

# САМОВОЗДЕЙСТВИЕ ЛАЗЕРНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ В КЛАСТЕРНОЙ ПЛАЗМЕ

*Н. А. Жарова\**, *А. Г. Литвак*, *В. А. Миронов*

*Институт прикладной физики Российской академии наук  
603950, Нижний Новгород, Россия*

Поступила в редакцию 17 июня 2004 г.

Аналитически и численно исследованы особенности динамики самовоздействия лазерного излучения в плазме с ионизованными газовыми кластерами. На основе упрощенной модели кластера в виде суперпозиции двух заряженных сгустков (электронного и ионного) проанализированы механизмы нелинейности. Проведено уточнение электродинамической модели кластера методами молекулярной динамики. Показано, что поведение поляризации плазменного сгустка в основной части лазерного импульса остается тем же, что и в рамках упрощенной модели. Исследование динамики самовоздействия излучения проведено в условиях, когда нелинейность стратифицированной среды определяется ангармонизмом движения электронов в кластере, а дисперсия групповой скорости — как фоновой плазмой, так и ионизованными кластерами. Из-за сильной зависимости характерного поля электронной нелинейности от размера кластера особенности динамики самовоздействия связаны с расширением плазменных сгустков. Показано, что пространственно-временная эволюция волнового поля независимо от типа дисперсии групповой скорости среды сопровождается самосжатием импульса в области заднего фронта.

PACS: 42.65.Tg, 42.25.Bs, 42.65.Re

## 1. ВВЕДЕНИЕ

Экспериментальные исследования взаимодействия лазерного излучения с кластерными мишенями приобрели особую актуальность в последнее время в связи с перспективой решения таких важных прикладных задач, как инициирование ядерных реакций, ускорение заряженных частиц, создание яркого рентгеновского источника для медико-биологических приложений (см., например, [1–5]). Кластерные мишени представляют собой вещество, состоящее из случайного набора сгустков атомов и молекул (кластеров). Большое разнообразие структурных особенностей кластерных мишеней определяется свойствами химических элементов и ван-дер-ваальсовым взаимодействием между молекулами. Широкий класс атомов образует конденсированную фазу со свободными электронами, т. е. систему с «металлическими» нанонеоднородностями [6]. Для ряда химических элементов кластер является устойчивой структу-

рой с вполне определенным числом атомов и их взаимным пространственным расположением [7]. Анизотропные свойства взаимодействия атомов приводят к возможности образования фрактальных (пористых) кластеров [8]. В экспериментах по взаимодействию лазерного излучения с веществом используются в основном газовые кластерные мишени. В них кластеры образуются в процессе расширения в вакуум плотной струи инертных газов. Оказалось, что такая кластерная мишень из конденсированных атомов инертных газов обладает практическими достоинствами газовых мишеней и при этом дает возможность реализовать процессы, характерные для среды с плотностью, близкой к твердотельной. С помощью кластерных мишеней наблюдались такие эффекты, как образование многозарядных ионов с полностью вакантными внутренними оболочками (полых ионов) [5], генерация высоких гармоник [9], генерация ионов с энергией, превышающей 1 Мэв [3], причем при интенсивностях излучения, меньших, чем в однородном газе. Интерпретация особенностей взаимодействия лазерного излучения с кластерной

\*E-mail: zhani@appl.sci-nnov.ru

плазмой проводится обычно на основе модели одиночного кластера в сильном электрическом поле. Однако наблюдение самофокусировки волнового поля в кластерной плазме [5, 10] указывает на самосогласованный характер взаимодействия излучения со средой. Обсуждение этой проблемы содержится в работах [10, 11].

В настоящей работе исследовано самовоздействие ультракороткого лазерного импульса в нанодисперсной кластерной плазме. После постановки задачи (разд. 2) в третьем разделе рассматривается динамика поляризации плазменного сгустка в электрическом поле, в четвертом разделе обсуждаются механизмы нелинейности нанодисперсной среды. Последняя часть содержит результаты численного моделирования самосогласованной эволюции сверхкороткого лазерного импульса в стратифицированной среде. В Заключении обсуждается соотношение теории с экспериментально наблюдаемыми особенностями самофокусировки лазерного излучения в кластерной плазме.

## 2. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Электродинамическая модель взаимодействия сверхкоротких лазерных импульсов с кластерами строится на основе следующих предположений. На переднем фронте импульса практически все электроны удаляются из своих атомов, оставаясь внутри кластера. В результате такой внутренней ионизации образуется мелкодисперсная среда, состоящая из плазменных сгустков и фоновой плазмы. В последующем ионизованные кластеры расширяются и теряют часть электронов в окружающее пространство, т. е. происходит внешняя ионизация. Экспериментальные исследования показывают, что характерное время жизни плазменного сгустка составляет величину порядка 100–300 фс [3, 10], и основная часть фемтосекундного лазерного импульса распространяется в редкой плазме с ионизованными кластерами, плотность электронов в которых превышает критическую. В линейном режиме взаимодействия для длин волн лазерного излучения, заметно превышающих характерное расстояние между кластерами,  $\lambda \gg L_c$ , электродинамические особенности кластерной плазмы можно проанализировать в приближении эффективного показателя преломления среды  $n_{eff}$  [12]. В случае кластеров шаровой формы с однородным распределением плазмы для показателя преломления имеем

$$n_{eff}^2 = n_{bg}^2 + \mathcal{V} \frac{\varepsilon_c - 1}{\varepsilon_c + 2}. \quad (1)$$

Здесь

$$n_{bg}^2 = 1 - \omega_{bg}^2/\omega^2$$

— диэлектрическая проницаемость фоновой плазмы,  $\omega$  — частота волны,

$$\omega_{bg}^2 = 4\pi e^2 N_{bg}/m,$$

$N_{bg}$  — плотность электронов фоновой плазмы,  $\mathcal{V}$  — относительный объем, занимаемый кластерами,

$$\varepsilon_c = 1 - \omega_p^2/\omega^2$$

— диэлектрическая проницаемость плазмы в кластере,

$$\omega_p^2 = 4\pi e^2 N/m,$$

$N$  — плотность электронов в кластере.

При исследовании особенностей самовоздействия лазерного излучения в кластерной плазме будем в первую очередь ориентироваться на параметры среды и лазерного импульса в эксперименте по наблюдению самофокусировки [10]. Он проводился при использовании излучения с длиной волны 800 нм, интенсивностью  $5 \cdot 10^{15}$  Вт/см<sup>2</sup>, длительностью импульса 100 фс, в среде с диаметром кластеров 30 нм.

На рис. 1, на котором представлена зависимость эффективного показателя преломления (1) от частоты поля, видно, что присутствие ионизованных кластеров приводит к заметной модификации спектра собственных волн в области геометрического резонанса плазменного сгустка. Для волн с частотой

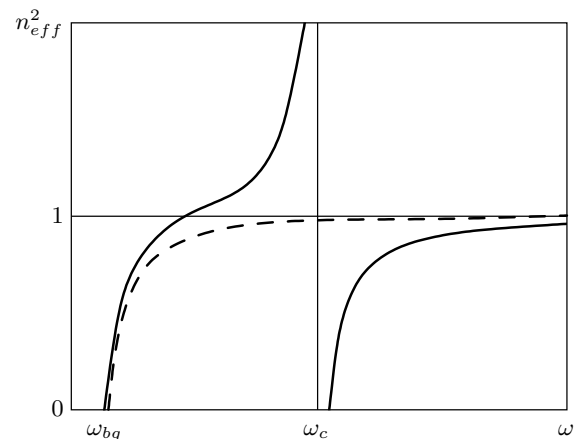


Рис. 1. Зависимость квадрата эффективного показателя преломления  $n_{eff}^2$  от частоты падающего излучения  $\omega$ . Штрихами показана соответствующая зависимость в отсутствие кластеров

$$\omega \leq \omega_c = \omega_p / \sqrt{3}$$

показатель преломления нанодисперсной среды оказывается большим единицы ( $n_{eff} > 1$ ) и, следовательно, становится возможным резонансное взаимодействие электромагнитного излучения с частицами плазмы [13]. В этой области частот дисперсия групповой скорости  $v_g$  импульса является нормальной ( $\partial v_g / \partial \omega < 0$ ), для более высоких частот — аномальной ( $\partial v_g / \partial \omega > 0$ ), как в однородной плазме.

