

# ДИНАМИКА ВИХРЕВОЙ СИСТЕМЫ И ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЕ ПОТЕРИ В ДВУМЕРНОЙ СВЕРХПРОВОДЯЩЕЙ ПЛАСТИНЕ С ТОКОМ

*Д. С. Одинцов\*, И. А. Руднев, В. А. Кашурников*

*Московский инженерно-физический институт  
115409, Москва, Россия*

Поступила в редакцию 16 декабря 2005 г.

В рамках модели вихревой системы высокотемпературных сверхпроводников исследованы динамические процессы, происходящие в вихревой системе двумерной сверхпроводящей пластины, несущей транспортный ток. Расчет проводился методом Монте-Карло. Впервые продемонстрирована динамика проникновения магнитного поля в ВТСП-пластину с током, проведены расчеты энергетических потерь, возникающих при изменении транспортного тока. Показано, что в зависимости от амплитуды транспортного тока и числа дефектов происходит смена механизма выделения энергии: гистерезисные потери сменяются на потери в насыщенном слое.

PACS: 74.25.-q, 74.25.Qt, 74.25.Sv, 74.72.-h

## 1. ВВЕДЕНИЕ

Способность сверхпроводников второго рода проводить электрический ток больших плотностей по сравнению с обычными резистивными проводниками делает их перспективными материалами для использования в различных электротехнических приложениях. При этом широкое применение находят не только низкотемпературные сверхпроводники типа NbTi или Nb<sub>3</sub>Sn, но и различные классы высокотемпературных сверхпроводников (ВТСП). Наибольший технический прогресс достигнут с многожильными образцами Bi<sub>2</sub>Sr<sub>2</sub>Ca<sub>2</sub>Cu<sub>3</sub>O<sub>x</sub> в серебряной матрице. Так, на данный момент технологически возможно изготовить многожильные сверхпроводящие ленты длиной до 1.5 км с плотностью критического тока  $j_c > 10^4$  А/см<sup>2</sup> при  $T = 77$  К в собственном поле транспортного тока [1].

Однако реальному применению ВТСП препятствует ряд физических и технологических факторов, требующих их оптимизации. К физическим проблемам относятся оптимизация пиннинговой структуры сверхпроводника с целью повышения плотности критического тока в постоянном магнитном поле, а также изучение отклика ВТСП на внешнее пе-

ременное электромагнитное поле, а именно, потерь энергии в переменном поле, в том числе создаваемом собственным транспортным током (транспортные потери). Эти потери энергии, зависящие кроме всего прочего от внешних параметров — величины магнитного поля и температуры, — неизбежно приводят к деградации транспортных свойств ВТСП.

Несмотря на интенсивность исследований (см., например, [2–10]), описание транспортных характеристик ВТСП до сих пор остается не до конца решенной проблемой. Электромагнитные свойства обычно рассматриваются в модели Бина [11] для распределения магнитного поля:

$$\frac{dH}{dx} = \pm \frac{4\pi}{c} j_c. \quad (1)$$

В рамках этой модели развиты бесконтактные методы определения критического тока  $j_c$ , его зависимости от магнитного поля и температуры; рассчитываются статическая намагниченность жесткого сверхпроводника, петли гистерезиса и потери на перемагничивание. Тем не менее очевидно, что описание на основе модели Бина не всегда справедливо, требует более детального теоретического рассмотрения транспортных свойств сверхпроводников в широком диапазоне параметров и выяснения пределов приме-

\*E-mail: dodintsov@hotmail.com

нимости обычно используемых феноменологических подходов.

В данной работе впервые в рамках модели вихревой системы представлены результаты численного моделирования процессов перемещения полей собственного транспортного тока двумерной пластины с дефектами, имитирующей токовый канал в многожильной ВТСП-ленте. Приведены расчеты возникающих при этом энергетических потерь, представлены распределения вихревой плотности в сверхпроводнике с током.

Расчеты выполнены с помощью метода численного стохастического моделирования — метода Монте-Карло. Применение данного подхода ранее уже показало высокую эффективность при исследовании процессов классического и квантового плавления вихревой решетки Абрикосова [12–16], вычисления намагниченности и структурных переходов в случаях хаотического и периодического распределения дефектов в сверхпроводнике [17–20].

## 2. ФИЗИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ И МЕТОДИКА РАСЧЕТА

Рассмотрим трехмерный объемный образец сверхпроводника второго рода, слоистый в плоскости  $xy$ . Образец имеет конечную толщину в направлении  $x$  и бесконечные размеры в направлениях  $y$  и  $z$ . Внешнее магнитное поле  $\mathbf{H}_0$  для исключения эффектов размагничивания направлено вдоль оси  $z$  (рис. 1).

В слоистом материале вихревые линии состоят из отдельных вихревых «блинов» (pancakes) и взаимодействие между ними вдоль параллельных слоев относительно слабое [21] (рис. 2). Случайное смещение этих блинов может подавлять межслойную когерентность, и тогда вихревая нить перестает существовать как трехмерное ( $3D$ ) образование; вихревые блины, из которых она состояла, образуют

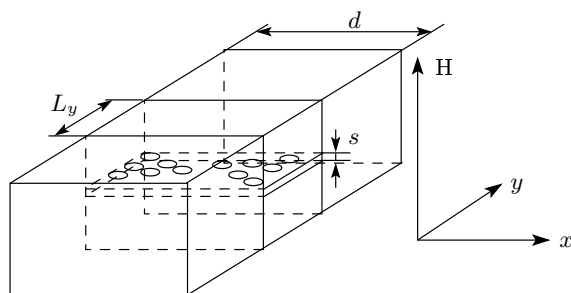


Рис. 1. Геометрия расчета

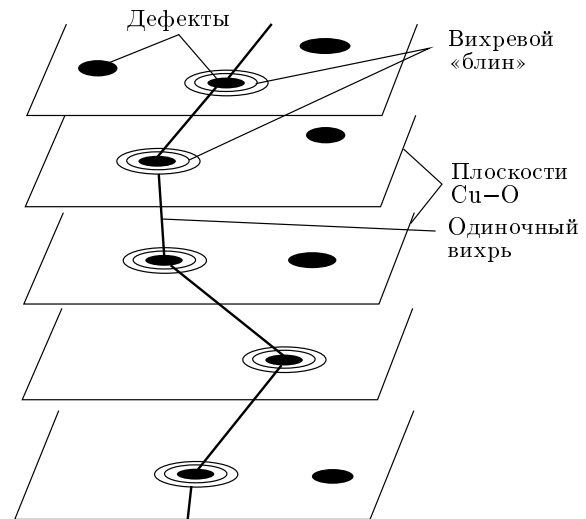
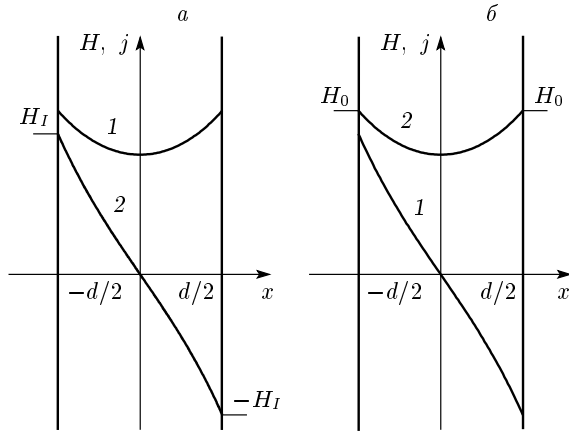


