

# ИНДУЦИРОВАННОЕ ВНЕШНИМ МАГНИТНЫМ ПОЛЕМ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ПСЕВДОСКАЛЯРНОЙ ЧАСТИЦЫ С ФОТОНОМ В ЭЛЕКТРОН-ПОЗИТРОННОЙ ПЛАЗМЕ

*Н. В. Михеев\*, Е. Н. Нарынская*

*Ярославский государственный университет им. П. Г. Демидова  
150000, Ярославль, Россия*

Поступила в редакцию 16 декабря 2004 г.

Исследуется эффективное взаимодействие псевдоскалярной частицы с фотоном в замагниченной электрон-позитронной плазме. Вычисляются плазменный и полевой вклады в эффективную связь взаимодействия между псевдоскалярной частицей и фотоном. Показано, что в некоторых предельных случаях эффективная связь не зависит от параметров среды и 4-импульса частиц.

PACS: 95.30.Cq, 14.70.Bh, 14.80.Mz

## 1. ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время все более актуальным становится исследование физики элементарных частиц во внешней активной среде, в качестве которой может выступать не только плазма, но и внешнее магнитное поле. Одновременно обе компоненты активной среды могут быть представлены в астрофизических объектах, поэтому изучение квантовых процессов и, в частности, процессов с участием слабо взаимодействующих частиц, представляет несомненный интерес с точки зрения астрофизических приложений. Основное внимание при этом обычно уделялось физике нейтрино. Это связано с тем, что в таких астрофизических катаклизмах как взрыв сверхновой или слияния нейтронных звезд процессы с участием нейтрино играют определяющую роль, поскольку именно нейтрино, распространяясь сквозь плотную плазму и сильное магнитное поле, уносят с собой практически всю энергию, теряемую звездой при взрыве. Однако прикладное значение при описании космических катаклизмов могут также иметь исследования процессов с участием других слабо взаимодействующих с веществом частиц [1]. В качестве таких частиц могли бы выступать легкие и даже строго безмассовые голдстоуновские и псевдоголдстоуновские бозоны, возникающие при нарушении новой

симметрии на некоем энергетическом масштабе. К частицам такого типа относятся, например, аксион, фамилон, майорон и др. Поскольку такие частицы очень слабо взаимодействуют с веществом, они обладают большой проникающей способностью, вследствие чего различные процессы с их испусканием могут оказаться дополнительными источниками потери энергии звездами [2–9]. Отметим, что исследования подобного рода представляют собой дополнительный метод получения астрофизических ограничений на параметры слабо взаимодействующих частиц, такие как масса и константы связи. Применительно к гипотетическим частицам астрофизический метод успешно используется в настоящее время.

Другим интересным с точки зрения астрофизических приложений эффектом является возможная асимметрия вылета слабо взаимодействующих частиц при взрыве сверхновой, обусловленная наличием сильного внешнего магнитного поля, которая могла бы быть красивым макроскопическим проявлением нарушения зеркальной симметрии в микромире. Это явление, возможно, могло бы решить проблему больших собственных скоростей пульсаров. Асимметрия вылета таких частиц из сверхновой могла бы приводить к «реактивной тяге», в результате чего рождающийся пульсар и приобрел бы начальный толчок (kick-velocity).

Экстремальные физические условия, существующие

\*E-mail: mikheev@uniyar.ac.ru

щие внутри астрофизических объектов, оказывают значительное влияние на свойства частиц и их взаимодействие. Плотная плазма существенно влияет на процессы с испусканием, поглощением и рассеянием нейтрино, играющие важную роль в динамике остывания звездных объектов. Например, распад плазмона на нейтринную пару,  $\gamma^{pl} \rightarrow \nu\bar{\nu}$ , становится в плотной среде не только кинематически возможным, но может оказаться доминирующим источником нейтрино [10]. Внешнее магнитное поле, так же как и плазма, выступая в качестве активной компоненты внешней среды, может сильно влиять на свойства частиц. Во-первых, магнитное поле способно индуцировать новые взаимодействия частиц, например, фамилон и фотона. Во-вторых, внешнее поле существенно меняет кинематику частиц, благодаря чему открываются процессы, запрещенные в вакууме законом сохранения энергии-импульса (например, распад фотона на электрон-позитронную пару [11], расщепление фотона на два фотона  $\gamma \rightarrow \gamma\gamma$  [12]). Кроме того, магнитное поле может оказывать катализирующее влияние на процессы, подавленные в отсутствие внешнего магнитного поля (распад массивного нейтрино  $\nu_i \rightarrow \nu_j\gamma$  [13]).

Следует заметить, что указанное влияние внешнего магнитного поля становится особенно существенным, когда напряженность поля превышает критическое значение поля для электрона, так называемое швингеровское значение,  $B_e = m_e^2/e = 4.41 \cdot 10^{13} \text{ Гс}^1$ . Поля такого и даже большего масштаба могут генерироваться в некоторых астрофизических объектах. Например, величина магнитного поля, развиваемого при коллапсе ядра сверхновой, может достигать значений  $10^{12}$ – $10^{13}$  Гс. Такие поля возникают при одномерном коллапсе, когда имеет место строго радиальное падение вещества. Однако имеются серьезные аргументы в пользу того, что физика сверхновых значительно сложнее, в частности, необходимо также учитывать вращение коллапсирующего ядра. Наличие вращения может увеличить магнитное поле в  $10^3$ – $10^4$  раз, как, например, в модели ротационного взрыва сверхновой Бисноватого-Когана [14].

