

НЕРЕЗОНАНСНЫЙ ДВУХФОТОННЫЙ ПЕРЕНОС ЭЛЕКТРОНА МЕЖДУ КВАНТОВЫМИ ТОЧКАМИ

А. М. Башаров*, С. А. Дубовис**

Российский научный центр «Курчатовский институт»
123182, Москва, Россия

Поступила в редакцию 8 февраля 2005 г.

Рассмотрена задача о переносе электрона между связанными состояниями удаленных квантовых точек под действием нерезонансного электромагнитного импульса. Для случая, когда энергии указанных состояний близки друг к другу, предложен двухфотонный механизм переноса, родственному высокочастотному нерезонансному эффекту Штарка. Методом эквивалентного преобразования получен эффективный гамильтониан системы, позволяющий корректно учесть состояния непрерывного спектра (зоны проводимости). Показано, что оптимальной для переноса электрона является такая частота внешнего воздействия, при которой квазирезонансной оказывается область энергий вблизи нижней границы непрерывного спектра. Проведены количественные оценки характерных величин рассмотренной задачи.

PACS: 42.50.Nn, 73.63.Kv

1. ВВЕДЕНИЕ

Естественным направлением развития традиционной полупроводниковой микроэлектроники является уменьшение размеров отдельных элементов, следствием чего, в частности, стало активное изучение квантовых эффектов в наноразмерных объектах и развитие нанотехнологий. Одной из наиболее значимых задач в этой области представляется исследование различных режимов взаимодействия электромагнитного поля с наноструктурами и поиск эффективных механизмов оптического (в том числе инфракрасного, микроволнового и т. п.) управления электронными процессами. Так, в работе [1] изучалось воздействие электромагнитного поля на двухъямную квантоворазмерную структуру и обсуждались условия удержания электрона в одной из ям. В работах [2–9] рассмотрен противоположный процесс — перенос электрона между двумя идентичными квантовыми точками под действием электромагнитного (оптического) импульса. При этом в работах [2, 3] показано, что если пару квантовых точек рассматривать как кубит, то оптический перенос

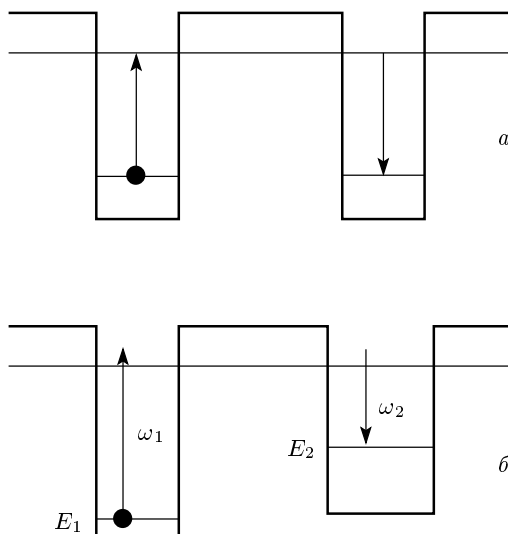


Рис. 1. Схематическое изображение энергетических уровней квантовых точек и частот электромагнитных полей в случае резонансного переноса электрона: *а* — однофотонный резонанс в трехуровневой системе, *б* — комбинационный резонанс между уровнями E_1 и E_2 , $E_2 - E_1 \approx \omega_1 - \omega_2$

*E-mail: bash@online.ru, basharov@gmail.com

**E-mail: spiritt@list.ru

электрона между ними может быть использован для реализации квантовых логических элементов.

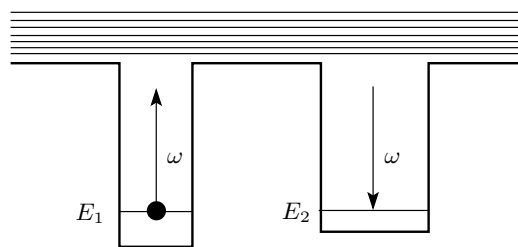


Рис. 2. Схематическое изображение энергетических уровней и частоты электромагнитного поля в случае нерезонансного переноса электрона между уровнями E_1 и E_2 приблизительно одинаковой энергии, $E_1 \approx E_2$

Отличительной особенностью большинства работ по оптическому переносу электронов является то, что они в той или иной мере основаны на резонансных (однофотонных [2–8], комбинационных [9]) переходах между дискретными уровнями электронной системы с существенно различными энергиями. Например, работа [2] положила начало исследованиям трехуровневых систем, в которых оптический перенос электрона между низколежащими состояниями двух идентичных квантовых точек осуществляется через третий энергетический уровень, расположенный вблизи верхней границы барьера, разделяющего квантовые точки (рис. 1а). Частота внешнего воздействия при этом выбирается таким образом, чтобы пара нижних энергетических уровней попала в резонанс с верхним уровнем. Отметим, что экспериментальная проверка описанного механизма связана со значительными трудностями, в первую очередь, из-за технологической сложности изготовления двух почти идентичных квантовых точек с изначально заданными свойствами.

От этого недостатка свободен механизм, основанный на эффекте комбинационного резонанса ([9], см. также [10–12]), в рамках которого возникают периодические переходы между двумя стационарными состояниями с энергиями E_1 и E_2 под воздействием двух монохроматических волн, частоты которых ω_1 и ω_2 подобраны таким образом, чтобы выполнялось условие комбинационного резонанса, $E_2 - E_1 \approx \omega_1 - \omega_2$ (рис. 1б).

В данной работе рассматривается случай, когда пара энергетических уровней лежит близко друг к другу, т. е. $E_2 \approx E_1$, а соответствующие им связанные состояния локализованы в удаленных, причем не обязательно идентичных, квантовых точках (рис. 2). Как показано ниже, в таком случае для переноса электрона между квантовыми точками

на систему достаточно воздействовать электромагнитным полем только одной частоты, которая, вообще говоря, может быть произвольной. Таким образом, рассматриваемый эффект является достаточно общим двухфотонным нерезонансным процессом, родственным высокочастотному эффекту Штарка [10–12], представляющим собой сдвиг энергии атомного уровня в электромагнитном поле за счет виртуальных двухфотонных переходов. В случае двух частиц (в нашем случае — двух квантовых точек) за счет тех же виртуальных переходов происходят не только сдвиги энергетических уровней, но и реальные переходы между этими вырожденными уровнями, относящимися к разным квантовым точкам.

Для эффективного переноса электрона необходимо наличие квазирезонансных уровней, и, как показано ниже, в качестве квазирезонансной зоны наилучшим образом подходит граница непрерывного спектра. Следует отметить, что до сих пор непрерывный спектр электронов (зона проводимости) никак не учитывался в задачах оптического переноса электрона [1–7, 9]. Также необходимо упомянуть, что обычные обсуждения двухфотонных и многофотонных механизмов взаимодействия предполагали многофотонные переходы в пределах одной квантовой ямы [13, 14] и/или между или внутри зон проводимости [15].

Подчеркнем, что необходимые для нерезонансного двухфотонного механизма состояния непрерывного спектра присутствуют в потенциальном рельефе любого вида, в то время как наличие дискретных состояний, удовлетворяющих специфическим требованиям трехуровневого переноса [2–9], является весьма частным случаем. Кроме того, настройка на нижнюю границу непрерывного спектра, которая в соответствии с данной работой является оптимальной, не требует высокой точности, поскольку она изначально подразумевает эффективное использование достаточно широкого диапазона энергетических уровней. По этим причинам нерезонансный двухфотонный механизм переноса электрона представляется более общим и предпочтительным, в частности, с точки зрения масштабируемости исследуемых систем.

В статье показано, что по сравнению с исследованными ранее схемами [2–9] предложенный здесь механизм гораздо менее требователен как к особенностям строения квантовых точек, так и к выбору параметров внешнего воздействия. В первую очередь необходимо отметить, что требование идентичности квантовых точек [2–8] заменяется менее жест-

ким — необходимо лишь, чтобы энергии рассматриваемой пары стационарных состояний были близки друг к другу. Такая близость энергетических уровней может быть достигнута [16], например, экспериментальным подбором электростатических потенциалов, прикладываемых к двумерному вырожденному электронному газу для создания квантовых точек.

