

ЛАЗЕРНАЯ ГЕНЕРАЦИЯ В ТОНКИХ ПЛЕНКАХ ЖИДКИХ КРИСТАЛЛОВ

*С. П. Палто**

*Институт кристаллографии им. А. В. Шубникова Российской академии наук
119333, Москва, Россия*

Поступила в редакцию 23 марта 2006 г.

В матричной форме сформулировано условие лазерной генерации в тонких оптически анизотропных пленках, рассмотрены особенности возбуждения лазерной генерации в жидкокристаллических слоях. В частности, показано, что если пространственная протяженность плоскопараллельного жидкокристаллического слоя существенно превышает его толщину, то реализуются условия для лазерной генерации не только вдоль нормали к слоям, но и во всем угловом секторе. Экспериментально такую генерацию можно наблюдать на экране в виде пятна или концентрических колец. Наиболее низкий порог возбуждения генерации имеют «скользящие» моды, которые выходят в подложку и распространяются почти параллельно плоскости жидкокристаллического слоя. При этом обратная связь, необходимая для лазерной генерации, возникает не за счет торцевых граней ячейки, а благодаря отражению от границ слоя жидкого кристалла, образующего протяженный интерферометр Фабри–Перо. Показано, что в случае холестерических жидких кристаллов утечка энергии в «скользящие» моды, вытекающие в подложки и выходящие из их торцов, является принципиальным фактором, ограничивающим эффективность лазерной генерации на краю фотонной зоны вдоль нормали к этим слоям.

PACS: 42.70.Df, 42.70.Qs

1. ВВЕДЕНИЕ

Возможность возбуждения лазерной генерации в жидкокристаллических материалах, допированных красителями, показана достаточно давно. В первых работах по лазерной генерации был важен сам факт ее существования в свете тех особенностей, которые связаны с анизотропными свойствами жидких кристаллов (ЖК) и внедряемых молекул красителей [1, 2]. Так, в работе [1] авторы сообщали как о первых наблюдениях лазерной генерации, так и о зависимости поляризации вынужденного излучения от угла поворота ячейки ЖК по отношению к направлению поляризации возбуждающего излучения. Поляризационные свойства генерируемого излучения изучались и в работе [2], где лазерная генерация в жидких кристаллах, допированных молекулами красителя, была получена в волноводном режиме. Таким образом, основное внимание уделялось влиянию ориентации молекул красителя в жидкокристаллической матрице на поляризационные свой-

ства излучения. Другие особенности генерации в слоях ЖК были отнесены на неоднородность их текстуры. Например, лазерная генерация, наблюдавшаяся [2] из торцов стеклянных подложек волноводной ячейки ЖК, объяснялась рассеиванием света молекулами красителя и, как следствие, нарушением волноводного режима. Как показано ниже, выходящим из торцов подложек модам можно дать другое объяснение, не связанное с дефектностью слоя ЖК.

Похожая ситуация сложилась и с интерпретацией экспериментов по лазерной генерации в холестерических ЖК, которая впервые наблюдалась в работе [3]. Спектральные особенности генерации, связанные с ее возникновением на краях зоны селективного отражения (запрещенной фотонной зоны), связывались с дефектностью пленок ЖК. То, что низкороговая генерация в холестериках должна быть на краях спектральной зоны селективного отражения, а не в ее центре, было понято сравнительно недавно [4], когда возник очередной всплеск интереса к лазерным свойствам систем на основе ЖК [5–14]. В рамках современных представлений низкороговая

*E-mail: palto@online.ru

генерация в холестерических ЖК с идеальной геликоидальной структурой реализуется лишь на краях запрещенной фотонной зоны, где спектральная плотность фотонных состояний максимальна. Внутри запрещенной зоны генерация может быть получена лишь при условии наличия дефектов в геликоидальной структуре ЖК [6–9].

Низкий порог генерации в холестерических ЖК является привлекательным свойством с точки зрения практических приложений. Например, это позволяет легко реализовывать каскадную схему возбуждения, когда последующая ячейка ЖК оптически накачивается генерируемым излучением от предыдущей ячейки [10]. Еще одна сторона низкороговой лазерной генерации в холестериках связана с возможностью приготовления полимерных пленок и, таким образом, создания на их основе гибких лазерных элементов [11, 12]. Жидкокристаллические лазеры на основе холестериков интересны и как температурные сенсоры [13].

Данная работа посвящена теоретическому анализу возбуждения лазерной генерации в ЖК. Аналитическое рассмотрение ограничено моделью однородно ориентированного между двумя стеклянными подложками слоя ЖК, образующего интерферометр Фабри–Перо. На примере этой модели предлагается матричный подход, позволяющий сформулировать условие лазерной генерации в общем виде, пригодном для анализа анизотропных оптических систем. В рамках матричного подхода условие лазерной генерации формулируется не только с учетом фазовых соотношений при оптической анизотропии, но и с учетом требований к амплитудному коэффициенту усиления среды. Рассматриваемый пример позволяет понять природу обратной связи для наклонных по отношению к нормали мод при отсутствии резонатора, образуемого торцевыми гранями ячейки ЖК.

Вторая часть работы связана с численным подходом к моделированию лазерной генерации в слоистых анизотропных системах. Метод основан на численном решении уравнений Максвелла для случая усиливающей (инверсной) среды. Численное моделирование позволяет изучать особенности лазерной генерации в неоднородных (слоистых) системах и, в частности, в холестерических жидких кристаллах.