В данной работе исследуется влияние замагниченной электрон-позитронной плазмы на индуцированное внешним магнитным полем эффективное взаимодействие псевдоскалярной частицы с фотоном. В качестве псевдоскалярной частицы рассматривается фамилон, возникающий в результате на-

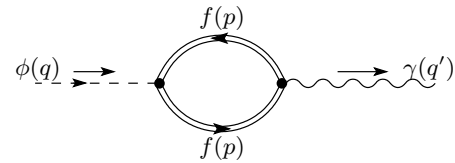


Рис. 1. Диаграмма, описывающая петлевой вклад в амплитуду перехода  $\phi \rightarrow \gamma$  во внешнем поле. Двойная линия соответствует точному пропагатору фермиона в магнитном поле

рушения горизонтальной симметрии между фермионными поколениями [15, 16]. Следует отметить, что взаимодействие фамилон с фотоном становится возможным только в присутствии внешнего магнитного поля (в отличие, например, от аксиона). Это обусловлено тем фактом, что фамилон не имеет аномалий  $\Phi(G\tilde{G})$  и  $\Phi(F\tilde{F})$  в вакууме ( $G_{\mu\nu}$  и  $F_{\mu\nu}$  — соответственно, глюонные и электромагнитные тензоры поля).

Индукцированное внешним магнитным полем эффективное взаимодействие фамилон с фотоном описывается петлевой диаграммой, представленной на рис. 1, и может быть представлено в виде

$$L_{\phi\gamma} = g_{\phi\gamma} \tilde{F}^{\alpha\beta} (\partial_\beta A_\alpha) \Phi. \quad (1)$$

Здесь  $A_\mu$  — 4-потенциал квантованного электромагнитного поля,

$$\tilde{F}^{\alpha\beta} = \frac{1}{2} \varepsilon^{\alpha\beta\rho\sigma} F_{\rho\sigma}$$

— тензор, дуально сопряженный тензору внешнего магнитного поля  $F_{\rho\sigma}$ ,  $\Phi$  — поле фамилон,  $g_{\phi\gamma}$  — эффективная связь взаимодействия между фамилон и фотоном в замагниченной плазме. Амплитуда перехода  $\phi \rightarrow \gamma$ , соответствующая лагранжиану (1), имеет вид

$$M = ig_{\phi\gamma} (\varepsilon^* \tilde{F} q), \quad (2)$$

где  $q_\mu = (\omega, \mathbf{k})$  — 4-вектор импульса фотона,  $\varepsilon_\mu$  — 4-вектор поляризации фотона. Здесь и далее у 4-векторов и тензоров, стоящих внутри круглых скобок, тензорные индексы полагаются свернутыми последовательно, например,  $(\varepsilon^* \tilde{F} q) = (\varepsilon_\mu^* \tilde{F}^{\mu\nu} q_\nu)$ .

В присутствии  $e^-e^+$ -плазмы становится возможным еще один канал перехода фамилон  $\rightarrow$  фотон. А именно, процесс комптоноподобного «рассеяния» фамилон–фотон вперед на электронах и позитронах плазмы, изображенный диаграммами на рис. 2. Отметим, что вклад этого канала в эффективное

<sup>1)</sup> Используется естественная система единиц, в которой  $c = \hbar = 1$ , элементарный заряд  $e > 0$ .

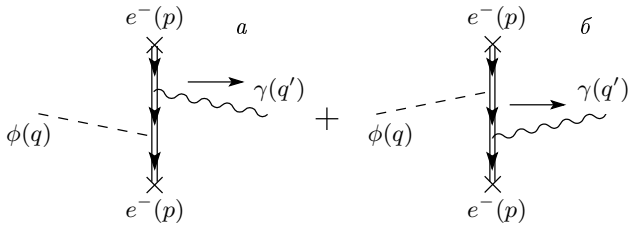


Рис. 2. Процесс комптоподобного «рассеяния вперед» фамилон на плазменных электронах. Диаграммы, описывающие рассеяние фамилон на позитронах плазмы, получаются из данных заменой  $p \rightarrow -p$  и изменением направления фермионной линии

взаимодействие псевдоскалярной частицы с фотоном ранее не учитывался. Хотя, как показано ниже, в некоторых физических условиях он может оказаться много больше, чем индуцированный магнитным полем петлевой вклад в эффективную связь  $g_{\phi\gamma}$ .

Полная амплитуда процесса конверсии  $\phi \rightarrow \gamma$  в замагниченной плазме может быть представлена в виде суммы полевого и плазменного вкладов:

$$M = M^F + M^P. \tag{3}$$

Вклады внешнего магнитного поля и замагниченной плазмы в амплитуду перехода фамилон  $\rightarrow$  фотон могут быть получены из лагранжиана взаимодействия фамилон с фермионами:

$$L = \frac{-2im_f c_f}{v_\phi} (\bar{\Psi}_f \gamma_5 \Psi_f) \Phi - e_f (\bar{\Psi}_f \hat{A} \Psi_f), \tag{4}$$

где  $\hat{A} = (\gamma^\mu A_\mu)$ ,  $v_\phi$  — модельно зависящий энергетический масштаб (для фамилон — масштаб нарушения горизонтальной симметрии),  $c_f$  — безразмерный параметр порядка единицы, также зависящий от конкретной модели,  $e_f$  и  $m_f$  — соответственно, электрический заряд и масса фермиона  $f$ ,  $\Psi_f$  — оператор фермионного поля. Здесь для описания взаимодействия фамилон с электронами мы использовали лагранжиан с псевдоскалярной связью. Это не уменьшает общности полученных результатов, поскольку рассматриваемые диаграммы (рис. 1, 2) содержат всего одну линию псевдоскалярной частицы.