Рис. 2. Модель вихря в слоистом сверхпроводнике

двумерную ( $2D$ ) систему частиц, которые эффективно взаимодействуют с соседними частицами только в пределах своей плоскости, не взаимодействуя с соседними в ближайших плоскостях. Причиной такого  $3D-2D$ -перехода могут служить термические флуктуации блинов, причем этот фазовый переход может происходить при очень низких температурах, на порядок ниже критической  $T_c$  [22, 23]. В качестве параметров моделирования выбирались, как и в работах [16–20], характеристики высокотемпературных сверхпроводников на основе висмута, для которых параметр анизотропии очень велик:  $\gamma = \xi_{xy}/\xi_z \approx 100$  ( $\xi_{xy,z}$  — длины когерентности соответственно в плоскости  $xy$  и в направлении  $z$ ). Минимальная температура  $T = 5$  К, при которой рассматривалась система, уже достаточно велика, чтобы считать, что  $3D-2D$ -переход уже состоялся и каждый сверхпроводящий слой стал независимым. Полагая, что каждый слой вносит аддитивный вклад в сверхпроводящие свойства всего образца, ограничимся рассмотрением только одного сверхпроводящего слоя, полагая его усредненным откликом от всех сверхпроводящих слоев.

Представим один сверхпроводящий слой в виде пластины толщиной  $s$  (см. рис. 1). Пластина имеет бесконечный размер в направлении  $y$  и конечный в направлении  $x$  (ширина  $d = 10$  мкм). Выбранные размеры позволяют рассматривать такую пластину как модель одной сверхпроводящей жилы в ВТСП-проводе. Положительный транспортный ток течет вдоль пластины в направлении оси  $y$ , создавая



**Рис. 3.** Распределения тока  $j$  (кривые 1) и магнитного поля  $H$  (кривые 2) по сечению сверхпроводящей пластины толщиной  $d$  в присутствии транспортного тока  $I$  (а) и во внешнем магнитном поле  $H_0$  (б)

положительное магнитное поле  $H_I$  на левой стороне пластины (рис. 3а).

Диапазон температур и магнитных полей, при которых проводился расчет, позволяет рассматривать 2D-систему абрикосовских вихрей как систему частиц с дальнедействующим потенциалом. Для расчета выбирались периодические граничные условия в направлении  $y$  с периодом 4 мкм, что больше характерных расстояний, на которых происходят взаимодействия между частицами.

В системе рассматриваются следующие взаимодействия.

**1. Взаимодействие вихрей друг с другом:**

$$U(r_{ij}) = U_0 K_0 \left( \frac{r_{ij}}{\lambda} \right), \quad U_0 = \frac{s \Phi_0^2}{8 \pi^2 \lambda^2}. \quad (2)$$

Здесь  $r_{ij}$  — расстояние между вихрями,  $K_0$  — функция Бесселя нулевого порядка мнимого аргумента,  $s$  — толщина сверхпроводящего слоя,  $\Phi_0 = hc/2e$  — квант магнитного потока,

$$\lambda(T) = \lambda(0) \left[ 1 - \left( \frac{T}{T_c} \right)^{3.3} \right]^{-1/2}$$

— глубина проникновения магнитного поля в сверхпроводник.

**2. Взаимодействие вихря с дефектом, находящимся на расстоянии  $r$ :**

$$U_p(T, r) = -\alpha \frac{U_0(T)}{U_0(0)} \frac{1}{r/\xi + 1} \exp \left( -\frac{r}{2\xi} \right). \quad (3)$$

Здесь  $\alpha$  — параметр, характеризующий глубину потенциальной ямы дефекта,  $\xi \equiv \xi_{xy}$  — размер кора (длина когерентности). Такой выбор взаимодействия соответствует случаю, когда только один вихрь может зацепиться за дефект.

**3. Взаимодействие вихря с поверхностью** стандартно представляется как взаимодействие вихря с его зеркальным отображением (антивихрем). В случае пластины шириной  $d$  энергия взаимодействия вихря с поверхностью записывается в виде бесконечного ряда, учитывающего наличие двух границ пластины:

$$U_{surf}(x) = \frac{U_0}{2} \left\{ 2 \sum_{m=1}^{\infty} K_0 \left( \frac{2md}{\lambda} \right) - \sum_{m=0}^{\infty} \left[ K_0 \left( \frac{2x+md}{\lambda} \right) + K_0 \left( \frac{2(d-x)+m}{\lambda} \right) \right] \right\}. \quad (4)$$

При условии широкой пластины ( $d \gg \lambda$ ) можно ограничиться только первыми слагаемыми ряда:

$$U_{surf}(x) = -\frac{1}{2} U_0 \left[ K_0 \left( \frac{2x}{\lambda} \right) + K_0 \left( \frac{2(d-x)}{\lambda} \right) \right]. \quad (5)$$

Также следует учитывать взаимодействие вихря с изображениями других вихрей. Ниже приведено выражение, описывающее взаимодействие между вихрем, находящимся в точке  $r_i$ , и изображением вихря, находящегося в точке  $r_j^{(im)}$ :

$$U_{surf}(r_i, r_j^{(im)}) = -\frac{1}{2} U_0 K_0 \left( \frac{|r_i - r_j^{(im)}|}{\lambda} \right). \quad (6)$$

**4. Взаимодействие вихря с мейсснеровским и транспортным токами.** Оно представляет собой работу  $\Delta\Omega_I$ , совершенную токами над вихрем при его перемещении [24]. Распределение плотности мейсснеровского и транспортного токов в пластине (рис. 3) представляется суммой двух соответствующих слагаемых (см., например, [25]):

$$j = -\frac{cH_0}{4\pi\lambda} \frac{\text{sh}(x/\lambda)}{\text{ch}(d/2\lambda)} + \frac{cH_I}{4\pi\lambda} \frac{\text{ch}(x/\lambda)}{\text{sh}(d/2\lambda)}, \quad (7)$$

где  $H_I = 2\pi I/c$  — поле на поверхности пластины, создаваемое полным транспортным током  $I$  через поперечное сечение пластины.

