

# МАГНИТОПОЛЯРОННОЕ СОСТОЯНИЕ ЧАСТИЦ В КВАНТОВЫХ КОЛЬЦАХ КОНЕЧНОЙ ШИРИНЫ

*В. М. Ковалев\*, А. В. Чаплик*

*Институт физики полупроводников Сибирского отделения Российской академии наук  
630090, Новосибирск, Россия*

Поступила в редакцию 28 февраля 2005 г.

Найдены энергии электронного и дырочного поляронов слабой связи в квантовых кольцах конечной ширины в однородном магнитном поле. Показано, что поляронные поправки имеют осциллирующее поведение как функции магнитного поля. Рассмотрено влияние поляронных поправок на спектры поглощения и испускания света экситоном в квантовом кольце.

PACS: 73.20.Mf, 78.67.Hc

## 1. ВВЕДЕНИЕ

Электрон-фононное взаимодействие в системах пониженной размерности обсуждается в литературе с самого начала формирования физики низкоразмерных систем как самостоятельной области физики твердого тела. Уже в известном обзоре Андо, Фаулера и Стерна 1982 года [1] на примере двумерной электронной системы в кремнии рассматривалось влияние акустических фононов на подвижность электронов инверсионного канала. В низкоразмерных системах на основе  $A_3B_5$  (так же, как и в объемных образцах) существенный интерес представляют поляронные эффекты, обусловленные оптическими фононами. Они обсуждались в работах [2] (квантовые проволоки) и [3, 4] (квантовые точки), причем было учтено влияние сильного магнитного поля (сильного в том смысле, что магнитная длина считалась одного порядка или меньше размеров области движения носителей заряда). На примере квантовой точки [4] было показано, что поляронные эффекты возрастают с уменьшением размера квантовой точки: сдвиг энергии электрона за счет связи с полярными оптическими фононами обратно пропорционален радиусу квантовой точки.

Особое место среди нанообъектов занимают квантовые кольца. Их главной топологической особенностью является неодносвязность области движения электрона, что приводит при наложении

магнитного поля к осцилляциям Аронова–Бома. Как хорошо известно, сами осцилляции Аронова–Бома возникают, даже если электрон не испытывает силы Лоренца (тонкий соленоид внутри кольца). Однако с экспериментальной точки зрения типичной является ситуация, когда к системе приложено однородное магнитное поле, а кольцо обладает конечной шириной. В этом случае магнитное поле может существенно влиять на радиальное движение частиц.

Технология получения квантовых колец с характерным радиусом 10–100 нм впервые была описана в работах [5]. В ансамбле самоорганизованных квантовых точек InAs на поверхности GaAs при определенных условиях происходит диффузия материала к краям точек, так что возникают объекты, напоминающие кратер вулкана. В центре образуется область, свободная от InAs, с типичным диаметром 20 нм. Внешний диаметр «кратера» авторы работ [5] оценивают в 60–120 нм. Таким образом, возникает ансамбль колец, радиус которых сопоставим с эффективным боровским радиусом электрона в InAs.

Поляронные эффекты в квантовых кольцах конечной ширины, помещенных в магнитное поле, должны отличаться существенными особенностями. Главной из них является немонохроматичность осцилляций Аронова–Бома поляронного сдвига, вызванная различием магнитных потоков, охватываемых разными электронными траекториями. Кроме того, при рождении экситона вклады в поляриза-

\*E-mail: vadimkovalev@isp.nsc.ru

цию среды от электрона и дырки противоположны по знаку, и для вычисления суммарного эффекта, определяемого волновыми функциями частиц, существенно учитывать конечную ширину кольца. Настоящая работа посвящена теоретическому изучению формирования магнитополяронов в квантовом кольце с учетом радиального движения частиц и влияния поляронных эффектов на межзонные оптические переходы.

## 2. ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЙ СПЕКТР И ВОЛНОВЫЕ ФУНКЦИИ ЧАСТИЦ В КВАНТОВОМ КОЛЬЦЕ

В текущей литературе для учета конечной ширины квантового кольца было предложено несколько моделей потенциала: потенциал с жесткими стенками [6], параболический потенциал [7], а также (см. [8]) потенциальная энергия вида

$$V(r) = \frac{a_1}{r^2} + a_2 r^2, \quad (1)$$

которую мы используем в дальнейших вычислениях.

Здесь  $r$  — радиус-вектор частицы в полярной системе координат,  $a_1, a_2$  — некоторые параметры. Потенциал (1) допускает аналитическое решение уравнения Шредингера в магнитном поле, а с другой стороны, позволяет моделировать кольцо конечной ширины.

