (k_2^2 - k_d^2) S_+ + k_{d-}^2 S_-]}{(k_1^2 - k_2^2)(k^2 + k_2^2)}, \\ \Phi_{\mathbf{k}} &= \frac{4\pi e}{k_1^2 - k_2^2} \left\{ -\frac{k_1^2 [q(k_d^2 - k_2^2) + S_-]}{k^2 (k^2 + k_1^2)} + \frac{k_2^2 [q(k_d^2 - k_1^2) + S_-]}{k^2 (k^2 + k_2^2)} \right\} + \frac{4\pi eq}{k^2}. \end{aligned} \quad (43)$$

Выполнив обратное преобразование Фурье, получаем

$$\begin{aligned} \delta n_- &= -\frac{1}{4\pi(k_1^2 - k_2^2)} \times \\ &\times \left\{ k_1^2 [q(k_d^2 - k_2^2) + S_-] \frac{e^{-k_1 r}}{r} + \right. \\ &\left. + k_2^2 [q(k_1^2 - k_d^2) - S_-] \frac{e^{-k_2 r}}{r} \right\}, \\ \delta n_+ &= \frac{1}{4\pi(k_1^2 - k_2^2)} \left\{ -[k_d^2 - (qk_1^2 + S_-) + \right. \\ &\left. + (k_1^2 - k_d^2) S_+] \frac{e^{-k_1 r}}{r} + \right. \\ &\left. + [k_d^2 - (qk_2^2 + S_-) - (k_d^2 - k_2^2) S_+] \frac{e^{-k_2 r}}{r} \right\}, \\ \phi &= \frac{e}{k_1^2 - k_2^2} \left\{ [q(k_d^2 - k_2^2) + S_-] \frac{e^{-k_1 r}}{r} + \right. \\ &\left. + [q(k_1^2 - k_d^2) - S_-] \frac{e^{-k_2 r}}{r} \right\}. \end{aligned} \quad (44)$$

Когда нет неравновесных потоков, выражения (44) переходят в следующие:

$$\begin{aligned} \delta n_- &= -\frac{q}{4\pi(k_1^2 - k_2^2)} \left\{ k_1^2 (k_d^2 - k_2^2) \frac{e^{-k_1 r}}{r} + \right. \\ &\left. + k_2^2 (k_1^2 - k_d^2) \frac{e^{-k_2 r}}{r} \right\}, \\ \delta n_+ &= \frac{qk_d^2}{4\pi(k_1^2 - k_2^2)} \left\{ -\frac{k_1^2 e^{-k_1 r}}{r} + \frac{k_2^2 e^{-k_2 r}}{r} \right\}, \\ \phi &= \frac{eq}{k_1^2 - k_2^2} \left\{ (k_d^2 - k_2^2) \frac{e^{-k_1 r}}{r} + (k_1^2 - k_d^2) \frac{e^{-k_2 r}}{r} \right\}. \end{aligned} \quad (45)$$

Отсюда видно, что в неизотермическом случае потенциал содержит обе экспоненты, причем ни одна постоянная экранирования не совпадает с дебаевской.

Из выражений (44) для поля находим

$$\begin{aligned} E &= \frac{1}{k_1^2 - k_2^2} \times \\ &\times \left\{ [eq(k_d^2 - k_2^2) + eS_-] \frac{(1 + k_1 r) e^{-k_1 r}}{r^2} + \right. \\ &\left. + [eq(k_1^2 - k_d^2) - eS_-] \frac{(1 + k_2 r) e^{-k_2 r}}{r^2} \right\}. \end{aligned} \quad (46)$$

На больших расстояниях экранирование будет определяться меньшей постоянной, а именно, величиной со знаком минус перед знаком корня в (24), которую примем за k_2 . Поле на больших расстояниях $r \gg k_1^{-1}$ описывается выражением

$$E = \frac{eq_{eff}}{r^2} (1 + k_2 r) e^{-k_2 r}$$

с эффективным зарядом

$$q_{eff} = \frac{q(k_1^2 - k_d^2) - S_-}{k_1^2 - k_2^2}.$$

Электронный коэффициент диффузии значительно превышает ионный, $D_e \gg D_i$, поэтому

$$k_s^2 \approx \frac{\beta_{ei} n_0}{D_i} = \frac{\beta_{ei}}{\beta_L} k_{di}^2, \quad k_{s-} \approx k_s. \quad (47)$$

Для большинства ионов при атмосферном давлении $\beta_L \gg \beta_{ei}$, поэтому $k_s^2 \ll k_{di}^2$. В этом случае из выражения (24) следует, что радиус экранирования в неизотермической плазме в электронных радиусах Дебая R_D определяется выражением:

$$R_2 = R_D \sqrt{\frac{\beta_L}{2\beta_{ei}}}, \quad (48)$$

т. е. при выполнении условия $\beta_L \gg \beta_{ei}$, радиус экранирования будет заметно больше электронного дебаевского радиуса, что отмечалось нами в предыдущих работах [12, 15–18]. При этом в работе [16] при исследовании характера экранирования заряда микрочастицы при постоянной плотности плазмы было установлено, что экранирование имело экспоненциальный характер, а радиус экранирования убывал с ростом коэффициента электрон-ионной рекомбинации в полном согласии с выражением (48). Отметим, что если в процессах гибели электронов необходим учет трехчастичной рекомбинации электронов и ионов с электроном в качестве третьего тела, то вместо β_{ei} во все выражения войдет сумма $\beta_{ei} + 2\beta_3 n_{0e}$.

Выражение (48) можно представить в виде

$$R_2 = \sqrt{D_a \tau_{rec}}, \quad (49)$$

откуда видно, что радиус экранирования с точностью до постоянного множителя определяется характерной длиной амбиполярной диффузии ионов с коэффициентом

$$D_a = D_i (1 + T_e/T_i)$$

за характерное рекомбинационное время

$$\tau_{rec} = (2\beta_{ei} n_{e0})^{-1}.$$

Выражение (49) с точностью до постоянного множителя совпадает с оценкой размера области возмущения плазмы макрочастицей, полученной в работе [17].