В данной работе получено общее выражение для амплитуды конверсии  $\phi \rightarrow \gamma$  и эффективной связи фамилон-фотонного взаимодействия в электрон-позитронной плазме в присутствии произвольного внешнего магнитного поля. Подробно рассмотрен часто реализуемый в астрофизических условиях предел сильного магнитного поля, когда заселенным

оказывается практически только основной уровень Ландау.

## 2. ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ФАМИЛОНА С ФОТОНОМ В ПЛАЗМЕ В ПРИСУТСТВИИ ПРОИЗВОЛЬНОГО ПОСТОЯННОГО МАГНИТНОГО ПОЛЯ

### 2.1. Индуцированный внешним магнитным полем вклад в эффективную связь фамилон-фотонного взаимодействия

Взаимодействие фамилон с фотоном во внешнем магнитном поле изображается петлевой диаграммой, представленной на рис. 1, где по виртуальным фермионам  $f$  в петле проводится суммирование. Из всех фермионов наиболее чувствительным к влиянию внешнего магнитного поля является электрон как частица с максимальным удельным зарядом  $e/m$ . Поэтому основной вклад в сумму обусловлен электроном, вкладом от других фермионов можно пренебречь.

Индуцированная внешним магнитным полем амплитуда процесса конверсии  $\phi \rightarrow \gamma$  может быть получена из книги [17]. Выполняя в формуле (4.17) указанной книги подстановки

$$j_P \rightarrow -\frac{2im_e c_e}{v_\phi}, \quad jV_\mu \rightarrow e\varepsilon_\mu^*,$$

получаем

$$\Delta M^F = \frac{-ec_e \beta}{2\pi^2 v_\phi} (\varepsilon^* \tilde{\varphi} q) \times \int_0^1 du \int_0^\infty dt \exp[-i\Omega(u, t)], \tag{5}$$

$$\Omega(u, t) = t \left( 1 - \frac{q_\parallel^2}{m_e^2} \frac{1-u^2}{4} \right) + \frac{q_\perp^2}{2m_e^2} \frac{\cos(\eta t u) - \cos(\eta t)}{\eta \sin(\eta t)},$$

где  $\tilde{\varphi}_{\alpha\beta} = \tilde{F}_{\alpha\beta}/B$  — приведенный к безразмерному виду дуальный тензор внешнего магнитного поля,  $\beta = eB$ ,  $\eta = \beta/m_e^2 = B/B_e$ . Здесь и далее индекс « $\perp$ » при 4-векторе означает, что вектор лежит в плоскости, перпендикулярной направлению магнитного поля (поле считается направленным вдоль третьей оси,  $\mathbf{B} = (0, 0, B)$ ), а индекс « $\parallel$ » соответствует «продольным» составляющим 4-векторов, т. е.

$$q_\parallel^\mu = (q_0, 0, 0, q_3), \quad q_\perp^\mu = (0, q_1, q_2, 0), \quad q_\parallel^2 = q_0^2 - q_3^2,$$

$$q_{\perp}^2 = q_1^2 + q_2^2, \quad q^2 = q_{\parallel}^2 - q_{\perp}^2.$$

Интегрирование по переменной  $t$  в выражении (5) проводится в комплексной плоскости вдоль положительного направления вещественной оси. При этом на вещественной оси подынтегральная функция имеет набор полюсов, которые следует обходить снизу. Сделаем поворот контура интегрирования по часовой стрелке, совместив его с мнимой полуосью, что соответствует замене  $t \rightarrow -i\tau$ . После такой замены выражение (5) приобретает более удобный для анализа вид:

$$\Delta M^F = \frac{ie c_e \beta}{2\pi^2 v_{\phi}} (\varepsilon^* \tilde{\varphi} q) \int_0^1 du \int_0^{\infty} d\tau \exp[-\Omega(u, \tau)], \quad (6)$$

$$\Omega(u, \tau) = \tau \left( 1 - \frac{q_{\parallel}^2}{m_e^2} \frac{1-u^2}{4} \right) - \frac{q_{\perp}^2}{2m_e^2} \frac{\text{ch}(\eta u \tau) - \text{ch}(\eta \tau)}{\eta \text{sh}(\eta \tau)}.$$

Следует отметить, что амплитуда (6), строго говоря, не является корректной, поскольку содержит аномалию Адлера. Поскольку взаимодействие фамилон-фотон свободно от аномалии Адлера, интеграл, стоящий при тензорной структуре  $(\varepsilon^* \tilde{\varphi} q)$ , в локальном пределе должен обращаться в нуль при  $q_{\mu} = 0$ , что для амплитуды (6) не выполняется. Поэтому в выражении (6) необходимо провести процедуру вычитания треугольной аномалии Адлера, которая в данном случае сводится к вычитанию из выражения (6) полевой амплитуды в пределе массы фермиона, стремящейся к бесконечности:

$$M^F = \Delta M^F - \Delta M^F(m_e \rightarrow \infty).$$

После этого амплитуда перехода фамилон  $\rightarrow$  фотон во внешнем поле может быть записана как

$$M^F = \frac{ic_e e^2}{2\pi^2 v_{\phi}} (\varepsilon^* \tilde{F} q) \times \left( \int_0^1 du \int_0^{\infty} d\tau \exp[-\Omega(u, \tau)] - 1 \right). \quad (7)$$

Сравнивая результат (7) с (2), находим индуцированный внешним магнитным полем вклад в эффективную связь фамилон-фотонного взаимодействия в виде

$$g_{\phi\gamma}^F = \frac{c_e e^2}{2\pi^2 v_{\phi}} \left( \int_0^1 du \int_0^{\infty} d\tau \exp[-\Omega(u, \tau)] - 1 \right). \quad (8)$$

Отметим, что полученное выражение справедливо для магнитных полей произвольной напряженности.