Тот факт, что описанный в данной статье эффект нерезонансного двухфотонного переноса электрона носит весьма общий характер, позволяет при первом рассмотрении эффекта оставить в стороне различные особенности собственно квантовых точек и провести анализ предложенного механизма в общем виде, опираясь лишь на факт наличия в системе дискретных энергетических уровней, среди которых есть пара (по одному в каждой точке) с приблизительно одинаковыми энергиями, и непрерывного спектра (зоны проводимости), определяемого положением его границ.

Методической особенностью данной статьи является использование нестационарного эквивалентного преобразования для получения эффективного гамильтониана системы, позволяющего корректно учесть состояния непрерывного спектра. Рассмотренный здесь случай пополняет коллекцию задач [11, 12], в которых применение эквивалентного преобразования гамильтониана кратчайшим путем ведет к их решению.

Статья построена следующим образом. Сначала методом эквивалентного преобразования получен эффективный гамильтониан системы двух квантовых точек в поле электромагнитной волны, в частности, показано, что недиагональные по точкам матричные элементы, соответствующие переходам между состояниями с близкой энергией, отличны от нуля. Затем получены выражения для количественных критериев, определяющих эффективность переноса электрона между квантовыми точками. На основании этих выражений показано, что оптимальные для переноса электрона условия достигаются в случае использования внешнего воздействия такой частоты, при которой в квазирезонанс с рассматриваемыми состояниями попадает нижняя граница непрерывного спектра. Кроме того, проанализировано влияние одно- и двухфотонных переходов в непрерывный спектр. Далее проведены оценки характерных величин рассматриваемой задачи. В заключении обсуждаются условия протекания процессов, аналогичных рассмотренным, в атомно-молекулярных системах.

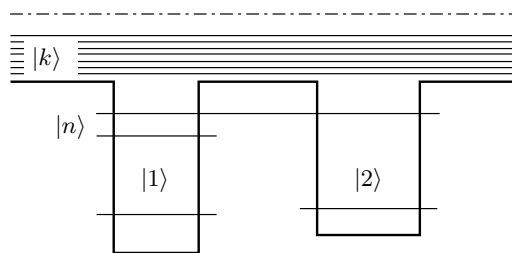


Рис. 3. Энергетическая модель рассматриваемой системы

2. ЭФФЕКТИВНЫЙ ГАМИЛЬТониАН ДВУХ КВАНТОВЫХ ТОЧЕК В ПОЛЕ НЕРЕЗОНАНСНОЙ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЙ ВОЛНЫ

Рассмотрим систему, состоящую из двух квантовых точек, каждая из которых имеет по крайней мере одно стационарное состояние, причем энергии этих состояний мало отличаются друг от друга (количественный критерий приведен ниже). Будем считать, что соотношение высоты потенциального барьера, разделяющего точки, и энергий связанных состояний позволяет рассматривать эти состояния как локализованные в пределах соответствующей квантовой точки. Тем самым, туннелированием между квантовыми точками за характерные времена задачи будем пренебрегать. Туннелирование приводит к расщеплению близких по энергиям уровней и его роль в оптическом переносе электрона подробно рассматривается в работах [2, 8].

В рамках модели, не учитывающей туннелирование, найдем оптимальные условия, позволяющие осуществить двухфотонный перенос электрона с одного из указанных выше уровней на другой, т. е. из одной точки в другую. Энергетические уровни будем обозначать так, как показано на рис. 3: $|1\rangle$ и $|2\rangle$ — локализованные состояния, перенос между которыми необходимо осуществить, $|n\rangle$ — другие связанные состояния, $|k\rangle$ — состояния непрерывного спектра. Укажем сразу, что индексами $i, j = 1, 2, n, k$ будем отмечать любое из стационарных состояний системы, а индексами $\alpha, \beta = 1, 2$ — только те два состояния, перенос между которыми необходимо осуществить. Энергию для определенности будем отсчитывать от границы непрерывного спектра (зоны проводимости).

Рассмотрим воздействие на такую систему когерентного электромагнитного поля. В дипольном приближении уравнение Шредингера, описывающее ди-

намику электрона, имеет вид (здесь и далее $\hbar = 1$)

$$i \frac{\partial \Psi}{\partial t} = (\hat{H}_0 - \mathbf{E} \cdot \hat{\mathbf{d}}) \Psi, \quad (1)$$

где \hat{H}_0 — гамильтониан в отсутствие электромагнитного поля, его собственные значения образуют описанную выше энергетическую структуру,

$$\mathbf{E} = \varepsilon(t) e^{i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega t)} + \text{c. c.}$$

— вектор напряженности электрического поля, $\varepsilon(t)$ — медленно меняющаяся (по сравнению с $e^{i\omega t}$) амплитуда электромагнитной волны, $\hat{\mathbf{d}}$ — оператор дипольного момента. Далее полагаем, что характерный размер системы много меньше длины волны электромагнитного поля и пространственной зависимостью напряженности электрического поля будем пренебрегать, т. е.

$$\mathbf{E} = \varepsilon(t) e^{-i\omega t} + \text{c. c.}$$

Чтобы получить замкнутую систему уравнений, описывающую переходы только между состояниями $|1\rangle$ и $|2\rangle$, выполним эквивалентное преобразование вектора состояния системы, аналогичное приведенному в монографиях [11, 12]:

$$\Psi = e^{i\hat{S}} \tilde{\Psi}.$$

Тогда уравнение (1) преобразуется к виду

$$i \frac{\partial \tilde{\Psi}}{\partial t} = \hat{H} \tilde{\Psi} \quad (2)$$

с эффективным гамильтонианом в форме

$$\hat{H} = e^{-i\hat{S}} \hat{H}_0 e^{i\hat{S}} - e^{-i\hat{S}} \mathbf{E} \cdot \hat{\mathbf{d}} e^{i\hat{S}} - i e^{-i\hat{S}} \frac{d e^{i\hat{S}}}{dt}, \quad (3)$$

который разложим в ряд следующим образом:

$$\begin{aligned} \hat{H} = & \hat{H}_0 - i [\hat{S}, \hat{H}_0] - \frac{1}{2} [\hat{S}, [\hat{S}, \hat{H}_0]] - \dots - \mathbf{E} \cdot \hat{\mathbf{d}} + \\ & + i [\hat{S}, \mathbf{E} \cdot \hat{\mathbf{d}}] + \frac{1}{2} [\hat{S}, [\hat{S}, \mathbf{E} \cdot \hat{\mathbf{d}}]] + \dots - i e^{-i\hat{S}} \frac{\partial}{\partial t} e^{i\hat{S}}. \end{aligned}$$

Представим \hat{S} и \hat{H} в виде рядов по степеням напряженности электрического поля:

$$\begin{aligned} \hat{S} = & \hat{S}^{(1)} + \hat{S}^{(2)} + \hat{S}^{(3)} + \dots, \\ \hat{H} = & \hat{H}^{(0)} + \hat{H}^{(1)} + \hat{H}^{(2)} + \hat{H}^{(3)} + \dots, \end{aligned} \quad (4)$$

где $\hat{S}^{(n)}$, $\hat{H}^{(n)}$ — члены n -го порядка по полю. При этом

$$\hat{H}^{(0)} = \hat{H}_0,$$

$$\hat{H}^{(1)} = -\mathbf{E} \cdot \hat{\mathbf{d}} - i [\hat{S}^{(1)}, \hat{H}_0] + \frac{\partial \hat{S}^{(1)}}{\partial t},$$

$$\begin{aligned} \hat{H}^{(2)} = & \frac{i}{2} [\hat{S}^{(1)}, \mathbf{E} \cdot \hat{\mathbf{d}}] - \frac{i}{2} [\hat{S}^{(1)}, \hat{H}^{(1)}] - \\ & - i [\hat{S}^{(2)}, \hat{H}_0] + \frac{\partial \hat{S}^{(2)}}{\partial t}. \end{aligned}$$

Эффективный гамильтониан будем конструировать таким образом, чтобы его матричные элементы зависели от времени приблизительно как $\tilde{H}_{ij} \sim \exp\{-i(E_i - E_j)t\}$. Тогда преобразованное уравнение Шредингера (2) эквивалентно системе уравнений для медленно меняющихся амплитуд.