2.3. Экранирование заряда макрочастицы в плазме без объемных источников рождения и гибели плазменных частиц

На основе полученных данных рассмотрим экранирование заряда макрочастицы в плазме без объемных источников рождения и гибели плазменных частиц, в которой плотности электронов и ионов вдали от макрочастицы поддерживаются на постоянном уровне согласно (4). В этом случае $k_{se} = k_{si} = 0$, $k_{ii} = 0$ и решение системы (12)–(14) имеет вид

$$\begin{aligned} U_{i\mathbf{k}} &= -\frac{\tilde{S}_e k_{di}^2 + \tilde{S}_i k_{de}^2}{k^2 (k^2 + k_d^2)} - \frac{\tilde{S}_i + q k_{di}^2}{k^2 + k_d^2}, \\ U_{e\mathbf{k}} &= -\frac{\tilde{S}_e k_{di}^2 + \tilde{S}_i k_{de}^2}{k^2 (k^2 + k_d^2)} - \frac{\tilde{S}_e - q k_{de}^2}{k^2 + k_d^2}, \\ \Phi_{\mathbf{k}} &= 4\pi e \left[\frac{q}{k^2 + k_d^2} - \frac{S_-}{k^2 (k^2 + k_d^2)} \right]. \end{aligned} \quad (50)$$

Выполнив обратное преобразование Фурье, для потенциала находим

$$\phi = \frac{eq}{r} e^{-k_d r} + \frac{eS_-}{k_d^2 r} (e^{-k_d r} - 1). \quad (51)$$

Отсюда видно, что на расстояниях $r \gg k_d^{-1}$ потенциал не экранирован, что впервые было обнаружено в численных расчетах в работе [16], причем потенциал совпадает с потенциалом заряда

$$q_{eff} = -\frac{S_-}{k_D^2} \equiv -\frac{S}{k_D^2} \left(\frac{1}{D_i} - \frac{1}{D_e} \right). \quad (52)$$

Знак эффективного заряда совпадает со знаком заряда более подвижных носителей, следовательно, в обычной электрон-ионной плазме в электроположительных газах эффективный заряд, как и сам заряд макрочастицы, отрицательным.

2.4. Метод эффективных стоков в случае бесстолкновительной плазмы

Если столкновениями между плазменными частицами можно пренебречь и учитывать только столкновения электронов и ионов с макрочастицей, то распределения в плазме можно описывать стационарным кинетическим уравнением Власова [19]:

$$\begin{aligned} \left(\mathbf{v} \frac{\partial}{\partial \mathbf{r}} - \frac{e_\sigma}{m_\sigma} \nabla \phi(\mathbf{r}) \frac{\partial}{\partial \mathbf{v}} \right) f_\sigma(\mathbf{r}, \mathbf{v}) = \\ = -\delta(\mathbf{r}) \sigma_\sigma(v) v f_\sigma(\mathbf{r}, \mathbf{v}), \end{aligned} \quad (53)$$

в которое введен точечный сток, описывающий поглощение электронов и ионов пылинкой. Здесь m_σ —

масса частиц сорта σ , \mathbf{v} — их скорость. Интенсивность стока определяется сечением поглощения реальной частицы $\sigma_\sigma(v)$. Будем считать возмущения, вносимые стоком, малыми величинами. Тогда

$$f_\sigma(\mathbf{r}, \mathbf{v}) = f_{0\sigma}(v) + \delta f_\sigma(\mathbf{r}, \mathbf{v}),$$

где $f_{0\sigma}(v)$ — максвелловское распределение.

Линеаризованные уравнения (53) имеют вид

$$\mathbf{v} \frac{\partial}{\partial \mathbf{r}} \delta f_\sigma(\mathbf{r}, \mathbf{v}) - \frac{e_\sigma}{m_\sigma} \nabla \phi(\mathbf{r}) \frac{\partial}{\partial \mathbf{v}} f_{0\sigma}(v) = -\delta(\mathbf{r}) \sigma_\sigma(v) v f_{0\sigma}(v). \quad (54)$$

В фурье-представлении

$$\begin{aligned} i\mathbf{k} \cdot \mathbf{v} \delta f_{\sigma\mathbf{k}}(\mathbf{v}) + i\mathbf{k} \cdot \mathbf{v} \frac{e_\sigma}{T_\sigma} \Phi_{\mathbf{k}} f_{0\sigma}(v) = \\ = -\sigma_\sigma(v) v f_{0\sigma}(v), \end{aligned} \quad (55)$$

откуда (правило обхода полюса $\mathbf{k} \cdot \mathbf{v} = 0$ см. в [20])

$$\delta f_{\sigma\mathbf{k}}(\mathbf{v}) = -\frac{e_\sigma}{T_\sigma} \Phi_{\mathbf{k}} f_{0\sigma}(v) + \frac{i\sigma_\sigma(v) v f_{0\sigma}(v)}{\mathbf{k} \cdot \mathbf{v} - i0}. \quad (56)$$

Возмущение плотности заряда при этом имеет вид

$$\delta \rho_{\sigma\mathbf{k}} = e_\sigma n_\sigma \int \delta f_{\sigma\mathbf{k}}(\mathbf{v}) d\mathbf{v}. \quad (57)$$

Используя выражение (56), с учетом нормировки

$$\int f_{0\sigma}(v) d\mathbf{v} = 1$$

из соотношения (57) получаем

$$\begin{aligned} \delta \rho_{\sigma\mathbf{k}} = -\frac{e_\sigma^2 n_\sigma}{T_\sigma} \Phi_{\mathbf{k}} - \\ - e_\sigma n_\sigma \frac{2\pi^2}{k} \int v^2 \sigma_\sigma(v) f_{0\sigma}(v) dv. \end{aligned} \quad (58)$$

Потенциал $\phi(\mathbf{r})$ удовлетворяет уравнению Пуассона с точечным источником в начале координат:

$$\Delta \phi(\mathbf{r}) = -4\pi \sum_{\sigma=e,i} \delta \rho_\sigma(\mathbf{r}) - 4\pi eq \delta(\mathbf{r}), \quad (59)$$

где eq — заряд частицы, подлежащий определению из условия равенства потоков на пылинку. В фурье-представлении, соответственно, имеем

$$k^2 \Phi_{\mathbf{k}} = 4\pi \sum_{\sigma=e,i} \delta \rho_{\sigma\mathbf{k}} + 4\pi q, \quad (60)$$

что с учетом (58) дает

$$\Phi_{\mathbf{k}} = \frac{4\pi eq}{k^2 + k_D^2} - \frac{8\pi^3 (A_i + A_e)}{k(k^2 + k_D^2)}, \quad (61)$$

где

$$A_\sigma = e_\sigma n_\sigma \int v^2 \sigma_\sigma(v) f_{0\sigma}(v) dv. \quad (62)$$