### 2.2. Плазменный вклад в эффективную связь фамилон-фотонного взаимодействия

Вклад  $e^-e^+$ -плазмы в амплитуду перехода  $\phi \rightarrow \gamma$  обусловлен комптоноподобным «рассеянием» фамилон-фотон вперед на плазменных электронах и позитронах (рис. 2). Мы подробно остановимся на вычислении амплитуды перехода  $M_1^P$ , соответствующей диаграмме на рис. 2б. Амплитуда, соответствующая диаграмме на рис. 2а, а также амплитуды процессов рассеяния на плазменных позитронах могут быть получены из  $M_1^P$  соответствующими преобразованиями.

Используя лагранжиан (4), для  $S$ -матричного элемента, соответствующего диаграмме на рис. 2б, получаем следующее выражение:

$$S_1^P = \frac{ie c_e m_e}{v_{\phi} V \sqrt{\omega \omega'}} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_s \int d^4x d^4y dn_{e^-} \times \bar{\psi}_e(p, y) \hat{\varepsilon}^* S(y, x) \gamma_5 \psi_e(p, x) e^{-iqx} e^{iq'y}. \quad (9)$$

Здесь  $q^{\alpha} = (\omega, \mathbf{k})$  и  $q'^{\alpha} = (\omega', \mathbf{k}')$  — 4-импульсы, соответственно, фамилон-фотона и фотона,  $p^{\alpha} = (E_n, \mathbf{p})$  — 4-импульс электрона,

$$E_n = \sqrt{p_3^2 + m_e^2 + 2\beta n}$$

— энергия электрона на  $n$ -м уровне Ландау,  $\psi_e$  и  $S(y, x)$  — соответственно, решения уравнения Дирака и пропагатор электрона во внешнем магнитном поле,  $dn_{e^-}$  — элемент фазового объема плазменного электрона. Во внешнем магнитном поле, направленном по оси  $z$  в калибровке  $\mathbf{A} = (0, Bx, 0)$ , число состояний плазменного электрона определяется следующим образом:

$$dn_{e^-} = \frac{dp_2 dp_3}{(2\pi)^2} L_2 L_3 f(E_n, \mu).$$

Здесь  $L_2, L_3$  — вспомогательные параметры, определяющие нормировочный объем,  $L_1 L_2 L_3 = V$ ,  $p_3$  — кинетический импульс вдоль третьей оси,  $p_2$  — обобщенный импульс, определяющий положение центра гауссова пакета на первой оси в соответствии с уравнением  $x_1 + p_2/\beta = 0$ ,  $f(E_n, \mu)$  — равновесная функция распределения электронов, которая в системе покоя плазмы имеет вид

$$f(E_n, \mu) = \frac{1}{\exp[(E_n - \mu)/T] + 1}, \quad (10)$$

где  $\mu$  и  $T$  — соответственно, химический потенциал и температура плазмы.

Волновые функции электрона в выбранной калибровке могут быть записаны в форме [18]

$$\psi_e(p, x) = \frac{u_s(p, \xi) \exp[-i(E_n x_0 - p_2 x_2 - p_3 x_3)]}{\sqrt{2E_n(E_n + m_e)L_2L_3}}, \quad (11)$$

где биспинорные амплитуды, соответствующие двум проекциям спина на направление магнитного поля  $s = \pm 1$ , имеют вид

$$u_{s=-1}(p, \xi) = \begin{pmatrix} 0 \\ (E_n + m_e) V_n(\xi) \\ -i\sqrt{2\beta n} V_{n-1}(\xi) \\ -p_3 V_n(\xi) \end{pmatrix},$$

$$u_{s=1}(p, \xi) = \begin{pmatrix} (E_n + m_e) V_{n-1}(\xi) \\ 0 \\ p_3 V_{n-1}(\xi) \\ i\sqrt{2\beta n} V_n(\xi) \end{pmatrix}.$$

Здесь

$$V_n(\xi) = \frac{\beta^{1/4}}{\sqrt{2^n n! \sqrt{\pi}}} \exp\left(-\frac{\xi^2}{2}\right) H_n(\xi),$$

$H_n(\xi)$  — полиномы Эрмита,  $\xi$  — безразмерная координата,

$$\xi = \sqrt{\beta} \left(x_1 + \frac{p_2}{\beta}\right).$$

Отметим, что функция  $V_n(\xi)$  при отрицательных значениях индекса  $n$  полагается равной нулю.