Будем считать, что в системе нет дискретных уровней, которые попадали бы в резонанс с интересующими нас состояниями $|1\rangle$ или $|2\rangle$ при воздействии на систему электромагнитной волны с частотой ω . Что же касается уровней непрерывного спектра, то сначала рассмотрим простейший случай, в рамках которого нижняя граница континуума отстоит от энергии $E_1 \approx E_2$ на величину, заметно превышающую энергию кванта электромагнитной волны, т. е. $|E_\alpha| > \omega$. С учетом этих предположений потребуем, чтобы матричные элементы слагаемого $\hat{H}^{(1)}$, которое описывает однофотонные резонансные переходы, были равны нулю: $\tilde{H}_{\alpha i}^{(1)} = \tilde{H}_{i\alpha}^{(1)} = 0$. Это требование приводит к уравнениям для матричных элементов оператора $S^{(1)}$ следующего типа:

$$\frac{\partial}{\partial t} S_{\alpha i}^{(1)} + i\omega_{\alpha i} S_{\alpha i}^{(1)} = \mathbf{d}_{\alpha i} \cdot (\varepsilon e^{-i\omega t} + \varepsilon^* e^{i\omega t}),$$

где $\omega_{\alpha i} = E_\alpha - E_i$. Как указано выше, функцию $\varepsilon(t)$ считаем медленно меняющейся, поэтому приближенное решение выписанного уравнения имеет вид

$$S_{\alpha i}^{(1)} = \mathbf{d}_{\alpha i} \cdot \left[\frac{\varepsilon e^{-i\omega t}}{i(\omega_{\alpha i} - \omega)} + \frac{\varepsilon^* e^{i\omega t}}{i(\omega_{\alpha i} + \omega)} \right].$$

Если считать, что в системе нет связанных состояний, энергии которых отличаются от $E_1 \approx E_2$ на 2ω (двухфотонный резонанс), то из всех матричных элементов $\tilde{H}_{1j}^{(2)}$, $\tilde{H}_{2j}^{(2)}$ отличными от нуля остаются только $\tilde{H}_{11}^{(2)}$, $\tilde{H}_{22}^{(2)}$, $\tilde{H}_{12}^{(2)}$, $\tilde{H}_{21}^{(2)}$. С учетом условия $\omega_{i2} \approx \omega_{i1} = \omega_{i\alpha}$ они принимают следующий вид:

$$\tilde{H}_{\alpha\alpha}^{(2)} = -|\varepsilon|^2 \sum_i |d_{i\alpha}|^2 \left(\frac{1}{\omega_{i\alpha} + \omega} + \frac{1}{\omega_{i\alpha} - \omega} \right), \quad (5)$$

$$\tilde{H}_{\alpha\beta}^{(2)} = -|\varepsilon|^2 \sum_i d_{\alpha i} d_{i\beta} \left(\frac{1}{\omega_{i\alpha} + \omega} + \frac{1}{\omega_{i\alpha} - \omega} \right), \quad (6)$$

где под d_{ij} подразумевается проекция соответствующего матричного элемента на направление вектора

ϵ . Таким образом, слагаемое эффективного гамильтониана второго по напряженности поля порядка, которое описывает двухфотонные процессы, имеет отличные от нуля недиагональные матричные элементы, соответствующие переходам между состояниями $|1\rangle$ и $|2\rangle$. Соответственно, для описания таких переходов можно ограничить разложения (4) слагаемыми второго порядка; поправки более высоких порядков будут проанализированы отдельно. Матричные элементы эффективного гамильтониана двухфотонных переходов

$$\hat{H} = \hat{H}^{(0)} + \hat{H}^{(1)} + \hat{H}^{(2)}$$

окончательно принимают вид

$$H_{\alpha\alpha} = E_{\alpha} + E_{\alpha}^{st}, \quad (7)$$

$$H_{21} = \Lambda, \quad H_{12} = \Lambda^*, \quad (8)$$

$$H_{\alpha n} = H_{\alpha k} = 0, \quad (9)$$

где введены новые обозначения:

$$E_{\alpha}^{st} = -|\epsilon|^2 \sum_i |d_{i\alpha}|^2 \left(\frac{1}{\omega_{i\alpha} + \omega} + \frac{1}{\omega_{i\alpha} - \omega} \right), \quad (10)$$

— штарковские сдвиги уровней,

$$\Lambda = -|\epsilon|^2 \sum_i d_{2i} d_{i1} \left(\frac{1}{\omega_{i\alpha} + \omega} + \frac{1}{\omega_{i\alpha} - \omega} \right) \quad (11)$$

— частота Раби.

3. КРИТЕРИИ ЭФФЕКТИВНОСТИ ПЕРЕНОСА ЭЛЕКТРОНА

Чтобы описать переход электрона между состояниями $|1\rangle$ и $|2\rangle$ и получить количественные критерии, определяющие эффективность предложенного механизма нерезонансного переноса, необходимо решить уравнение Шредингера (2). Его решение будем искать в виде суперпозиции всех состояний:

$$\tilde{\Psi} = \sum_i a_i(t) e^{-iE_i t} |i\rangle.$$

Для коэффициентов $a_i(t)$ можно получить следующие соотношения:

$$i\dot{a}_j e^{-iE_j t} + E_j a_j e^{-iE_j t} = \sum_i a_i e^{-iE_i t} \tilde{H}_{ji}. \quad (12)$$

Подставив матричные элементы (7)–(9) в соотношения (12), получим замкнутую систему уравнений, описывающую периодические переходы между состояниями $|1\rangle$ и $|2\rangle$:

$$\begin{aligned} \dot{b}_1 &= -ib_2 e^{-i\Delta t} \Lambda^*, \\ \dot{b}_2 &= -ib_1 e^{i\Delta t} \Lambda, \end{aligned} \quad (13)$$

где

$$b_j \equiv a_j e^{iE_j^{st} t},$$

$$\Delta \equiv (E_2 + E_2^{st}) - (E_1 + E_1^{st})$$

— разность энергий с учетом штарковских сдвигов, которая играет роль отстройки от резонанса.

Если пренебречь зависимостью Λ от времени и положить $b_1(t=0) = 1$, $b_2(t=0) = 0$ (т. е. электрон в начальный момент находится в первой квантовой точке), можно записать решение системы уравнений (13) в виде

$$b_1 = e^{-it\Delta/2} \left(\cos \Omega t + i \frac{\Delta}{2\Omega} \sin \Omega t \right),$$

$$b_2 = -i \frac{\Lambda}{\Omega} e^{-it\Delta/2} \sin \Omega t,$$

где

$$\Omega = \sqrt{|\Lambda|^2 + \frac{1}{4}\Delta^2}.$$

Квадрат модуля коэффициента b_2 , который определяет вероятность переноса электрона из первой точки во вторую, задается выражением

$$|b_2|^2 = \frac{|\Lambda|^2}{2\Omega^2} (1 - \cos(2\Omega t)).$$

Соответственно, оптимальная длительность электромагнитного импульса, используемого для переноса электрона, равна $T = \pi(1 + 2n)/2\Omega$, где n — целое число. При этом вероятность переноса электрона между квантовыми точками,

$$|b_2(t=T)|^2 \equiv |b_2|_{max}^2 = \frac{|\Lambda|^2}{\Omega^2}, \quad (14)$$

будет близка к единице только при условии близости системы к резонансу:

$$\Delta \ll |\Lambda|. \quad (15)$$

Для количественных оценок выражение (14) с учетом условия (15) удобно разложить в ряд, оставив первую не исчезающую поправку:

$$|b_2|_{max}^2 \approx 1 - \frac{1}{4} \frac{\Delta^2}{|\Lambda|^2}. \quad (16)$$

Отстройку от резонанса удобно рассматривать в виде суперпозиции двух величин: $\Delta = \Delta_0 + \Delta_{st}$, где стационарная разность энергий $\Delta_0 = E_2 - E_1$ определяется исключительно конструктивными особенностями квантовых точек, $\Delta_{st} = E_2^{st} - E_1^{st}$ — разность штарковских сдвигов, возрастающая пропорционально квадрату напряженности поля. Вообще

говоря, из неравенства (15) не следует, что как Δ_0 , так и Δ_{st} должны быть много меньше $|\Lambda|$, более того, условие $\Delta_0 \approx -\Delta_{st}$ для фиксированной интенсивности внешнего воздействия может быть достигнуто сдвижкой энергетических уровней путем приложения дополнительных электростатических потенциалов. Тем не менее для всестороннего рассмотрения предложенного механизма переноса и выбора оптимальных параметров необходимо проанализировать выполнение каждого из условий

$$\Delta_0 \ll |\Lambda|, \quad (17)$$

$$\Delta_{st} \ll |\Lambda| \quad (18)$$

в отдельности.