Будем использовать сечения поглощения плазменных частиц, известные из теории ограниченных орбит [21]:

$$\sigma_e(v) = \pi r_0^2 \begin{cases} 1 + \frac{2qe^2}{r_0 m_e v^2}, & v^2 > -\frac{2qe^2}{m_e r_0}, \\ 0, & v^2 \leq -\frac{2qe^2}{m_e r_0}, \end{cases} \quad (63)$$

$$\sigma_i(v) = \pi r_0^2 \left(1 - \frac{2qe_i^2}{r_0 m_i v^2} \right),$$

где r_0 — радиус макрочастицы (учтено, что обычно заряд макрочастицы отрицателен вследствие большей подвижности электронов). Это позволяет выполнить интегрирование в выражении (62):

$$A_i = \frac{e_i n_i r_0^2}{4} \left(1 + 2 \frac{z}{t} \right), \\ A_e = \frac{e_e n_e r_0^2}{4} \times \\ \times \left(2e^{-z} \sqrt{\frac{z}{\pi}} + (1 - 2z) [1 - \operatorname{erf}(\sqrt{z})] \right). \quad (64)$$

Здесь

$$\operatorname{erf}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x \exp(-u^2) du$$

— интеграл ошибок,

$$t = \frac{T_i}{T_e}, \\ z = -\frac{qe^2}{r_0 T_e}$$

— приведенный заряд, который является решением уравнения

$$e^{-z} = \sqrt{\frac{m_e}{m_i t}} (t + z).$$

Обратное преобразование Фурье над (61) приводит к следующему выражению для потенциала:

$$\phi(r) = \frac{eq}{r} e^{-k_a r} - \frac{2\pi(A_i + A_e)}{rk_d} \times \\ \times (e^{-k_d r} \operatorname{Ei}(k_d r) - e^{k_d r} \operatorname{Ei}(-k_d r)), \quad (65)$$

где

$$\operatorname{Ei}(x) = \int_{-\infty}^x t^{-1} e^t dt$$

— интегральная показательная функция. При $x \gg 1$ имеем

$$\operatorname{Ei}(x) \approx \frac{e^x}{x} \left(1 + \frac{1!}{x} + \frac{2!}{x^2} + \dots \right).$$

Таким образом, при $rk_d \gg 1$

$$\phi(r) \approx -\frac{4\pi(A_i + A_e)}{(rk_d)^2}. \quad (66)$$

При типичных значениях $z \approx 2-4$ и $t \leq 1$ выполнено неравенство $A_i \gg A_e$, тогда выражение (66) можно привести к виду

$$\phi(r) \approx -\frac{\pi r_0^2 e_i n_i}{(rk_d)^2} \left(1 - \frac{2qe^2}{r_0 T_i} \right), \quad (67)$$

что с точностью до обозначений совпадает с результатом, полученным в работе [22] (см. формулу (3.25) в работе [1]). Таким образом, метод эффективных стоков может использоваться для оценок потенциала и в случае бесстолкновительной плазмы.

3. СРАВНЕНИЕ АСИМПТОТИЧЕСКОЙ ТЕОРИИ ЭКРАНИРОВАНИЯ С РЕЗУЛЬТАТАМИ ЧИСЛЕННЫХ РАСЧЕТОВ

Для проверки разработанной теории экранирования были проведены численные расчеты зарядки пылевых частиц в плазме, создаваемой внешним источником ионизации газа, при этом собственная ионизация плазменными электронами полагалась равной нулю. Численно, методом конечных разностей, решалась система нестационарных уравнений (1), (2) с граничными условиями (4), при этом в качестве внешней границы использовалась сфера с радиусом a_d , равным радиусу ячейки Зейтца – Вигнера:

$$n_{e,i}|_{r=a_d} = n_0, \quad \phi|_{r=a_d} = 0, \\ a_d = \left(\frac{4}{3} \pi n_d \right)^{-1/3}, \quad (68)$$

где n_d — концентрация макрочастиц, которая выбиралась такой, чтобы исключить влияние внешней границы на результаты расчетов. В качестве начальных данных задавались нулевые значения потенциала во всей ячейке и в большинстве расчетов полагалось, что ячейка Зейтца – Вигнера заполнена плазмой равновесной концентрации. В ряде случаев расчеты начинались с нулевых концентраций электронов и ионов. Расчеты проведены для аргона, коэффициенты переноса электронов в котором были

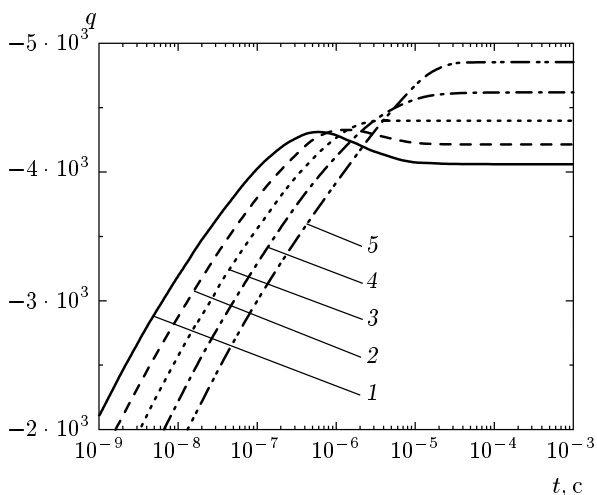


Рис. 1. Временная эволюция заряда макрочастицы радиусом $r_0 = 10$ мкм при $Q_{ion} = 10^{16} \text{ см}^{-3} \cdot \text{с}^{-1}$: 1 — $\beta_L = 4\beta_{ei}$, $N = 2.8 \cdot 10^{19} \text{ см}^{-3}$; 2 — $\beta_L = 2\beta_{ei}$, $N = 5.6 \cdot 10^{19} \text{ см}^{-3}$; 3 — $\beta_L = \beta_{ei}$, $N = 1.12 \cdot 10^{20} \text{ см}^{-3}$; 4 — $\beta_L = (1/2)\beta_{ei}$, $N = 2.24 \cdot 10^{20} \text{ см}^{-3}$; 5 — $\beta_L = (1/4)\beta_{ei}$, $N = 4.48 \cdot 10^{20} \text{ см}^{-3}$

рассчитаны на основе численного решения уравнения Больцмана для функции распределения электронов по энергии с сечениями из работы [23]. При $T_e = 300$ К подвижность и коэффициент диффузии электронов при концентрации атомов аргона $N = 2.5 \cdot 10^{19} \text{ см}^{-3}$ равны: $\mu_e = 9.98 \cdot 10^4 \text{ В/см}^2 \cdot \text{с}$, $D_e = 2580 \text{ см}^2/\text{с}$. Подвижность и коэффициент диффузии ионов Ar_2^+ — основных ионов в плазме аргона при повышенных давлениях, — при атмосферном давлении и температуре $T_i = 300$ К равны $\mu_i = 2.094 \text{ В/см}^2 \cdot \text{с}$ и $D_i = 0.0542 \text{ см}^2/\text{с}$, соответственно [24, 25], а коэффициент диссоциативной рекомбинации определяется зависимостью $\beta_{ei} = 0.85 \cdot 10^{-6} (T_e/0.026)^{-0.67} \text{ см}^3/\text{с}$ [26]. Температура электронов во всей расчетной области полагалась постоянной, соответственно полагались постоянными все коэффициенты переноса и рекомбинации. Более подробно методика расчета заряда макрочастиц описана в работе [12].