2. АНАЛИТИЧЕСКОЕ РАССМОТРЕНИЕ

Представим жидкокристаллический слой в виде однородной пластинки *B*, которая пространственно

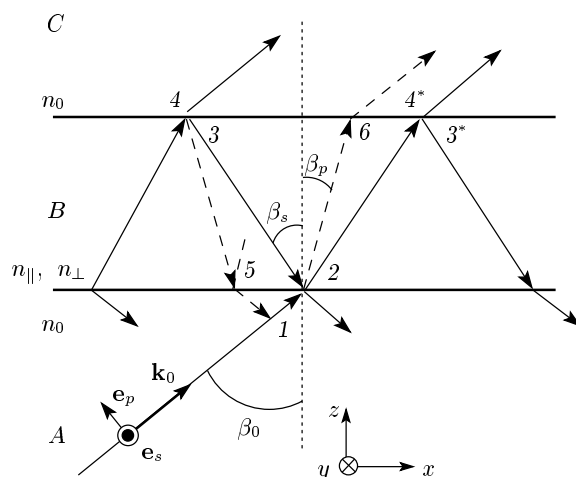


Рис. 1. Модель жидкокристаллической пленки в виде анизотропной плоскопараллельной пластинки *B*, помещенной между изотропными средами *A*, *C* с показателем преломления n_0

не ограничена в направлениях *x* и *y* (рис. 1). Пусть толщина пластинки равна *d*. Начнем с классической проблемы распространения волны, падающей со стороны прозрачной и изотропной среды *A*. При описании мы ограничиваемся линейной оптикой, поэтому в самом общем случае связь между полями в различных точках пространства может быть представлена с помощью линейных матричных преобразований. Электромагнитное поле в среде *A* и внутри пластинки *B* является суперпозицией собственных волн, распространяющихся в прямом и обратном направлениях, в то время как на выходе, в среде *C*, существуют лишь волны, распространяющиеся в прямом направлении. Пусть монохроматическая волна от источника в среде *A* характеризуется столбцом Максвелла

$$\mathbf{E} = \begin{pmatrix} E_{s0} \exp(-i\mathbf{k}_0 \cdot \mathbf{r}) \\ E_{p0} \exp(-i(\mathbf{k}_0 \cdot \mathbf{r} + \delta_0)) \end{pmatrix}, \quad (1)$$

где \mathbf{r} — радиус-вектор точки 1 непосредственно у границы с пластинкой, \mathbf{k}_0 — волновой вектор в среде *A*. В выражении (1) индекс «*p*» символизирует волну, поляризованную в плоскости падения, «*s*» — волну с ортогональной поляризацией. Фазовый сдвиг δ_0 включен для общности, чтобы отразить случаи различной эллиптичности поляризации падающей волны. На границе 1–2 (рис. 1) эта волна частично проходит внутрь пластинки, обеспечивая вклад в суммарное поле прямой волны в среде *B*. Этот вклад в точке 2 (рис. 1) может быть записан в следующей матричной форме:

$$\mathbf{E}_{21} = \mathbf{T}_{21} \mathbf{E}, \quad (2)$$

где \mathbf{T}_{21} — матрица амплитудных коэффициентов пропускания на границе 1–2. В данной работе используется подстрочное индексирование, связанное с соответствующими точками, обозначенными цифрами на рис. 1. Например, индекс «21» относится к переходу от точки 1 к точке 2. Второй вклад в прямую волну в среде B связан с обратной волной, которая отражается на границе 2–1. Таким образом, из рис. 1 легко видеть, что результирующее поле прямой волны в точке 2 можно представить как

$$\mathbf{E}_2 = \mathbf{E}_{21} + \mathbf{R}_{21}\mathbf{P}_{23}\mathbf{R}_{34}\mathbf{E}_3, \quad (3)$$

где \mathbf{R}_{34} — матрица отражения от границы 3–4, \mathbf{P}_{23} — матрица прохождения волны от точки 3 до точки 2, \mathbf{R}_{21} — матрица отражения от границы 2–1, \mathbf{E}_3 — поле прямой волны в точке 3. Пластина является однородной в направлениях x и y , поэтому амплитуды поля прямой волны в точках 3 и 3* одинаковы. Различие между полем в точке 3 и 3* заключается лишь в фазовом сдвиге на величину $\delta_{33^*} = k_{0x}(x_3 - x_{3^*})$, и, следовательно,

$$\mathbf{E}_3 = \mathbf{E}_{3^*} \exp(-i\delta_{33^*}) = \mathbf{P}_{3^*2}\mathbf{E}_2 \exp(-i\delta_{33^*}). \quad (4)$$

Подставляя (3) в (4), легко получить

$$\mathbf{E}_3 = \mathbf{P}_{3^*2} \exp(-i\delta_{33^*}) (\mathbf{T}_{21}\mathbf{E} + \mathbf{R}_{21}\mathbf{P}_{23}\mathbf{R}_{34}\mathbf{E}_3). \quad (5)$$

Кроме того, как видно из рис. 1, поле на выходе (в точке 4) равно

$$\mathbf{E}_4 = \mathbf{T}_{43}\mathbf{E}_3. \quad (6)$$

Очевидно, что уравнения (5) и (6) могут быть представлены схемой, показанной на рис. 2. Соответственно, из (5) и (6) поле на выходе выражается как

$$\mathbf{E}_4 = \mathbf{T}_{43} (\mathbf{I} - \mathbf{P}_{3^*2}\mathbf{R}_{21}\mathbf{P}_{23}\mathbf{R}_{34} \exp(-i\delta_{33^*}))^{-1} \times \times \mathbf{P}_{3^*2}\mathbf{T}_{21}\mathbf{E} \exp(-i\delta_{33^*}), \quad (7)$$

где \mathbf{I} — единичная матрица.

Схема, показанная на рис. 2, с очевидностью демонстрирует наличие петли обратной связи, несмотря на то что мы не ограничиваемся направлением вдоль нормали к пластинке. Коэффициент обратной связи определяется произведением $\mathbf{R}_{21}\mathbf{P}_{23}\mathbf{R}_{34}$. Также очевидно, что в случае, когда \mathbf{P}_{3^*2} и (или) \mathbf{P}_{23} обеспечивают усиление, данная схема может соответствовать генератору. Хорошо известное в радиоэлектронике условие генерации — единичность коэффициента усиления по петле обратной связи — в нашем случае принимает следующий вид:

$$\det(\mathbf{F}) = \det(\mathbf{I} - \mathbf{P}_{3^*2}\mathbf{R}_{21}\mathbf{P}_{23}\mathbf{R}_{34} \exp(-i\delta_{33^*})) = 0. \quad (8)$$

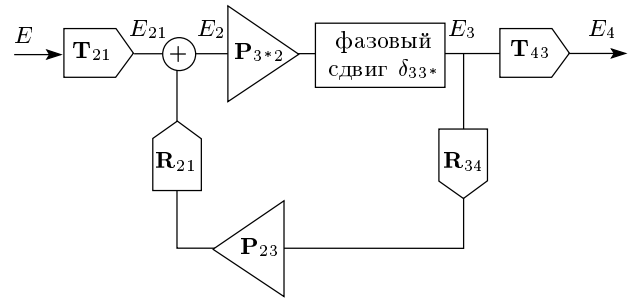


Рис. 2. Эквивалентная схема, моделирующая распространение света через жидкокристаллический слой