Разложение энергии (1) вблизи минимума  $V(r_0) = \min(V(r))$  дает

$$V(r) = \text{const} + \frac{m^* \omega_0^2}{2} (r - r_0)^2, \quad (2)$$

откуда можно получить связь  $a_1, a_2$  с параметрами  $r_0$  и  $\omega_0$ , найденными экспериментально [5]:

$$\omega_0 = \sqrt{8a_2/m^*}, \quad r_0 = (a_1/a_2)^{1/4}, \quad (3)$$

где  $m^*$  — эффективная масса частицы. Тогда гамильтониан электрона в потенциале (1) и однородном магнитном поле  $\mathbf{B} = (0, 0, B)$  (ось  $z$  — перпендикулярна плоскости кольца) есть [8]

$$\hat{H}_e = -\frac{\hbar}{2m_e^*} \left[ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} \right] - i \frac{\hbar \omega_B}{2} \frac{\partial}{\partial \varphi} + \frac{m_e^* \omega_B^2 r^2}{8} + \frac{a_1}{r^2} + \frac{m_e^* \omega_0^2 r^2}{8}, \quad (4)$$

где  $\omega_B = eB/m_e^* c$  — циклотронная частота электрона,  $m_e^*$  — эффективная масса электрона. Решение уравнения Шредингера  $\hat{H}_e \psi(r, \varphi) = E_e \psi(r, \varphi)$  для латерального движения электрона запишется в виде

(здесь и далее рассматриваем состояния с радиальным квантовым числом  $n_r = 0$ ) [8]

$$\begin{aligned} \psi_M &= C_M r^M \exp\left(-\frac{r^2}{4a_e^2}\right) e^{il_e \varphi}, \\ C_M &= \frac{1}{a_e^{M+1}} \sqrt{\frac{1}{2^M \Gamma(M+1)}} \frac{1}{\sqrt{2\pi}}, \\ M^2 &= l_e^2 + \frac{2m_e^* a_1}{\hbar^2}, \\ E_e &= \hbar \Omega_e \left(\frac{M+1}{2}\right) + \frac{l_e}{2} \hbar \omega_{Be} + E_g, \end{aligned} \quad (5)$$

здесь  $l_e$  — собственное значение оператора проекции углового момента электрона,  $E_g = 0.354$  эВ — ширина запрещенной зоны InAs,  $\Omega_e = \sqrt{\omega_{Be}^2 + \omega_0^2}$  — комбинированная частота,  $a_e = \sqrt{\hbar/m_e^* \Omega_e}$  — осцилляторная длина электрона для комбинированной частоты  $\Omega_e$ . Аналогичным образом можно найти волновые функции и спектр дырок. Для дальнейших ссылок выпишем их:

$$\begin{aligned} \psi_N &= C_N r^N \exp\left(-\frac{r^2}{4a_h^2}\right) e^{ih \varphi}, \\ C_N &= \frac{1}{a_h^{N+1}} \sqrt{\frac{1}{2^N \Gamma(N+1)}} \frac{1}{\sqrt{2\pi}}, \\ N^2 &= l_h^2 + \frac{2m_h^* a_1}{\hbar^2}, \\ E_h &= -\hbar \Omega_h \left(\frac{N+1}{2}\right) - \frac{l_h}{2} \hbar \omega_{Bh}. \end{aligned} \quad (6)$$

Обозначения аналогичны использованным в выражении (5). Отсчет энергии в формулах (5) и (6) ведется от потолка валентной зоны. В дальнейших вычислениях считаем параметры  $r_0$  и  $\omega_0$  для простоты одинаковыми для электронов и дырок (если обратное не оговорено) и различие между электроном и дыркой происходит от разных значений эффективных масс частиц и знаков их заряда. Такое приближение незначительно скажется на результатах.

## 3. ЭЛЕКТРОННЫЙ И ДЫРОЧНЫЙ ПОЛЯРОНЫ

Как указывалось выше, сильная локализация частиц в квантовых кольцах может привести к увеличению их взаимодействия с продольными оптическими фононами и в результате к заметному изменению энергий квантования частиц (поляронный сдвиг). Для вычисления энергии связи полярона к гамильтониану (4), описывающему движение электрона в квантовом кольце, следует добавить гамильтониан свободных фононов и электрон-фононное взаимодействие:

$$H = T_e + \sum_{\mathbf{q}} \hbar\omega_{\mathbf{q}} b_{\mathbf{q}}^{\dagger} b_{\mathbf{q}} + \sum_{\mathbf{q}} F_{\mathbf{q}}(\mathbf{r})(b_{\mathbf{q}} + b_{-\mathbf{q}}^{\dagger}), \quad (7)$$

$$F_{\mathbf{q}}(\mathbf{r}) = D_{\mathbf{q}} e^{i\mathbf{q}\cdot\mathbf{r}} = \frac{e}{q} \sqrt{\frac{2\pi\hbar\omega_{\mathbf{q}}}{\varepsilon^*}} e^{i\mathbf{q}\cdot\mathbf{r}}.$$