Начало системы координат в силу симметрии берется в геометрическом центре пластины. Величина  $\Delta\Omega_I$  вычисляется непосредственно как работа силы

Лоренца на единицу длины по перемещению вихря от края пластины в глубь образца:

$$\Delta\Omega_I = \frac{1}{4\pi} \int_{\pm d/2}^x \mathbf{j} \cdot \Phi_0 dx = \frac{\Phi_0}{4\pi} \cdot \left[ \mathbf{H}_0 \left( 1 - \frac{\text{ch}(x/\lambda)}{\text{ch}(d/2\lambda)} \right) + \mathbf{H}_I \left( \frac{\text{sh}(x/\lambda)}{\text{sh}(d/2\lambda)} \mp 1 \right) \right]. \quad (8)$$

Здесь  $\Phi_0$  по модулю совпадает с квантом магнитного потока, а по направлению — с вектором магнитной индукции в сердцевине вихря, знак «минус» перед единицей берется в случае, если вихрь появился справа (в положительной области оси  $x$ ), знак «плюс» — в случае рождения вихря на левом краю пластины.

Для расчета равновесного распределения вихрей и намагниченности  $M$  численно минимизировался термодинамический потенциал Гиббса системы вихрей с переменным числом частиц, имеющий с учетом перечисленных выше взаимодействий следующий вид:

$$G = sN\varepsilon + \frac{1}{2} \sum_{i \neq j} U(r_{ij}) + \sum_{i,j} U_p(r_{ij}) + \sum_{i,j} U_{surf}(r_i, r_j^{(im)}) - s \sum_i \Delta\Omega_I, \quad (9)$$

где

$$\varepsilon = \left( \frac{\Phi_0}{4\pi\lambda} \right)^2 \left( \ln \frac{\lambda_0}{\xi_0} + 0.52 \right) \quad (10)$$

— собственная энергия вихря;  $\xi_0$  и  $\lambda_0$  — соответственно размер кора вихря и глубина проникновения магнитного поля при  $T = 0$ ,  $N$  — число вихрей в системе.

Индукция магнитного поля в выбранной геометрии высчитывалась как

$$B = \frac{N\Phi_0}{S} + H, \quad (11)$$

$$H = H_0 \frac{\text{ch}(x/\lambda)}{\text{ch}(d/2\lambda)} - H_I \frac{\text{sh}(x/\lambda)}{\text{sh}(d/2\lambda)},$$

где  $S$  — площадь образца,  $H$  — суммарное магнитное поле, отражающее вклад мейсснеровских токов (7) на границе пластины.

Намагниченность системы рассчитывалась из значений напряженности суммарного магнитного поля  $\mathbf{H}$  и магнитной индукции  $\mathbf{B}$  обычным образом,

$$\mathbf{M} = \frac{\mathbf{B} - \mathbf{H}}{4\pi}, \quad (12)$$

с последующим усреднением по ширине пластины.

Моделирование проводилось с использованием метода Монте-Карло для большого канонического ансамбля в рамках алгоритма Метрополиса [26]. Учитывались такие процессы, как рождение и уничтожение вихрей в поверхностном слое образца толщиной порядка  $\lambda$ , которые в реальности соответствуют проникновению магнитного потока в образец с поверхности и уходу вихрей из материала. Взаимодействие вихря с изображением на границе и вклад от взаимодействия с мейсснеровским током естественным образом создают барьер Бина–Ливингстона. Для моделирования процесса перемещения вихря в расчет включался процесс рождения и уничтожения вихрей. С изменением направления поля  $\mathbf{H}_0$  антивихрь автоматически становится вихрем, что в записи функционала находит свое отражение в виде скалярного перемножения  $\Phi_0$  и  $\mathbf{H}_0$ , тем самым воспроизводится процесс перемещения вихря. Это также особенно важно для корректного рассмотрения остаточного магнитного потока после выключения поля, т. е. потока, «замороженного» на дефектах и неоднородностях.

В реальных экспериментах наблюдается процесс аннигиляции вихрь–антивихрь, если они находятся на близком расстоянии. Для моделирования этого физического процесса и учета принципа детального равновесия были добавлены процессы рождения и аннигиляции пары вихрь–антивихрь. Процесс аннигиляции часто наблюдается в эксперименте в виде так называемой волны аннигиляции [27], при этом процесс рождения пары выступает в качестве конкурирующего процесса в целях выполнения принципа детального равновесия.

Для выполнения принципа детального равновесия все прямые и обратные подпроцессы взвешивались попарно. Так, вероятности рождения  $P_c$  и уничтожения  $P_a$  вихря умножались соответственно на  $1/(N+1)$  и  $N$  для учета числа вихрей до и после процесса, так что выражения для вероятности принимают следующий окончательный вид:

$$P_c = \min(1, R_c W_c), \quad P_a = \min(1, W_a/R_a), \quad (13)$$

где

$$R_c = \frac{P_a(N+1)}{P_c(N)} = \frac{\lambda L_y}{N+1},$$

$$R_a = \frac{P_a(N)}{P_c(N-1)} = \frac{\lambda L_y}{N},$$

$$W_c = \exp(-\Delta E_c/T), \quad W_a = \exp(-\Delta E_a/T),$$

$$\Delta E_c = E_{N+1} - E_N, \quad \Delta E_a = E_{N-1} - E_N.$$

Здесь  $W_a$  и  $W_c$  являются отношениями гиббсовских вероятностей нового и старого состояний системы,

а  $R_a$  и  $R_c$  — отношения вероятности обращения к соответствующему вихрю для его аннигиляции ( $P_a = 1/N$ ) и вероятности обращения к точке пространства для рождения вихря ( $P_c = 1/\lambda L_y$ ).

Аналогично учитывались процессы рождения или уничтожения пары вихрь–антивихрь.

### 3. РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТА И ИХ ОБСУЖДЕНИЕ

#### 3.1. Проникновение и распределение магнитного поля в случае перемагничивания током

Разработанная модель является расширением описанной в работе [18] и позволяет учесть динамику перемагничивания током. Так, в отсутствие транспортного тока воспроизводятся гистерезисные зависимости намагниченности  $M$  от величины внешнего приложенного поля  $H$ . На рис. 4 показаны типичные зависимости  $M(H)$  при перемагничивании полем для разного числа  $N_d$  дефектов. Для расчетной геометрии число дефектов  $N_d = 400$  соответствует поверхностной концентрации  $n_d = 10^9 \text{ см}^{-2}$ . Особенности процесса перемагничивания в отсутствие транспортного тока подробно рассмотрены ранее [18].