При построении самосогласованной картины взаимодействия лазерного излучения с кластерной плазмой воспользуемся распространенным в электродинамике сплошных сред подходом. Сначала на основе некоторой модели среды определим (линейный и нелинейный) отклики макросистемы на присутствие поля, затем с помощью уравнений Максвелла в среде, диэлектрическая проницаемость которой зависит от интенсивности излучения, найдем нелинейную модификацию поля. В силу сложности материальных соотношений на начальном этапе исследования характерных черт взаимодействия излучения с веществом используются упрощенные модели, отражающие структурные особенности среды. Успешность такого описания макросистемы связана с тем, что эффективная диэлектрическая проницаемость среды (например, (1)) является усредненной по объему, содержащему достаточно много «микронеоднородностей», и поэтому слабо зависит от «тонких» деталей структуры вещества. Для получения материальных соотношений в кластерной плазме (2) в разд. 3 использована и обоснована модель нелинейного осциллятора. В линейном приближении, очевидно, на ее основе и при учете вклада в поляризацию среды фоновой плазмы нетрудно получить выражение для эффективной диэлектрической проницаемости (1). Далее в разд. 3 рассмотрены механизмы нелинейности, приводящие к самовоздействию излучения, определены характерные поля проявления этих эффектов и времена установления. Наконец, в разд. 5 рассмотрена самосогласованная картина пространственно-временной эволюции ультракороткого лазерного импульса в нанодисперсной среде в условиях «кластерной» нелинейности и дисперсии групповой скорости среды, определяемой как ионизованными кластерами, так и фоновой плазмой.

### 3. ДИНАМИКА ПОЛЯРИЗАЦИИ КЛАСТЕРА

При исследовании взаимодействия лазерных импульсов с кластерной плазмой следует выделить две сильно различающихся по характеру стадии про-

цесса. На первой стадии, которая является сильно нестационарной и занимает время порядка нескольких периодов колебаний поля, происходит внутренняя ионизация кластеров и образование плазменных ступок. Последующая (основная) часть импульса распространяется в сильно неоднородной среде, состоящей из расширяющихся плазменных ступок.

Рассмотрим далее динамические процессы в модели одиночного кластера, находящегося во внешнем переменном поле. Сначала исследуем поведение поляризации среды с использованием упрощенной модели кластера шаровой формы, затем рассмотрим более строгую модель, учитывающую как ионизацию кластера, так и его структурные изменения. И в том, и в другом случаях будем предполагать, что размер кластера много меньше длины волны. Это условие выполняется в экспериментах по взаимодействию лазерного излучения с кластерными мишенями и позволяет проводить рассмотрение процессов в одиночном кластере в предположении однородности внешнего электрического поля.

#### 3.1. Динамика поляризации кластера шаровой формы

Для нахождения нелинейного отклика среды на частоте лазерного излучения рассмотрим сначала упрощенную модель кластера<sup>1)</sup> в виде суперпозиции двух равномерно заряженных шаров радиуса  $a$ : положительно заряженного «тяжелого» и отрицательно заряженного «легкого». В присутствии внешнего электрического поля  $E(t)$  возрастает плотность заряженных частиц  $n$  и происходит поляризация кластера. Смещение  $x$  центра масс электронной подсистемы вдоль поля описывается уравнением<sup>2)</sup>

<sup>1)</sup> Упрощенная модель кластера использовалась раньше в работах [15] при изучении эффектов генерации гармоник в кластерной плазме.

<sup>2)</sup> Уравнение (2) описывает динамику плазменного ступка с переменным числом частиц и фактически означает, что в момент рождения (или потери) частицы обладают скоростью, равной средней скорости распределения. Для учета потерь частиц в результате внешней ионизации это приближение является адекватным. Появление новых частиц в результате ионизации будет учитываться более правильно, если поставить в первом слагаемом левой части (2) плотность  $n$  под знак временной производной, что соответствует рождению электронов с нулевой скоростью в точке с координатой  $x = 0$ . Отметим, однако, что при быстром темпе ионизации, который имеет место для интенсивных ультракоротких лазерных импульсов, такая неточность практически не сказывается на результатах.

$$\frac{d}{dt}(a^3 n \frac{dx}{dt}) + \omega_c^2 \frac{a^6 n x}{(x^2 + a^2)^{3/2}} = \frac{ena^3}{m} E(t), \quad (2)$$

где введена собственная частота  $\omega_c = \omega_p/\sqrt{3}$  колебаний электронной подсистемы (частота дипольного резонанса шара). Изменение плотности плазмы внутри кластера при ионизации атомов является довольно сложным процессом. Различные механизмы ионизации (туннельный, надбарьерный, тепловой и др.) детально обсуждаются в обзорах [14]. Однако для наших целей определение дипольного (линейного и нелинейного) момента, который возникает при ионизации кластеров полем, оказывается достаточным, чтобы ионизация происходила быстро в области переднего фронта импульса. Будем описывать реальный процесс ионизации кластера модельной зависимостью ионизации от поля

$$\frac{\partial n}{\partial t} = 4\omega_a(n_a - n) \frac{E_a}{|E|} \exp\left(-\frac{2E_a}{3|E|}\right), \quad (3)$$

где  $\omega_a$  — атомная частота,  $n_a$  — плотность атомов в кластере,  $E_a$  — атомное поле ( $E_a = e/r_a^2$ ,  $r_a$  — размер атома). Для нас здесь важно, что при полях порядка атомных плотность плазмы достигает стационарного значения  $n = n_a$  на временах, меньших длительности переднего фронта импульса. Результаты, полученные на основе этой простой модели, мы затем сравним с данными численного моделирования кинетики ионизации методом молекулярной динамики (см. разд. 3.2) Систему уравнений (2), (3) удобно представить в безразмерном виде:

$$\frac{d}{dt}(a^3 n \frac{dx}{dt}) + \frac{a^3 n x}{(x^2/a^2 + 1)^{3/2}} = \delta \frac{na^3}{q} E(t), \quad (4)$$

$$\frac{\partial n}{\partial t} = \alpha(1 - n) \frac{1}{|E|} \exp(-2/3|E|), \quad (5)$$

где смещение  $x$  и размер кластера  $a$  нормированы на первоначальный размер кластера  $a_0$  ( $x/a_0 \rightarrow x$ ,  $a/a_0 \rightarrow a$ ), концентрация  $n$  — на максимальную плотность заряженных частиц, равную плотности атомов  $n_a$  в кластере ( $n/n_a \rightarrow n$ ), поле  $E$  нормировано на атомное, переменная  $t$  связана с размерным временем как  $t \rightarrow \omega_c t$ , параметры  $\alpha$ ,  $\delta$  и  $q$  определяются соотношениями

$$\alpha = 4\omega_a/\omega_c, \quad \delta = r_a/a_0, \quad q = 4\pi n_0 r_a^3/3$$

( $q$  — полное число ионизованных частиц в объеме атома).

Рассмотрим поведение кластера во внешнем гармоническом поле

$$E(t) = E_0(t) \cos \omega t.$$

В случае стационарного ионизованного кластера ( $a = 1$ ,  $n \approx 1$ ) в линейном режиме ( $x \ll a = 1$ ) уравнение (4) описывает вынужденные колебания с частотой внешнего поля  $\omega$  и собственные колебания с частотой  $\omega_c = 1$ , возбуждаемые в процессе ионизации кластера. В условиях проводимых экспериментов внешнее поле оказывается низкочастотным  $\omega \approx 0.1\omega_c \ll \omega_c$ . При полях порядка атомных внутренняя ионизация кластера происходит на временах, много меньших периода собственных колебаний. Это означает, что режим взаимодействия падающего излучения с плазмой является неадиабатическим. Поскольку плотность плазмы в кластере возрастает гораздо быстрее, чем амплитуда поля, оценим амплитуду собственных колебаний в приближении мгновенной ионизации. Полагая в (3)  $a = 1$ ,  $n = \theta(t - t_0)$ , ( $\theta(t)$  — единичная ступенчатая функция Хевисайда), найдем амплитуду собственных колебаний

$$A_0 = \frac{\delta E(t_0)}{q(\omega_c^2 - \omega^2)} \approx \frac{\delta E(t_0)}{q}$$

и амплитуду вынужденных колебаний

$$A = \frac{\delta E_0(t)}{q}.$$

Таким образом, дипольный момент собственных колебаний кластера оказывается того же порядка, что и дипольный момент на частоте внешнего поля.

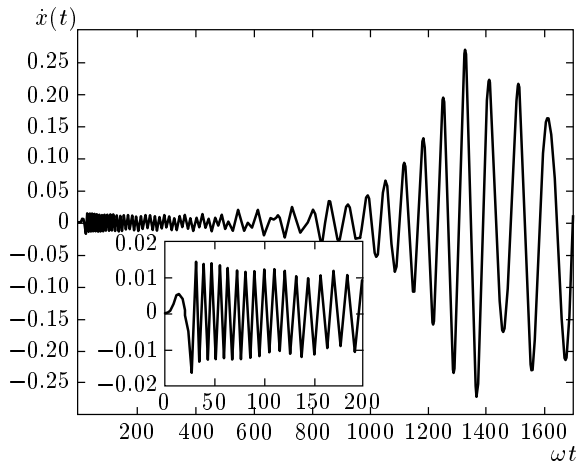
Характерное время радиационного затухания ( $\tau_r \approx ((ka)^3 \omega_c)^{-1}$ , где  $k$  — волновое число) собственных колебаний даже для больших кластеров составляет

$$\tau_r = 10^2(2\pi/\omega_c) \sim 10^3(2\pi/\omega), \quad (6)$$

т. е. превышает длительность используемых фемтосекундных лазерных импульсов. Однако амплитуда собственных колебаний может изменяться при расширении ионизованного кластера. При фиксированном полном числе частиц внутри кластера частота собственных колебаний уменьшается пропорционально  $a^{-3/2}$ . В соответствии с адиабатическим инвариантом амплитуда их возрастает довольно медленно (пропорционально  $a^{3/4}$ ). Амплитуда вынужденных колебаний растет при этом гораздо быстрее:

$$A \approx \delta \frac{a^3}{q} E_0(t), \quad (7)$$

т. е. пропорционально  $a^3$ . В результате через некоторое время собственные колебания становятся заметными на фоне вынужденных и их вкладом в поляризацию можно пренебречь.