С математической точки зрения условие (8) соответствует сингулярности матрицы \mathbf{F} . Физически, как легко видеть из соотношения (7), это означает, что при данном условии поле на выходе (в среде C) бесконечно возрастает при сколь угодно малом значении пробного поля \mathbf{E} на входе. В реальных условиях лазерной генерации роль «пробного» поля может играть любая флуктуация. Здесь следует отметить важную особенность условия генерации, которая заключается в строгом выполнении равенства (8). Как видно из формулы (7), превышение усиления с нарушением условия (8), так же как и недостаточное усиление, неизбежно ведет к стабилизации поля на выходе и срыву генерации. Поэтому часто встречающаяся в литературе формулировка условия лазерной генерации в виде неравенства, соответствующего превышению усиления над потерями, не является точной. Условие лазерной генерации в форме упомянутого неравенства можно принять лишь с оговоркой — при высокой спектральной плотности мод резонатора, когда срыв генерации одной из мод «компенсируется» выполнением равенства (8) для других мод.

До сих пор мы не делали каких-либо предположений относительно конкретных свойств пластинки B , за исключением ее бесконечной протяженности и однородности в направлениях x и y . Предположение о бесконечной протяженности означает пренебрежение краевыми эффектами. Это предположение оправдано, так как в большинстве практических ситуаций типичные толщины жидкокристаллических пленок составляют единицы микрон, в то время как планарные размеры ячеек в тысячи раз больше. Однородность слоев ЖК в планарных направлениях является типичным свойством большинства жидкокристаллических устройств и достигается с

помощью различных тонкопленочных покрытий, способных задавать ориентацию молекул на границах слоя ЖК. Полученное выражение можно обобщить и на случай неоднородного распределения поля директора ЖК в направлении нормали. Это обобщение наиболее просто сделать в ситуациях, когда отражением от объема ЖК можно пренебречь. В последнем случае матрицы прохождения волны между границами слоя могут быть представлены как произведение соответствующих матриц для более тонких однородных подслоев, на которые условно разбивается весь слой ЖК. Таким образом, описываемый подход является общим и в каждом конкретном случае задача сводится к нахождению соответствующих матриц с использованием, например, матричного метода Джонса [15].

Гомеотропно-ориентированный слой ЖК

Рассмотрим один из простейших, но важных случаев, когда легко найти аналитическое представление соответствующих матричных коэффициентов. Мы будем предполагать, что ЖК допирован малым количеством лазерного красителя, так что принципиальные значения индексов преломления практически не меняются даже при возбуждении молекул красителя. Пусть распределение поля директора ЖК \mathbf{n} , характеризующего направление оптической оси, однородно и $\mathbf{n} = (0, 0, 1)$. Такой слой ЖК называется гомеотропно-ориентированным. В этом случае индексы преломления для волн s - и p -поляризации определяются соответственно соотношениями:

$$\begin{aligned} n_s &= n_{\perp}, \\ n_p(\beta_p) &= n_{\parallel} n_{\perp} (n_{\parallel}^2 \cos^2 \beta_p + n_{\perp}^2 \sin^2 \beta_p)^{-1/2}, \end{aligned} \quad (9)$$

где n_{\perp} и n_{\parallel} — принципиальные значения показателей преломления соответственно в направлениях, перпендикулярном и параллельном директору ЖК, а β_p — угол между нормалью и направлением волнового вектора p -волны внутри слоя ЖК. В силу

симметрии задачи матрицы отражения от противоположных границ слоя одинаковы и их легко получить из непрерывности тангенциальных компонент электрического и магнитного полей или, воспользовавшись известными формулами Френеля:

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_{34} = \mathbf{R}_{21} &= \\ &= \begin{pmatrix} \frac{-\sin(\beta_0 - \beta_s)}{\sin(\beta_0 + \beta_s)} & 0 \\ 0 & \frac{\operatorname{tg}(\beta_0 - \beta_p)}{\operatorname{tg}(\beta_0 + \beta_p)} \end{pmatrix}. \end{aligned} \quad (10)$$

Здесь β_0 — угол, определяющий направление распространения волн в изотропных средах A и C с показателем преломления n_0 . Этот угол связан с соответствующими углами распространения ортогонально поляризованных волн в ЖК соотношением Снелля:

$$n_0 \sin \beta_0 = n_s \sin \beta_s = n_p(\beta_p) \sin \beta_p. \quad (11)$$

В силу симметрии задачи и однородности слоя, матрицы прохождения в данном случае являются диагональными, причем элементы, например, для матрицы \mathbf{P}_{23} имеют вид $\exp(-i\mathbf{k}_s \cdot \mathbf{r}_{23})$ и $\exp(-i\mathbf{k}_p \cdot \mathbf{r}_{23})$ соответственно для волн s - и p -поляризации. Как уже отмечалось, разница между полями в различных точках, на какой-либо одной из границ слоя, заключается лишь в фазовом сдвиге. Поэтому без потери общности рассматриваемые точки на рис. 1 можно выбрать так, чтобы направление волнового вектора \mathbf{k}_s для s -волны совпадало с направлением соответствующего радиус-вектора \mathbf{r}_{23} . В общем случае волновой вектор p -волны \mathbf{k}_p не параллелен \mathbf{k}_s . Тогда матричный элемент для p -волны будет содержать соответствующий фазовый сдвиг $\delta_{25} = k_0(x_2 - x_5) \sin \beta_0$ между точками 2 и 5, который также равен сдвигу δ_{3*6} между точками 3* и 6 (рис. 1). Благодаря симметричности задачи матрицы распространения волн в прямом и обратном направлениях одинаковы и с учетом сказанного выше выражаются следующим образом:

$$\mathbf{P}_{3*2} = \mathbf{P}_{23} = \begin{pmatrix} \exp \left[-\frac{d}{\cos \beta_s} \left(\chi_s + i \frac{n_s}{n_0} k_0 \right) \right] & 0 \\ 0 & \exp \left[-\frac{d}{\cos \beta_p} \left(\chi_p(\beta_p) + i \frac{n_p(\beta_p)}{n_0} k_0 \right) - i \delta_{25} \right] \end{pmatrix}. \quad (12)$$