Здесь  $b_{\mathbf{q}}$  ( $b_{\mathbf{q}}^{\dagger}$ ) — операторы уничтожения (рождения) фононов с волновым вектором  $\mathbf{q}$ ,  $e$  — заряд электрона,  $\varepsilon^{*-1} = \varepsilon_{\infty}^{-1} - \varepsilon_0^{-1}$  — эффективная оптическая диэлектрическая проницаемость,  $\omega_{\mathbf{q}}$  — частота фонона. В случае полярона слабой связи поляронную поправку можно вычислить по теории возмущений:

$$\Delta E_l = - \sum_{q,l'} \frac{|P_{ll'}(q)|^2}{E_{l'} - E_l + \hbar\omega_q - \Delta}, \quad (8)$$

$$\Delta = \Delta E_l - \Delta E_G,$$

где  $P_{ll'}(q)$  — матричный элемент электрон-фононного взаимодействия. Величина  $\Delta$  зависит от вида теории возмущений. Известно (см., например, [9]), что теория возмущений Рэлея — Шредингера ( $\Delta = 0$ ) хорошо описывает поправку только к основному состоянию системы. Для возбужденных состояний следует применять теорию возмущений Вигнера — Бриллюэна, где  $\Delta = \Delta E_l - \Delta E_G$ . Здесь  $\Delta E_G$  — поляронная поправка к основному состоянию, вычисленная при  $\Delta = 0$ . В случае бездисперсионных оптических фононов ( $\omega_q = \omega_{opt} = \text{const}$ ) поляронная поправка к состояниям электрона есть (см. Приложение)

$$\Delta E(l_e) = - \frac{e^2 \hbar \omega_{opt}}{\varepsilon^* a_e} \sum_{l'} \frac{A(l_e \rightarrow l'_e)}{E_{l'_e} - E_{l_e} + \hbar\omega_q - \Delta},$$

$$A(l_e \rightarrow l'_e) = \frac{\Gamma^2(\Delta l_e/2 + M'/2 + M/2 + 1)}{\Gamma^2(\Delta l_e + 1) \Gamma(M+1) \Gamma(M'+1)} \times \quad (9)$$

$$\times \int_0^{\infty} \frac{dt}{2\pi} t^{\Delta l_e} F^2 \left( \frac{\Delta l_e}{2} + \frac{M'}{2} + \frac{M}{2} + 1; \Delta l_e + 1; -t^2 \right),$$

$F$  — вырожденная гипергеометрическая функция,  $\Gamma$  — гамма-функция. Результат для дырочного полярона имеет идентичный вид, с заменой  $a_e \rightarrow a_h$ . На рис. 1 показан энергетический спектр электрона в квантовом кольце, когда  $\hbar\omega_0 = 12\hbar^2/2m^*r_0^2$ . На рисунке видно, что при учете конечной ширины кольца спектр существенно отличается от одномерной модели

$$E_l = \frac{\hbar^2}{2m^*r_0^2} \left( l + \frac{\Phi}{\Phi_0} \right)^2,$$

где  $\Phi_0 = hc/e$  — квант магнитного потока. Естественно ожидать, что спектр системы при увеличении отношения радиального кванта к вращательному будет все более и более приближаться к спектру