**Рис. 2.** Динамика колебаний расширяющегося кластера под действием внешнего квазигармонического поля. При  $\omega t > 1350$  происходит смена линейного колебательного режима на нелинейный, сопровождаемая стабилизацией амплитуды колебаний. Вставка иллюстрирует эволюцию кластера на начальном этапе сразу после ионизации

Численное исследование системы уравнений (4), (5) во внешнем периодическом поле

$$E(t) = E_0(1 - \exp(-\gamma t)) \cos \omega t \quad (8)$$

с характерным временем установления  $1/\gamma$  подтверждает результаты приведенного выше качественного рассмотрения динамики поляризации кластера. Начальные условия выбирались следующим образом:

$$x(t) = 0, \quad \frac{dx}{dt}(t = 0) = 0, \quad n(t = 0) = 0. \quad (9)$$

Расчеты проводились для  $\omega = 0.1$ ,  $E_0 = 0.3$ ,  $\alpha = 10$ . На рис. 2 приведена временная динамика скорости  $\dot{x}(t)$  для кластера, расширяющегося по закону

$$a = 1 + 0.003t.$$

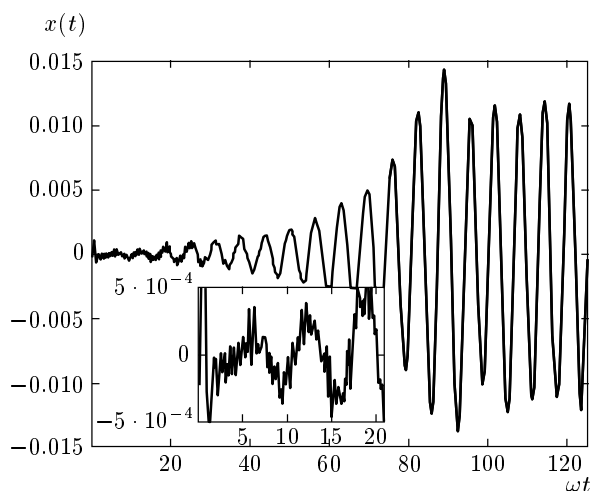
Коэффициент расширения  $\beta = 0.003$  выбирался таким, чтобы плазменная частота электронов в ионизованном кластере уменьшилась до частоты внешнего поля при времени, равном  $2/3$  длительности лазерного импульса. Видно (вставка на рис. 2) возбуждение на переднем фронте интенсивных собственных колебаний.

Амплитуда вынужденных колебаний по мере расширения кластера возрастает по закону (7) до значений, при которых начинает сказываться стабилизирующая роль электронной нелинейности. Смена

«линейного» ( $x \propto a^3$ ) и «нелинейного» ( $x \propto a$ ) режимов отчетливо видна на рис. 2 и происходит (для параметров, использованных в численном счете) при  $\omega t > 1350$ . На этих временах частота осциллятора уменьшается до частоты внешнего поля, но в результате нестационарного характера процесса собственные колебания возбуждаются слабо. Увеличение внешнего поля  $E_0$  приводит к росту амплитуды колебаний до значений порядка размера плазменного сгустка  $a$  и последующему отрыву электронной компоненты от ионной, т. е. к разрушению кластера. В дальнейшем мы будем рассматривать взаимодействие с кластерами ультракоротких лазерных импульсов не слишком большой интенсивности, при котором реализуется режим слабой нелинейности.

### 3.2. Кинетическая модель динамики кластера

Для исследования влияния кинетических эффектов в кластере все более широкое применение находит моделирование процессов методом молекулярной динамики [16]. На основе этого метода, несмотря на его известные недостатки, мы провели исследование динамики поляризации кластера во внешнем поле. Численные расчеты показывают следующее. В процессе эволюции кластер теряет электроны (происходит внешняя ионизация) и расширяется (преимущественно в направлении внешнего поля), причем эти процессы оказываются взаимно стимулирующими. На фоне расширения ионной подсистемы происходят колебания электронного облака на частоте внешнего поля. Они сопровождаются периодическим «выплескиванием» электронов в окружающее пространство в моменты времени, соответствующие максимальному ускорению. В результате наблюдается обеднение электронами приграничной области кластера. Доля потерь электронов в процессе внешней ионизации достигает половины всего количества. Однако, несмотря на новые детали в картине динамики кластера (самосогласованное расширение плазменного сгустка, отличие формы от шаровой, неравномерное распределение электронной плотности внутри ионизованного кластера и т. п.), качественное поведение дипольного момента (интегральной характеристики) кластера (рис. 3) оказывается таким же, как в упрощенной модели (рис. 2). Отчетливо заметен рост амплитуды вынужденных колебаний, связанный с расширением кластера, и последующая стабилизация, определяемая насыщением нелинейности. Отдельно, на вставке к рис. 3, показан в увеличенном масштабе электродинамиче-



**Рис. 3.** Временная зависимость средней электронной скорости качественно напоминает результаты, полученные в упрощенной модели движения электронного шара на фоне расширяющегося ионного

ский отклик кластера на внешнее поле на начальном этапе его эволюции. Видно, что высокочастотная составляющая процесса, как и в простой модели, заметно уменьшается за время порядка нескольких периодов колебаний внешнего поля. Наряду с расширением кластера вклад в затухание дают и внутренние диссипативные процессы релаксации высокочастотных неоднородностей, которые приводят в конечном счете к наблюдаемому в численном эксперименте эффекту возрастания «температуры» электронной подсистемы.

В момент  $\omega t = 90$  частота внешнего поля совпадает с «текущей» частотой собственных колебаний кластера, и следовало бы ожидать проявления резонансных свойств объекта. Однако в силу нестационарности процесса резонансное усиление колебаний проявляется слабо.

Таким образом, сравнительный анализ показывает, что простая модель, в которой темп расширения задан (разд. 3.1), дает довольно хорошее описание динамики поляризации кластера в основной части электромагнитного импульса.

#### 4. АНАЛИЗ МЕХАНИЗМОВ САМОВОЗДЕЙСТВИЯ

Прежде чем перейти к самосогласованному описанию эффектов самовоздействия, остановимся более детально на рассмотрении механизмов самовоздействия в кластерной плазме, оценим характерные

поля проявления нелинейных эффектов и времена установления.

По разным оценкам [7, 14] количество вещества, находящегося в газовом состоянии (вне кластеров), составляет до 90%. Вблизи переднего фронта лазерного импульса определенную (фокусирующую) роль может играть керровская нелинейность атомов фоновой среды. По мере ионизации газа вклад ее заметно ослабляется. В случае ультракоротких лазерных импульсов в качестве основного механизма нелинейности обычно рассматривается релятивистская нелинейность, связанная с зависимостью массы электронов от скорости осцилляций в поле волны. Однако характерное поле проявления этой нелинейности заметно превышает пороговое значение для разрушения кластера (10). Ниже мы рассмотрим другие возможности.

##### 4.1. Электронная нелинейность

В модели равномерно заряженных шаров в поле с частотой  $\omega$ , много меньшей собственной частоты ионизованного кластера, из уравнения (2) можно найти оценку максимального значения амплитуды внешнего поля:

$$\frac{e}{m} \frac{E_{max}}{\omega_c^2} \approx 0.4a, \quad (10)$$

при котором колебания плазменного сгустка остаются локализованными около ионного ядра. Если амплитуда вынужденных колебаний становится порядка размера кластера  $a$ , происходит разрушение колебательной системы (электронное облако отрывается от ионного).