4. ВЫБОР ОПТИМАЛЬНОГО ЗНАЧЕНИЯ ЧАСТОТЫ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ИМПУЛЬСА

Стационарную разность энергий Δ_0 логично рассматривать как величину, заданную на стадии изготовления квантовых точек и в этом смысле не поддающуюся уменьшению. В таком случае при анализе условия (17) изменением параметров задачи можно варьировать только частоту Раби Λ , добиваясь ее возрастания. Помимо очевидного увеличения интенсивности электромагнитной волны, этот результат в значительной мере может быть достигнут соответствующим выбором ее частоты.

Анализируя определяющее частоту Раби выражение (11), в первую очередь следует отметить, что вклад в него вносят только те состояния, которые не являются локализованными в одной из квантовых точек, поскольку в противном случае произведение $d_{2i}d_{i1}$ равно нулю. Таким образом, необходимо учитывать только состояния непрерывного спектра и, возможно, дискретные состояния, энергии которых лежат вблизи верхней границы разделяющего квантовые точки барьера. Будем искать условия возрастания Λ , ориентируясь только на состояния непрерывного спектра, поскольку они присутствуют в потенциальном рельефе любого вида, в то время как наличие дискретных делокализованных состояний является частным случаем и их влияние на двухфотонные процессы удобно рассматривать как поправку к величине, полученной после учета непрерывного спектра.

Если в выражении (11) перейти от суммирования к интегрированию по состояниям непрерывного спектра, оно преобразуется к виду

$$\Lambda = -|\varepsilon|^2 \frac{V}{(2\pi)^3} \int d_{2\mathbf{k}} d_{\mathbf{k}1} \times \left(\frac{1}{E_{\mathbf{k}} - E_{res}} + \frac{1}{E_{\mathbf{k}} - 2E_1 + E_{res}} \right) d\mathbf{k}, \quad (19)$$

где V — объем системы, $E_{res} = E_1 + \omega$. Подчеркнем, что волновые функции $|1\rangle$ и $|2\rangle$, определяющие матричные элементы $d_{2\mathbf{k}}$ и $d_{\mathbf{k}1}$, локализованы в пределах различных квантовых точек, произвольность пространственного расположения и формы которых требует отдельного численного исследования. Для предельного случая, когда эти состояния локализованы в пределах одной и той же области пространства, оценка интеграла (19) известна [17]. В общем случае пространственно-разделенных квантовых точек проведем только простейший анализ, аналогичный описанному в работе [18].

Напомним, что пока рассматриваются только случаи, когда $E_{res} < 0$, т. е. нижняя граница непрерывного спектра находится выше квазирезонансной области энергий. Из выражения (19) легко видеть, что для любых $E_{\mathbf{k}} > 0$ и $E_1 < 0$ сумма, стоящая в круглых скобках, при изменении частоты внешнего воздействия монотонно возрастает на интервале $E_1 < E_{res} < 0$. Уже из этих соображений следует, что для создания оптимальных условий квазирезонансная область энергий E_{res} должна лежать вблизи нижней границы непрерывного спектра.

Однако для выбора именно такого значения частоты электромагнитной волны с целью увеличения частоты Раби есть и более существенные основания. Комплексный множитель $d_{2\mathbf{k}}d_{\mathbf{k}1}$ в выражении (19) сложным образом осциллирует и, соответственно, при интегрировании по квазиволновому вектору \mathbf{k} в значительной степени гасит сам себя, что приводит к существенному уменьшению частоты Раби [18]. Этот эффект будет фактически подавлен, если выбрать такую частоту внешнего поля, при которой $E_{res} \sim 0$, поскольку при таком выборе состояния вблизи нижней границы непрерывного спектра являются выделенными. Знаменатели в выражении (19), соответствующие таким энергетическим уровням, близки к нулю, причем фазу множителя $d_{2\mathbf{k}}d_{\mathbf{k}1}$ для всех состояний вблизи нижней границы континуума можно считать одинаковой. Таким образом, именно состояния вблизи нижней границы непрерывного спектра будут вносить основной вклад в интеграл, не приводя при этом ко взаимному ослаблению. Итак, для соблюдения условия (17) оптимальным является такой выбор частоты, при котором E_{res} лежит вблизи границы континуума.

Рассмотрим теперь условие (18). Выражение для разности штарковских сдвигов (10) имеет вид

$$\Delta_{st} = -|\varepsilon|^2 \frac{V}{(2\pi)^3} \int (|d_{\mathbf{k}2}|^2 - |d_{\mathbf{k}1}|^2) \times \left(\frac{1}{E_{\mathbf{k}} - E_{res}} + \frac{1}{E_{\mathbf{k}} - 2E_1 + E_{res}} \right) d\mathbf{k}. \quad (20)$$

Очевидно, что при изменении \mathbf{k} функция $|d_{\mathbf{k}2}|^2 - |d_{\mathbf{k}1}|^2$ осциллирует медленнее, чем аналогичная величина $d_{2\mathbf{k}}d_{\mathbf{k}1}$ в выражении (19). Таким образом, при приближении E_{res} к нулю, в результате которого выделенная область энергетических уровней будет сужаться, разность штарковских сдвигов (20) возрастает медленнее, чем частота Раби (19). Соответственно, для соблюдения условия (18) оптимальной также является настройка E_{res} на нижнюю границу непрерывного спектра.

5. УЧЕТ ПЕРЕХОДОВ В НЕПРЕРЫВНЫЙ СПЕКТР

Напомним, что все приведенные выше результаты получены для случая, в рамках которого нижняя граница непрерывного спектра изначально считается лежащей выше квазирезонансной области энергий, т. е. когда $E_{res} < 0$. Как показано в предыдущем пункте, в этой ситуации оптимальным является внешнее воздействие такой частоты, при которой энергия E_{res} стремится к нулю, т. е. лежит на границе рассмотренного диапазона. По этой причине возникает необходимость проанализировать случай $E_{res} \geq 0$ и проверить, не является ли он более благоприятным для осуществления переноса электрона между квантовыми точками.

Из выражений (5) и (6) видно, что если $E_{res} \geq 0$, то при суммировании по всем состояниям непрерывного спектра возникают резонансные слагаемые, формально стремящиеся к бесконечности. Следуя работе [8], заменим $\omega \rightarrow \omega + i\delta$, где $\delta = +0$, что соответствует адиабатическому включению поля; при этом получим выражения вида

$$\frac{1}{\omega_{i\alpha} - \omega - i\delta} = P \frac{1}{\omega_{i\alpha} - \omega} + i\pi\delta(\omega_{i\alpha} - \omega),$$

где символ P отмечает выражение, интегралы от которого понимаются в смысле главного значения. Выполнив такие преобразования, запишем следующие выражения для матричных элементов эффективного гамильтониана:

$$H_{\alpha\alpha} = E_{\alpha} + E_{\alpha}^{st} - i\gamma_{\alpha}, \quad (21)$$

$$H_{21} = \Lambda - i\Gamma, \quad H_{12} = \Lambda^* - i\Gamma^*, \quad (22)$$

где, как и ранее,

$$E_{\alpha}^{st} = -|\varepsilon|^2 \sum_i |d_{i\alpha}|^2 \left(\frac{1}{\omega_{i\alpha} + \omega} + P \frac{1}{\omega_{i\alpha} - \omega} \right) \quad (23)$$

— штарковский сдвиг,

$$\Lambda = -|\varepsilon|^2 \sum_i d_{2i}d_{i1} \left(\frac{1}{\omega_{i\alpha} + \omega} + P \frac{1}{\omega_{i\alpha} - \omega} \right) \quad (24)$$

— частота Раби,

$$\gamma_{\alpha} = \pi|\varepsilon|^2 \sum_i |d_{i\alpha}|^2 \delta(\omega_{i\alpha} - \omega), \quad (25)$$

$$\Gamma = \pi|\varepsilon|^2 \sum_i d_{2i}d_{i1} \delta(\omega_{i\alpha} - \omega)$$

— неэрмитовые добавки, отражающие распад связанных состояний в непрерывный спектр.