Перемагничивание полем тока включает в себя следующую процедуру: увеличение транспортного тока до максимального значения  $+I_0$ , уменьшение его до нуля, изменение знака тока, увеличение до значения  $-I_0$  и снова уменьшение до нуля. Этот

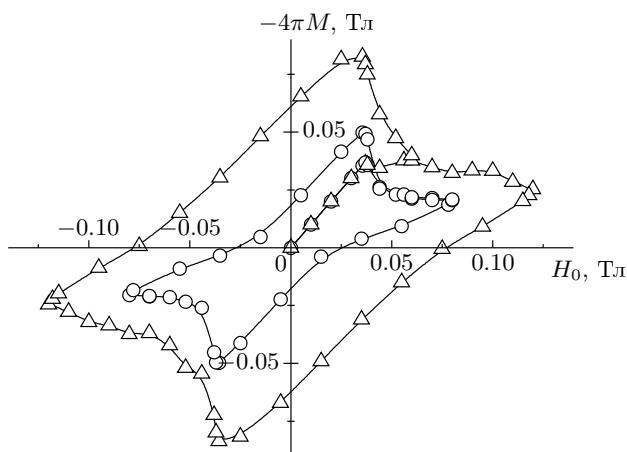


Рис. 4. Перемагничивание сверхпроводящей пластины во внешнем поле для разного числа дефектов  $N_d$  ( $\alpha = 0.01 \text{ эВ}$ ):  $\circ$  —  $N_d = 400$ ;  $\triangle$  —  $N_d = 1200$

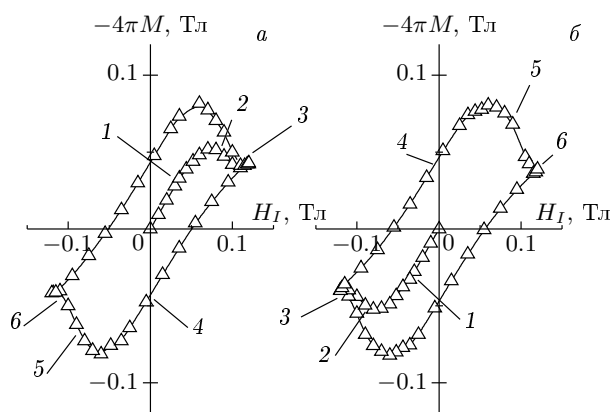


Рис. 5. Зависимость  $M(H_I)$  при перемагничивании током в отсутствие внешнего поля: а) вклад от левой половины пластины; б) вклад от правой половины пластины

процесс аналогичен перемагничиванию внешним полем [18]. Однако следует учитывать, что поле транспортного тока, а следовательно, и намагниченность, имеют противоположные направления для различных сторон пластины. Это означает, что в случае перемагничивания полем на краях пластины возникают вихри одного знака, а при перемагничивании током — противоположно направленные вихри. Суммарная намагниченность всей пластины в поле собственного тока равна сумме противоположно направленных намагниченностей каждой половины пластины и в идеальном случае равна нулю. При этом, в отличие от намагниченности, значения энергетических потерь  $Q$  на перемагничивание током целой пластины являются суммой потерь в каждой из половин пластины, так как они являются не векторной, а скалярной величиной — площадью петель перемагничивания. Поэтому необходимо рассчитывать значения намагниченности и величины энергетических потерь на перемагничивание током отдельно для левой и правой половин пластины. На рис. 5 приведены характерные петли намагниченности различных половин пластины. По оси абсцисс отложена величина поля  $H_I$ , создаваемого транспортным током  $I$  на краю пластины. Это поле положительно на левой стороне пластины (рис. 5а) и отрицательно на правой (рис. 5б).

Очевидно, что наблюдаемые величины намагниченности полностью определяются физическими процессами проникновения в пластину вихрей и их дальнейшей динамикой при изменении амплитуды тока. На рис. 6 представлены распределения магнитного поля в пластине, соответствующие некото-

рым значениям амплитуды поля тока, отмеченными цифрами 1–6 на рис. 5. Последовательное рассмотрение таких распределений дает полную картину динамики токового перемагничивания сверхпроводящей пластины (внешнее поле отсутствует).

Так, при малых полях тока и вплоть до поля перегрева мейсснеровского состояния вихри в образце не проникают, за исключением поверхностного слоя толщиной порядка  $\lambda$  (точки 1 на рис. 5). Здесь еще раз подчеркнем, что кривые  $M(H)$  на рис. 5а и 5б построены для разных половин пластины, несущей транспортный ток. Поэтому одинаковые точки на рис. 5а и 5б соответствуют одному и тому же значению тока. На каждой из сторон образуются вихри разных знаков в соответствии со знаком поля, создаваемого током. На рис. 6 яркость точек соответствует величине индукции локального магнитного поля. После превышения поля перегрева мейсснеровского состояния (рис. 6а) начинается лавинообразное проникновение вихрей в пластину (точки 2 на рис. 5; рис. 6б). Дальнейшее увеличение тока приводит к продвижению фронта магнитного потока в глубь сверхпроводника, и при некотором токе вихри заполняют всю пластину (точки 3 на рис. 5; рис. 6в). В геометрическом центре пластины вследствие взаимной аннигиляции вихрей противоположного знака образуется область нулевой магнитной индукции. На картине распределения поля эта область аннигиляции отчетливо видна как пространство, свободное от вихрей. Процесс аннигиляции реализует динамическое равновесие в системе, так как одновременно с аннигиляцией пары вихрь–антивихрь в центре пластины на краях образуются новые вихри противоположных знаков.

При уменьшении тока вихри выходят из пластины. При нулевом токе (точки 4 на рис. 5; рис. 6г) часть вихрей, запиннигованных дефектами структуры, остается в пластине, формируя остаточную намагниченность. При дальнейшем перемагничивании с увеличением тока противоположного знака после достижения полем тока поля перегрева мейсснеровского состояния (точки 5 на рис. 5; рис. 6д) в каждой из половин пластины начинают проникать вихри соответствующего знака, аннигилируя при этом с вихрями, оставшимися на дефектах от предыдущего этапа намагничивания (участок 5–6 на рис. 5; рис. 6д, е). При этом, как и в случае перемагничивания полем, наблюдаются волны аннигиляции магнитного потока (на рис. 6д они обозначены стрелками) [18, 27, 28].