Для определения характерного поля электронной нелинейности кластера найдем из (2) методом возмущений ( $x \ll a$ ) нелинейную поправку к  $x$ . Усредняя по периоду поля, получаем

$$x = \frac{e}{m\omega_c^2} E(t) \left( 1 + \frac{3}{4} \frac{e^2 |E|^2}{m^2 \omega_c^4 a^2} \right). \quad (11)$$

Таким образом, нелинейность является фокусирующей; характерное поле составляет

$$E_e = \frac{m\omega_c^2 a}{e}, \quad (12)$$

т. е. практически совпадает с полем (10), при котором происходит разрушение кластера. В условиях сохранения полного числа частиц внутри плазменного сгустка ( $\omega_c^2 a^3 = \text{const}$ ) это означает, что характерное поле электронной нелинейности по мере расширения кластера уменьшается по закону

$$E_e \propto a^{-2}(t). \quad (13)$$

Дипольный момент кластера

$$p = \omega_c^2 a^3 x m / e$$

в этом приближении равен

$$p = a^3 E(t) (1 + |E|^2 / E_e^2). \quad (14)$$

Если учесть соотношение (13), то можно видеть, что нелинейная часть поляризации возрастает при расширении кластера пропорционально седьмой степени размера плазменного сгустка,

$$p^{NL} \propto a^7. \quad (15)$$

### 4.2. Ионизационная нелинейность

Численное исследование процессов внутри кластера методом молекулярной динамики показывает, что потеря части электронов происходит уже при полях, меньших поля разрушения плазменного сгустка (10)<sup>3</sup>). Для оценки величины этого эффекта поступим следующим образом. Рассмотрим пробный электрон, расположенный вблизи границы кластера. Сила инерции, действующая на него в осциллирующем поле, составляет

$$F_i = e E \omega^2 / \omega_c^2. \quad (16)$$

Этот электрон не «вернется» в кластер в процессе колебаний, если центробежная сила (16) превзойдет силу притяжения к «нескомпенсированному» ионному заряду кластера

$$F_a = e q / a^2. \quad (17)$$

Сравнивая (16) и (17), оценим заряд  $q$ , который теряет кластер в осциллирующем внешнем поле:

$$q \leq E \omega^2 a^2 / \omega_c^2. \quad (18)$$

Таким образом, внешняя ионизация кластера приводит к уменьшению дипольного момента плазменного сгустка

$$\Delta p^{NL} = - \frac{e |E| \omega^2}{m \omega_c^4 a} p.$$

Характерное поле для проявления ионизационной нелинейности

$$E_i = \frac{\omega_c^2}{\omega^2} E_e \quad (19)$$

заметно превышает соответствующую величину для электронной нелинейности (15).

При наличии фоновой плазмы возможен обратный процесс — оседание электронов на поверхности кластера. Оценки показывают, что влияние этой рекомбинации заметно слабее, чем вклад от внешней ионизации, а характерное поле проявления нелинейности рекомбинационного типа существенно больше, чем (15).

Аналогичный вывод можно сделать и в случае термоэлектронной эмиссии электронов из кластера. Полагая температуру плазменного сгустка равной (большей) осцилляторной энергии электронов, нетрудно оценить заряд кластера на основе выражения для числа термоэлектронов, испущенных нагретой поверхностью [14]. Оно мало отличается по величине от полученного выше на основе баланса сил значения (18). Следовательно, и в этом случае стрикционная нелинейность оказывается преобладающей над термоионизационной.

### 4.3. Стрикционная нелинейность

В силу структурных особенностей кластерной плазмы возможности пондеромоторного воздействия поля на среду существенно расширяются. С одной стороны, как и в однородной среде, имеет место перераспределение плотности фоновой плазмы в неоднородном поле волнового пучка. Однако в рассматриваемом нами случае характерное время процесса установления «обычной» стрикционной нелинейности  $\tau_s = L_{\perp} / v_s$  ( $L_{\perp}$  — поперечный масштаб волнового пучка,  $v_s$  — скорость ионного звука) заметно превышает длительность лазерного импульса  $\tau_s \gg \tau$ , что приводит к значительному ослаблению ее роли. Другая возможность связана с деформацией ионизованного кластера в поле волны. Характерное время этого процесса для кластера  $\tau_c \approx a / v_s$ , т.е. существенно (в  $a / L_{\perp}$  раз) меньше времени перераспределения плазмы на поперечном масштабе пучка. Определим нелинейную поляризацию плазменного сгустка при его деформации в поле волны. Следуя [12], будем предполагать, что деформация заключается в равномерном всестороннем сжатии или растяжении объекта, а форма его остается неизменной. Выражение для полного термодинамического потенциала тела шаровой формы во внешнем однородном электрическом поле имеет вид [12]

$$\Phi = \Phi_0(P, T) - \frac{V}{16\pi} \frac{3(\varepsilon - 1)}{\varepsilon + 2} \bar{E}^2, \quad (20)$$

где  $\Phi_0$  относится к телу в отсутствие поля при заданных давлении  $P$  и температуре  $T$ ;  $\varepsilon$  и  $V$  — диэлек-

<sup>3</sup>) В дальнейшем будем называть этот процесс термином «внешняя ионизация».

трическая проницаемость тела и его объем, рассматриваемые как функции  $P$  и  $T$ . Отсюда изменение объема  $\Delta V = V - V_0$  ( $V_0$  — первоначальный объем тела) находится путем дифференцирования  $\varepsilon$  по давлению (при постоянных  $T$  и  $E^2$ ). Для ионизованного кластера (среды, в которой диэлектрическая проницаемость зависит от плотности  $\varepsilon - 1 \sim 1/V$ , а уравнение состояния  $PV = RT$ ) находим

$$\frac{\Delta V}{V} = \frac{3(\varepsilon_c - 1)^2}{(\varepsilon_c + 1)^2} \frac{\bar{E}^2}{16\pi P}. \quad (21)$$

В результате приходим к такому же выражению для дипольного момента

$$p = a^3 E(t) (1 + \Delta V/V)$$

плазменного сгустка, что и в случае электронной нелинейности (14). Характерное поле (фокусирующей) деформационной нелинейности в рассматриваемых условиях ( $|\varepsilon_c| \gg 1$ ) составляет

$$E_s = 4(\pi P)^{1/2} / \sqrt{3}. \quad (22)$$

Сравнивая характерные поля электронной (12) и стрикционной (22) нелинейностей,

$$\frac{E_c}{E_s} = \frac{a}{2r_d}, \quad (23)$$

заметим, что для кластеров с масштабом  $a$ , много большим дебаевского радиуса  $r_d$ , электрострикционный эффект является преобладающим. Однако характерное время установления электрострикционной нелинейности

$$\tau_c \approx (M/m)^{1/2} a / r_d \omega_p \quad (24)$$

даже для начального размера кластера сравнимо с длительностью лазерных импульсов, используемых в экспериментах. Расширение плазменных сгустков сопровождается дальнейшим ослаблением вклада деформационной нелинейности.

На основе анализа механизмов нелинейности, приводящих к самовоздействию электромагнитного излучения, можно сделать следующие выводы. Поскольку размер ионизованного кластера превышает дебаевский радиус ( $a > r_d$ ), наиболее низкочастотной оказывается нелинейность, связанная с деформацией плазменного сгустка в поле (разд. 4.3). Однако время установления электрострикционной нелинейности превышает (порядка) длительность рассматриваемых лазерных импульсов. Кроме того, характерное поле безинерционной электронной нелинейности (12) по мере расширения кластера уменьшается с заметно большим темпом, чем соответствующее поле электрострикционной нелинейности (22).

Что касается ионизационной и рекомбинационной нелинейностей, то они не только определяются более высокими характерными полями, но и ослабляют друг друга. Таким образом, есть все основания считать, что в основной части лазерного импульса динамика самовоздействия определяется электронной нелинейностью плазменных сгустков в мелкодисперсной среде.

## 5. ДИНАМИКА САМОВОЗДЕЙСТВИЯ ИЗЛУЧЕНИЯ В КЛАСТЕРНОЙ ПЛАЗМЕ

Проведенный выше анализ электродинамических процессов в кластерной плазме приводит к следующей постановке задачи. Рассмотрим далее пространственно-временную эволюцию ультракороткого лазерного импульса в нанодисперсной среде, в которой нелинейность определяется системой плазменных сгустков, а дисперсия групповой скорости — ионизованными кластерами и фоновой плазмой. Будем предполагать, что шаровые кластеры расширяются по заданному закону, а механизм нелинейности связан с ангармонизмом движения электронов (разд. 4.1).

### 5.1. Уравнение нелинейной оптики

Для описания динамики самовоздействия излучения на частоте  $\omega$ , много меньшей собственной частоты ионизованного кластера  $\omega_c = \omega_p / \sqrt{3}$ , но превышающей плазменную частоту фоновой плазмы  $\omega_{bg}$  (см. рис. 1), воспользуемся следующим уравнением для волнового пакета, распространяющегося вдоль оси  $z$ :

$$\frac{\partial^2 E}{\partial t^2} - c^2 \frac{\partial^2 E}{\partial z^2} - c^2 \Delta_{\perp} E + 4\pi \frac{\partial^2 P_c}{\partial t^2} + \omega_{bg}^2 E = 0. \quad (25)$$

Последний член в формуле (25) описывает влияние фоновой плазмы. Поляризацию, связанную с кластерами, определим как

$$P_c = n_c p,$$

где  $n_c$  — плотность кластеров. Дипольный момент одного кластера  $p$  найдем на основе решения уравнения (2) методом возмущений. В рассматриваемом приближении он будет отличаться от (14) из-за учета динамической части уравнения (2). В результате найдем для поляризации кластерной подсистемы выражение

$$P_c = n_c a^3 E \left( 1 + \frac{E^2}{E_{cr}^2} \frac{a^4}{a_0^4} \right) - n_c a^3 \frac{\partial^2}{\partial t^2} \left( \frac{E a^3}{\omega_c^2 a_0^3} \right), \quad (26)$$