При подстановке матричных элементов (21), (22) в соотношения (12) получим следующую систему уравнений:

$$\begin{aligned} \dot{b}_1 + \gamma_1 b_1 &= -b_2 e^{-i\Delta t} (i\Lambda^* + \Gamma^*), \\ \dot{b}_2 + \gamma_2 b_2 &= -b_1 e^{i\Delta t} (i\Lambda + \Gamma), \end{aligned} \quad (26)$$

где сохранены все обозначения, характеризующие систему уравнений (13). Чтобы упростить анализ этих уравнений, рассмотрим случай строгой настройки на резонанс, т. е. будем считать, что $\Delta = 0$. При этом условии система уравнений (26) принимает вид

$$\begin{aligned} \dot{b}_1 + \gamma_1 b_1 &= -b_2 (i\Lambda^* + \Gamma^*), \\ \dot{b}_2 + \gamma_2 b_2 &= -b_1 (i\Lambda + \Gamma). \end{aligned} \quad (27)$$

Как и ранее, полагаем, что функция $\varepsilon(t)$ медленно меняется со временем, таким образом, временной зависимостью величин $\gamma_{1,2}$, Λ и Γ будем пренебрегать. Ищем решение системы уравнений (27) в виде $b_1, b_2 \sim e^{\mu t}$, что приводит к следующему выражению:

$$\begin{aligned} \mu_{1;2} &= -\frac{\gamma_1 + \gamma_2}{2} \pm \\ &\pm \left\{ \left(\frac{\gamma_1 - \gamma_2}{2} \right)^2 + |\Gamma|^2 - |\Lambda|^2 - i\Lambda^*\Gamma - i\Lambda\Gamma^* \right\}^{1/2}. \end{aligned} \quad (28)$$

Действительная часть этого выражения определяет монотонное затухание волновой функции связанных состояний, отражающее процесс необратимого распада в непрерывный спектр, мнимая же часть

соответствует периодическим переходам между связанными состояниями. Соответственно, для осуществления переноса электрона между состояниями $|1\rangle$ и $|2\rangle$ с вероятностью, близкой к единице, необходимо, чтобы действительная часть выражения (28) была много меньше мнимой. Это условие выполняется, только если

$$\Lambda \gg \Gamma, \gamma_{1,2}, \quad (29)$$

что является логичным и весьма предсказуемым результатом — неэрмитовы добавки в выражениях (21), (22), описывающие необратимый распад в непрерывный спектр, должны быть малы по сравнению с частотой интересующих нас переходов. Кроме того, если считать настройку на резонанс нестройгой, то для эффективного переноса электрона между квантовыми точками необходимо выполнение условия (15).

Анализируя условие (29), прежде всего необходимо отметить, что величина неэрмитовых добавок (25) приблизительно пропорциональна плотности электронных состояний $N(E_{res})$ в квазирезонансной области непрерывного спектра. Для оценок будем использовать квадратичный закон дисперсии (свободный электронный газ, электронные состояния вблизи дна зоны проводимости), для которого $N(E) \sim \sqrt{E}$. Легко видеть, что в этом случае с возрастанием энергии E_{res} необратимый распад в непрерывный спектр усиливается и, таким образом, для его минимизации необходима настройка частоты электромагнитного поля на нижнюю границу континуума.

Аналогично рассмотрим задаваемую выражением (24) частоту Раби Λ как функцию E_{res} . Поскольку второе слагаемое в этом выражении в силу наличия резонансных знаменателей значительно превосходит первое, будем принимать во внимание только его, тогда

$$\Lambda \sim |\varepsilon|^2 \sum_{\mathbf{k}} P \frac{d_{2\mathbf{k}} d_{\mathbf{k}1}}{E_{\mathbf{k}} - E_{res}}. \quad (30)$$

Как упоминалось выше, основной вклад в величину Λ вносят те уровни, которые находятся вблизи энергии E_{res} , поскольку им соответствуют слагаемые с малым знаменателем, а иные слагаемые в значительной степени взаимно уничтожаются за счет осциллирующей зависимости $d_{2\mathbf{k}} d_{\mathbf{k}1}$ от \mathbf{k} . Исходя из этих соображений, для оценки частоты Раби выражение (30) можно представить в виде

$$\Lambda \sim |\varepsilon|^2 d^2 \int_{E_{res}-E_0}^{E_{res}+E_0} P \frac{1}{E' - E_{res}} \times \\ \times \left(N(E_{res}) + \frac{dN(E_{res})}{dE_{res}} (E' - E_{res}) \right) dE',$$

где d — некоторое среднее значение дипольного момента в области от $E' \sim E_{res} - E_0$ до $E' \sim E_{res} + E_0$, E_0 — ширина области эффективного интегрирования, определяемая периодом осцилляции функции $d_{2\mathbf{k}} d_{\mathbf{k}1}$. При таком грубом подходе к интегрированию получаем

$$\Lambda \sim \frac{dN(E_{res})}{dE_{res}}.$$

Таким образом, для квадратичного закона дисперсии имеем

$$\Lambda \sim \frac{1}{\sqrt{E_{res}}}.$$

Естественно, это выражение является очень грубой оценкой, которая фактически теряет смысл при $E_{res} = 0$. Тем не менее можно считать, что при удалении квазирезонансной области E_{res} от границы континуума частота Раби будет уменьшаться, что является неблагоприятным фактором с точки зрения условий (15) и (29).

Таким образом, даже если не ограничивать рассмотрение областью $E_{res} < 0$, полученный ранее результат остается правомерным: для осуществления переноса электрона между квантовыми точками оптимальным является такой выбор частоты внешнего воздействия, при котором в квазирезонанс со связанными состояниями попадает область вблизи нижней границы непрерывного спектра.

Оптимальные условия переноса электрона, вытекающие из полученных аналитических выражений, представляются естественными с точки зрения теории многофотонных оптических процессов, поскольку идеальной ситуацией является такая, при которой переходов в континуум нет, так как тогда нет и необратимого распада. При этом значительную роль начинают играть квазирезонансные состояния, к которым в нашем случае принадлежат нижние уровни зоны проводимости. Тогда если по каким-либо причинам плотность состояний на границе зоны проводимости окажется ненулевой, то эффект оптического переноса электрона будет только усилен.

6. АНАЛИЗ ВЫСШИХ ПОПРАВOK

Как из общих соображений, так и из явного вида выражения (11) следует, что соответствующая

двухфотонному резонансу частота Раби Λ пропорциональна квадрату напряженности поля. Таким образом, для лучшего выполнения условия (17) логично использовать внешнее воздействие насколько возможно большей интенсивности. Однако при увеличении напряженности поля до определенной величины разложение эффективного гамильтониана в ряд (4) теряет смысл. По этой причине возникает необходимость проанализировать высшие слагаемые разложения (4) и получить количественные критерии, позволяющие оценить те предельные значения, при которых приведенные выше выражения перестают быть справедливыми.