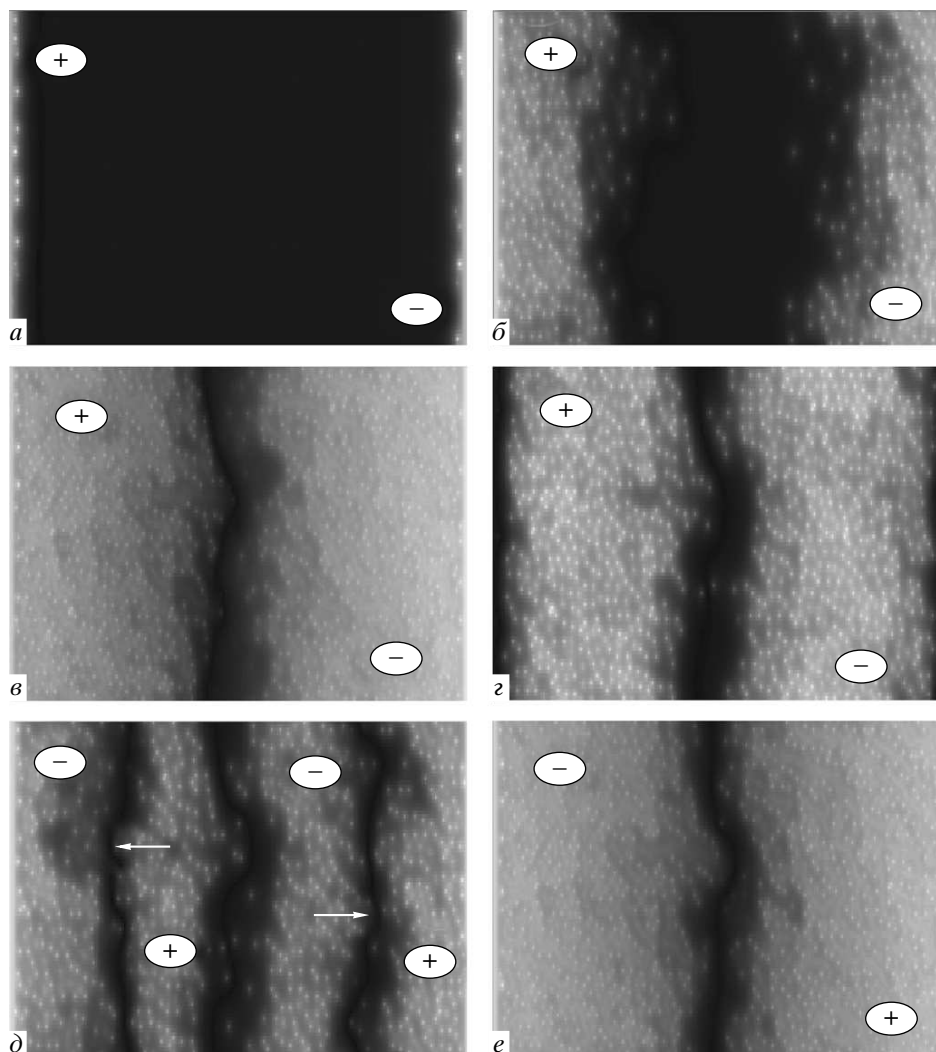
Как видно из распределения поля (см., например, рис. 6в, г), даже в случае симметричной ситуа-

ции (в отсутствие внешнего поля) имеются искривление фронта аннигиляции (рис. 6д) и несовпадение реальной области аннигиляции с геометрическим центром пластины, что приводит к незначительной разнице вкладов от вихрей с разных половин пластины в величину энергетических потерь. Это связано с конечностью моделируемого образца и чувствительностью системы к различным конфигурациям дефектов. Для получения сглаженных результатов мы использовали усреднение по некоторому числу (от трех до пяти) произвольных конфигураций дефектов.

Кратко рассмотрим особенности распределения вихрей в присутствии внешнего магнитного поля в процессе перемагничивания транспортным током, который создает максимальное поле  $H_I = 0.09$  Тл. Результаты расчета представлены на рис. 7 для внешнего поля  $H_0 = 0.02$  Тл.

Так, внешнее поле суммируется с полем тока на одной стороне пластины и уменьшает его на другой стороне. Поэтому проникновение вихрей на одной стороне начнется при поле тока, меньшем поля проникновения на величину внешнего магнитного поля и большем на ту же величину на противоположной половине. В частности, на рис. 7б показано, что в присутствии внешнего поля  $H_0$  проникновение вихрей в образец начинается только с одной стороны, так как на другой первое критическое поле еще не достигнуто. Образовавшиеся вихри под действием токов смещаются к противоположному краю пластины. С увеличением поля тока на противоположной стороне пластины также начинают проникать вихри другого знака (рис. 7в, г). Появившиеся вихри в дальнейшем по мере продвижения в глубь пластины будут аннигилировать с вихрями, родившимися на стороне с большим суммарным полем, и в итоге в системе установится область аннигиляции, которая будет смещена в сторону пластины с меньшим суммарным полем. Расчеты показывают, что по мере возрастания амплитуды тока вклад внешнего поля будет уменьшаться и область аннигиляции постепенно сместится в середину пластины.

После выключения тока в пластине остается закрепленный на дефектах магнитный поток (рис. 7д). В процессе перемагничивания при смене направления тока на противоположное на стороне, ближней к области аннигиляции (правая сторона пластины на рис. 7е), появляются вихри того же знака, что и вихри, запиннигованные на дефектах с противоположной стороны пластины. Новые вихри постепенно заполняют правую сторону пластины, а на противоположной стороне с увеличением поля тока появ-



**Рис. 6.** Конфигурации вихрей в пластине, соответствующие отмеченным точкам 1–6 на кривых намагниченности на рис. 5. Символами «+» и «–» обозначены области, занимаемые вихрями соответствующего знака. На рис. 6d стрелками обозначен фронт волны аннигиляции магнитного потока ( $N_d = 810$ ,  $T = 5$  К,  $\alpha = 0.1$  эВ)

ляются вихри противоположного знака (рис. 7жс). Итоговая картина распределения вихрей в системе с максимальным обратным током представлена на (рис. 7з). Отметим, что при перемагничивании током, так же как и при перемагничивании полем, возникают волны аннигиляции магнитного потока (обозначены на рис. 7 стрелками).

### 3.2. РАСЧЕТ ТРАНСПОРТНЫХ ПОТЕРЬ

Энергию, затрачиваемую на перемагничивание одной из половин пластины, как функцию амплитуды тока можно определить из площади петли намагниченности для соответствующих значений поля

тока. Для вычисления полных потерь энергии необходимо сложить площади петель обеих половин.

Зависимость энергетических потерь от амплитуды транспортного тока вычислялась для случаев различной силы пиннинга. На рис. 8 показаны зависимости потерь  $Q(j)$ , где  $j = I/sd$  — усредненная плотность тока в отсутствие внешнего поля при  $T = 5$  К для «жесткого» пиннинга, когда глубина дефекта характеризуется значением  $\alpha = 0.1$  эВ. Как видно на вставке к рис. 8, величина потерь различна для разного числа дефектов  $N_d$ , причем при уменьшении  $N_d$  значение потерь при фиксированной амплитуде тока монотонно возрастает.