В произвольном постоянном электромагнитном поле пропагатор электрона не обладает ни трансляционной, ни калибровочной инвариантностью. Неинвариантная составляющая выделяется в виде фазового множителя, и пропагатор можно представить в форме [19]

$$S(x, y) = e^{i\Phi(x, y)} S(x - y),$$

$$\Phi(x, y) = e \int_y^x d\xi^\mu \left[ A_\mu(\xi) + \frac{1}{2} F_{\mu\nu}(\xi - y)^\nu \right]. \quad (12)$$

Учитывая явный вид потенциала электромагнитного поля в выбранной калибровке, фазу в (12) можно вычислить в явном виде:

$$\Phi(x, y) = -\frac{\beta}{2}(x_1 + y_1)(x_2 - y_2).$$

Трансляционно инвариантная часть пропагатора  $S(x - y)$  имеет различные представления, в нашем

случае ее удобно взять в виде частичного разложения в интеграл Фурье:

$$S(z) = -\frac{i}{4\pi} \int_0^\infty \frac{d\tau}{\text{th } \tau} \int \frac{d^2 p'_\parallel}{(2\pi)^2} \times$$

$$\times \left\{ [\hat{p}'_\parallel + m_e] \Pi_- (1 + \text{th } \tau) + \right.$$

$$\left. + [\hat{p}'_\parallel + m_e] \Pi_+ (1 - \text{th } \tau) - \frac{i\beta \hat{z}_\perp}{2 \text{th } \tau} (1 - \text{th}^2 \tau) \right\} \times$$

$$\times \exp\left(-\frac{\beta z_\perp^2}{4 \text{th } \tau} - \frac{\tau(m_e^2 - p'^2_\parallel)}{\beta} - i(p'z)_\parallel\right), \quad (13)$$

где  $z_\mu = x_\mu - y_\mu$ ,  $\tau$  — мнимое собственное время Фока-Швингера,  $p'_\mu$  — импульс виртуального электрона,

$$d^2 p'_\parallel = dp'_0 dp'_3, \quad \Pi_\pm = \frac{1}{2}(1 \pm i\gamma_1 \gamma_2).$$

После подстановки в  $S$ -матричный элемент (9) решений уравнения Дирака (11), пропагатора электрона (12) и несложных, хотя и несколько громоздких, вычислений в  $S$ -матричном элементе выделяется четырехмерная  $\delta$ -функция как следствие того, что начальное и конечное состояния образованы нейтральными частицами. При этом  $\delta$ -функция, соответствующая законам сохранения энергии, второй и третьей компонент импульса фотона, выделяется сразу при интегрировании по 4-координатам  $x$  и  $y$  в пространстве Минковского. Недостающая  $\delta$ -функция, соответствующая закону сохранения первой компоненты импульса фотона (фотона), выделяется только после интегрирования по импульсу  $p_2$  плазменных электронов. Используя стандартное определение инвариантной амплитуды [20],

$$S = \frac{i(2\pi)^4 \delta^4(q - q')}{2\omega V} M,$$

ее можно выделить из  $S$ -матричного элемента в виде

$$M_1^P = \frac{ie c_e m_e^2 \beta^{3/2}}{8\pi^3 v_\phi} (\varepsilon^* \tilde{\varphi} q) \times$$

$$\times \sum_{n=0}^\infty \int_{-\infty}^\infty d\rho d^2 z_\perp \int_{-\infty}^\infty \frac{dp_3}{E_n} f(E_n, \mu) \int_0^\infty \frac{d\tau}{\text{th}(\tau\beta)} \times$$

$$\times \exp\left[i\left((qz)_\perp + \sqrt{\beta}\rho z_2 + \frac{\beta}{2} z_1 z_2\right) - \right.$$

$$\left. - \frac{\beta z_\perp^2}{4 \text{th}(\tau\beta)} - \tau(m_e^2 - (p_\parallel + q_\parallel)^2)\right] \times$$

$$\times \{V_n(\rho) V_n(\rho + \sqrt{\beta} z_1) (1 + \text{th}(\tau\beta)) -$$

$$- V_{n-1}(\rho) V_{n-1}(\rho + \sqrt{\beta} z_1) (1 - \text{th}(\tau\beta))\}. \quad (14)$$

Для вычисления входящего в выражение (14) интеграла по переменной  $\rho$  воспользуемся соотношением

$$\int_{-\infty}^{\infty} d\rho \exp(i\sqrt{\beta}\rho z_2) V_n(\rho) V_n(\rho + \sqrt{\beta}z_1) = \sqrt{\beta} \exp\left(-\frac{i\beta z_1 z_2}{2}\right) \exp\left(-\frac{u}{2}\right) L_n(u),$$

где  $u = \beta z_{\perp}^2/2$ ,  $L_n(u)$  — полиномы Лагерра, нормированные условием

$$\int_0^{\infty} \exp(-u) L_n^2(u) du = 1.$$

Дальнейшее интегрирование по  $\perp$ -пространству 4-координаты  $z$  в полярных координатах  $d^2z_{\perp} = dz_1 dz_2 = z_{\perp} dz_{\perp} d\phi$  позволяет выразить результат через функцию Бесселя нулевого порядка  $J_0(x)$ :

$$M_1^P = \frac{ie c_e m_e^2 \beta}{4\pi^2 v_{\phi}} (\varepsilon^* \tilde{\varphi} q) \times \sum_{n=0}^{\infty} \int_0^{\infty} \frac{d\tau}{\text{th}(\tau\beta)} \exp[-\tau(m_e^2 - (p_{\parallel} + q_{\parallel})^2)] \times \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dp_3}{E_n} f(E_n, \mu) \int_0^{\infty} du \exp\left[-\frac{u}{2} \left(\frac{1}{\text{th}(\tau\beta)} + 1\right)\right] \times J_0\left(\sqrt{\frac{2q_{\perp}^2}{\beta}} u\right) \times \{(1 + \text{th}(\tau\beta))L_n(u) - (1 - \text{th}(\tau\beta))L_{n-1}(u)\}. \quad (15)$$