В силу громоздкости промежуточных преобразований приведем только конечные результаты. Для демонстрации общих закономерностей достаточно рассмотреть только один матричный элемент четвертого порядка, например, $\tilde{H}_{11}^{(4)}$, который задается выражением вида

$$\tilde{H}_{11}^{(4)} \approx \sum_k \frac{|\varepsilon|^2 |d_{k1}|^2}{\omega_{k1} - \omega} \sum_p \frac{|\varepsilon|^2 |d_{p1}|^2}{(\omega_{p1} - \omega)^2} - \sum_{k,p,q} \frac{|\varepsilon|^4 d_{1k} d_{kp} d_{pq} d_{q1}}{(\omega_{k1} - \omega)(\omega_{q1} - \omega)} \left(\frac{1}{\omega_{p1} - 2\omega} + \frac{1}{\omega_{p1}} \right). \quad (31)$$

Для корректного описания необратимого распада в непрерывный спектр заменим, как и ранее, ω на $\omega + i\delta$, где $\delta = +0$. Если при этом считать, что энергия E_{res} лежит ниже границы континуума (либо немного выше границы, где плотность состояний еще мала), в то время как область двухфотонного резонанса $E_{res}^{(2)} = E_1 + 2\omega$ находится далеко в непрерывном спектре, то из выражения (31) приближенно следует:

$$\tilde{H}_{11}^{(4)} \approx -\tilde{H}_{11}^{(2)} \sum_k \frac{|\varepsilon|^2 |d_{k1}|^2}{(\omega_{k1} - \omega - i\delta)^2} - i\pi |\varepsilon|^4 \times \sum_{k,p,q} P \frac{d_{1k} d_{kp}}{\omega_{k1} - \omega} P \frac{d_{pq} d_{q1}}{\omega_{q1} - \omega} \delta(\omega_{p1} - 2\omega). \quad (32)$$

Как показано ниже на примере закона дисперсии свободных электронов, в случае строгой настройки на нижнюю границу непрерывного спектра, т. е. при условии $E_{res} = 0$, сумма

$$\sum_k \frac{|\varepsilon|^2 |d_{k1}|^2}{(\omega_{k1} - \omega - i\delta)^2} \quad (33)$$

стремится к бесконечности, в то время как при удалении E_{res} от границы, как в глубь континуума, так и вниз от его границы, сумма (33) убывает. Такой

характер расходимости, видимо, можно интерпретировать как искажение закона дисперсии вблизи границы континуума при резонансном взаимодействии с ней связанных состояний. Итак, первое слагаемое в выражении (31) определяет максимально возможную близость E_{res} к границе непрерывного спектра, при которой приведенные выше результаты еще остаются правомерными. В случае более строгой настройки на границу континуума механизм нерезонансного переноса электрона, по-видимому, продолжает работать, однако выражения (23), (24), описывающие штарковские сдвиги и частоту Раби, становятся несправедливыми. Ниже проведены оценки минимального значения $|E_{res}|$, при котором величина суммы (33) становится порядка единицы. Анализ ситуации, в рамках которой сумма (33) заметно превышает единицу, выходит за пределы данной работы.

Второе слагаемое в выражении (31) описывает двухфотонную ионизацию связанных состояний и, очевидно, для эффективного переноса электрона между квантовыми точками должно быть много меньше частоты Раби. Таким образом, интенсивность внешнего воздействия ограничена сверху условием

$$\pi |\varepsilon|^2 \sum_{k,p,q} P \frac{d_{1k} d_{kp}}{\omega_{k1} - \omega} P \frac{d_{pq} d_{q1}}{\omega_{q1} - \omega} \delta(\omega_{p1} - 2\omega) \ll \ll \sum_k P \frac{d_{2k} d_{k1}}{\omega_{k1} - \omega}, \quad (34)$$

из которого при необходимости можно получить ограничения и на частоту Раби.

7. КОЛИЧЕСТВЕННАЯ ОЦЕНКА ЧАСТОТЫ РАБИ

В первую очередь оценим наиболее важную характеристику предложенного механизма двухфотонного перехода — частоту Раби Λ . В соответствии с полученными выше результатами частоту внешнего воздействия считаем такой, что квазирезонансная область энергий E_{res} находится вблизи нижней границы непрерывного спектра, но при этом отстоит от нее на такую величину, что сумма (33) остается много меньше единицы. Для определенности будем считать, что $E_{res} < 0$, т. е. квазирезонансная область находится ниже границы континуума. Отбросив в выражении (19) второе слагаемое, которое мало по сравнению с первым, получим:

$$\Lambda \sim |\varepsilon|^2 \frac{V}{(2\pi)^3} \int \frac{d_{2\mathbf{k}} d_{\mathbf{k}1}}{E_{\mathbf{k}} + |E_{res}|} d\mathbf{k}. \quad (35)$$

Как и ранее, для оценок будет использоваться закон дисперсии свободных электронов. Обозначим $q = \sqrt{2m^*|E_{res}|}$, где m^* — эффективная масса электрона, тогда выражение (35) принимает вид

$$\Lambda \sim |\varepsilon|^2 \frac{V}{(2\pi)^3} 2m^* \int \frac{d_{2\mathbf{k}} d_{\mathbf{k}_1}}{k^2 + q^2} d\mathbf{k}. \quad (36)$$

Как сказано выше, основной вклад в интеграл вносят состояния вблизи E_{res} , т. е. в рассматриваемом случае вблизи нижней границы непрерывного спектра. Соответствующие им волновые функции представляют собой плоские волны (если говорить строго — деформированные вблизи квантовых ям), длина которых велика непосредственно на границе континуума и уменьшается с ростом энергии. В соответствии с этим подынтегральная функция в выражении (36) осциллирует по двум причинам, во-первых, сложным образом в зависимости от \mathbf{k} изменяется модуль каждого из множителей, $d_{2\mathbf{k}}$ и $d_{\mathbf{k}_1}$, и, во-вторых, периодическим образом изменяется разность фаз, что приближенно можно записать как $d_{2\mathbf{k}} d_{\mathbf{k}_1} = |d_{2\mathbf{k}} d_{\mathbf{k}_1}| e^{ikL}$, где L — характерное расстояние между квантовыми точками. Поскольку в рассматриваемую модель изначально заложено требование достаточной изолированности состояний $|1\rangle$ и $|2\rangle$ друг от друга, полагаем, что расстояние между квантовыми точками заметно превосходит их размеры, что соответствует реальным системам. По этой причине можно считать, что второй из приведенных выше факторов осцилляции доминирует.

Для грубой оценки величины, задаваемой выражением (36), при интегрировании можно ограничиться той областью \mathbf{k} , в пределах которой происходит первая осцилляция. Таким образом, ограничим область интегрирования сферой радиуса $k_{max} = 1/L$ и будем считать, что в пределах этой сферы величина каждого из матричных элементов $d_{2\mathbf{k}}$ и $d_{\mathbf{k}_1}$ постоянна и приближенно равна

$$d_{2\mathbf{k}} \approx d_{\mathbf{k}_1} \approx ea \sqrt{\frac{a^3}{V}}, \quad (37)$$

где a — характерный линейный размер квантовых точек. Радикал возникает из-за того, что при умножении волновой функции $\psi_{\mathbf{k}}$, нормированной на объем V , на функцию $\psi_{1,2}$, локализованную вблизи соответствующей квантовой ямы, область «эффективного» интегрирования сокращается до объема порядка a^3 . С учетом всех перечисленных допущений выражение (36) принимает вид

$$\Lambda \sim |\varepsilon|^2 \frac{V}{(2\pi)^3} 2m^* \frac{e^2 a^5}{V} 4\pi \int_0^{k_{max}} \frac{k^2 dk}{k^2 + q^2}. \quad (38)$$

Ниже проведена оценка суммы (33), которая показывает, что энергия E_{res} может быть выбрана таким образом, чтобы величина q^2 была одного порядка или даже много меньше k_{max}^2 . В этом случае из выражения (38) с учетом постоянной Планка получаем:

$$\Lambda \sim \frac{|\varepsilon|^2 e^2 m^* a^5}{\hbar^2 L}. \quad (39)$$

Если положить для оценки $a \sim 10$ нм, $L \sim 100$ нм, $m^* \sim 0.1m_e \sim 10^{-28}$ г, что соответствует неблагоприятному случаю с точки зрения необходимости получить достаточно большую энергию перехода, то уже при не слишком больших полях порядка $|\varepsilon| \sim 10^3$ В/см частота Раби становится равной $\Lambda \sim 10^{-5}$ эВ. Для сравнения отметим, что в работе [2], рассмотренной во Введении, в качестве диапазона оптимальных значений приводится $\Lambda \sim 10^{-5} - 10^{-4}$ эВ.