В (12) учтена комплексность волнового вектора в поглощающей или усиливающей среде, так что χ_s и χ_p определяют затухание или усиление (в случае их отрицательных значений) амплитуд волн по мере их распространения. Вместо амплитудного коэффициента затухания удобнее использовать экспериментально измеряемый показатель поглощения (или усиления) потока энергии $\alpha_{s,p} = 2\chi_{s,p}$. Следует отметить, что если жидкий кристалл допирован анизотропными молекулами лазерного красителя, то α_p зависит от угла β_p . Для получения этой зависимости в соотношении (9) надо заменить n_{\parallel} и n_{\perp} комплексными величинами и выразить соответствующую мнимую часть. Однако при слабом поглощении (или усилении), когда

$$\left| \frac{n_0 \alpha_{s,p}}{2k_0} \right| \ll 1,$$

эту зависимость легко найти, исходя из анизотропии поглощения с учетом того, что направление потока энергии (вектор Пойнтинга) в общем случае не совпадает с волновым вектором. Направление электрического поля p -волны, например, в плоскости xz определяется вектором

$$\mathbf{e}_p = (n_{\parallel}^2 \cos \beta_p, 0, -n_{\perp}^2 \sin \beta_p),$$

а соответствующая энергия пропорциональна $\mathbf{e}_p(\boldsymbol{\chi} \cdot \mathbf{e}_p)$, где $\boldsymbol{\chi}$ — в данном случае диагональная матрица с коэффициентами $\chi_{\perp, \parallel}$, поэтому для угловой зависимости $\alpha_p(\beta_p)$ имеем следующее выражение:

$$\alpha_s = \alpha_{\perp}, \quad \alpha_p(\beta_p) = \frac{\alpha_{\parallel} \sin^2 \beta_p}{\sin^2 \beta_p + \left(\frac{n_{\parallel}}{n_{\perp}}\right)^4 \cos^2 \beta_p} + \frac{\alpha_{\perp} \cos^2 \beta_p}{\cos^2 \beta_p + \left(\frac{n_{\perp}}{n_{\parallel}}\right)^4 \sin^2 \beta_p}, \quad (13)$$

где $\alpha_{\perp} = 2\chi_{\perp}$ и $\alpha_{\parallel} = 2\chi_{\parallel}$ — принципиальные значения показателей поглощения (усиления) соответственно в направлениях, перпендикулярном и параллельном директору ЖК. Наконец, с учетом сохранения действительной части x -компоненты волнового вектора во всех средах:

$$\begin{aligned} \delta_{33^*} &= k_0(x_3 - x_{3^*}) \sin \beta_0 = -2k_0 d \operatorname{tg} \beta_s \sin \beta_s \frac{n_s}{n_0} = \\ &= -2 \left(k_0 d \operatorname{tg} \beta_p \sin \beta_p \frac{n_p}{n_0} + \delta_{25} \right), \end{aligned}$$

условие генерации (8) приобретает вид

$$\begin{aligned} &\left(\frac{\sin(\beta_0 - \beta_s)}{\sin(\beta_0 + \beta_s)} \right)^2 \exp \left(-\frac{\alpha_s d}{\cos \beta_s} \right) \times \\ &\times \exp \left(-i \frac{2n_s}{n_0} k_0 d \cos \beta_s \right) = 1 \quad \text{— для } s\text{-волны,} \quad (14) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &\left(\frac{\operatorname{tg}(\beta_0 - \beta_p)}{\operatorname{tg}(\beta_0 + \beta_p)} \right)^2 \exp \left(-\frac{\alpha_p(\beta_p) d}{\cos \beta_p} \right) \times \\ &\times \exp \left(-i \frac{2n_p(\beta_p)}{n_0} k_0 d \cos \beta_p \right) = \\ &= 1 \quad \text{— для } p\text{-волны.} \quad (15) \end{aligned}$$

Эти равенства могут иметь место лишь при обращении в нуль мнимых частей комплексных выражений слева. Очевидно, что это эквивалентно фазовым условиям:

$$\frac{n_s}{n_0} k_0 d \cos \beta_s = \pi m, \quad \frac{n_p(\beta_p)}{n_0} k_0 d \cos \beta_p = \pi m, \quad (16)$$

где m — целые числа. Можно также видеть, что для определенного множества значений β_0 из условий (14) и (15) можно найти соответствующие отрицательные значения коэффициентов $\alpha_{s,p}$ для которых возникает генерация. Для направления вдоль нормали ($\beta_{s,p} = 0$) имеет место вырожденная ситуация, когда различия между s - и p -волнами отсутствуют, и коэффициент усиления, соответствующий условию генерации, выражается как

$$\alpha \equiv -\alpha_{\perp} = \frac{1}{d} \ln \left(\frac{n_{\perp} + n_0}{n_{\perp} - n_0} \right)^2. \quad (17)$$

Для остальных направлений в секторе $(0, \pi/2)$ изменения угла β_0 из (14) и (15) с учетом (9), (11) и (13) получаем следующие выражения для коэффициентов усиления:

для s -волны —

$$\begin{aligned} -\alpha_{\perp}(\beta_0) &= \frac{\cos \left(\arcsin \frac{n_0 \sin \beta_0}{n_{\perp}} \right)}{d} \times \\ &\times \ln \left(\frac{\sin \left(\arcsin \frac{n_0 \sin \beta_0}{n_{\perp}} + \beta_0 \right)}{\sin \left(\arcsin \frac{n_0 \sin \beta_0}{n_{\perp}} - \beta_0 \right)} \right)^2, \quad (18) \end{aligned}$$

для p -волны —

$$\begin{aligned} -\alpha_{\perp}(\beta_0) &= \frac{\cos \beta_p(\beta_0)}{d} \times \\ &\times \left(\frac{K_D}{A} \sin^2 \beta_p(\beta_0) + \frac{1}{B} \cos^2 \beta_p(\beta_0) \right)^{-1} \times \\ &\times \ln \left(\frac{\operatorname{tg}(\beta_0 + \beta_p(\beta_0))}{\operatorname{tg}(\beta_0 - \beta_p(\beta_0))} \right)^2, \quad (19) \end{aligned}$$