Интегрируя по переменной  $u$  с учетом соотношения

$$\int_0^{\infty} \exp(-ax) J_0(b\sqrt{x}) L_n(x) dx = \frac{(a-1)^n}{a^{n+1}} L_n\left(\frac{b^2}{4a(1-a)}\right) \exp\left(-\frac{b^2}{4a}\right)$$

и переходя к новой переменной  $s = -i\tau$ , находим амплитуду, обусловленную процессом комптоноподобного «рассеяния» фамилон-фотон вперед на плазменных электронах, соответствующую диаграмме на рис. 2б:

$$M_1^P = \frac{-c_e e m_e^2 \beta}{2\pi^2 v_{\phi}} (\varepsilon^* \tilde{\varphi} q) \sum_{n=0}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dp_3}{E_n} f(E_n, \mu) \times \int_0^{\infty} ds \exp\left[is(q_{\parallel}^2 + 2(pq)_{\parallel})\right] \times \exp\left(-\frac{iq_{\perp}^2 \sin(2\beta s)}{2\beta}\right) \lambda_n(x), \quad (16)$$

где

$$\lambda_n(x) = \exp(-x) \{L_n(2x) - L_{n-1}(2x)\}, \quad x = \frac{q_{\perp}^2}{\beta} \sin^2(\beta s).$$

Вычисление амплитуды  $M_2^P$ , соответствующей диаграмме на рис. 2а, полностью аналогичны вычислениям амплитуды  $M_1^P$ , представленным выше. Как оказалось, результат для амплитуды перехода  $M_2^P$  отличается от (17) общим знаком и заменой  $q$  на  $-q$ . С учетом когерентного рассеяния на всех плазменных электронах и позитронах для амплитуды процесса конверсии фамилон  $\rightarrow$  фотон в замагниченной плазме получаем

$$M^P = \frac{-c_e e^2 m_e^2}{2\pi^2 v_{\phi}} (\varepsilon^* \tilde{F} q) \times \sum_{n=0}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dp_3}{E_n} \{f(E_n, \mu) + f(E_n, -\mu)\} \times \int_0^{\infty} ds \left\{ \exp\left[is(q_{\parallel}^2 + 2(pq)_{\parallel})\right] + \exp\left[is(q_{\parallel}^2 - 2(pq)_{\parallel})\right] \right\} \times \exp\left[-\frac{iq_{\perp}^2 \sin(2\beta s)}{2\beta}\right] \lambda_n(x). \quad (17)$$

Сравнивая полученный результат с амплитудой (2), находим плазменный вклад в эффективную связь фамилон-фотонного взаимодействия в виде

$$g_{\phi\gamma}^P = \frac{ie c_e e^2 m_e^2}{2\pi^2 v_{\phi}} \sum_{n=0}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dp_3}{E_n} \{f(E_n, \mu) + f(E_n, -\mu)\} \times \int_0^{\infty} ds \left\{ \exp\left[is(q_{\parallel}^2 + 2(pq)_{\parallel})\right] + \exp\left[is(q_{\parallel}^2 - 2(pq)_{\parallel})\right] \right\} \times \exp\left[-\frac{iq_{\perp}^2 \sin(2\beta s)}{2\beta}\right] \lambda_n(x). \quad (18)$$

Полученная формула, так же как и полевой вклад (8), справедлива для магнитных полей произвольной напряженности. Как мы покажем ниже, в пределе сильных магнитных полей она существенно упрощается.

### 3. ЭФФЕКТИВНАЯ СВЯЗЬ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ПСЕВДОСКАЛЯРНОЙ ЧАСТИЦЫ С ФОТОНОМ В СИЛЬНО ЗАМАГНИЧЕННОЙ ПЛАЗМЕ

В этом разделе мы исследуем фамилон-фотонное взаимодействие в пределе сильно замагниченной плазмы, когда из всех физических параметров, характеризующих замагниченную плазму, самым большим является напряженность магнитного поля:

$$\beta \gg \mu^2, T^2, m_e^2. \tag{19}$$

Такие физические условия могут реализовать-

ся в некоторых астрофизических объектах. Например, при взрыве сверхновой в окрестности нейтриносферы существует область с размерами порядка нескольких десятков километров, в которой плазма относительно разрежена, а магнитные поля могут достигать значений  $10^{14}$ – $10^{16}$  Гс [21].

Полевой вклад в эффективную связь фамилон-фотонного взаимодействия (8) в пределе сильного магнитного поля ( $\eta = B/B_e \gg 1$ ) приводится к виду

$$g_{\phi\gamma}^F = \frac{-c_e e^2}{2\pi^2 v_\phi} H(z), \tag{20}$$

$$H(z) = \int_0^1 \frac{du}{1 - z(1 - u^2) - i\epsilon} - 1,$$

где  $z = q_{\parallel}^2/4m_e^2$ . Функция  $H(z)$  имеет различные представления в зависимости от соотношения между  $4m_e^2$  и  $q_{\parallel}^2$ :

$$H(z) = \begin{cases} \frac{1}{2\sqrt{-z(1-z)}} \ln \frac{\sqrt{1-z} + \sqrt{-z}}{\sqrt{1-z} - \sqrt{-z}} - 1, & z < 0, \\ \frac{1}{\sqrt{z(1-z)}} \operatorname{arctg} \sqrt{\frac{z}{1-z}} - 1, & 0 < z < 1, \\ \frac{1}{2\sqrt{z(z-1)}} \ln \frac{\sqrt{z} - \sqrt{z-1}}{\sqrt{z} + \sqrt{z-1}} - 1 + \frac{i\pi}{2\sqrt{z(z-1)}}, & z > 1. \end{cases}$$

Асимптотическое поведение функции  $H(z)$  при больших и малых значениях аргумента следующее:

$$H(z) \approx -1 - \frac{1}{2z} \ln(4|z|) + \frac{i\pi}{2z} \Theta(z), \quad |z| \gg 1, \tag{21}$$

$$H(z) \approx \frac{2}{3}z + \frac{8}{15}z^2, \quad |z| \ll 1, \tag{22}$$

где  $\Theta(z)$  — функция Хевисайда.