На рис. 1 показаны последние фазы набора заряда макрочастицей при разных соотношениях коэффициентов электрон-ионной и ланжевендовской рекомбинаций, полученные при численном расчете. Величина заряда макрочастицы, распределение плазмы и электрического поля для ненулевых источников и стоков электронов и ионов не зависели от вида граничного условия для электрического поля — в виде (6) через накопленный заряд на макрочастице

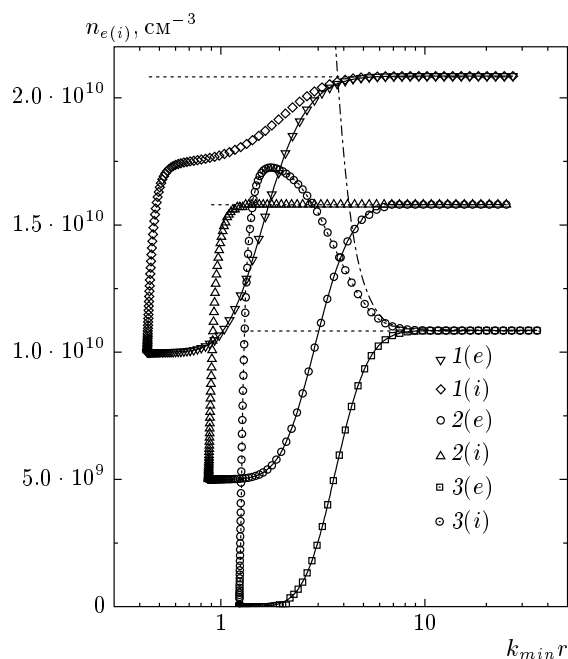


Рис. 2. Распределение ионов и электронов около макрочастицы радиусом 10 мкм при $Q_{ion} = 10^{14} \text{ см}^{-3} \cdot \text{с}^{-1}$. Точки — расчет, сплошные линии — распределение Больцмана для электронов, пунктирные линии — распределения электронов и ионов в невозмущенной плазме, штрих-пунктирная линия — больцмановское распределение для ионов, 1 — $\beta_L = 4\beta_{ei}$, $N = 2.8 \cdot 10^{19} \text{ см}^{-3}$; 2 — $\beta_L = \beta_{ei}$, $N = 1.12 \cdot 10^{20} \text{ см}^{-3}$; 3 — $\beta_L = (1/4)\beta_{ei}$, $N = 4.48 \cdot 10^{20} \text{ см}^{-3}$. Кривые 2 и 3 для удобства представления сдвинуты на одно и два деления вверх, соответственно

или в виде равенства нулю поля на внешней границе. Расчеты проведены при скорости ионизации $Q_{ion} = 10^{14}$ и $10^{16} \text{ см}^{-3} \cdot \text{с}^{-1}$ при разных давлениях для $T_e = T_i = 300$ К и $r_0 = 10$ мкм. Равновесная концентрация электронов и ионов n_0 при этом равна $1.087 \cdot 10^{10} \text{ см}^{-3}$ для $Q_{ion} = 10^{14} \text{ см}^{-3} \cdot \text{с}^{-1}$ и $1.087 \cdot 10^{11} \text{ см}^{-3}$ для $Q_{ion} = 10^{16} \text{ см}^{-3} \cdot \text{с}^{-1}$. При этих параметрах плазмы классические радиусы экранирования равны: $R_{d,e} = 11.48$ мкм, $R_d = 8.12$ мкм и $R_{d,e} = 3.63$ мкм, $R_d = 2.56$ мкм, соответственно. Ланжевендовский коэффициент рекомбинации изменялся вариацией давления газа.

Из рис. 1 видно, как заряд выходит на стационарный уровень: монотонно при меньших давлениях и проходя через максимум при больших. При этом в расчетах с нулевыми значениями концентрации электронов и ионов в расчетной ячейке наблюдается в точности противоположная картина: монотонно

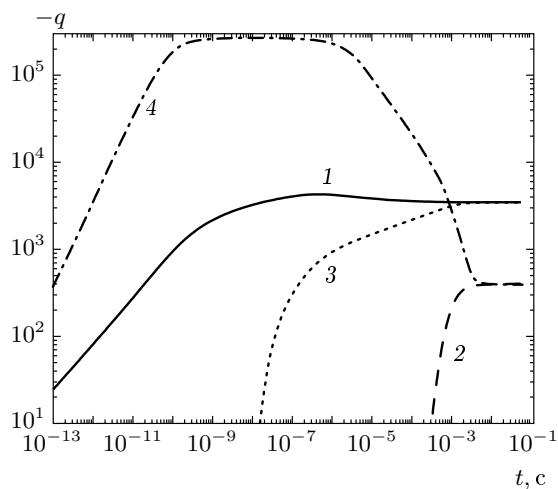


Рис. 3. Временная эволюция заряда макрочастицы радиусом 10 мкм и эффективного заряда в случае выключенных источников в расчетной ячейке при $N = 2.5 \cdot 10^{19} \text{ см}^{-3}$; $n_d = 10^4 \text{ см}^{-3}$, $Q_{ion} = 10^{16} \text{ см}^{-3} \cdot \text{с}^{-1}$, 1, 3 — заряд макрочастицы, 2, 4 — эффективный заряд, 1, 2 — $n_e|_{t=0} = n_i|_{t=0} = n_0$, 3, 4 — $n_e|_{t=0} = n_i|_{t=0} = 0$

при больших давлениях и через максимум при меньших. Наиболее быстрый выход на стационарный уровень наблюдается при выполнении условия (38). На рис. 2 приведены распределения электронов и ионов в окрестности макрочастицы. Видно, что при выполнении условия (38) концентрация ионов остается постоянной почти до самой макрочастицы, когда начинает сказываться поглощение ионов макрочастицей. Постоянство плотности ионов обусловлено тем, что уменьшение скорости гибели ионов в процессе электрон-ионной рекомбинации по мере уменьшения концентрация электронов точно компенсируется увеличением скорости ланжевеновской рекомбинации. Подробно этот вопрос, а также условие появления максимума в распределении ионов и формирования области амбиполярной диффузии, совпадающее с (38), обсуждались в работе [12], а в настоящей работе это условие получило строгое обоснование. Согласно проведенным расчетам, распределение электронов хорошо описывается законом Больцмана, а для ионов даже при высоких давлениях, когда в распределении появляется горб, закон Больцмана оказывается справедливым только в начале подъема (см. рис. 2, штрих-пунктирная кривая).