где  $\omega_c$  — частота собственных колебаний кластера с начальным размером  $a_0$ . В уравнении (26) учтено, что в процессе расширения кластера полное число частиц в объеме сохраняется ( $na^3 = \text{const}$ ). Подставляя (26) в (25), приходим к уравнению для электрического поля волнового пучка

$$\frac{\partial^2 E}{\partial t^2} - \alpha \frac{\partial^2 (bE)}{\partial t^2} - \frac{\alpha}{\omega_c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \left( b \frac{\partial^2 (bE)}{\partial t^2} \right) + \alpha \frac{\partial^2}{\partial t^2} \left( b^{7/3} \frac{E^3}{E_{cr}^3} \right) - c^2 \frac{\partial^2 E}{\partial z^2} - c^2 \Delta_{\perp} E + \omega_{bg}^2 E = 0, \quad (27)$$

где

$$\alpha = 4\pi n_c a_0^3, \quad b = a^3 / a_0^3.$$

Линейное дисперсионное соотношение для поля

$$E \sim \exp(ik_z z - i\omega t)$$

в среде с фиксированными значениями параметров имеет вид

$$k_z = \frac{(\omega^2(1 + \alpha b) - \omega_{bg}^2 + \alpha b^2 \omega^4 / \omega_c^2)^{1/2}}{c}. \quad (28)$$

Оно описывает волны в приближении слабой дисперсии кластерной подсистемы (см. рис. 1). Для квазимонохроматического излучения, разлагая правую часть вблизи центральной частоты  $\omega_0$ , найдем

$$k_z = k_z^0 + \left. \frac{\partial k_z}{\partial \omega} \right|_{\omega=\omega_0} (\omega - \omega_0) + \frac{1}{2} \left. \frac{\partial^2 k_z}{\partial \omega^2} \right|_{\omega=\omega_0} (\omega - \omega_0)^2. \quad (29)$$

Отсюда для групповой скорости волнового пакета  $v_g = \partial \omega / \partial k_z$  получим выражение

$$v_g = c(1 - \omega_{bg}^2 / 2\omega^2 - \alpha b / 2 - 3\alpha b^2 \omega^2 / 2\omega_c^2), \quad (30)$$

а для параметра дисперсии групповой скорости

$$k_2 = \frac{\partial^2 k_z}{\partial \omega^2} \approx \frac{-\omega_{bg}^2 + 3\alpha b^2 \omega^4 / \omega_c^2}{\omega^3 c}. \quad (31)$$

Таким образом, в кластерной плазме с малой фоновой плотностью

$$\omega_{bg}^2 < 3\alpha b^2 \omega^4 / \omega_c^2 \quad (32)$$

дисперсия групповой скорости является нормальной ( $k_2 > 0$ ). Более того, по мере расширения кластера

неравенство (32) выполняется все лучше, т.е. дисперсия среды остается нормальной. Если же плотность фоновой плазмы достаточно велика и на переднем фронте волнового пакета преобладает плазменная (аномальная) дисперсия

$$\omega_{bg}^2 > 3\alpha b^2 \omega^4 / \omega_c^2, \quad (33)$$

расширение плазменного кластера может привести к смене аномальной дисперсии на нормальную внутри импульса. В этом более сложном режиме распространения волнового поля разложения (29) недостаточно и следует учитывать дисперсию третьего порядка. Вычисления показывают, что коэффициент  $\partial^3 k / \partial \omega^3$  положителен и равен

$$\frac{\partial^3 k}{\partial \omega^3} = \frac{3}{\omega c^2} \left( \frac{\omega_{bg}^2}{\omega^2} + \alpha b^2 \frac{\omega^2}{\omega_c^2} \right). \quad (34)$$

Для описания динамики самовоздействия волновых пакетов можно перейти от уравнения (29) к уравнению для комплексной амплитуды огибающей поля. В нашем случае кластер является нестационарным объектом. Чтобы воспользоваться стандартной процедурой укорочения (27) будем считать, что темп расширения кластера одинаков в поперечном сечении пучка ( $b = b(t, z)$  зависит лишь от времени и продольной координаты внутри импульса). В результате для комплексной амплитуды огибающей

$$E(z, t, \mathbf{r}_{\perp}) = A(z, \xi = z - z_c(t), \mathbf{r}_{\perp}) \exp(i\phi(z, \xi) - i\omega t)$$

находим в адиабатическом приближении уравнение в системе координат, движущейся с локальной групповой скоростью (30):

$$2ik_z \frac{\partial A}{\partial z} + 2i\omega \frac{\alpha}{c} b^{7/4} \frac{|A|^2}{E_{cr}^2} \frac{\partial (b^{7/12} A)}{\partial \xi} - \omega c \frac{\partial}{\partial \xi} k_2 \frac{\partial A}{\partial \xi} + \Delta_{\perp} A + \alpha b^{7/3} \frac{\omega^2}{c^2} \frac{|A|^2}{E_{cr}^2} A = 0, \quad (35)$$

где  $k_z = \partial \phi / \partial z$ ,  $z_c$  — координата центра масс волнового пакета,  $dv_g / dt = V_g$ . При заданной частоте  $k_z$ ,  $V_g$ ,  $b$  являются, вообще говоря, функциями  $\xi$ . Уравнение (35) не учитывает поправку, связанную с нестационарностью среды. Известно [17], что в нестационарной среде выражение для диэлектрической проницаемости  $\varepsilon(\omega, t)$  в волновом уравнении следует заменить на

$$\varepsilon(\omega, t) + \frac{i}{2} \frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial \omega \partial t}.$$

Добавка к квазистационарному значению  $\varepsilon(\omega, t)$  оказывается существенной вблизи геометрического ре-

зонанса  $\omega = \omega_c/\sqrt{3}$ . Поскольку мы интересуемся процессами в области параметров

$$\omega_{bg} \ll \omega \ll \omega_c/\sqrt{3},$$

в которой диэлектрическая проницаемость  $\varepsilon(\omega, t)$  близка к единице, этой поправкой можно пренебречь. Это уравнение отличается от уравнений, обычно получаемых в таком случае, членом, содержащим зависимость групповой скорости от амплитуды волнового пакета.

Для исследования особенностей динамики самовоздействия в кластерной плазме удобно перейти от уравнения (35) к уравнению в безразмерных переменных:

$$i \frac{\partial \Psi}{\partial z} + i d^{7/4} |\Psi|^2 \frac{\partial}{\partial \tau} (d^{7/12} \Psi) - \frac{\partial}{\partial \tau} \chi \frac{\partial \Psi}{\partial \tau} + \Delta_{\perp} \Psi + d^{7/3} |\Psi|^2 \Psi = 0, \quad (36)$$

где

$$\Psi = A/A_{cr}, \quad A_{cr} = \frac{\sqrt{5}\omega E_{cr}}{\omega_c a_{max}^{1/2}}, \quad z_{new} = \frac{10\alpha a_{max}^6 \omega^3 z}{\omega_c^2 c},$$

$$\tau = \frac{2\omega \xi}{c}, \quad r_{new} = \frac{\omega^2 a_{max}^6 (20\alpha)^{1/2} r}{c\omega_c},$$

$$d = \frac{a^3}{a_{max}^3}, \quad \chi = d^2 - \frac{\omega_{bg}^2 \omega_c^2}{3\alpha \omega^4 a_{max}^6},$$

$a_{max}$  — максимальный размер кластера, достигающийся на заднем фронте импульса. Поскольку эти коэффициенты сильно зависят от размера кластера (например, коэффициент перед нелинейностью пропорционален  $a^7$ ), предположим для простоты, что на переднем фронте  $d = d_{min} = 0$ . В зависимости от плотности фоновой плазмы, темпа расширения кластера и длительности импульса параметр  $\chi$  может быть положительным или отрицательным, а также менять знак внутри импульса.

Рассмотрим далее отдельно особенности самовоздействия излучения в кластерной плазме в режимах нормальной ( $\chi > 0$ ), аномальной ( $\chi < 0$ ) и комбинированной дисперсий. В силу зависимости коэффициентов в (36) от  $\tau$  уравнение (36) негамильтоново. Поэтому единственное интегральное соотношение, которое здесь имеет место, это интеграл полной энергии импульса, связанный с отсутствием диссипации в системе:

$$\int |\Psi|^2 d\tau dr_{\perp} = W. \quad (37)$$

Из соответствующего уравнения непрерывности

$$\frac{\partial |\Psi|^2}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial \tau} d^{7/2} |\Psi|^4 + i \frac{\partial}{\partial \tau} \chi (\Psi^* \Psi_{\tau} - \Psi \Psi_{\tau}^*) + i \operatorname{div}_{\perp} (\Psi^* \nabla_{\perp} \Psi - \Psi \nabla_{\perp} \Psi^*) = 0 \quad (38)$$

можно получить, что центр масс аксиально-симметричного волнового пакета движется со скоростью

$$u = \frac{d}{d\tau} \int \tau |\Psi|^2 d\tau dr_{\perp} = - \int (d^{7/2} |\Psi|^4 / 2 + i \chi (\Psi^* \Psi_{\tau} - \Psi \Psi_{\tau}^*)) d\tau dr_{\perp}, \quad (39)$$

т. е., вообще говоря, неравномерно. Это приводит к изменению формы лазерного импульса, которая также имеет место и в однородной среде, где она определяется зависимостью групповой скорости от амплитуды волнового пакета. В рассматриваемом нами случае расширяющегося кластера резкий рост величин  $d$  и  $\chi$  при переходе от переднего фронта импульса к заднему делает преобладающим процесс деформации огибающей вблизи заднего фронта.