Что касается плазменного вклада в эффективную связь  $g_{\phi\gamma}$ , то в условиях (19) плазменный вклад определяется только основным уровнем Ландау ( $n = 0$ ) и интегралы по переменным  $\tau$  и  $u$  в выражении (18) легко вычисляются:

$$g_{\phi\gamma}^P \approx \frac{c_e e^2 m_e^2}{\pi^2 v_\phi} q_{\parallel}^2 \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dp_z}{E} \frac{f(E, \mu) + f(E, -\mu)}{4(pq_{\parallel})^2 - q_{\parallel}^4}, \tag{23}$$

где  $E = \sqrt{p_{\perp}^2 + m^2}$  — энергия электрона (позитрона) на основном уровне Ландау.

С учетом (23) и (20) для эффективной связи фа-

милон-фотонного взаимодействия в сильно замагниченной плазме получаем

$$g_{\phi\gamma} = \frac{-c_e e^2}{2\pi^2 v_\phi} \times \left\{ H(z) - 2m_e^2 q_{\parallel}^2 \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dp_z}{E} \frac{f(E, \mu) + f(E, -\mu)}{4(pq_{\parallel})^2 - q_{\parallel}^4} \right\}. \tag{24}$$

Выражение для эффективной связи (24) существенно упрощается в некоторых предельных случаях.

1. Случай относительно больших энергий фамилона ( $\beta \gg \omega^2 \gg m_e^2$ ). В этом пределе плазменный вклад в связь  $g_{\phi\gamma}$  учитывает подавление, связанное с массой электрона  $m_e^2$ , которая является самым малым параметром задачи. Таким образом, эффективная связь фамилон-фотонного взаимодействия в случае жестких фамилон-обусловлена только полевым вкладом, который с учетом формулы (21) приводится к виду

$$g_{\phi\gamma} \approx g_{\phi\gamma}^F \approx \frac{c_e e^2}{2\pi^2 v_\phi}. \quad (25)$$

2. Случай мягких фамилон-фотонных ( $\omega^2 \ll m_e^2$ ). В этих условиях в силу асимптотического поведения функции  $H(z)$  при малых значениях аргумента (22) в эффективной связи  $g_{\phi\gamma}$  будет доминировать плазменный вклад, который может быть представлен в виде однократного интеграла

$$g_{\phi\gamma} \approx g_{\phi\gamma}^P = \frac{-2c_e e^2}{\pi^2 v_\phi} \times \int_0^\infty \frac{p_3 dE}{E} \frac{d}{dE} (f(E, \mu) + f(E, -\mu)). \quad (26)$$

Интеграл в выражении (26) легко вычисляется в случае

а) вырожденной плазмы ( $\mu \gg T$ ):

$$g_{\phi\gamma} \approx g_{\phi\gamma}^P \approx \frac{2c_e e^2}{\pi^2 v_\phi} \sqrt{1 - \frac{m_e^2}{\mu^2}}, \quad (27)$$

б) ультрарелятивистской плазмы:

$$g_{\phi\gamma} \approx g_{\phi\gamma}^P \approx \frac{2c_e e^2}{\pi^2 v_\phi}. \quad (28)$$

Как видно из формул (25), (27) и (28), при малых энергиях фамилон-фотонных ( $\omega \ll m_e$ ) в вырожденной и/или ультрарелятивистской плазме, а также при достаточно больших энергиях ( $\omega \gg m_e$ ) связь фамилон-фотонного взаимодействия оказывается не зависящей от параметров среды, 4-импульса фамилон-фотонного (фотона).

#### 4. ФАМИЛОН (ФОТОН), РАСПРОСТРАНЯЮЩИЙСЯ ВДОЛЬ МАГНИТНОГО ПОЛЯ

Интересно отметить, что независимо от величины внешнего магнитного поля фамилон (фотон), распространяющийся в замагниченной электрон-позитронной плазме вдоль магнитного поля ( $q_\perp = 0$ ), эффективно взаимодействует только с электронами и позитронами, находящимися на нижнем уровне Ландау. При этом выражение для эффективной связи фамилон-фотонного взаимодействия, полученное в произвольном по величине внешнем магнитном поле, сводится к выражению (24), определяющему связь  $g_{\phi\gamma}$  в пределе сильного магнитного поля.

Для доказательства этого утверждения рассмотрим сначала плазменный вклад в связь  $g_{\phi\gamma}$ , описываемый выражением (18). Учитывая, что

$$\lambda_n(0) = \begin{cases} 1, & n = 0, \\ 0, & n \neq 0. \end{cases}$$

сразу получаем, что в случае  $q_\perp = 0$  плазменный вклад в эффективную связь фамилон-фотонного взаимодействия обусловлен только основным уровнем Ландау. Подставляя этот результат в (18) и выполняя интегрирование по переменной  $s$ , воспроизводим результат (23), полученный в пределе сильного поля.