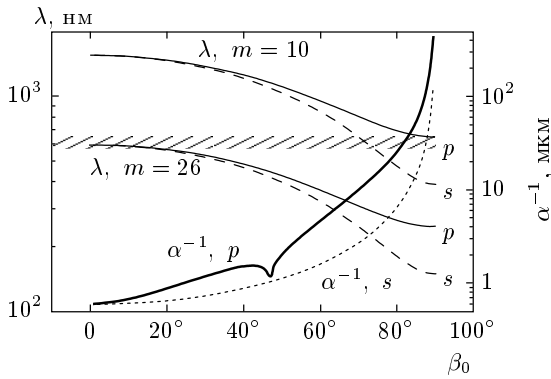


Рис. 3. Угловые зависимости разрешенных длин волн лазерной генерации λ и соответствующие зависимости обратной величины коэффициента усиления α для s - и p -поляризаций в гомеотропно-ориентированном слое ЖК между стеклянными подложками. Параметры слоя и ЖК указаны в тексте

где

$$A = \sin^2 \beta_p(\beta_0) + \left(\frac{n_{\parallel}}{n_{\perp}}\right)^4 \cos^2 \beta_p(\beta_0),$$

$$B = \cos^2 \beta_p(\beta_0) + \left(\frac{n_{\perp}}{n_{\parallel}}\right)^4 \sin^2 \beta_p(\beta_0),$$
(20)

$$K_D = \frac{\alpha_{\parallel}}{\alpha_{\perp}},$$

$$\beta_p(\beta_0) = \arcsin \left(n_0 n_{\parallel} \left(n_{\parallel}^2 n_{\perp}^2 + n_0^2 (n_{\parallel}^2 - n_{\perp}^2) \sin^2 \beta_0 \right)^{-1/2} \sin \beta_0 \right).$$
(21)

В качестве примера на рис. 3 показаны рассчитанные кривые зависимостей длины волны в вакууме $\lambda = 2\pi c/\omega$ (c — скорость света в вакууме, ω — круговая частота) и обратной величины коэффициента усиления ($\alpha^{-1} \equiv -\alpha_{\perp}^{-1}$) от угла β_0 согласно формулам (16)–(21). Вычисления выполнены для типичных параметров ЖК $n_{\perp} = 1.55$, $n_{\parallel} = 1.65$. Протяженный слой ЖК толщиной $d = 5$ мкм ограничен с двух сторон стеклом ($n_0 = 1.5$). Мы также предполагаем, что ЖК допируется молекулами дихроичного красителя, которые в жидкокристаллической матрице обеспечивают дихроичное отношение коэффициентов усиления $K_D = 5$ и люминесцируют в спектральной области 580–650 нм. На рис. 3 соответствующая спектральная область заштрихована. Пересечение кривых $\lambda(\beta_0, m)$ с этой областью является необходимым условием лазерной генерации.

В нашем примере этот спектральный диапазон пересекается конечным числом кривых $\lambda(\beta_0, m)$. Например, для p -поляризации целые значения m ограничены диапазоном от 10 до 26. Так, моды с наибольшим значением $m = 26$ захватывают наиболее коротковолновую часть спектра люминесценции при условии их распространения в направлениях, близких к нормали. Таким образом, если обеспечить требуемые значения коэффициентов усиления $\alpha \approx 1.9$ мкм⁻¹ (см. соответствующие значения на кривых $\alpha^{-1}(\beta_0)$ при $\beta_0 = 0$, рис. 3), то в этом спектральном диапазоне в направлениях, близких к нормали, будет получена лазерная генерация. По мере уменьшения числа m кривые $\lambda(\beta_0)$ начинают пересекать всю спектральную область люминесценции. При этом значения углов β_0 , соответствующие пересечению $\lambda(\beta_0)$ со спектральным интервалом люминесценции, сдвигаются в сторону больших значений. Для $m = 10$ в диапазоне углов примерно от 70° до 75° кривая s -волны пересекает всю область спектра люминесценции. При этом же значении $m = 10$ для p -волны условие генерации может быть выполнено только на краю спектрального диапазона и лишь для предельных («скользящих») углов, приближающихся к 90° ($\lambda = 645.73$ нм при $\beta_0 = 89.9^\circ$). Таким образом, теоретически лазерная генерация возможна в произвольном направлении β_0 . Однако для каждого фиксированного угла β_0 существует уникальный дискретный набор длин волн (частот) и коэффициентов усиления, удовлетворяющих условию генерации. Как видно из рис. 3, по мере увеличения угла β_0 и приближения его значения к $\pi/2$ («скользящие» моды) обратные значения коэффициентов усиления резко возрастают, т. е. требуемые значения усиления ($-\alpha_{\perp, \parallel}$) стремятся к нулю, что соответствует предельно низкому порогу возбуждения генерации. В последнем случае порог генерации может быть достигнут при сколь угодно малой инверсии заселенности электронных состояний, соответствующих излучательным переходам. Важно, что в случае рассматриваемой гомеотропной ориентации ЖК при относительно небольшом дихроичном отношении $K_D > 4$ порог возбуждения генерации волн с p -поляризацией может быть ниже, чем для s -поляризованных волн.

На практике допустимые значения максимальных коэффициентов усиления ограничиваются как излучательными свойствами молекул красителя, так и их максимально допустимой концентрацией в жидкокристаллической матрице. Так, при весовых концентрациях около 0.5 % типичные лазерные красители обеспечивают коэффициент поглощения по-

рядка 0.1 мкм^{-1} . Поэтому, даже если предположить инверсию знака этого значения при оптической накачке, то, как видно из рис. 3 (при $\alpha^{-1} = 10 \text{ мкм}$), условие лазерной генерации может быть выполнено лишь для скользких направлений, когда угол β_0 больше 70° для p -волн и больше 83° для s -волн.