8. ОЦЕНКИ ОГРАНИЧИВАЮЩИХ ФАКТОРОВ

Результаты, полученные в предыдущем разделе, демонстрируют широкие возможности предложенного механизма с точки зрения варьирования энергии и, соответственно, времени переноса электрона из одной квантовой точки в другую. При этом следует помнить, что напряженность электрического поля ограничена сверху условием (34), анализ которого можно провести следующим образом. Повторив преобразования, выполненные в предыдущем разделе, и ограничив область интегрирования сферой радиуса $1/a$, получим следующую оценку для правой части неравенства (34):

$$|\varepsilon|^2 \sum_{k,p,q} \frac{d_{1k} d_{kp}}{\omega_{k1} - \omega} \frac{d_{pq} d_{q1}}{\omega_{q1} - \omega} \delta(\omega_{p1} - 2\omega) \sim \sim |\varepsilon|^2 \left(dD \frac{Vm^*}{a} \right)^2 N(E_{res}^{(2)}), \quad (40)$$

где d — характерная величина дипольного момента, соответствующая переходам между связанными состояниями и континуумом, D — аналогичная величина для переходов между состояниями непрерывного спектра, $E_{res}^{(2)} = E_1 + 2\omega$ — область двухфотонного поглощения, $N(E_{res}^{(2)})$ — плотность состояний в этой области.

Матричные элементы, описывающие переходы между уровнями непрерывного спектра, задаются выражением

$$D \sim e \int \psi_{\mathbf{k}}^* \mathbf{r} \psi_{\mathbf{p}} d\mathbf{r}. \quad (41)$$

При этом можно считать, что вклад в эту величину вносится только при интегрировании по области вблизи квантовых точек, в то время как интеграл по всему остальному пространству равен нулю, поскольку интересующие нас переходы между состояниями непрерывного спектра происходят, вообще говоря, без сохранения квазиимпульса. При таком уменьшении объема интегрирования величина матричного элемента D будет пропорциональна микроскопически малому отношению a^3/V . Заметим, что матричный элемент (41) характеризует взаимодействие таких пар энергетических уровней, что один из них (для определенности — E_p) лежит вблизи границы непрерывного спектра, в то время как другой (соответственно, E_k) отстоит от границы континуума на величину порядка энергии кванта внешнего поля. Таким образом, волновая функция ψ_k осциллирует значительно быстрее, чем ψ_p и, соответственно, именно характер осцилляций ψ_k определяет величину интеграла в выражении (41). Исходя из этих соображений, характерный линейный размер a_0 , на котором изменяется подынтегральная функция, равен

$$a_0 \sim \frac{1}{k} \sim \frac{1}{\sqrt{m^* \omega}}.$$

Величину матричного элемента (41) при этом можно оценить как

$$D \sim e a_0 \frac{a^3}{V} \sim e \frac{1}{\sqrt{m^* \omega}} \frac{a^3}{V}. \quad (42)$$

Отметим также, что плотность состояний представляет собой величину порядка

$$N(E_{res}^{(2)}) \approx N(\omega) \sim V(m^*)^{3/2} \omega^{1/2}. \quad (43)$$

Объединив выражения (37), (40), (42), (43) и восстановив в них постоянную Планка, преобразуем условие (34) к следующему виду:

$$|\varepsilon| \ll \frac{\hbar^{7/4} \omega^{1/4}}{e a^2 L^{1/2} (m^*)^{3/4}}. \quad (44)$$

Следуя работе [2], положим для оценки $\omega \sim 0.1$ эВ, тогда из неравенства (44) следует, что $|\varepsilon| \ll 10^4$ В/см. Аналогичное условие, ограничивающее в соответствии с выражением (39) частоту Раби, выглядит как

$$\Lambda \ll \frac{a \hbar^{3/2} \omega^{1/2}}{L^2 (m^*)^{1/2}}, \quad (45)$$

что при подстановке указанных выше характерных значений дает $\Lambda \ll 10^{-3}$ эВ. Из проведенных оценок видно, что ограничения, накладываемые на параметры задачи двухфотонной ионизацией, могут

быть как совершенно несущественными, так и принципиально важными, и, следовательно, требуют более аккуратного учета. Чтобы изначально пренебрегать процессом двухфотонной ионизации, можно, например, подобрать параметры задачи таким образом, чтобы область энергий $E_{res}^{(2)}$ находилась в запрещенной зоне.

Рассмотрим теперь ограничения, вытекающие из первого слагаемого выражения (31). Повторив действия, аналогичные преобразованиям (35)–(39), получим следующую оценку для суммы (33):

$$\sum_k \frac{|\varepsilon|^2 |d_{k1}|^2}{(\omega_{k1} - \omega)^2} \sim \frac{|\varepsilon|^2 e^2 (m^*)^2 a^5}{\hbar^4 q} \sim \frac{|\varepsilon|^2 e^2 (m^*)^{3/2} a^5}{\hbar^3 |E_{res}|^{1/2}}.$$

Отсюда, во-первых, можно видеть, что при строгой настройке на границу континуума сумма расходится, и, во-вторых, можно получить условия, при которых сумма остается много меньше единицы:

$$|E_{res}| \gg \frac{|\varepsilon|^4 e^4 (m^*)^3 a^{10}}{\hbar^6} \sim |\Lambda|^2 \frac{m^* L^2}{\hbar^2}. \quad (46)$$

Необходимо подчеркнуть, что если неравенство (34) и его оценки (44), (45) описывают объективные ограничения, наложенные на перенос электрона интенсивной двухфотонной ионизацией, то выражение (46) ограничивает не сам процесс нерезонансного переноса, а всего лишь определяет область применимости аналитических выражений, используемых для его описания. Положив для оценки значение $|\varepsilon| \sim 10^3$ В/см, получим:

$$|E_{res}| \gg 10^{-6} \text{ эВ}. \quad (47)$$

Отсюда можно видеть, что проведенные выше оценки не выходят за рамки условий (46), (47), поскольку, выбрав, например, $|E_{res}| \sim 10^{-5}$ эВ, получим, что $q^2 \ll k_{max}^2$. Соответственно, переход от выражения (38) к выражению (39), для которого необходимо, чтобы величина q^2 не превышала величину k_{max}^2 , является правомерным.

Наконец, проведем оценки наиболее существенного ограничения, которое накладывается на механизм двухфотонного переноса электрона условием (18). Из выражений (10), (11) можно видеть, что штарковские сдвиги $E_{1;2}^{st}$ являются величинами того же порядка (и даже заметно большими), что и частота Раби Λ , причем их соотношение не зависит от интенсивности внешнего воздействия. Естественно, что в случае строго идентичных квантовых точек получим $E_1^{st} = E_2^{st}$, и, таким образом, условие (18) будет выполняться всегда. Однако, как сказано

во Введении, анализ такого случая не представляет практического интереса, поскольку современные технологии не позволяют его реализовать. По этой причине необходимо исследовать, насколько сильно различия между квантовыми точками сказываются на разнице штарковских сдвигов.

Следуя логике переходов (35)–(39) и учитывая, что $d_{\mathbf{k}\alpha} \sim ea_0 \sqrt{a^3/V}$, где $a_0(k) \sim \min(a, 1/k)$, получим

$$E_{1;2}^{st} \sim \frac{|\epsilon|^2 e^2 m^* a^4}{\hbar^2}. \quad (48)$$

Из этого выражения можно видеть, что штарковские сдвиги существенно зависят от размера квантовой точки и, соответственно, даже не слишком значительные различия в геометрии могут привести к нарушению условия (18). Рассмотрим неблагоприятный случай, когда рассматриваемые квантовые точки имеют сходную форму, но различные размеры, которые будем характеризовать параметрами a_1 и a_2 . Если считать, что различия в размерах квантовых точек невелики, т. е. $\delta a \equiv a_2 - a_1 \ll a$, то в соответствии с оценками (39), (48) и условием (18) имеем

$$\frac{\Delta_{st}}{\Lambda} \sim 4 \frac{\delta a}{a} \frac{L}{a} \ll 1. \quad (49)$$

Отметим сразу, что ограничения, аналогичные неравенству (49), становятся менее жесткими в случае, когда квантовые точки имеют близкий «объем», но различную форму. Чтобы обобщить формулу (49) на случай произвольных размеров и форм, перепишем ее в следующем виде:

$$\frac{\Delta_{st}}{\Lambda} \sim C \frac{\delta a}{a} \frac{L}{a} \ll 1, \quad (50)$$

где $C \sim 1-10$ — безразмерная константа, характеризующая совокупность геометрических факторов.