Были проведены расчеты с обнуленными источниками рождения и гибели электронов и ионов в расчетной ячейке, в результате которых получено

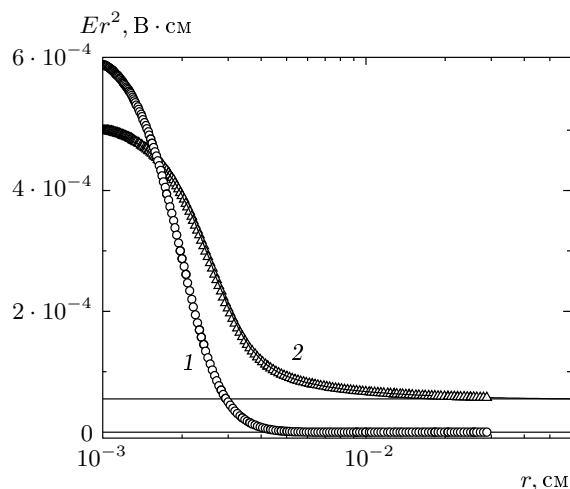


Рис. 4. Распределение объемного заряда около макрочастицы в аргоне при $T_e = T_i = 300 \text{ K}$, $N = 2.5 \cdot 10^{19} \text{ см}^{-3}$, $r_0 = 10 \text{ мкм}$. Точки: 1 — $Q_{ion} = 10^{16} \text{ см}^{-3} \cdot \text{с}^{-1}$, $\beta_{ei} = 0.85 \cdot 10^{-6} \text{ см}^3/\text{с}$, $n_d = 10^4 \text{ см}^{-3}$; $a_d = 288 \text{ мкм}$, $a_d/R_d = 112$, 2 — $Q_{ion} = 0$, $n_d = 10^4 \text{ см}^{-3}$; $a_d = 288 \text{ мкм}$, $a_d/R_d = 112$; $\beta_{ei} = 0$; сплошная кривая — $Q_{ion} = 0$, $\beta_{ei} = 0$, $n_d = 10^3 \text{ см}^{-3}$; $a_d = 620 \text{ мкм}$, $a_d/R_d = 242$

решение с неэкранированным зарядом, подробно обсуждавшееся в работе [16]. На рис. 3 показана эволюция заряда макрочастицы и неэкранированного заряда всей расчетной ячейки, полученные для $n_0 = 1.087 \cdot 10^{11} \text{ см}^{-3}$. Расчеты проводились с равновесными и нулевыми концентрациями плазмы в начальный момент. Видно, что при изменении начальных данных меняется характер выхода зарядов на стационарные значения, которые сами не зависят от начальных данных. В расчетах без плазмы при $t = 0$ на начальном этапе в расчетной ячейке накапливается значительный заряд, который по мере установления стационарных профилей заметно снижается, а заряд макрочастицы монотонно выходит на стационарный уровень. В расчетах с плазмой при $t = 0$ заряд макрочастицы проходит через максимум, а неэкранированный заряд приближается к стационарному значению монотонно. При увеличении размера расчетной ячейки установившиеся значения зарядов практически не менялись, а времена установления возрастали значительно.

На рис. 4 показаны распределения объемного заряда около макрочастицы в аргоне с включенными и выключенными источниками рождения и гибели плазмы в расчетной ячейке, полученные при оди-

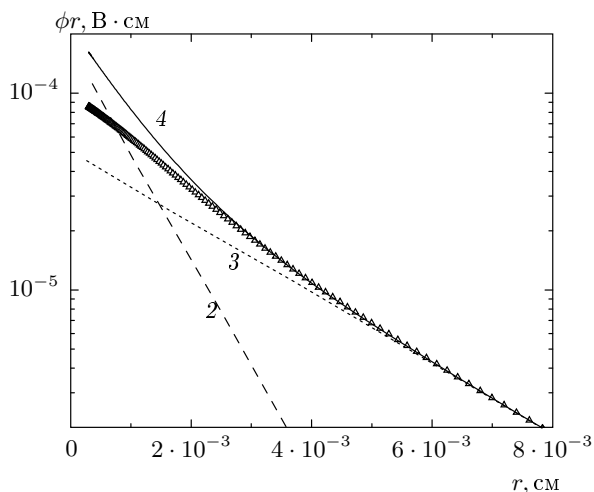


Рис. 5. Распределение потенциала электрического поля около макрочастицы в аргоне при $T_e = T_i = 300$ К, $N = 2.5 \cdot 10^{19}$ см $^{-3}$, $r_0 = 3$ мкм, $Q_{ion} = 10^{14}$ см $^{-3} \cdot c^{-1}$, $n_d = 10^4$ см $^{-3}$; $a_d = 288$ мкм, $a_d/R_d = 11.2$, Δ — расчетные точки, составляющая потенциала с большей (2) и меньшей (3) постоянной экранирования, (4) — их сумма

наковых остальных условиях. Видно, что увеличение радиуса расчетной ячейки более чем в два раза не приводит к изменению неэкранированного заряда ячейки. Это говорит о том, что выбранный радиус ячейки Зейтца–Вигнера достаточен для расчетов при данных параметрах плазмы. Как видно из рис. 4, при включении источников плазмы квазинейтральность ячейки восстанавливается, при этом аккумулированный на макрочастице заряд даже немного возрастает.

Появление неэкранированного заряда вызвано тем, что макрочастица непрерывно поглощает частицы плазмы. Эти потери компенсируются потоками электронов и ионов извне, причем для обеспечения равенства этих потоков должно появиться поле на внешней границе. Как видно из выражения для неэкранированного заряда (52), он обратится в нуль как при равенстве коэффициентов диффузии разноименно заряженных частиц плазмы, так и при отсутствии их неравновесных потоков на макрочастицу.