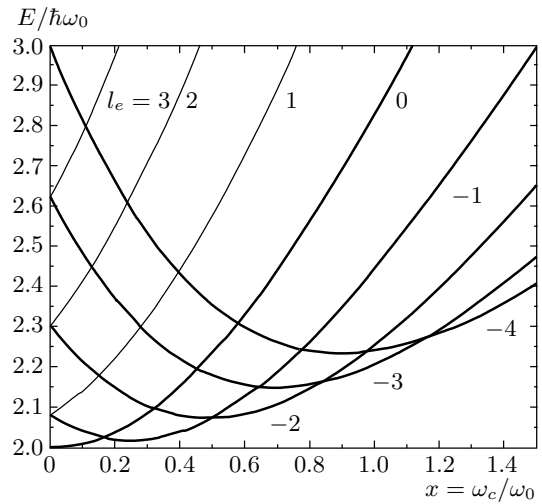


Рис. 1. Энергетический спектр широкого квантового кольца

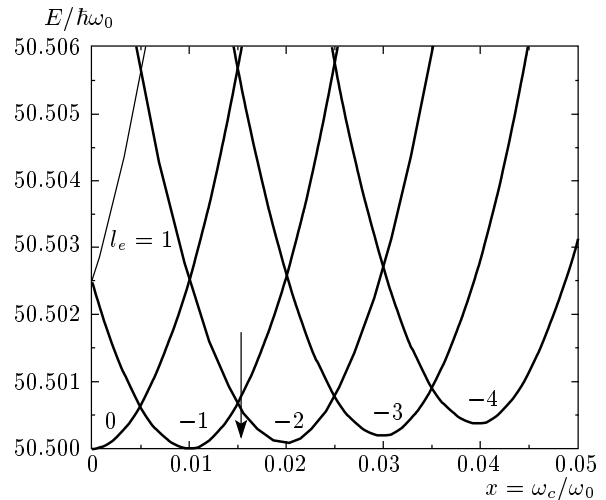


Рис. 2. Энергетический спектр узкого квантового кольца

одномерной системы  $E_l$ . Это иллюстрируется рис. 2, где  $\hbar\omega_0 = 400\hbar^2/2m^*r_0^2$ . Стрелкой на рисунке показано значение магнитного поля, равное 1 Тл. Значения квантового числа  $l_e$  указаны на рисунке. На рис. 1, 2 энергия нормирована на величину радиального кванта  $\hbar\omega_0$ . Поляронные поправки к состояниям с различными значениями  $l_e$ , вычисленные по формуле (9), приведены на рис. 3. Как видно на рис. 3, кроме осцилляторной составляющей существует плавная огибающая, происхождение которой связано с магнитолевой зависимостью радиальных волновых функций электрона. На рис. 4а

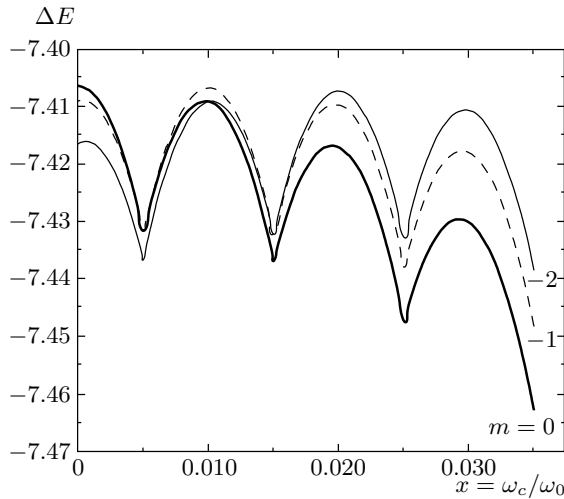


Рис. 3. Зависимости поляронных поправок к энергии электрона от магнитного поля в квантовом кольце для состояний с различными  $l_e$

представлена магнитолевая зависимость основного состояния электрона в квантовом кольце, а на рис. 4б — поляронная поправка ( $\Delta E_G$ ) к нему, вычисленная по формуле (9). Видно, что эта зависимость также является осциллирующей. Аналогично рис. 3, на графике имеется огибающая, однако она гораздо слабее меняется с магнитным полем, чем для возбужденных состояний. Все представленные на рис. 2–4 расчеты выполнены при соотношении параметров  $\hbar\omega_0 = 400\hbar^2/2m^*r_0^2$ .

#### 4. ЭКСИТОННЫЙ ПОЛЯРОН И МЕЖЗОННЫЕ ОПТИЧЕСКИЕ ПЕРЕХОДЫ

При поглощении кванта света с энергией, превышающей ширину запрещенной зоны материала, в квантовом кольце рождаются электрон и дырка одновременно. Каждая из частиц поляризует среду, причем эта поляризация имеет разные знаки. В результате эти поляризационные ямы частично компенсируют друг друга. Как показано в работе [4], в сферических квантовых точках компенсация не является точной только при учете вырождения валентной зоны материала. В рассматриваемом случае вследствие сильного квантования в вертикальном направлении вырождение снимается, однако полной компенсации поляризаций не происходит по причине сильного различия эффективных масс электрона и тяжелой дырки. Теперь обратимся к анализу межзонных переходов. До поглощения фотона в квантовом кольце не было заряженных частиц и,