На первый взгляд, это является парадоксаль-

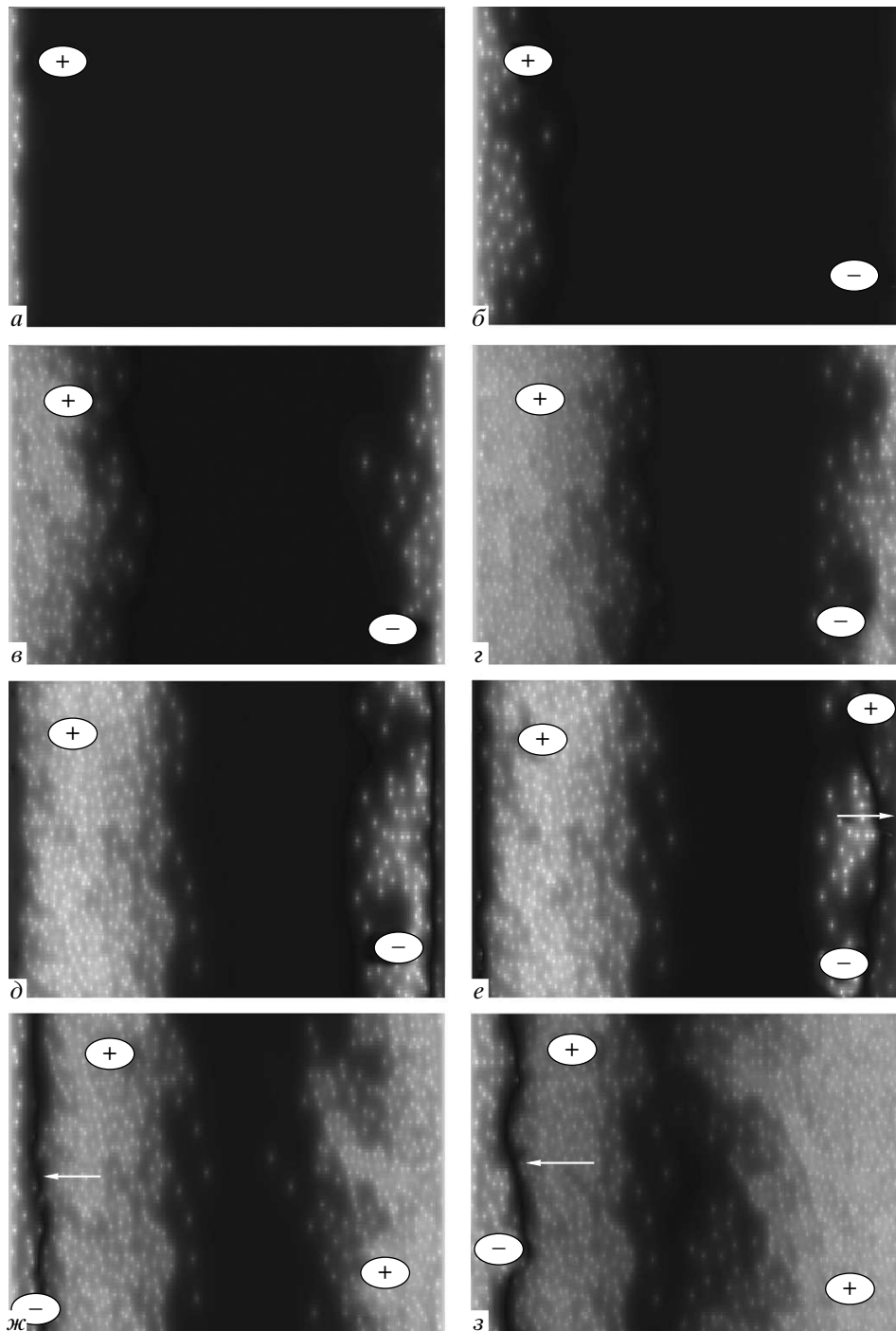
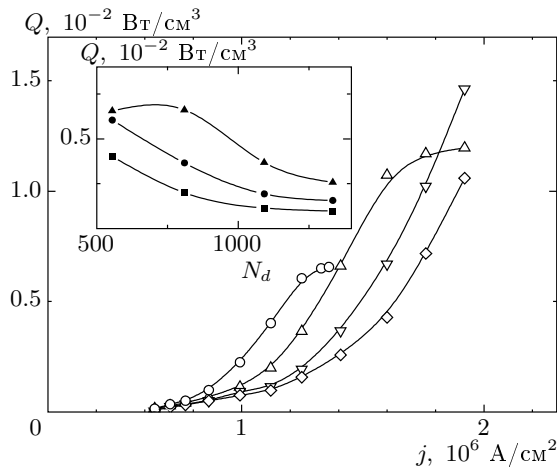


Рис. 7. Конфигурации вихрей в пластине при перемагничивании током в присутствии внешнего магнитного поля  $H_0 = 0.02$  Тл ( $N_d = 1092$ ,  $T = 5$  К,  $\alpha = 0.1$  эВ) при полях тока  $H_I = 0.018$  Тл (а),  $0.035$  Тл (б),  $0.07$  Тл (в),  $0.09$  Тл (г),  $0$  (д),  $-0.025$  Тл (е),  $-0.07$  Тл (ж),  $-0.09$  Тл (з)





**Рис. 8.** Энергетические потери  $Q$  как функция плотности транспортного тока  $j$  при  $\alpha = 0.1$  эВ для разного числа дефектов  $N_d$  ( $T = 5$  K):  $\circ$  — 555;  $\triangle$  — 810;  $\nabla$  — 1092;  $\diamond$  — 1334. На вставке — потери как функция числа дефектов при фиксированных значениях плотности тока:  $\blacksquare$  —  $j = 1.12 \cdot 10^6$  А/см<sup>2</sup>;  $\bullet$  —  $j = 1.25 \cdot 10^6$  А/см<sup>2</sup>;  $\blacktriangle$  —  $j = 1.41 \cdot 10^6$  А/см<sup>2</sup>

ным результатом, так как при увеличении числа дефектов критический ток и площадь петли намагниченности должны расти и, соответственно, должны увеличиваться потери энергии на перемагничивание сверхпроводника. Однако это справедливо только в том случае, когда объем сверхпроводника, в котором происходит перемагничивание, постоянен. В нашем случае перемагничивания током при увеличении числа дефектов площадь пластины, в которой происходит перемагничивание, уменьшается (рис. 9), что приводит к соответственному уменьшению потерь энергии.

Отметим, что наблюдаемые на практике при гелиевых температурах значения  $j_c \sim 10^5$  А/см<sup>2</sup> на порядок меньше характерных плотностей тока, при которых проводились расчеты. Это связано с двумя причинами. Во-первых, при расчете плотности тока учитывалось только сечение сверхпроводящих слоев Си-О, составляющих примерно пятую часть общего сечения слоистого ВТСП. Во-вторых, относительно малые значения  $j_c$  в реальных сверхпроводниках могут быть связаны с гранулированностью образцов.