Общий вывод, который следует из данного рассмотрения, заключается в том, что в тонких пленках, когда их толщина мала по сравнению с поперечной протяженностью области накачки, лазерная генерация возможна в широком спектральном диапазоне, охватывающем весь диапазон пространственных направлений. Для этого, однако, требуется значительный динамический диапазон изменения коэффициента усиления среды. Если коэффициент усиления чрезвычайно мал, то условие генерации, тем не менее, может быть выполнено для скользких мод ($\beta_0 \rightarrow \pi/2$). В последнем случае для $\beta_0 \rightarrow \pi/2$ из соотношений (16) с учетом (9) легко найти дискретный набор частот, соответствующих длинам волн в вакууме:

$$\begin{aligned} \lambda_s(m) &= \frac{2d}{m} n_\perp \sqrt{1 - \left(\frac{n_0}{n_\perp}\right)^2}, \\ \lambda_p(m) &= \frac{2d}{m} n_\perp \sqrt{1 - \left(\frac{n_0}{n_\parallel}\right)^2}. \end{aligned} \quad (22)$$

Скользкие моды, вытекающие в подложку под большими углами β_0 , могут выйти лишь из ее торцов, если выполнено условие полного внутреннего отражения на границе раздела подложка–воздух.

Хотелось бы также отметить, что для мод, испытывающих полное внутреннее отражение на границе ЖК–подложка, генерация оказывается запрещенной при отличном от нуля коэффициенте усиления. В этом случае матрицы отражения являются единичными, и условие сингулярности (8) требует единичности по меньшей мере одного из диагональных элементов в матрице прохождения и, следовательно, нулевого значения соответствующего коэффициента усиления. Следует, однако, заметить, что введение дефектов в слой ЖК снимает данное ограничение. Пространственная ограниченность слоя ЖК и сильная неоднородность распределения поля директора также могут трактоваться в терминах дефектности пленки и снимают упомянутое ограничение на коэффициент усиления. Дефектность пленки предоставляет дополнительные степени свободы именно для возбуждения генерации в волноводном режиме в условиях полного внутреннего отражения. Таким образом, наблюдавшуюся в работе [2] лазерную генерацию из торцов подложки и отсутствие таковой в

режиме полного внутреннего отражения более естественно интерпретировать в терминах скользких низкопороговых мод, вытекающих в подложку и выходящих из ее торцов, без привлечения дефектности слоя ЖК. Вытекающая в подложку генерация наблюдалась и в диодных лазерах GaAs:GaAlAs [16]. Недавно возбуждение лазерной генерации в скользких модах наблюдалось в работе [14], где в отличие от [2] резонатор на торцах ячейки ЖК отсутствовал, и, таким образом, интерпретация эффекта может быть дана лишь в рамках представленного здесь подхода.

3. ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

К сожалению, аналитическое представление матричного выражения (8) возможно лишь в достаточно простых частных случаях. Кроме того, в случае неоднородного распределения поля директора, когда имеются существенные изменения ориентации директора на шкалах, сравнимых с длиной волны, отражение происходит не только на границах слоя, но и в каждой точке объема. Все это существенно усложняет вычисление соответствующих матриц. Тем не менее общий принцип нахождения условий лазерной генерации, основанный на поиске сингулярных решений линейной оптической задачи распространения света в неоднородных анизотропных средах при отрицательных коэффициентах поглощения, остается справедливым. Это позволяет использовать развитые численные методы, основанные на точной матричной формулировке уравнений Максвелла [17]. Алгоритм численного решения оптической задачи распространения света в неоднородных анизотропных средах подробно описан в работе [18]. Этот алгоритм используется и в данной работе. Отличие лишь в том, что допускаются отрицательные значения коэффициентов поглощения и осуществляется поиск сингулярных решений. В качестве чрезвычайно важного частного случая рассмотрим моделирование лазерной генерации в холестерических жидких кристаллах. Как и в рассмотренном выше примере, пусть плоскопараллельный слой ЖК ($n_\perp = 1.55$, $n_\parallel = 1.65$) имеет толщину $d = 5 \text{ мкм}$ и находится между двумя стеклами ($n_0 = 1.5$). Пусть распределение поля директора образует геликоид,

$$\mathbf{n}(z) = \left(\cos \frac{2\pi z}{P}, \sin \frac{2\pi z}{P}, 0 \right),$$

с шагом $P = 0.4 \text{ мкм}$ и осью, направленной вдоль нормали к слою, а усиление жидкокристаллической

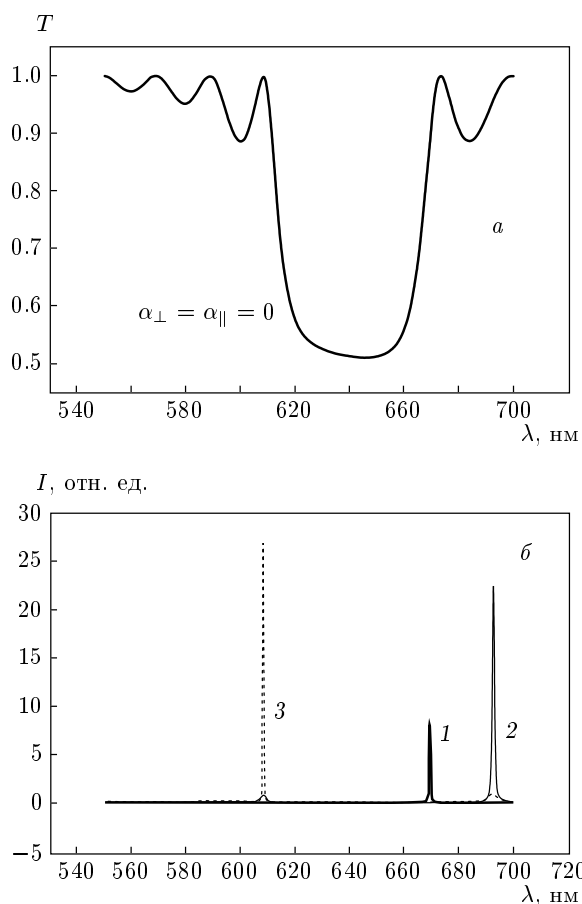


Рис. 4. Спектры пропускания (а) и лазерной генерации (б) пленки холестерического ЖК при различных коэффициентах усиления $\alpha = -\alpha_{\perp} = -\alpha_{\parallel}/5$. На рис. б $\alpha_{\perp} = -0.072$ (1), -0.16 (2), -0.18 (3) мкм^{-1}