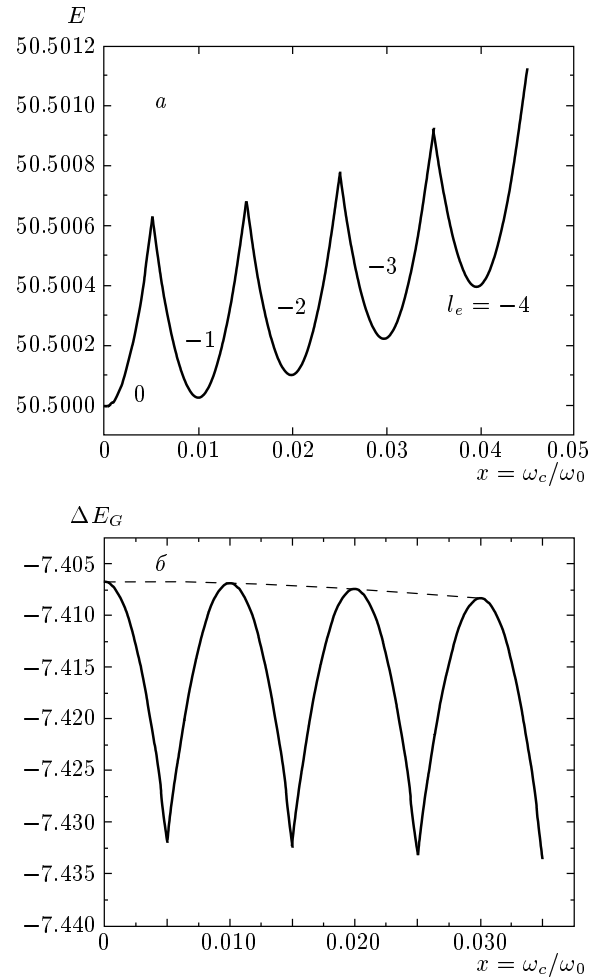


Рис. 4. Зависимости основного состояния электрона в квантовом кольце (а) и поляронной поправки к нему (б) от магнитного поля

следовательно, среда была неполяризованной. После поглощения (конечное состояние системы) имеет электрон в зоне проводимости и дырка в валентной зоне, что приводит к поляризации материала. Это означает, что волновые функции осцилляторов среды до поглощения  $\Phi^i$  и после поглощения  $\Phi^f$  не ортогональны:  $\langle \Phi^i | \Phi^f \rangle \neq 0$ , так как функции  $\Phi^f$  имеют смещенное положение равновесия вследствие поляризации [4]. С учетом этого обстоятельства вероятность поглощения кванта света  $\hbar\omega$  в дипольном приближении можно записать в виде

$$W_{abs} = \frac{2\pi}{\hbar} |p_{CV}|^2 |I(l_e, l_h)|^2 \times \sum_K W_K \delta(E_{eh} - E_K - \hbar\omega), \quad (10)$$

где  $E_{eh}$  — энергия перехода,  $E_K = K\hbar\omega_{opt}$  ( $K$  — целое число) — суммарная энергия фононов, сопро-

возбуждающих межзонный переход,  $W_K$  — вероятность испускания  $K$  фононов при переходе,  $I(l_e, l_h)$  — интеграл перекрытия огибающих электрона и дырки,  $p_{CV}$  — межзонный матричный элемент перехода по блоховским множителям. Вероятность испускания фононов  $W_K$  определяется величиной скалярного произведения осцилляторных функций среды  $\langle \Phi^i | \Phi^f \rangle$ . Для случая бездисперсионных оптических фононов  $\hbar\omega_q = \hbar\omega_{opt}$  эта вероятность определяется выражением (детали расчета см. в работе [4])

$$W_K = \frac{S_0^K}{2^K K!} \exp\left(-\frac{S_0^2}{2}\right), \quad (11)$$

$$S_0 = \frac{\delta K_{ex}}{\hbar\omega_{opt}},$$

где  $\delta E_{ex}$  — полный поляронный сдвиг экситона, определяемый ниже (см. (16), (17)). Для вероятности испускания кванта света выражение

$$W_{em} = \frac{2\pi}{\hbar} |p_{CV}|^2 |I(l_e, l_h)|^2 \times \sum_K W_K \delta(E_{eh} - E_K - \Delta E_S - \hbar\omega) \quad (12)$$

отличается от вероятности поглощения (10) наличием стокова сдвига  $\Delta E_S$ , определяемого формулой (см. [4])

$$\Delta E_S = 2\delta E_{ex}. \quad (13)$$

Из формул (11), (13) видно, что как интенсивность фононных повторений, так и стоков сдвиг спектра определяются величиной  $\delta E_{ex}$  — перенормировкой спектра экситона вследствие образования поляронного состояния. Как мы покажем ниже, эта величина является осциллирующей функцией магнитного поля (аналогично спектру электрона, рассмотренному в предыдущей главе), что приводит к осцилляциям стокова сдвига и интенсивностей фононных повторений. Отметим, что осцилляции интенсивности экситонной люминесценции в квантовых кольцах были предсказаны в работе [10].