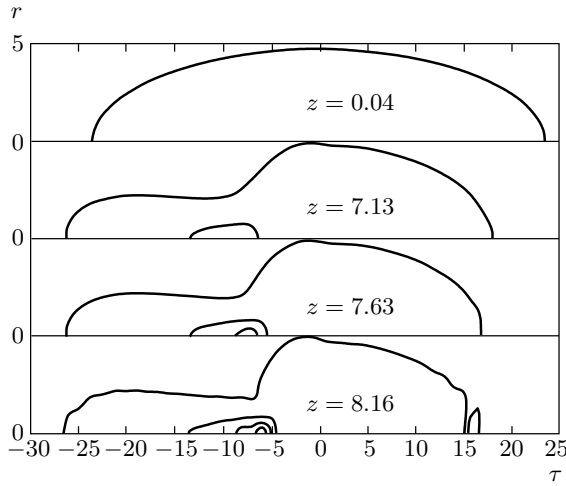
Для исследования особенностей самовоздействия в кластерной плазме обратимся к численному моделированию эволюции системы.

### 5.2. Самовоздействие в среде с нормальной дисперсией

Особенности самовоздействия лазерного импульса в однородной среде с нормальной дисперсией групповой скорости ( $\chi > 0$ ) определяются конкуренцией самофокусировочного сжатия в поперечном направлении и распыливания в продольном. Для трехмерных волновых пакетов с погонной мощностью  $P$ , превышающей критическую, процесс самосжатия оказывается преобладающим (см., например, [18–23] и цитируемую там литературу) и сопровождается значительным усилением поля вблизи оси системы. Оценка критической мощности самофокусировки в кластерной плазме дает

$$P_c = \left(\frac{a_0}{a}\right)^7 \frac{c^2}{4\alpha\omega^2} E_{cr}^2 c P_{cr}, \quad (40)$$

где  $P_{cr} = 11.7$  — хорошо известная из теории самофокусировки величина (безразмерная критическая мощность аксиально-симметричного однородного волнового пучка). Рассматривая соотношение (40) как локальное, можно заключить, что часть импульса (область  $\tau$ ), в которой возможна самофокусировка, определяется условием  $P/P_c > 1$  и оптимальные условия для самофокусировки создаются



**Рис. 4.** Картина изолиний поля с начальным распределением  $\psi(z = 0, r, \tau) = \exp(-0.5(r/4)^2 - 0.5(\tau/20)^2)$  для последовательных положений импульса в случае нормальной дисперсии. Деление пика поля на два вторичных является характерным для однородной среды без нелинейной дисперсии

в сечении  $\tau_{opt}$ , где достигается максимум отношения  $P/P_c \sim Pa^7$ . Рост размера кластера на длине импульса смещает, таким образом, сечение  $\tau_{opt}$  к заднему фронту. Нелинейная дисперсия в однородной среде [24], кроме деформации профиля огибающей трехмерного волнового пакета, влияет также на темп самофокусировки, усиливая его при малых значениях коэффициента  $\alpha$  и ослабляя и даже предотвращая самофокусировку при больших.

Результаты численного исследования динамики самовоздействия волнового пакета гауссовой формы в условиях нормальной дисперсии представлены на рис. 4 и 5.

Начальное распределение задавалось в виде

$$\psi(z = 0, r, \tau) = A_0 \exp(-0.5(r/a_r)^2 - 0.5(\tau/a_\tau)^2) \quad (41)$$

с параметрами  $a_r = 4, a_\tau = 20, A_0 = 1$ . При численном решении уравнения (39) зависимость  $d(\tau)$  аппроксимировалась кусочно-линейной функцией продольной координаты

$$d = 0, \tau > 0, \quad d = -\tau/a_\tau, \tau < 0,$$

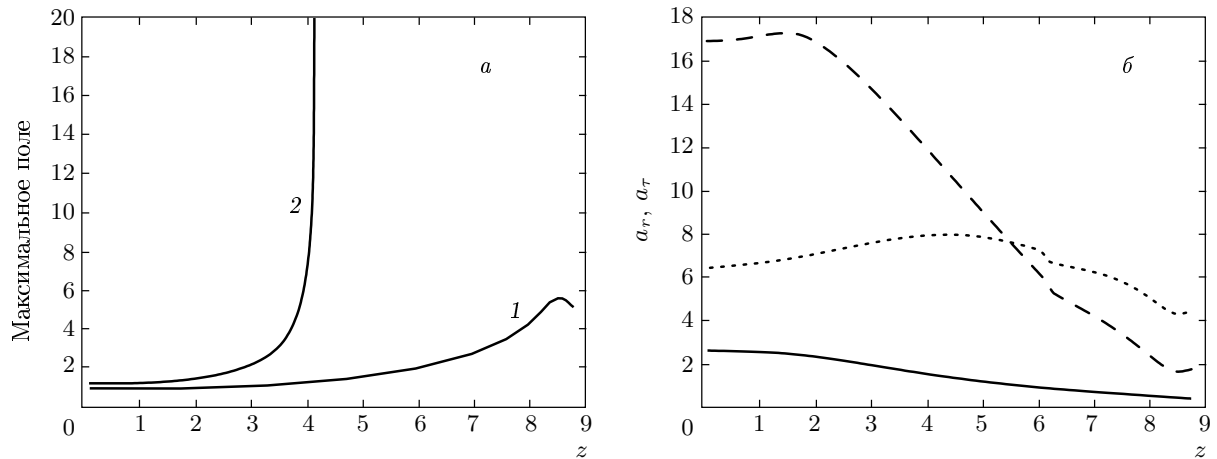
что моделирует степенной рост размера кластера на длине лазерного импульса. В соответствии с качественными представлениями максимум поля быстро смещается к заднему фронту импульса. Положение

максимума определяется в первую очередь оптимальными условиями для самофокусировки и зависит, таким образом, от профиля мощности импульса и профиля критической мощности. Самофокусировочное усиление поля вызывает вследствие зависимости групповой скорости от амплитуды появление приосевого потока энергии в направлении к переднему фронту импульса. Соответственно, пик поля сдвигается в область, где характерное поле нелинейности увеличивается и процесс самофокусировки ослабляется. По мере смещения максимума импульс дробится, как в однородной нелинейной среде с нормальной дисперсией.

На рис. 5а видно, насколько сильно динамика волнового пакета зависит от начальных условий. Для импульса с начальной амплитудой  $A_0 = 1$  имеет место относительно небольшое максимальное усиление  $A_{max}/A_0 \approx 5.5$  на расстоянии  $z \approx 8.5$  от входа в нелинейную среду. Увеличение начальной амплитуды до  $A_0 = 1.25$  приводит к резкому росту усиления поля на вдвое меньшей дистанции. Точность расчета в использованной численной схеме определяется продольным размером ячейки, и когда в процессе самосжатия появляются продольные масштабы поля порядка размера ячейки, точность становится недостаточной, и счет прерывается. Расчет варианта с  $A_0 = 1.25$  был прерван из-за нарушения точности при  $A_{max}/A_0 \approx 40$ , однако мы считаем, что настоящей особенности в решении нет, а имеют место те же самые процессы, что и в варианте с меньшей амплитудой  $A_0$ , также приводящие к ограничению особенности, но на значительно более высоких уровнях интенсивности в пике. Рисунок 5б иллюстрирует поведение характерных масштабов пика поля в варианте с  $A_0 = 1$ . Характерные масштабы  $a_r$  и  $a_\tau$  определялись здесь как расстояния (соответственно по радиусу и по продольной координате), на которых поле спадало по сравнению с максимальным значением в  $\epsilon$  раз. Пунктирная кривая на рис. 5б показывает, что изотропизации распределения поля в процессе эволюции не происходит (отношение  $a_\tau/a_r$  продольного и поперечного масштабов не стремится к единице), что характерно и для самовоздействия в однородной среде [18–23].