Что касается полевого вклада в случае «продольного» фамилон-фотонного (фотона), то, положив  $q_\perp = 0$  в выражении (8), можно легко снять интеграл по переменной  $\tau$  и воспроизвести результат (20).

Таким образом, результаты, полученные в случае произвольного магнитного поля для «продольного» фамилон-фотонного ( $q_\perp = 0$ ), в точности воспроизводят результаты (23) и (20), полученные в пределе сильного поля, когда вклад дают только электроны и позитроны на основном уровне Ландау.

#### 5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе исследовано взаимодействие псевдоскалярной частицы с фотоном в электрон-позитронной плазме в присутствии произвольного внешнего магнитного поля. В качестве псевдоскалярной частицы рассматривается фамилон, возникающий при нарушении горизонтальной симметрии между фермионными поколениями, однако представленные результаты могут быть применимы для любой частицы, имеющей псевдоскалярное взаимодействие с фермионами.

Получены выражения для плазменного и полевого вкладов в эффективную связь фамилон-фотонного взаимодействия. Подробно рассмотрен предел сильного магнитного поля, когда плазменные электроны и позитроны заселяют только основной уровень Ландау. Показано, что в сильно замагниченной плазме эффективная связь фамилон-фотонного взаимодействия в случае малых энергий фамилон-фотонных ( $\omega^2 \ll m_e^2$ ) обусловлена в основном наличием плазмы и является постоянной величиной. В случае относительно больших энергий фамилон-фотонных ( $\beta \gg \omega^2 \gg m_e^2$ ) в эффективной связи доминирующим оказывается полевой вклад, который в вырожденной и/или релятивистской плазме, как и в случае малых энергий фамилон-фотонного, оказывается не зави-



сящим от параметров среды и от 4-импульса фамилон.

Представленные в работе результаты могут быть полезны при исследовании физики псевдоскалярных частиц во внешней активной среде. В частности, в экстремальных условиях звездной среды, когда одновременно представлены обе компоненты активной среды: и плазма, и внешнее магнитное поле.

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке Совета по грантам Президента Российской Федерации для поддержки молодых российских ученых и ведущих научных школ РФ (грант № НШ-1916.2003.2), РФФИ (грант № 04-02-16253) и Министерства образования РФ (грант № Е02-11.0-48).

## ЛИТЕРАТУРА

1. G. G. Raffelt, *Stars as Laboratories for Fundamental Physics*, Chicago Univ. Press, Chicago (1996).
2. А. В. Аверин, А. В. Борисов, А. И. Студеникин, ЯФ **50**, 1058 (1989).
3. A. V. Averin, A. V. Borisov, and A. I. Studenikin, Phys. Lett. B **231**, 280 (1989).
4. А. В. Борисов, В. Ю. Гришина, ЖЭТФ **106**, 1553 (1994).
5. M. Kacherliess, C. Wilke, and G. Wunner, Phys. Rev. D **56**, 1313 (1997).
6. N. V. Mikheev, A. Ya. Parkhomenko, and L. A. Vassilevskaya, Mod. Phys. Lett. A **13**, 2593 (1998).
7. N. V. Mikheev, G. Raffelt, and L. A. Vassilevskaya, Phys. Rev. D **58**, 055008 (1998).
8. Л. А. Василевская, Н. В. Михеев, А. Я. Пархоменко, ЯФ **62**, 1812 (1999).
9. Н. В. Михеев, Е. Н. Нарынская, ЯФ **66**, 1337 (2003).
10. J. V. Adams, M. A. Ruderman, and C.-H. Woo, Phys. Rev. **129**, 1383 (1963).
11. Н. П. Клепиков, ЖЭТФ **26**, 19 (1954).
12. S. L. Adler, Ann. Phys. (N.Y.) **67**, 599 (1971).
13. A. A. Gvozdev, N. V. Mikheev, and L. A. Vassilevskaya, Phys. Rev. D **54**, 5674 (1996).
14. Г. С. Бисноватый-Коган, Астрон. ж. **47**, 813 (1970); Г. С. Бисноватый-Коган, *Физические вопросы звездной эволюции*, Наука, Москва (1989).
15. Дж. Л. Чкареули, Письма в ЖЭТФ **32**, 684 (1980); З. Г. Бережани, Дж. Л. Чкареули, Письма в ЖЭТФ **35**, 494 (1982).
16. А. А. Ансельм, Н. Г. Уральцев, ЖЭТФ **84**, 1961 (1983).
17. A. V. Kuznetsov and N. V. Mikheev, *Electroweak Processes in External Electromagnetic Fields*, Springer-Verlag, New York (2003).
18. А. И. Ахиезер, В. Б. Берестецкий, *Квантовая электродинамика*, Наука, Москва (1981).
19. К. Ициксон, Ж.-Б. Зюбер, *Квантовая теория поля*, Мир, Москва (1984).
20. В. Б. Берестецкий, Е. М. Лифшиц, Л. П. Питаевский, *Квантовая электродинамика*, Наука, Москва (1989).
21. M. Ruderman, *In Neutron Star: Theory and Observation*, Kluwer Acad. Publ., Dordrecht (1991); Г. С. Бисноватый-Коган, С. Г. Моисеенко, Астрон. ж. **69**, 563 (1992); Г. С. Бисноватый-Коган, Astron. Astrophys. Trans. **3**, 287 (1993).