Для определения величины  $\delta E_{ex}$  запишем гамильтониан двух частиц, электрона и дырки, в квантовом кольце, взаимодействующих с продольными оптическими фононами:

$$H = T_e + T_h + V_C(|\mathbf{r}_e - \mathbf{r}_h|) + \sum_{\mathbf{q}} \hbar\omega_{\mathbf{q}} b_{\mathbf{q}}^+ b_{\mathbf{q}} + \sum_{\mathbf{q}} (F_{\mathbf{q}}(\mathbf{r}_e) - F_{\mathbf{q}}(\mathbf{r}_h)) (b_{\mathbf{q}} + b_{-\mathbf{q}}^+). \quad (14)$$

Поскольку при создании квантовых колец радиус  $r_0$  может меняться в довольно широких пределах, следует рассмотреть две возможные ситуации.

При достаточно малых радиусах ( $r_0 \ll a_B^*$ ,  $a_B^*$  — эффективный боровский радиус экситона в материале кольца) кулоновским взаимодействием можно пренебречь. В этом случае динамика электрона и дырки независима, уравнение Шредингера распадается на два уравнения, для электрона и дырки, решение которых приведено в разд. 2 (формулы (5), (6)). Поляронные поправки к спектру электрон-дырочной пары вычисляются по формуле, аналогичной (8), где следует заменить матричный элемент  $P_{ll'}$  ( $q$ ) на сумму матричных элементов электрон-фононного и дырочно-фононного взаимодействий (третье слагаемое в формуле (14)). Вычисления дают

$$\delta E_{ex} = \Delta E_e + \Delta E_h + \Delta E_{mix}. \quad (15)$$

Здесь  $\Delta E_e$ ,  $\Delta E_h$  — поляронные сдвиги соответственно электрона и дырки, а  $\Delta E_{mix}$  — комбинированный сдвиг. Каждый из этих вкладов вычисляется аналогично процедуре, изложенной в Приложении. Одночастичные сдвиги энергии  $\Delta E_e$ ,  $\Delta E_h$  определяются формулой (9), а для  $\Delta E_{mix}$  получаем

$$\Delta E_{mix} = -\frac{e^2 \hbar\omega_{opt}}{\varepsilon^*} \sum_{\alpha'} \frac{B_{\alpha \rightarrow \alpha'}}{E_{\alpha'} - E_{\alpha} + \hbar\omega_q - \Delta},$$

$$B_{\alpha \rightarrow \alpha'} = \left[ \Gamma(\Delta l_e + 1) \Gamma(\Delta l_h + 1) \times \sqrt{\Gamma(M+1) \Gamma(M'+1) \Gamma(N+1) \Gamma(N'+1)} \right]^{-1} \times$$

$$\times \Gamma\left(\frac{\Delta l_e}{2} + \frac{M'}{2} + \frac{M}{2} + 1\right) \times$$

$$\times \Gamma\left(\frac{\Delta l_e}{2} + \frac{N'}{2} + \frac{N}{2} + 1\right) \frac{a_e^{\Delta l_e} a_h^{\Delta l_h}}{2^{\Delta l_e + \Delta l_h}} \times \quad (16)$$

$$\times \int_0^{\infty} \frac{dq_x}{2\pi} q_x^{\Delta l_e + \Delta l_h} \times$$

$$\times F\left(\frac{\Delta l_e + M' + M + 2}{2}; \Delta l_e + 1; -\frac{(q_{\parallel} a_e)^2}{2}\right) \times$$

$$\times F\left(\frac{\Delta l_h + N' + N + 2}{2}; \Delta l_h + 1; -\frac{(q_{\parallel} a_h)^2}{2}\right),$$

где  $\alpha$  — совокупность квантовых чисел ( $l_e, l_h$ ). Таким образом, поскольку при  $r_0 \ll a_B^*$  частицы движутся независимо и каждое из слагаемых в формуле (15) имеет как функция магнитного поля осциллирующий характер, следует ожидать осцилляций стокова сдвига  $\Delta E_S$  и интенсивности  $W_K$  согласно выражениям (11), (13).