среды с молекулами красителя характеризуется дихроичным отношением $\alpha_{\parallel}/\alpha_{\perp} = 5$. На рис. 4 показаны рассчитанные спектры коэффициента пропускания и интенсивности света на выходе при нормальном падении пробных волн на слой ЖК как для прозрачной (а), так и для усиливающей среды ЖК (б). Как видно, при нулевом поглощении ($\alpha_{\parallel} = 0, \alpha_{\perp} = 0$) в спектральной области 620–660 нм пропускание уменьшается до 50% (рис. 4а). Это связано с селективным отражением одной из круговых поляризаций. Именно эта спектральная область соответствует запрещенной фотонной зоне. При определенных значениях коэффициента усиления $\alpha = -\alpha_{\perp}$ на некоторых длинах волн возникает сингулярность (генерация). Первая сингулярность (кривая 1, рис. 4б), требующая наименьшего усиления, $-\alpha_{\perp} = 0.072 \text{ мкм}^{-1}$, возникает наибо-

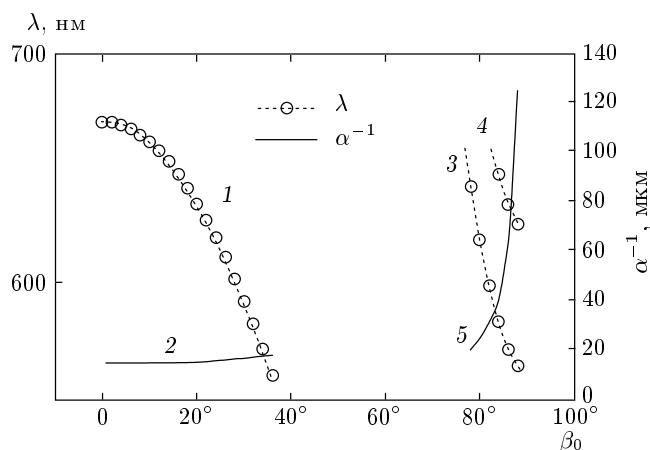


Рис. 5. Угловые зависимости разрешенных длин волн лазерной генерации λ (кривые 1, 3, 4) и соответствующие зависимости обратной величины коэффициента усиления α (кривые 2, 5) для пленки холестерического ЖК между стеклянными подложками. Параметры пленки указаны в тексте

лее близко к длинноволновому краю фотонной зоны ($\lambda \approx 670 \text{ нм}$). Следующая мода (кривая 2, рис. 4б) реализуется на более низкой частоте ($\lambda \approx 694 \text{ нм}$) и требует существенно большего коэффициента усиления ($-\alpha_{\perp} = 0.16 \text{ мкм}^{-1}$). Наконец, при дальнейшем повышении усиления ($-\alpha_{\perp} = 0.18 \text{ мкм}^{-1}$) возникает генерация на коротковолновом краю фотонной зоны ($\lambda \approx 609 \text{ нм}$, кривая 3). Отметим, что такая последовательность возникновения генерации по мере увеличения усиления обусловлена положительным дихроизмом, когда $|\alpha_{\perp}| < |\alpha_{\parallel}|$. В случае отрицательного дихроизма ($|\alpha_{\perp}| > |\alpha_{\parallel}|$) мода с наиболее низким порогом была бы на коротковолновом краю полосы селективного отражения. Результаты этого численного моделирования полностью согласуются с имеющимися экспериментальными данными по наблюдению генерации на краях фотонной зоны. Более того, моделирование показывает определяющую роль анизотропии поглощения (усиления) в снятии вырождения возбуждения генерации одновременно на двух краях запрещенной фотонной зоны.

Заметим, что для направления вдоль нормали к пленке холестерического ЖК существует аналитическое решение оптической задачи [19], которое также может быть проанализировано на условие сингулярности. Однако для направлений, отличных от нормали, аналитическое решение отсутствует, и использование численного подхода становится единственным способом анализа проблемы. Результаты численного моделирования возбуждения генерации

в зависимости от направления, характеризуемого углом β_0 в стекле, показаны на рис. 5. Параметры ЖК и слоя те же, что и в предыдущем примере. Кривые 1 и 2 относятся к наиболее низкопороговой моде, возбуждаемой вблизи длинноволнового края фотонной зоны. Как видно, по мере увеличения угла β_0 генерируемая длина волны (кривая 1) укорачивается. При этом требуемый для возбуждения генерации коэффициент усиления (обратная его величина α^{-1} показана кривой 2) несколько уменьшается по мере увеличения угла β_0 . Если, например, спектральная область люминесценции красителя ограничена диапазоном 590–690 нм, то для углов $\beta_0 > 30^\circ$ край фотонной зоны выходит за пределы полосы люминесценции и низкопороговая генерация в данных направлениях невозможна. Благодаря тому что во всем угловом секторе требуемый для возбуждения генерации коэффициент усиления (кривая 2) изменяется слабо, генерация может возникнуть в любом направлении, которое соответствует диапазону углов в стекле от 0 до 30° относительно нормали. После выхода из стекла ($n_0 \approx 1.5$) в воздух такая генерация может охватывать сектор углов от 0 до 49° и будет наблюдаться на экране в виде пятна или колец. Однако, как видно из рис. 5, наряду с модой, обусловленной фотонной зоной, существуют скользкие моды (кривые 3 и 4). Для возбуждения этих мод требуется существенно меньший коэффициент усиления (кривая 5). Так, например, мода, соответствующая кривой 4, попадает в спектральный диапазон люминесценции вплоть до предельных углов $\beta_0 \rightarrow 90^\circ$, когда требуемый для возбуждения генерации коэффициент усиления стремится к нулю. В данном примере при сравнительно малой толщине пленки $d = 5$ мкм существование низкопороговых скользких мод может полностью исключить возможность наблюдения генерации на краю фотонной зоны вдоль нормали к пленке. Понизить порог генерации можно увеличением толщины жидкокристаллического слоя. На рис. 6 показаны рассчитанные толщинные зависимости длины волны генерации вдоль нормали и соответствующие значения обратных величин коэффициента усиления. Видно, что по мере увеличения толщины длина волны генерации прижимается к краю фотонной зоны ($\lambda \rightarrow n_{||}P = 660$ нм). Зависимость коэффициента усиления от толщины сильно нелинейная (на рис. 6 используется логарифмический масштаб как для толщины d , так и для $\alpha^{-1} \equiv -\alpha_{\perp}^{-1}$). Увеличение толщины холестерического слоя в 2 раза приводит примерно к семикратному уменьшению коэффициента усиления, требуемого для возбужде-