На рис. 5 показано, как появляются две экспоненты в зависимости потенциала от радиуса при малой скорости ионизации газа $Q_{ion} = 10^{14}$ см $^{-3} \cdot c^{-1}$, соответствующей условиям образования сильно упорядоченных структур пылевых частиц в экспериментах [27]. При более высоких скоростях ионизации га-

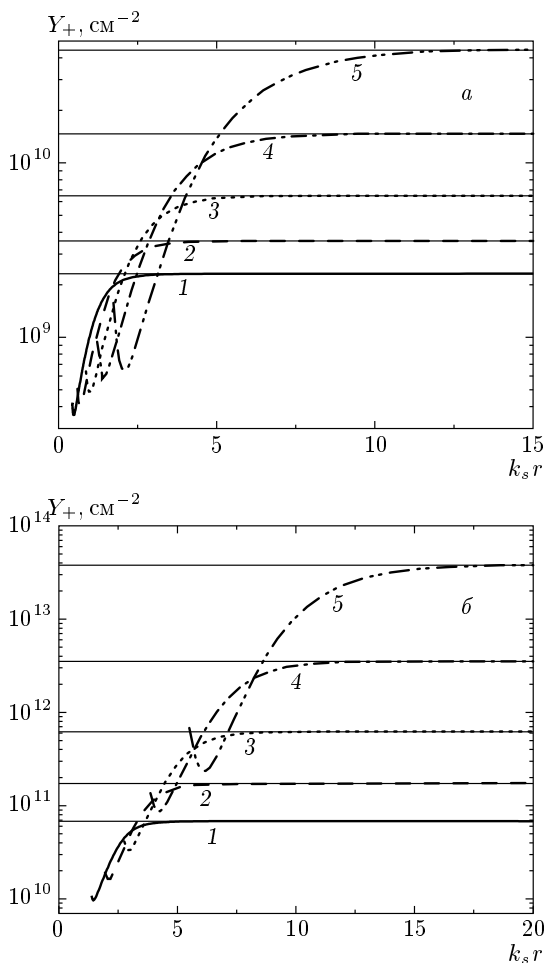


Рис. 6. Распределение величины $Y_+ = -4\pi r d n_+ \exp(k_s r)$ около макрочастицы при $Q_{ion} = 10^{14}$ см $^{-3} \cdot c^{-1}$ (а) и $Q_{ion} = 10^{16}$ см $^{-3} \cdot c^{-1}$ (б). Обозначение кривых как на рис. 1

за не удастся выделить экспоненту с малым радиусом экранирования. В этом случае надежно определяются только параметры более медленно убывающей экспоненты.

На рис. 6 проводится сравнение расчетной и полученной из соотношения (27) величины δn_+ при двух скоростях ионизации аргона. Видно прекрасное согласие результатов расчета и развитой здесь асимптотической теории. Из этих рисунков также видно, с каких расстояний начинает работать развитая здесь теория, причем при увеличении давления или скорости ионизации это расстояние растет. На рис. 7 показаны распределения приведенного потенциала электрического поля. Видно, что начиная с расстояний $k_{min} r \approx 3-10$ функции Z выходят на асимптоты, параллельные оси абсцисс, как и долж-

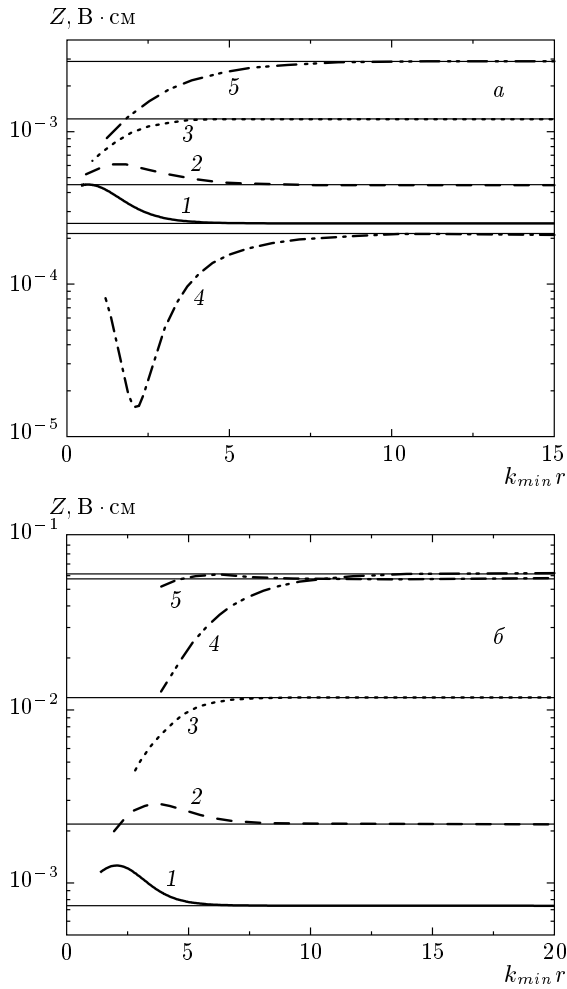


Рис. 7. Распределение приведенного потенциала электрического поля при $Q_{ion} = 10^{14} \text{ см}^{-3} \cdot \text{с}^{-1}$ (а) и $Q_{ion} = 10^{16} \text{ см}^{-3} \cdot \text{с}^{-1}$ (б). Для кривых (1-3, 5) $Z = -\phi r \exp(k_{min} r)$, а для резонансного случая (4) $Z = -r[\phi \exp(k_s r) + eS_-/2k_d]$. Обозначение кривых как на рис. 1

но быть согласно выражениям (30) и (42). В табл. 1 и 2 приведены параметры потенциала электрического поля на больших расстояниях. В этих таблицах эффективные значения заряда Z_2 на больших расстояниях определялись по асимптотическим значениям величины Z , отмеченным на рис. 7 горизонтальными линиями, а значения q_s определены по формуле (32) с использованием значений эффективного стока S , вычисленных по асимптотическим значениям величины Y_+ (горизонтальные линии на рис. 6). Заметим, что для набора 1-3 значения Z_2 практически совпадают с величиной q_s . Для резонансного набора 4 величина q определена из Z_2 и S по формуле (42), а для 5 — из (34). В таблицах для сравнения

приведены также заряды q_{int} и потоки J_i на макро-частицу, полученные при численном расчете.

Видно, что расчетные значения как зарядов, так и потоков при меньших плотностях газа и скоростях ионизации газа близки к полученным на основании поведения потенциала на больших расстояниях. В этих условиях удастся также определить параметры второй экспоненты, которые приведены в табл. 3 для макрочастиц разного радиуса при $N = 2.80 \cdot 10^{19} \text{ см}^{-3}$, $Q_{ion} = 10^{14} \text{ см}^{-3} \cdot \text{с}^{-1}$. Здесь сначала по расчетному потенциалу определялись параметры экспоненты с малой постоянной экранирования (значения Z_2 и k_2 , причем k_2 полагалась равной k_s). Затем из расчетного потенциала вычиталась найденная экспонента и по оставшейся части определялась экспонента с большой постоянной экранирования, а именно значения k_1 и Z_1 . Оказалось, что постоянная экранирования k_1 незначительно меньше, чем k_d , что, вероятно, обусловлено влиянием стока электронов и ионов на макрочастицу. Значения величины q_s определялись так же, как и в табл. 1, 2, а значения q — по формуле

$$q = Z_1 + \frac{S_-}{k_s^2 - k_1^2}.$$

Из сравнения величин q и q_{int} , S и J_i видно, что по мере уменьшения размера макрочастицы они начинают практически совпадать. Это позволяет предположить, что для малых частиц асимптотическая теория применима практически на любых расстояниях.