### 5.3. Самовоздействие в среде с аномальной дисперсией

При достаточно высокой плотности фоновой плазмы ( $\omega_{bg}^2/\omega^2 > \alpha a_{max}^3/a_0^3$ ) дисперсия групповой скорости в среде является аномальной. В этом случае реализуется режим самовоздействия, в ко-

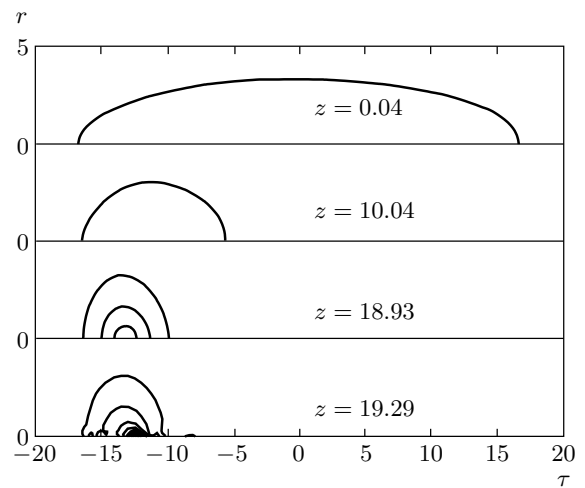


**Рис. 5.** Динамическая картина параметров, характеризующих структуру поля. На рисунке *a* показана динамика максимума поля. Для варианта с начальной амплитудой  $A_0 = 1$  (кривая 1) максимальное усиление поля  $A_{max}/A_0 \approx 5.5$  достигается на расстоянии  $z \approx 8.5$  от входа в нелинейную среду. Увеличение начальной амплитуды до  $A_0 = 1.25$  (кривая 2) приводит к резкому росту максимального усиления (фактически к образованию особенности поля) на вдвое меньшей дистанции  $z \approx 4.14$ . Рисунок *б* показывает поведение поперечного  $a_r$  (сплошная линия) и продольного  $a_\tau$  (штрихи) характерных масштабов пика поля. Пунктирной линией изображено отношение  $a_\tau/a_r$ .

тором дисперсия определяется фоновой плазмой, а нелинейность — ионизованными кластерами. Специфическая особенность такого режима самовоздействия в однородной среде связана с возможностью распределенного (трехмерного) коллапса. В результате можно ожидать наиболее высокого темпа пространственно-временной самофокусировки. Очевидно, что этому процессу будет способствовать и уменьшение характерного поля электронной нелинейности по мере расширения ионизованных кластеров.

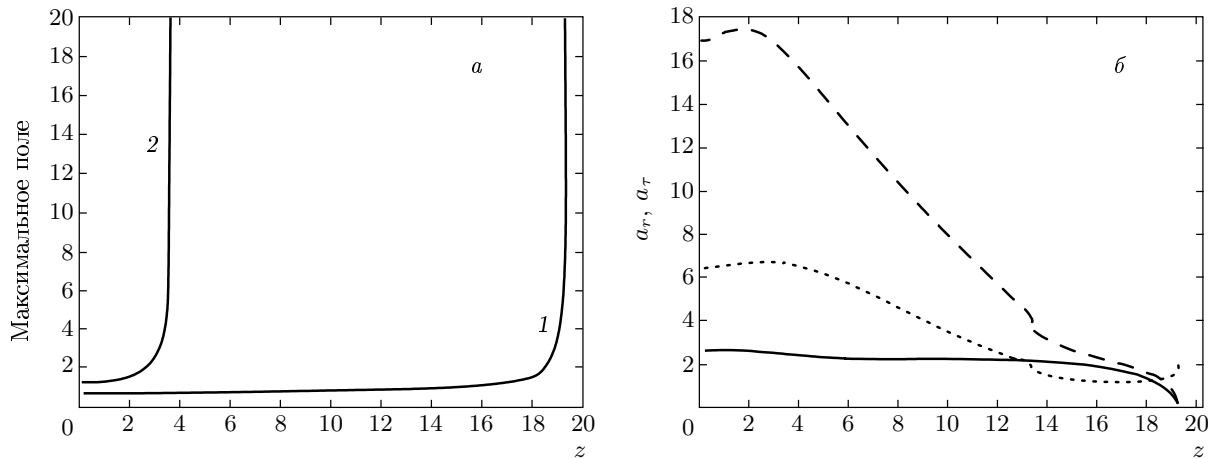
Результаты численного моделирования динамики самовоздействия лазерного излучения в условиях аномальной дисперсии подтверждают отмеченные выше особенности. Самофокусировка волнового пакета оказывается возможной при выполнении существенно более мягких условий (мощность поля в приведенном на рис. 6 варианте с коллапсом поля в 2 раза меньше, чем для варианта без особенности на рис. 4), чем в среде с нормальной дисперсией. Характерной чертой в эволюции системы является тенденция к симметризации структуры волнового поля (см. рис. 7б). Соответствующие сингулярные решения нелинейного уравнения Шредингера с конечным потоком энергии в особенность в режиме сферически-симметричного коллапса построены в работах [25, 26].

Точно так же, как и в среде с нормальной дисперсией начальный этап эволюции характеризуется



**Рис. 6.** Картина изолиний поля для последовательных положений импульса  $\psi(z = 0, r, \tau) = 0.71 \exp(-0.5(r/4)^2 - 0.5(\tau/20)^2)$  в случае аномальной дисперсии ( $\omega_{bg}^2/\omega^2 = 2\alpha$ ). На конечном этапе эволюции отчетливо прослеживается тенденция к сносу максимума в пике поля к переднему фронту импульса

смещением максимума поля к заднему фронту импульса, в область оптимальных условий самофокусировки. Далее с увеличением амплитуды также возрастает роль нелинейной дисперсии: максимум поля с возрастающей скоростью начинает сдвигаться в на-



**Рис. 7.** Динамическая картина параметров, характеризующих структуру поля. На рисунке *а* показана динамика максимума поля. Решение с начальной амплитудой  $A_0 = 0.71$  (кривая 1) стремится к особенности на расстоянии  $z \approx 19.3$  от входа в нелинейную среду. При увеличении амплитуды до  $A_0 = 1.25$  особенность образуется раньше (кривая 2), при  $z \approx 3.6$ . Рисунок *б* показывает поведение поперечного  $a_r$  (сплошная линия) и продольного  $a_z$  (штрихи) масштабов импульса. Пунктирной линией изображено отношение  $a_z/a_r$ , которое на конечном этапе эволюции близко к единице. Такая симметризация сжимающейся структуры характерна для режима сферически-симметричного коллапса

правлении к переднему фронту импульса, где роль нелинейных эффектов ослабляется. Система изолиний поля, соответствующая последним рассчитанным моментам эволюции, явно показывает тенденцию «выбегания» максимума поля из пика. Очевидно, что критерием в данном случае служит время, необходимое для того, чтобы максимум поля пробежал характерный продольный масштаб пика. Если это случится раньше, чем образуется особенность в решении, то это означает выход из режима коллапса.

На основе известного характера особенности решения в однородном случае ( $|\psi| \propto \zeta^{-1/2}$ ,  $\zeta = 0$  — момент образования особенности) [25, 26] можно заключить, что нелинейная дисперсия успевает предотвратить коллапс, поскольку расстояние, которое за «время»  $\zeta_0$  успеет пробежать пик поля, в этом случае логарифмически велико:

$$\int_{\zeta_0}^{\zeta} |\psi|^2 d\zeta \propto \ln(\zeta/\zeta_0) \xrightarrow{\zeta \rightarrow 0} \infty.$$

Однако достигаемые к этому моменту амплитуды поля настолько велики, а характерные масштабы так малы, что фактически можно говорить о коллапсе.

Таким образом, наличие фоновой плазмы существенным образом сказывается на динамике само-

воздействия, и особенно сильно это проявляется для импульсов, в которых характерные дисперсионный и дифракционный масштабы одного порядка: укорочение импульса в среде с аномальной дисперсией практически не сказывается на условиях и моменте образования особенности, а в среде с нормальной дисперсией (кластерной плазме без фона) для реализации самофокусировки требуется значительное увеличение мощности излучения.

При меньшей плотности фоновой плазмы

$$\omega_{bg}^2/\omega^2 < \alpha a_{max}^3/a_0^3$$

среда обладает комбинированной дисперсией: на переднем фронте импульса дисперсия групповой скорости оказывается аномальной, а на заднем — нормальной. Кластерная и плазменная дисперсии имеют разные знаки, и поэтому в той или иной степени взаимно компенсируются, причем в сечении, где

$$\omega_{bg}^2/\omega^2 = \alpha a^3/a_0^3,$$

компенсация оказывается полной. Смещение области эффективного самовоздействия к заднему фронту импульса, а потом в обратном направлении, которое характерно для обоих типов дисперсии среды, приводит к тому, что поведение решения является некоторым промежуточным между двумя рассмотренными выше.

## 6. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В данной работе рассмотрены особенности динамики самовоздействия лазерного излучения в кластерной плазме. На основе модели одиночного кластера в виде плазменного сгустка, находящегося в фоновой плазме, обосновано материальное уравнение для нанодисперсной ионизованной среды. Сравнительный анализ механизмов нелинейности показал, что в поле ультракороткого лазерного импульса наиболее низкого порога является электронная нелинейность ионизованного кластера, связанная с ангармонизмом колебаний электронов в лазерном поле. Отклик среды на воздействие поля и особенно его нелинейная часть оказались сильно зависящими от размера ионизованного кластера. Поэтому при построении самосогласованной картины взаимодействия лазерного излучения с кластерной плазмой проведен необходимый учет процесса расширения плазменного сгустка, соответствующий экспериментальным данным.