В противоположном случае,  $r_0 \gg a_B^*$ , требуется учет влияния кулоновского потенциала на динамику частиц, поэтому получить точный аналитический результат не удастся. Проведем качественный анализ. Воспользуемся приближением адиабатично-

сти движения в радиальном направлении аналогично работе [11]. Следуя изложенной там процедуре вычисления, для спектра экситона можно получить

$$E_J = E_{rad} + \langle B \rangle J^2 + \langle E_{rel}(\Phi) \rangle, \quad (17)$$

$$B = \frac{\hbar^2}{2(m_e^* r_e^2 + m_h^* r_h^2)}.$$

Здесь  $J = l_e + l_h$  — полный момент экситона, первое слагаемое — энергия радиального движения частиц, второе — энергия движения экситона как целого, последнее — энергия связанного состояния частиц. Угловые скобки означают усреднение по радиальным координатам частиц  $r_e, r_h$ . Отметим, что величина  $\langle B \rangle$  зависит от магнитного поля только через эффективную осцилляционную длину  $a_e = \sqrt{\hbar/m_e^* \sqrt{\omega_{Be}^2 + \omega_0^2}}$ . Однако, как видно на рис. 2, для достаточно узких колец пределы изменения магнитного поля таковы, что  $\omega_{Be}/\omega_0 \ll 1$ , и величина  $\langle B \rangle$  очень слабо зависит от магнитного поля. Что касается последнего слагаемого в формуле (17), то, как показано в работе [10], оно пропорционально

$$\langle E_{rel}(\Phi) \rangle \propto e^{-2\pi r_0/a_B^*}. \quad (18)$$

В пределе  $r_0 \gg a_B^*$  это выражение экспоненциально мало и влияние магнитного поля на поляронные поправки к спектру (17) несущественно. В выражении (17) неявно подразумевалось, что электрон и дырка движутся в кольце по окружностям одинакового радиуса. Как показано в работе [12], если учесть, что радиус окружности для электрона  $r_0^e$  не равен радиусу окружности для дырки  $r_0^h$ , то вместо (17) получаем

$$E_J = E_{rad} + \left\langle B \left( J + \frac{\Delta\Phi}{\Phi_0} \right)^2 \right\rangle + \langle E_{rel}(\Phi) \rangle, \quad (19)$$

где величина  $\Delta\Phi$  пропорциональна  $-e(r_h - r_e)B$ , т. е. произведению дипольного момента экситона на магнитное поле. Эта добавка приводит к существенной перестройке спектра экситона [12].

Таким образом, в обеих рассмотренных ситуациях спектры электрон-дырочного комплекса (формулы (5), (6)) для  $r_0 \ll a_B^*$  и экситона (19) при  $r_0^e, r_0^h \gg a_B^*$  как функции магнитного поля имеют пересекающиеся ветви. В частности, основное состояние осциллирует с магнитным полем [12]. Это приводит к осцилляциям величины  $\Delta E_G$  в выражении для поляронной поправки (8) и, следовательно, к осцилляциям поляронной поправки  $\delta E_{ex}$  к оптически активному состоянию экситона  $J = l_e + l_h = 0$ . Как указывалось выше, стоковс

сдвиг спектров поглощения и испускания света, а также интенсивность фоновых повторений определяются величиной  $\delta E_{ex}$  и, следовательно, осциллируют с магнитным полем. Однако в ситуации, когда  $r_0^e, r_0^h \gg a_B^*$ , заметных осцилляционных эффектов для поляронного сдвига следует ожидать лишь для радиально поляризованного экситона  $r_0^e \neq r_0^h$ .

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант № 05-02-16939), в рамках программы РФ по поддержке научных школ (грант № 593.2003.2) и программы Министерства образования и науки РФ. Один из авторов (В. К.) благодарит за поддержку INTAS (грант № 2212).

## ПРИЛОЖЕНИЕ

Рассмотрим процедуру вычисления матричного элемента электрон-фононного взаимодействия  $P_{l \rightarrow l'}$  ( $\mathbf{q}$ ):

$$P_{l \rightarrow l'}(\mathbf{q}) = \langle \psi_{M'} | D_{\mathbf{q}} e^{i\mathbf{q}\cdot\mathbf{r}} | \psi_M \rangle. \quad (\text{П.1})$$

Здесь  $\psi_M$  — волновые функции электрона (5) и индексы  $M = \sqrt{l_e^2 + 2m_e^* a_1/\hbar^2}$ ,  $M' = \sqrt{l_e'^2 + 2m_e^* a_1/\hbar^2}$ . Выбираем полярную ось вдоль  $q_s$  и представляем экспоненту в выражении (П.1) согласно

$$e^{i\mathbf{q}\cdot\mathbf{r}} = e^{iq_s z} \sum_k i^k J(q_s r) e^{ik\varphi}. \quad (\text{П.2})$$