Увеличение потерь энергии на переменном токе при уменьшении критического тока является хорошо установленным экспериментальным результатом (см., например, работы [2–4]), который удовлетворительно объясняется в рамках феноменологического рассмотрения Норриса [29]. Этот подход, в свою оче-

редь, был развит на основе модели Бина [30], справедливой только для случаев жесткого пиннинга. Так, в работе [29] показано, что зависимость  $Q(\beta)$ , где  $\beta = I/I_c$  — нормированная на критический ток амплитуда транспортного тока, при  $\beta < 1$  для случаев эллиптического и прямоугольного сечений проводника описывается соответственно уравнениями

$$Q = \frac{\mu_0 I_c^2}{\pi} \left[ (2 - \beta) \frac{\beta}{2} + (1 - \beta) \ln(1 - \beta) \right] \quad (14)$$

и

$$Q = \frac{\mu_0 I_c^2}{\pi} \times \left[ (1 + \beta) \ln(1 + \beta) + (1 - \beta) \ln(1 - \beta) - \beta^2 \right], \quad (15)$$

где  $\mu_0$  — магнитная проницаемость. Для малых  $\beta$  уравнения сводятся соответственно к

$$Q \approx \frac{\mu_0 I^3}{6\pi I_c} \quad (16)$$

и

$$Q \approx \frac{\mu_0 I^4}{6\pi I_c^2}, \quad (17)$$

а при  $\beta = 1$  приближаются к

$$Q = 0.16 \mu_0 I_c^2 \quad (18)$$

и

$$Q = 0.12 \mu_0 I_c^2. \quad (19)$$

Одним из выводов, следующих из уравнений Норриса, является то, что для жесткого сверхпроводника второго рода имеет место универсальная зависимость  $Q/I_c^2$  от  $\beta$ , которая в соответствии с уравнениями (14) и (15) зависит только от формы поперечного сечения проводника.

Представляет интерес получить зависимости  $Q/I_c^2$  от  $\beta$ , исходя из результатов наших расчетов. Возникает вопрос, какое значение тока считать критическим. Один путь — рассчитать вольт-амперные характеристики пластины по методу, описанному в работе [14]. Однако из вольт-амперной характеристики значение  $I_c$  можно определить только из произвольно задаваемого порога напряжения таким образом, как это делается в эксперименте. Другой путь заключается в том, что мы можем, по аналогии с моделью Бина, принять за критический ток значение тока, при котором передние фронты вихрей противоположного знака достигают друг друга и начинается процесс аннигиляции. В этот момент пластина насыщена магнитным полем. Это значение критического тока для различных параметров пиннинга мы можем получить из анализа

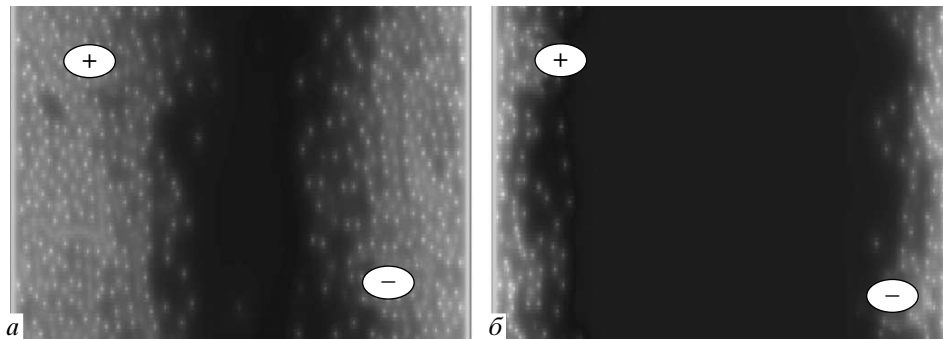


Рис. 9. Конфигурации вихрей при различном числе дефектов при одной и той же плотности тока  $j = 1.12 \cdot 10^6 \text{ A/cm}^2$ :  
 а —  $N_d = 555$ ; б —  $N_d = 1334$ . В случае а характерный размер области перемagnичивания больше

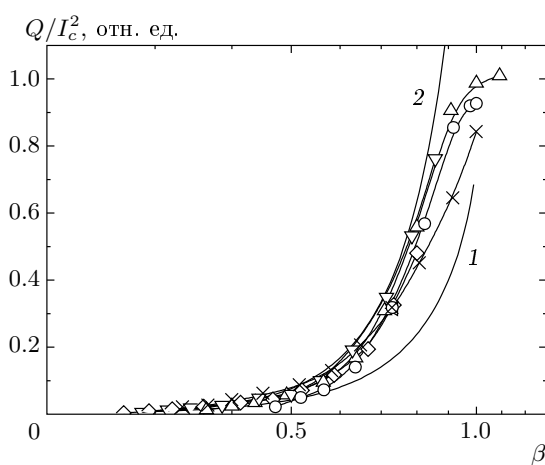


Рис. 10. Нормированные энергетические потери  $Q(\beta)/I_c^2$  как функция  $\beta = I/I_c$  при параметре пиннинга  $\alpha = 0.1 \text{ эВ}$  для разного числа дефектов  $N_d$ . Символы, отвечающие разному числу дефектов при этом значении  $\alpha$ , соответствуют обозначениям на рис. 8;  $\times$  —  $N_d = 1334$ ,  $\alpha = 0.01 \text{ эВ}$ . Цифрами обозначены построенные зависимости Норриса: 1 — зависимость (14), 2 — зависимость (15)

распределений вихревой плотности (см. рис. 6в). На рис. 10 представлена вычисленная таким образом зависимость  $Q/I_c^2$  от  $\beta$  для параметров пиннинга  $\alpha = 0.1 \text{ эВ}$  и  $\alpha = 0.01 \text{ эВ}$ . Видна универсальность кривой, близкой к функциям (14), (15), которые также построены на рис. 10 для сравнения. Именно такой результат был получен в экспериментах по одновременному измерению транспортных потерь и критического тока на различных образцах многожильных ВТСП-лент [2–4]. Отметим, что, используя универсальность зависимости  $Q/I_c^2$  от  $\beta$ , можно определить значения потерь для случаев

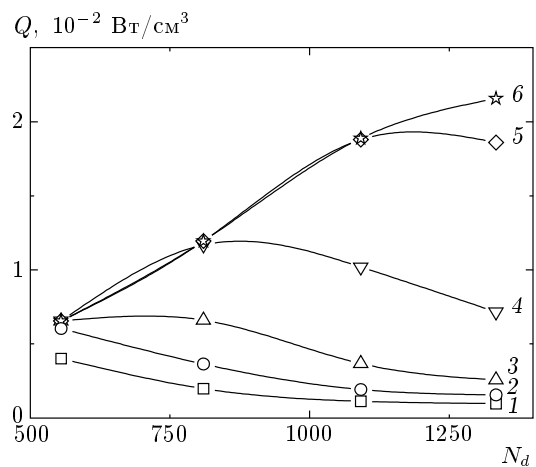


Рис. 11. Величина потерь как функция числа дефектов при фиксированных значениях плотности тока: 1 —  $j = 1.12 \cdot 10^6 \text{ A/cm}^2$ ; 2 —  $j = 1.25 \cdot 10^6 \text{ A/cm}^2$ ; 3 —  $j = 1.41 \cdot 10^6 \text{ A/cm}^2$ ; 4 —  $j = 1.60 \cdot 10^6 \text{ A/cm}^2$ ; 5 —  $j = 2.24 \cdot 10^6 \text{ A/cm}^2$ ; 6 —  $j = 2.40 \cdot 10^6 \text{ A/cm}^2$ . На кривых 4–6 видна смена механизма потерь с гистерезисных на транспортные

другого количества дефектов.