В проводимых ранее оценках считалось, что расстояние между квантовыми точками на порядок больше размера каждой из них, т. е. $L \sim 10a$. Соответственно, для выполнения условия (50) необходимо, чтобы δa по крайней мере на два порядка было меньше a , т. е. $\delta a \sim 0.1$ нм, что, строго говоря, меньше толщины атомного слоя. Таким образом, для пары квантовых точек малого размера ($a \sim 10$ нм) отличие уже в один атомный слой может привести к значительному подавлению переноса электрона.

Рассмотрим более благоприятные случаи, причем для сравнения будем сопоставлять результаты с выводами работы [3], в которой исследовался перенос электрона между двумя квантовыми точками через третье дискретное состояние (рис. 1а) и анализировалось влияние различий между точками на по-

давление этого процесса. Напряженность электрического поля при этом полагаем достаточно большой, для того чтобы можно было считать, что $\Delta_{st} \gg \Delta_0$, и стационарную разность энергий Δ_0 можно было не учитывать. Итак, следуя указанной работе, рассмотрим два набора параметров.

$$1) \quad a = 20 \text{ нм}, \quad \delta a = 0.2 \text{ нм}, \quad L = 80 \text{ нм}. \quad (51)$$

Если пренебречь двухфотонной ионизацией, то из выражений (50) и (16) получаем, что максимальная вероятность переноса электрона равна $|b_2|_{max}^2 \approx 1 - 4 \cdot 10^{-4} C^2$. При изменении C от 1 до 10 вероятность перехода меняется от 0.9996 до 0.96.

$$2) \quad a = 60 \text{ нм}, \quad \delta a = 0.2 \text{ нм}, \quad L = 240 \text{ нм}, \quad (52)$$

при этом $|b_2|_{max}^2 \approx 1 - 4.4 \cdot 10^{-5} C^2$ изменяется от 0.99996 до 0.996.

Для сравнения необходимо отметить, что в работе [3] область параметров (51) признается вообще непригодной для осуществления переноса, в то время как для набора (52) вероятность переноса электрона достигает значения 0.9. Таким образом, двухфотонный перенос электрона является гораздо менее чувствительным к различиям между квантовыми точками по сравнению с трехуровневым механизмом, исследовавшимся в работах [2–8]. Отметим также, что, приложив к квантовым точкам дополнительные электростатические потенциалы, можно добиться такого изменения Δ_0 , чтобы получить строгую настройку на двухфотонный резонанс, т. е. $\Delta = \Delta_0 + \Delta_{st} \approx 0$. При этом геометрические различия между квантовыми точками, которые имеют принципиальное значение [3] для трехуровневой системы, в случае двухфотонных переходов не будут играть никакой роли.

9. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Предложенный и изученный в данной работе эффект нерезонансного двухфотонного переноса электрона между квантовыми точками доступен для наблюдения и использования в самых разнообразных системах из квантовых точек, но весьма труден для исследования в обычных атомно-молекулярных системах — как показано выше, эффект существенно зависит от размеров квантовых точек и расстояния между ними. Если вместо квантовых точек взять слабо ионизированный атомарный или молекулярный

газ, то в обычных условиях при учете межатомных расстояний и характерных времен деполяризующих столкновений эффект не наблюдаем. Ситуацию несколько улучшит рассмотрение ридберговских атомов, но наиболее значимым эффект нерезонансного двухфотонного переноса может быть в условиях удержания ультрахолодных атомов в магнитооптических ловушках. Здесь также справедлива наглядная картина уровней, изображенных на рис. 1б, только она будет описывать атомы в магнитооптических ямах [19–21]. В работах [19–21] обсуждается перенос атомов из одной ловушки с энергетического уровня E_1 в другую, на энергетический уровень E_2 , за счет воздействия импульсного двухчастотного электромагнитного поля в условиях комбинационного резонанса $\omega_1 - \omega_2 \approx E_2 - E_1$. Однако до сих пор в моделях ультрахолодных атомов в магнитооптических ловушках не учитывались корректно состояния непрерывного спектра. Предложенный нами механизм нерезонансного переноса теперь уже атома может иметь место и в магнитооптических ловушках для состояний с энергиями $E_1 \approx E_2$ — в рамках простой модели будут справедливы основные формулы, полученные в данной работе, однако численные оценки параметров и условия эффективного нерезонансного переноса атомов будут уже другими.

Для случая нерезонансного двухфотонного электронного переноса в жидкости необходимо учитывать межмолекулярное взаимодействие и, по-видимому, более адекватное рассмотрение предполагает оперирование с молекулярными термами. Однако сложная картина пересечений молекулярных термов в поле электромагнитной волны приведет к неизбежному наслоению на описанный эффект разного рода неадиабатических переходов, так что вряд ли эффект будет иметь здесь самостоятельное значение.

ЛИТЕРАТУРА

1. F. Grossmann, T. Dittrich, P. Jung, and P. Hanggi, *Phys. Rev. Lett.* **67**, 516 (1991).
2. L. A. Opehov, *Phys. Rev. B* **60**, 8798 (1999).
3. А. В. Цуканов, Л. А. Опеhov, *Физика и техника полупроводников* **38**, 94 (2004).
4. J. H. Oh, D. Ahn, and S. W. Hwang, *Phys. Rev. A* **62**, 052306 (2000).
5. T. H. Stoof and Yu. V. Nazarov, *Phys. Rev. B* **53**, 1050 (1996).
6. B. L. Hazelzet, M. R. Wegewijs, T. H. Stoof, and Yu. V. Nazarov, *Phys. Rev. B* **63**, 165313 (2001).
7. A. D. Greentree, J. H. Cole, A. R. Hamilton, and L. C. L. Hollenberg, *Phys. Rev. B* **70**, 235317 (2004).
8. А. М. Башаров, С. А. Дубовис, *Опт. и спектр.* **99**, 607 (2005).
9. U. Hohenester, F. Troiani, E. Molinari, G. Panzarini, and C. Macchiavello, *Appl. Phys. Lett.* **77**, 1864 (2000).
10. М. О. Скалли, М. С. Зубайри, *Квантовая оптика*, Физматлит, Москва (2003).
11. А. И. Мaimistov and А. М. Basharov, *Nonlinear Optical Waves*, Kluwer Acad., Dordrecht (1999).
12. А. М. Башаров, *Фотоника. Метод унитарного преобразования в нелинейной оптике*, МИФИ, Москва (1990).
13. А. V. Baranov, Y. Masumoto, K. Inoue, A. V. Fedorov, and A. A. Onushchenko, *Phys. Rev. B* **55**, 15676 (1997).
14. Е. Ю. Перлин, *Опт. и спектр.* **90**, 777 (2001).
15. А. V. Fedorov, А. V. Baranov, and K. Inoue, *Phys. Rev. B* **54**, 8627 (1996).
16. L. Jacak, P. Hawrylak, and A. Wojs, *Quantum Dots*, Springer, Berlin (1998).
17. P. N. Butcher, and D. Cotter, *The Elements of Nonlinear Optics*, Cambridge Univ. Press, Cambridge (1990).
18. G. Kurizki and A. Ben-Reuven, *Phys. Rev. A* **36**, 90 (1987).
19. D. Jaksch, C. Bruder, J. I. Cirac, C. W. Gardiner, and P. Zoller, *Phys. Rev. Lett.* **81**, 3108 (1998).
20. А. И. Маймистов, *Опт. и спектр.* **97**, 981 (2004).
21. D. Jaksch and P. Zoller, *Ann. Phys.* **315**, 52 (2005).