На рис. 8 для примера приводится сравнение найденных нами в работах [17, 18] (путем аппроксимации расчетного потенциала с помощью стандартной экспоненты, деленной на радиус) радиусов экранирования с вычисленными по формуле (24). Видно хорошее согласие расчета с асимптотической теорией. Расхождение при малых плотностях электронов в фоторезонансной плазме связано с тем, что в этом случае радиус экранирования оказывается огромным. Поэтому расчеты для его правильного определения надо было проводить со значительно большим радиусом расчетной ячейки, чем это сделано в работах [17, 18].

На рис. 9 приведены зависимости радиуса экранирования от размера макрочастиц в рабочей среде автономного источника электрической энергии на основе плазменно-пылевых структур [28]. Снова видно прекрасное согласие результатов теории и данных численных расчетов.

Таблица 1. Параметры зависимости потенциала электрического поля макрочастицы от расстояния при $Q_{ion} = 10^{14} \text{ см}^{-3} \cdot \text{с}^{-1}$, $n_0 = 1.085 \cdot 10^{10} \text{ см}^{-3}$

	1	2	3	4	5
$N, \text{ см}^{-3}$	$2.80 \cdot 10^{19}$	$5.60 \cdot 10^{19}$	$1.12 \cdot 10^{20}$	$2.24 \cdot 10^{20}$	$4.48 \cdot 10^{20}$
$k_s, \text{ см}^{-1}$	435.47	615.85	870.95	1231.70	1741.89
$k_d, \text{ см}^{-1}$	1231.70	1231.70	1231.70	1231.70	1231.70
q_{int}	-2767.62	-2796.24	-2828.07	-2863.32	-2902.54
Z_2	-1738.74	-3121.92	-8442.61	—	$-2.111 \cdot 10^4$
q_s	-1743.31	-3136.19	-8537.69	—	$2.932 \cdot 10^4$
q	—	—	—	-1578.70	8210.93
$J_i, \text{ с}^{-1}$	$7.005 \cdot 10^7$	$4.209 \cdot 10^7$	$2.610 \cdot 10^7$	$1.670 \cdot 10^7$	$1.099 \cdot 10^7$
$S, \text{ с}^{-1}$	$1.125 \cdot 10^8$	$8.675 \cdot 10^7$	$7.872 \cdot 10^7$	$8.944 \cdot 10^7$	$1.352 \cdot 10^8$

Таблица 2. Параметры зависимости потенциала электрического поля макрочастицы от расстояния при $Q_{ion} = 10^{16} \text{ см}^{-3} \cdot \text{с}^{-1}$, $n_0 = 1.085 \cdot 10^{11} \text{ см}^{-3}$

	1	2	3	4	5
$N, \text{ см}^{-3}$	$2.80 \cdot 10^{19}$	$5.60 \cdot 10^{19}$	$1.12 \cdot 10^{20}$	$2.24 \cdot 10^{20}$	$4.48 \cdot 10^{20}$
$k_s, \text{ см}^{-1}$	1379.76	1951.27	2759.51	3894.99	5508.35
$k_d, \text{ см}^{-1}$	3898.74	3898.74	3898.74	3898.74	3898.74
q_{int}	-4020.80	-4183.43	-4368.22	-4577.00	-4816.85
Z_2	$-5.123 \cdot 10^3$	$-1.519 \cdot 10^4$	$-8.193 \cdot 10^4$	—	$-4.288 \cdot 10^5$
q_s	$-5.132 \cdot 10^3$	$-1.521 \cdot 10^4$	$-8.203 \cdot 10^4$	—	$2.502 \cdot 10^6$
q	—	—	—	$3.987 \cdot 10^5$	$2.074 \cdot 10^6$
$J_i, \text{ с}^{-1}$	$9.101 \cdot 10^8$	$6.003 \cdot 10^8$	$4.080 \cdot 10^8$	$2.840 \cdot 10^8$	$2.033 \cdot 10^8$
$S, \text{ с}^{-1}$	$3.297 \cdot 10^9$	$4.185 \cdot 10^9$	$7.505 \cdot 10^9$	$2.142 \cdot 10^{10}$	$1.154 \cdot 10^{11}$

Таблица 3. Параметры зависимости потенциала электрического поля макрочастицы от расстояния при $N = 2.80 \cdot 10^{19} \text{ см}^{-3}$, $Q_{ion} = 10^{14} \text{ см}^{-3} \cdot \text{с}^{-1}$ ($k_s = 435.47 \text{ см}^{-1}$, $k_d = 1231.70 \text{ см}^{-1}$)

$r_0, \text{ мкм}$	1	2	5	10
$J_i, \text{ с}^{-1}$	$5.000 \cdot 10^6$	$1.154 \cdot 10^7$	$3.234 \cdot 10^7$	$7.034 \cdot 10^7$
$S, \text{ с}^{-1}$	$5.271 \cdot 10^6$	$1.290 \cdot 10^7$	$4.203 \cdot 10^7$	$1.115 \cdot 10^8$
q_{int}	-151.17	-376.50	-1175.76	-2767.86
Z_2	-81.59	-199.63	-650.56	-1725.70
q_s	-81.66	-199.83	-651.21	-1727.42
Z_1	-89.13	-291.89	-1661.43	-7643.63
q	-186.94	-554.00	-2615.08	$-1.040 \cdot 10^4$
$k_1, \text{ см}^{-1}$	1139.33	1096.22	1046.95	1010.00

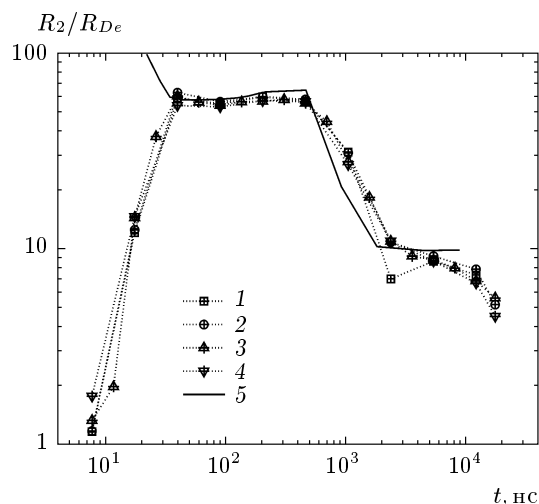


Рис. 8. Радиус экранирования в фоторезонансной плазме в электронных дебаевских радиусах: 1 — расчет из соотношения (24), 2–5 — полученные в результате аппроксимации потенциала в работе [18] для частиц разного радиуса $r_0 = 1$ мкм (2), 2 мкм (3), 5 мкм (4), 10 мкм (5)