Вычисляя интегралы в (П.1) получаем

$$P_{l \rightarrow l'}(\mathbf{q}) = D_{\mathbf{q}} C_M C_{M'} (iq_x)^{l'_e - l_e} \times \frac{\Gamma\left(\frac{l'_e - l_e}{2} + \frac{M' + M + 2}{2}\right)}{\Gamma(l'_e - l_e + 1) 2^{l'_e - l_e + 1}} (2a_e^2)^{\frac{l'_e - l_e}{2} + \frac{M' + M + 2}{2}} \times F\left(\frac{l'_e - l_e}{2} + \frac{M' + M + 2}{2}; l'_e - l_e + 1; -\frac{q_x^2 a_e^2}{2}\right). \quad (\text{П.3})$$

Подставляя в это выражение величины  $C_M, D_{\mathbf{q}}$  из (5) и (7) и взяв квадрат модуля, после несложных преобразований имеем

$$|P_{l \rightarrow l'}(\mathbf{q})|^2 = \frac{e^2 \hbar \omega_{opt}}{\varepsilon^* |\mathbf{q}|} \times \frac{\Gamma^2\left(\frac{\Delta l_e + M' + M + 2}{2}\right)}{\Gamma^2(\Delta l_e + 1) \Gamma(M + 1) \Gamma(M' + 1)} \left(\frac{q_{\parallel}^2 a_e^2}{2}\right)^{\Delta l_e} \times F^2\left(\frac{\Delta l_e}{2} + \frac{M' + M + 2}{2}; \Delta l_e + 1; -\frac{q_x^2 a_e^2}{2}\right). \quad (\text{П.4})$$

Теперь это выражение надо просуммировать по всем волновым векторам фононов. Заменяя сумму по волновым векторам интегралом, для величины

$$\int \frac{d\mathbf{q}}{(2\pi)^3} |P_{l_e \rightarrow l'_e}(\mathbf{q})|^2 = \frac{e^2 \hbar \omega_{opt}}{\varepsilon^* a_e} A_{l_e \rightarrow l'_e}$$

получаем окончательно ( $t^2 = q_x^2 a_e^2 / 2$ )

$$A_{l_e \rightarrow l'_e} = \frac{\Gamma^2 \left( \frac{\Delta l_e + M' + M + 2}{2} \right)}{\Gamma^2(\Delta l_e + 1) \Gamma(M + 1) \Gamma(M' + 1)} \times \\ \times \int_0^\infty \frac{dx}{2\pi} t^{\Delta l_e} \times \\ \times F^2 \left( \frac{\Delta l_e + M' + M + 2}{2}; \Delta l_e + 1; -t^2 \right). \quad (\text{II.5})$$

### ЛИТЕРАТУРА

1. Т. Ando, A. B. Fowler, and F. Stern, *Rev. Mod. Phys.* **54**, 437 (1982)
2. L. Wendler et al., *J. Phys.: Condens. Mat.* **5**, 4817 (1993); И. П. Ипатова, А. Ю. Маслов, О. В. Прошина, *ФТТ* **37**, 1819 (1995); I. P. Ipatova, A. Y. Maslov, and O. V. Proshina, *Phys. Low-Dim. Struct.* № 4–5 (1996).
3. L. Wendler et al., *J. Phys.: Condens. Mat.* **5**, 8031 (1993).
4. И. П. Ипатова, А. Ю. Маслов, О. В. Прошина, *ФТП* **33**, 7 (1999).
5. J. M. Garsia et al., *Appl. Phys. Lett.* **71**, 2014 (1997); A. Lorke and R. J. Luyken, *Physica (Amsterdam) B* **256**, 424 (1998); A. Lorke, R. J. Luyken, A. O. Govorov, J. P. Kotthaus, J. M. Garsia, and P. M. Petroff, *Phys. Rev. Lett.* **84**, 2223 (2000).
6. L. Wendler, V. M. Fomin, A. V. Chaplik, and A. O. Govorov, *Phys. Rev. B* **54**, 4794 (1996).
7. T. Chakraborty and L. Pietilainen, *Phys. Rev. B* **50**, 8460 (1994).
8. W. C. Tan and J. C. Inkson, *Phys. Rev. B* **53**, 6947 (1996).
9. G. Lindemann, R. Lassing, W. Seidenbusch, and E. Gornik, *Phys. Rev. B* **28**, 4693 (1983).
10. А. В. Чаплик, *Письма в ЖЭТФ* **75**, 343 (2002).
11. А. В. Чаплик, *ЖЭТФ* **119**, 193 (2001).
12. A. O. Govorov, S. E. Ulloa, K. Karrai, and R. J. Warburton, *Phys. Rev. B* **66**, 081309(R) (2002).