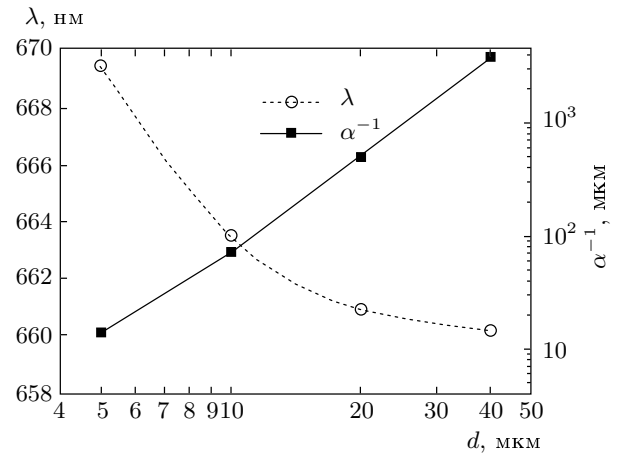


Рис. 6. Толщинные зависимости длины волны λ наиболее низкопороговой моды, соответствующей длинноволновому краю фотонной зоны, и соответствующие зависимости значений обратной величины коэффициента усиления, α^{-1} , требуемых для возбуждения лазерной генерации вдоль нормали пленки холестерического ЖК

ния генерации. При толщинах выше 20 мкм коэффициент усиления, требуемый для возбуждения генерации вдоль нормали, оказывается ниже, чем для скользких мод, выходящих в стекло под углом $\beta_0 < 89^\circ$. На практике, однако, увеличение толщины холестерических пленок связано с ухудшением качества их структуры. Большая дефектность толстых пленок завышает пороговые характеристики возбуждения лазерной генерации и приводит к существованию некоторой «технологически» оптимальной толщины, которая обычно находится в диапазоне 20–50 мкм.

Таким образом, скользкие, вытекающие в стеклянные подложки моды являются серьезным каналом утечки энергии возбуждения и, следовательно, могут быть причиной подавления лазерной генерации на краю фотонной зоны вдоль нормали к холестерической пленке ЖК.

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Мы рассмотрели особенности возбуждения лазерной генерации в тонких плоскопараллельных жидкокристаллических слоях. Малая толщина пленок ЖК в сравнении с их поперечной протяженностью приводит к тому, что лазерная генерация может возбуждаться в широком диапазоне углов. В этом смысле наиболее интересными оказываются

скользящие моды, вытекающие в подложки почти перпендикулярно нормали к пленке. В пределе углов, стремящихся к 90° , для возбуждения этих мод требуется близкий к нулю коэффициент усиления среды, и поэтому они могут быть серьезным каналом утечки энергии при возбуждении лазерной генерации в холестерических жидких кристаллах с фотонной зоной, обусловленной геликоидальным распределением поля директора.

В заключение автор выражает благодарность Л. М. Блинову, а также другим сотрудникам лаборатории жидких кристаллов Института кристаллографии РАН за многочисленные полезные дискуссии по данной проблеме. Работа выполнена при финансовой поддержке фонда РФФИ (гранты №№ 05-02-16703, 04-02-16466), а также в рамках федеральной целевой научно-технической программы «Исследования и разработки по приоритетным направлениям развития науки и техники».

ЛИТЕРАТУРА

1. И. П. Ильчишин, Е. А. Тихонов, М. Т. Шпак, А. А. Дорошкин, Письма в ЖЭТФ **24**, 336 (1976).
2. M. Bertolotti, G. Sansoni, and F. Scudieri, Appl. Opt. **18**, 528 (1979).
3. И. П. Ильчишин, Е. А. Тихонов, В. Г. Тищенко, М. Т. Шпак, Письма в ЖЭТФ **32**, 27 (1980).
4. V. I. Kopp, B. Fan, H. K. M. Vithana, and A. Z. Genack, Opt. Lett. **23**, 1707 (1998).
5. B. Taheri, A. F. Munoz, P. Palffy-Muhoray, and R. Twieg, Mol. Cryst. Liq. Cryst. **358**, 73 (2001).
6. Y. C. Yang, C. S. Kee, J. E. Kim, H. Y. Park, J. C. Lee, and Y. J. Jeon, Phys. Rev. E **60**, 6852 (1999).
7. M. Becchi, S. Ponti, J. A. Reyes, and C. Oldano, Phys. Rev. B **70**, 033103 (2004).
8. T. Matsui, M. Ozaki, and K. Yoshino, Phys. Rev. E **69**, 061715 (2004).
9. V. I. Kopp, Z.-Q. Zhang, and A. Z. Genack, Progr. Quant. Electron. **27**(6), 369 (2003).
10. A. Chanishvili, G. Chilaya, G. Petriashvili, R. Barberi, R. Bartolino, G. Cipparrone, and A. Mazzulla, Appl. Phys. Lett. **85**, 3378 (2004).
11. A. Y. Bobrovsky, N. I. Boiko, V. P. Shibaev, and J. H. Wendorff, Adv. Mater. **15**, 282 (2003).
12. T. Matsui, R. Ozaki, K. Funamoto, M. Ozaki, and K. Yoshino, Mol. Cryst. Liq. Cryst. **413**, 2643 (2004).
13. M. F. Moreira, I. C. S. Carvalho, W. Cao, C. Bailey, B. Taheri, and P. Palffy-Muhoray, Appl. Phys. Lett. **85**, 2691 (2004).
14. L. M. Blinov, G. Cipparrone, P. Pagliusi, V. V. Lazarev, and S. P. Palto, submitted to Appl. Phys. Lett. (2006).
15. P. Yeh and C. Gu, *Optics of Liquid Crystal Displays*, John Wiley & Sons, New York (1999).
16. D. R. Scifres, W. Strefer, and R. D. Burnham, Appl. Phys. Lett. **29**, 23 (1976).
17. D. W. Berreman, J. Opt. Soc. Amer. **62**, 502 (1972).
18. С. П. Палто, ЖЭТФ **119**, 638 (2001).
19. Е. И. Кац, ЖЭТФ **59**, 1854 (1970).