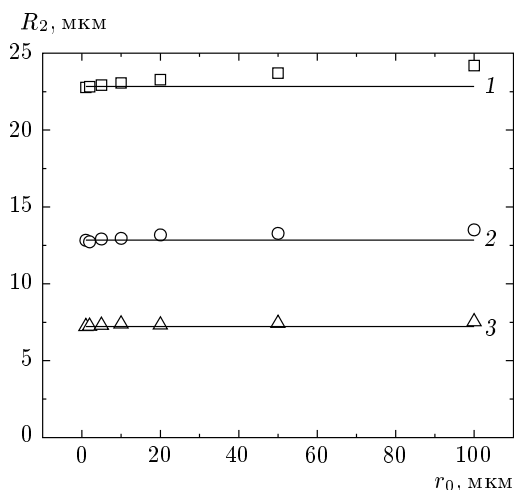


Рис. 9. Радиус экранирования заряда макро-частиц в ксеноне в зависимости от их радиуса при трех скоростях ионизации газа $Q_{ion} = 1.1 \cdot 10^{14} \text{ см}^{-3} \cdot \text{с}^{-1}$ (1), $1.1 \cdot 10^{15} \text{ см}^{-3} \cdot \text{с}^{-1}$ (2), $1.1 \cdot 10^{16} \text{ см}^{-3} \cdot \text{с}^{-1}$ (3). Точки получены в результате аппроксимации расчетного потенциала [28], сплошные кривые — расчет на основе соотношения (24)

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящей работе методом возмущений создана асимптотическая теория экранирования заряда макро-частицы или сферического зонда в плазме

с внешним и/или самостоятельным источником ионизации газа. Установлено, что в общем случае экранирование заряда макро-частицы, адсорбирующей заряженные частицы плазмы, не описывается линейризованной теорией Дебая–Гюккеля. Радиус экранирования определяется отношением коэффициентов диссоциативной и ланжевеновской рекомбинаций и при малости последнего становится значительно больше даже электронного дебаевского радиуса. Таким образом, впервые получено строгое обоснование неоднократно наблюдавшихся ранее в численных расчетах в гидродинамическом приближении заметного превышения радиуса экранирования над дебаевским радиусом [12, 15–18] и корреляции радиуса экранирования и коэффициента рекомбинации ионов [16, 18].

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке РФФИ (гранты № 05-02-17258-а, 05-02-08158-офи_а) и ГФФИ Украины (проект № 2.7/0049).

ЛИТЕРАТУРА

1. В. Н. Цытович, УФН **167**, 57 (1997).
2. Р. М. Shukla, Phys. Plasmas **8**, 1791 (2001).
3. A. Piel and A. Melzer, Plasma Phys. Control. Fusion **44**, R1 (2002).
4. Ch. Hollenstein, Plasma Phys. Control. Fusion **42**, R93 (2000).
5. В. Е. Фортов, А. Г. Храпак, С. А. Храпак и др., УФН **174**, 495 (2004).
6. Ю. П. Райзер, *Физика газового разряда*, Наука, Москва (1987).
7. О. В. Козлов, *Электрический зонд в плазме*, Атомиздат, Москва (1969).
8. П. Чан, Л. Тэлбот, К. Турян, *Электрические зонды в неподвижной и движущейся плазме*, Мир, Москва (1978).
9. Б. В. Алексеев, В. А. Котельников, *Зондовый метод диагностики плазмы*, Энергоатомиздат, Москва (1988).
10. М. С. Бенилов, В сб. *Диагностика низкотемпературной плазмы*, под ред. М. Ф. Жукова, А. А. Овсянникова, Наука, Новосибирск (1994), с. 214.
11. А. В. Филиппов, А. Г. Загородний, А. Ф. Паль, А. Н. Старостин, Письма в ЖЭТФ **81**, 180 (2005).

12. А. В. Филиппов, Н. А. Дятко, А. Ф. Паль, А. Н. Старостин, *Физика плазмы* **29**, 214 (2003).
13. V. E. Fortov, A. P. Nefedov, O. F. Petrov et al., *Phys. Rev. E* **54**, R2236 (1996).
14. G. J. M. Hagelaar, L. C. Pitchford, *Plasma Sources Sci. Technol.* **14**, 722 (2005).
15. А. Ф. Паль, Д. В. Сивохин, А. Н. Старостин, А. В. Филиппов, В. Е. Фортов, *Физика плазмы* **28**, 32 (2002).
16. O. Bystrenko and A. Zagorodny, *Phys. Rev E* **67**, 066403 (2003).
17. А. Г. Леонов, А. Ф. Паль, А. Н. Старостин, А. В. Филиппов, *Письма в ЖЭТФ* **77**, 577 (2003).
18. А. Г. Леонов, А. Ф. Паль, А. Н. Старостин, А. В. Филиппов, *ЖЭТФ* **126**, 75 (2004).
19. А. А. Власов, *УФН* **93**, 444 (1967).
20. Е. М. Лифшиц, Л. П. Питаевский, *Физическая кинетика*, Наука, Москва (1979).
21. M. S. Barnes, J. H. Keller, J. C. Forster et al., *Phys. Rev. Lett.* **68**, 313 (1992).
22. V. N. Tsytovich, Yu. K. Khodataev, and R. Bingham, *Comments Plasma Phys. Control. Fusion* **17**, 249 (1996).
23. K. Tachibana, *Phys. Rev. A* **34**, 1007 (1986).
24. Б. М. Смирнов, *Комплексные ионы*, Наука, Москва (1983).
25. Б. М. Смирнов, *Ионы и возбужденные атомы в плазме*, Атомиздат, Москва (1974).
26. В. А. Иванов, *УФН* **162**, 35 (1992).
27. А. В. Филиппов, В. Н. Бабичев, Н. А. Дятко и др., *ЖЭТФ* **129**, 386 (2006).
28. В. Ю. Баранов, А. Ф. Паль, А. А. Пустовалов и др., в сб. *Изотопы: свойства, получение, применение*, под ред. В. Ю. Баранова, Физматлит, Москва (2005), т. 2, с. 259.