Исследована динамика самовоздействия ультракороткого лазерного импульса. Эволюция огибающей волнового пакета определяется электронной нелинейностью ионизованного кластера и дисперсией сильно неоднородной среды. Показано, что при всех видах дисперсии групповой скорости (нормальной, комбинированной, аномальной) эволюция системы происходит сходным образом. В случае редкой фоновой плазмы при мощности лазерного излучения, превышающей критическую мощность самофокусировки, динамика самовоздействия волнового поля развивается как в однородной среде с нормальной дисперсией. Новые особенности, связанные с резкой зависимостью критической мощности самофокусировки от размера кластера, проявляются в заметном увеличении темпа сжатия волнового пучка, достижении более высоких значений поля и смещении максимума поля к заднему фронту импульса. Поскольку самосжатие волнового поля происходит, в основном, в задней части импульса, картина самовоздействия в режиме с комбинированной дисперсией (аномальная дисперсия на переднем фронте сменяется нормальной на заднем) практически не отличается от соответствующей в случае нормальной дисперсии. В достаточно плотной фоновой плазме, в которой дисперсия является аномальной, из новых особенностей в динамике самовоздействия следует отметить формирование в процессе сжатия почти сферически-симметричной области сильного поля.

В приложении к экспериментальному исследованию взаимодействия лазерного излучения с кластер-

ной плазмой следует отметить сильную зависимость рассматриваемых процессов от размера ионизованного кластера. При этом оказывается, что в широком диапазоне изменения параметров среды самовоздействие лазерного излучения протекает сходным образом, если мощность превышает критическую мощность самофокусировки. Здесь следует ожидать как заметного укорочения длительности импульса, так и уменьшения поперечного размера волнового пучка, прошедшего через среду.

Критическая мощность в случае электронной нелинейности

$$P_{cr} \approx \left(\frac{a_0}{a}\right)^7 \left(\frac{\omega_c^2}{\omega^2} \frac{\omega}{c} a_0\right)^2 \cdot 10^{12} \text{ Вт} \quad (42)$$

очень сильно снижается при увеличении относительного размера расширяющегося ионизованного кластера. Отсюда видно, что возможность экспериментального наблюдения эффектов самовоздействия в кластерной плазме существенным образом зависит от темпа расширения кластера. Вблизи переднего фронта импульса критическая мощность оказывается довольно большой. Однако в динамическом режиме увеличение размера в 2 раза по сравнению с начальным уменьшает критическую мощность на полтора порядка. Так, например, для параметров эксперимента [10] ( $\lambda = 800$  нм,  $a_0 \approx 300$  Å,  $n_a \approx 10^{24}$  см<sup>-3</sup>) критическая мощность самофокусировки оказывается

$$P_{cr} \approx 10^{13} (a_0/a)^7 \text{ Вт}. \quad (43)$$

Таким образом, для пиковой мощности в этих экспериментах  $P \sim 10^{10}$  Вт пороговые условия для наблюдения самофокусировки будут выполнены, если в области максимума поля увеличение размера кластера составит  $a/a_0 = 3$ . Отсюда мы заключаем, что эксперименты по наблюдению самофокусировки в работе [10] могут быть интерпретированы на основе предложенного механизма. Следует отметить, что оценку наблюдения самофокусировки на основе параметра критической мощности следует рассматривать как завышенную. Об этом свидетельствуют численные расчеты динамики самофокусировки в среде с нормальной дисперсией групповой скорости. Еще большего уменьшения пороговых характеристик следует ожидать при увеличении плотности фоновой плазмы и переходе в режим аномальной дисперсии.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (гранты №№ 05-02-17509, 04-02-16684).

## ЛИТЕРАТУРА

1. A. McPherson, T. S. Luk, D. D. Thompson et al., Phys. Rev. Lett. **72**, 1810 (1994).
2. Y. L. Shao, T. Ditmire, T. W. G. Tisch et al., Phys. Rev. Lett. **77**, 3343 (1996).
3. T. Ditmire, T. W. G. Tisch, E. Springate et al., Phys. Rev. Lett. **78**, 2732 (1997); M. Lezius, S. Dobosz, D. Normand et al., Phys. Rev. Lett. **80**, 261 (1998).
4. Y. Kumarappan, M. Krishnamurthy, and J. Mathuv, Phys. Rev. Lett. **87**, 085005 (2001).
5. A. B. Borisov, A. McPherson et al., J. Phys. B **29**, 247 (1996); A. B. Borisov, A. McPherson et al., J. Phys. B **29**, 113 (1996).
6. Э. Л. Нараев, УФН **162**, 50 (1992); А. А. Ликартер УФН **162**, 119 (1992).
7. А. В. Елецкий, Б. М. Смирнов, УФН **163**, 33 (1993); Б. М. Смирнов, УФН **170**, 495 (2000).
8. Б. М. Смирнов, *Физика фрактальных кластеров*, Наука, Москва (1991).
9. T. Donnelly, T. Ditmire, N. Neuman et al., Phys. Rev. Lett. **76**, 14 (1996).
10. I. Alexeev, T. M. Antonsen, K. Y. Kim, and H. M. Milchberg, Phys. Rev. Lett. **90**, 103401 (2003); K. Y. Kim, I. Alexeev, E. Parra, and H. M. Milchberg, Phys. Rev. Lett. **90**, 023401 (2003); K. Y. Kim, I. Alexeev, V. Kumarappan et al., Phys. Plasmas **11**, 2882 (2004).
11. Н. А. Жарова, А. Г. Литвак, В. А. Миронов, Письма в ЖЭТФ **78**, 1112 (2003).
12. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, *Электродинамика сплошных сред*, Наука, Москва (1982).
13. T. Tajima, Y. Kishimoto, and M. G. Downer, Phys. Plas. **10**, 3759 (1999); J. W. G. Tisch, Phys. Rev. A **62**, 041802 (2000).
14. В. П. Крайнов, М. Б. Смирнов, УФН **170**, 969 (2000); V. P. Krainov and M. B. Smirnov, Phys. Rep. **370**, 237 (2002).
15. P. B. Parks, T. E. Cowan, R. B. Stephens, and E. M. Campbell, Phys. Rev. A **63**, 063203 (2001); S. V. Fomichev, S. V. Popruzhenko, D. F. Zaretsky, and W. Becker, J. Phys. B **36**, 3817 (2003).
16. C. Jungreuthmayer, M. Geissler, J. Zanghellini, and T. Brabec, Phys. Rev. Lett. **92**, 133401 (2004).
17. Л. П. Пятаевский, ЖЭТФ **39**, 1450 (1960); Ю. А. Кравцов, Ю. И. Орлов, *Геометрическая оптика неоднородных сред*, Наука, Москва (1980).
18. Н. А. Жарова, А. Г. Литвак, Т. А. Петрова и др., Письма в ЖЭТФ **44**, 12 (1986); Н. А. Жарова, А. Г. Литвак, Т. А. Петрова и др., Изв. ВУЗов, Радиофизика **29**, 1137 (1986).
19. J. E. Rothenberg, Opt. Lett. **17**, 583 (1992); P. Chernev and V. Petrov, Opt. Lett. **17**, 172 (1992); Opt. Commun. **87**, 28 (1992).
20. G. G. Luther, A. C. Newell, and J. V. Moloney, Physica A **49**, 4085 (1994); G. G. Luther, A. C. Newell, J. V. Moloney et al., Opt. Lett. **19**, 789 (1994); *ibid* **19**, 862 (1994).
21. L. Berge and J. J. Rasmussen, Phys. Plasmas **3**, 824 (1996); L. Berge, J. J. Rasmussen, E. A. Kuznetsov et al., J. Opt. Soc. Amer. B **20**, 1879 (1996); L. Berge, E. A. Kuznetsov, and J. J. Rasmussen, Phys. Rev. E **53**, R1340 (1996); G. Fibich, V. M. Malkin, and G. C. Papanicolaou, Phys. Rev. A **52**, 4218 (1995).
22. Н. А. Жарова, А. Г. Литвак, В. А. Миронов, Письма в ЖЭТФ **75**, 655 (2002); Н. А. Жарова, А. Г. Литвак, В. А. Миронов, ЖЭТФ **123**, 726 (2003).
23. L. Berge, K. Germaschewski, R. Grauer, and J. J. Rasmussen, Phys. Rev. Lett. **89**, 153902 (2002).
24. Н. А. Жарова, А. Г. Литвак, В. А. Миронов, Изв. ВУЗов, Радиофизика **46**, 331 (2003).
25. С. Н. Власов, Л. В. Пискунова, В. И. Таланов, ЖЭТФ **95**, 1945 (1989); С. Н. Власов, Изв. ВУЗов, Радиофизика **42**, 468 (1999).
26. В. Е. Захаров, Н. Е. Косматов, В. Ф. Швец, Письма в ЖЭТФ **49**, 431 (1989); В. М. Малкин, Письма в ЖЭТФ **48**, 603 (1988).