Обсудим далее поведение сверхпроводника в насыщенном состоянии. Из рис. 8 видно, что для значений  $N_d = 555, 810$  рост потерь с увеличением амплитуды тока выходит на насыщение. Это связано с тем, что вихри полностью заполняют всю пластину и устанавливается стационарное состояние, в котором вихри аннигилируют только в середине пластины. Начиная с этого момента, петли намагниченности описывают энергетические потери всего сверхпроводника, а не его части, занятой транспортным током (рис. 11). Так, кривые 1–3 соответствуют относительно малым токам, при которых пластина не

достигает насыщенного состояния при любом числе  $N_d$  дефектов. Таким образом, потери являются потерями в насыщенном слое, занятом транспортным током. Увеличение числа дефектов приводит к увеличению критического тока, уменьшению размеров насыщенного слоя и, следовательно, к наблюдаемому уменьшению потерь. В то же время на кривых 4–6 имеются участки роста потерь с увеличением  $N_d$ . Это означает, что в этих диапазонах изменения  $N_d$  пластина находится в насыщенном состоянии, что соответствует ситуации гистерезисных потерь. Для кривых 4–6 дальнейшее увеличение  $N_d$  приводит к уменьшению потерь  $Q$ , так как при соответствующих значениях тока пластина уже не будет находиться в насыщенном состоянии. Таким образом, происходит смена механизма выделения энергии от чистых гистерезисных потерь всего сверхпроводника к потерям в насыщенном слое (т. е. слое, несущем транспортный ток). Подчеркнем, что транспортные энергетические потери уменьшаются с увеличением критического тока, в то время как гистерезисные потери с увеличением критического тока растут.

#### 4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящей работе методом Монте-Карло рассмотрены динамические процессы, происходящие в вихревой системе двумерной сверхпроводящей пластины, несущей транспортный ток. Впервые в рамках детальной модели вихревой системы ВТСП продемонстрирована динамика проникновения магнитного поля в ВТСП-пластину с током, проведены расчеты энергетических потерь, возникающих при изменении транспортного тока. Из сравнения распределений магнитного поля и графиков зависимости потерь от амплитуды транспортного тока и числа дефектов сделан вывод об изменении характера энергетических потерь от гистерезисных к потерям в насыщенном слое. Полученные результаты совпадают с выводами как экспериментальных работ по измерению транспортных потерь при различных полях и температурах, так и с расчетами в рамках феноменологических подходов, основанных на модели критического состояния.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант № 06-02-16406).

#### ЛИТЕРАТУРА

1. R. M. Scanlan, A. P. Malozemoff, D. C. Larbalestier, Proc. IEEE **92**, 1639 (2004).
2. И. А. Руднев, А. Е. Ходот, А. В. Еремин и др., ФНТ **25**, 141 (1999).
3. A. D. Nikulin, A. K. Shikov, I. I. Akimov et al., Physica C **310**, 76 (1998).
4. И. А. Руднев, А. Е. Ходот, А. В. Еремин и др., Письма в ЖТФ **25**(11), 83 (1999).
5. M. K. Chattopadhyay, J. Supercond. **13**, 429 (2000).
6. P. X. Zhang, R. Inada, T. Uno et al., Supercond. Sci. Technol. **14**, 6 (2001).
7. F. Gömöry, J. Šouc, P. Fabbriatore et al., Physica C **371**, 229 (2002).
8. L. Hu, P. Zhang, X. Teng et al., Physica C **392–396**, 1107 (2003).
9. Z. Jiang and N. Amemiya, Supercond. Sci. Technol. **17**, 295 (2004).
10. D. N. Nguyen, P. V. P. S. S. Sastry, and D. C. Knoll, J. Appl. Phys. **98**, 073902 (2005).
11. C. P. Bean, Rev. Mod. Phys. **36**, 31 (1964).
12. М. Е. Грачева, В. А. Кашурников, И. А. Руднев, Письма в ЖЭТФ **66**, 269 (1997).
13. М. Е. Грачева, В. А. Кашурников, И. А. Руднев, ФНТ **25**, 148 (1999).
14. В. А. Кашурников, И. А. Руднев, М. Е. Грачева и др., ЖЭТФ **117**, 196 (2000).
15. I. A. Rudnev, V. A. Kashurnikov, M. E. Gracheva et al., Physica C **332**, 383 (2000).
16. M. V. Zubin, I. A. Rudnev, and V. A. Kashurnikov, Phys. Lett. **332 A**, 456 (2004).
17. V. A. Kashurnikov, I. A. Rudnev, and M. V. Zubin, Supercond. Sci. Technol. **14**, 695 (2001).
18. В. А. Кашурников, И. А. Руднев, М. В. Зюбин, ЖЭТФ **121**, 442 (2002).
19. М. В. Зюбин, И. А. Руднев, В. А. Кашурников, Письма в ЖЭТФ **76**, 263 (2002).
20. М. В. Зюбин, И. А. Руднев, В. А. Кашурников, ЖЭТФ **123**, 1212 (2003).

21. A. E. Koshelev, L. I. Glazman, and A. I. Larkin, Phys. Rev. B **53**, 2786 (1996).
22. S. Ryu, S. Doniach, G. Deutscher et al., Phys. Rev. Lett. **68**, 710 (1992).
23. J. W. Schneider, S. Schafroth, and P. F. Meier, Phys. Rev. B **52**, 3790 (1995).
24. Y. Genenko, Phys. Rev. B **49**, 6950 (1994).
25. В. В. Шмидт, *Введение в физику сверхпроводников*, МЦНМО, Москва (2000), с. 43.
26. Д. В. Хеерман, *Методы компьютерного эксперимента в теоретической физике*, Наука, Москва (1990); К. Биндер, Д. В. Хеерман, *Моделирование методом Монте-Карло в статистической физике*, Наука, Москва (1995).
27. И. А. Руднев, А. Е. Ходот, А. В. Еремин и др., ЖЭТФ **126**, 194 (2004).
28. A. V. Eremin, O. S. Esikov, V. A. Kashurnikov et. al., Supercond. Sci. Technol. **14**, 690 (2001).
29. W. T. Norris, J. Phys. D **3**, 489 (1970).
30. C. P. Bean, Rev. Mod. Phys. **36**, 31 (1964).