

СТОХАСТИЧЕСКИЙ НАГРЕВ И СТОХАСТИЧЕСКАЯ ВНЕШНЯЯ ИОНИЗАЦИЯ АТОМНОГО КЛАСТЕРА В ЛАЗЕРНОМ ПОЛЕ

*И. Ю. Костюков**

*Институт прикладной физики Российской академии наук
603950, Нижний Новгород, Россия*

Поступила в редакцию 20 декабря 2004 г.

Динамика кластерных электронов в лазерном поле рассмотрена в рамках модели нелинейного осциллятора. Построено точечное отображение, описывающее движение кластерного электрона в лазерном поле. Найдено пороговое значение лазерного поля, при котором происходит переход к стохастическому режиму движения. В результате случайного блуждания в энергетическом пространстве электрон может набрать достаточную энергию, чтобы преодолеть кластерный потенциал и оказаться в континууме. В этом случае происходит внешняя ионизация кластера. Получены оценки для темпа нагрева и времени внешней стохастической ионизации кластера.

PACS: 52.50.Jm, 36.40.Gk

1. ВВЕДЕНИЕ

Лазерные мишени из атомных кластеров становятся в последнее время все более важным объектом исследований. Хотя средняя плотность такой мишени близка к газовой, плотность отдельного кластера может достигать твердотельных значений. В результате атомные кластеры сочетают в себе ряд преимуществ твердотельных мишеней (почти полное поглощение всей лазерной энергии [1]) и газообразных мишеней (большая глубина проникновения излучения, отсутствие поверхностных эффектов). Среди интересных явлений, обнаруженных в результате взаимодействия лазерного излучения с кластерными мишенями, стоит отметить генерацию ионов с энергиями до нескольких МэВ [2], быстрых электронов [3], высоких гармоник [4] и рентгеновского излучения [5]. Кластерные мишени на основе дейтерия могут быть использованы в качестве источников нейтронов [6].

Одной из моделей для описания взаимодействия лазерного излучения с атомными кластерами является модель «желе» [7] или модель кластерной «наноплазмы» [8]. В рамках этой модели кластер в лазерном поле рассматривается как колебания электронного облака вокруг расширяющегося ионного

ядра. С помощью такой модели были исследованы такие явления как плазменный резонанс в ионизованном кластере [9], надбарьерная ионизация кластера [10], обратное тормозное поглощение [11], поглощение, связанное с затуханием Ландау [12], резонансное и авторезонансное поглощение лазерного излучения в кластерной плазме [13] и т. д.

Если лазерное поле не достаточно сильное и амплитуда колебаний электронного облака много меньше радиуса кластера, то электрическое поле, возникающее в результате смещения однородного электронного шара относительно ионного, пропорционально величине смещения. В этом случае электронное облако совершает гармонические колебания под действием лазерного поля относительно ионного ядра [13]. В случае сильного лазерного поля амплитуда колебаний становится сравнимой или большей радиуса кластера. При этом колебания носят нелинейный характер, поскольку распределение электрического поля ионов вне ядра в рамках модели «наноплазмы» описывается законом Кулона. При достаточно сильном лазерном поле колебания могут носить хаотический характер. Хаос вызывает диффузию в пространстве энергий электронов, что может приводить к электронному нагреву [14]. Более того, в результате стохастического блуждания в энергетическом пространстве электрон может набрать достаточную энергию, чтобы преодолеть кластерный

*E-mail: kost@appl.sci-nnov.ru

потенциал и оказаться в континууме. Такой процесс соответствует внешней ионизации кластера.

В случае возбужденного водородоподобного атома, электрон которого находится на высоких энергетических уровнях, стохастическая ионизация исследовалась довольно подробно в рамках классической механики (см., например, [15, 16]). В этих работах были найдены пороговое значение высокочастотного электрического поля, вызывающего ионизацию, и темп ионизации. В данной работе мы обобщаем результаты, полученные для водородоподобного атома, на случай кластерного потенциала. Более того, поскольку размер кластера много больше размера отдельного атома, кластер является еще более классическим объектом, чем атом. Следует отметить, что механизм «вакуумного нагрева» использовался для описания стохастического нагрева ионизованного кластера [17]. В этом случае нагрев происходит при пересечении электроном, осциллирующим в лазерном поле, границы между плазмой и вакуумом. В нашей модели учитывается кластерный потенциал и энергообмен между электроном и лазерным полем происходит на всех участках траектории. Недавно с помощью численного моделирования было показано, что быстрые кластерные электроны, пересекающие кластер, играют важную роль в нагреве кластера [18].

Предположим, что большинство электронов покинуло кластер, а заряд оставшихся электронов много меньше заряда ионного ядра. Электронный заряд в рассматриваемом случае, когда амплитуда электронных колебаний больше размера кластера, распределен по значительно большему объему, чем объем ионного ядра. В этом случае электрическое поле электронов слабее поля ионного ядра. Таким образом, исследуется движение электрона в лазерном поле и поле ионного ядра. Данное описание также можно использовать на начальной стадии нагрева, когда электронное облако еще не разрушилось. Пренебрегая внутренней динамикой облака, его можно рассматривать как точечный заряд с массой и зарядом, равным, соответственно, массе и заряду всех электронов в облаке. В этом случае задача сводится к движению этого точечного заряда в лазерном поле и поле кластерных ионов.

В разд. 2 представлена гамильтоновская формулировка задачи и найдены переменные действие–угол. Для описания движения электрона вне кластера, где поле ионного ядра кластера приближается к кулоновскому, использована новая переменная времени. Энергообмен между лазерным полем и электроном в поле ядра вычислен в разд. 3.

Построено точечное отображение, связывающее энергию и фазу электрона с их значениями через половину периода колебаний электрона в поле ядра. Чтобы отображение сохраняло площадь, для его построения использовалась производящая функция. Предел большой амплитуды колебаний электрона рассмотрен в разд. 4. Найдено пороговое значение амплитуды лазерного поля, при котором происходит переход к стохастическому режиму динамики электрона. В разд. 5 получены оценки для темпа нагрева и времени внешней ионизации кластера.

2. ГАМИЛЬТОНОВСКАЯ ФОРМУЛИРОВКА И ПЕРЕМЕННЫЕ ДЕЙСТВИЕ–УГОЛ

Полагая, что ядро кластера представляет собой равномерно заряженный шар радиуса a с концентрацией ионов n_i , можно найти его потенциал [7]:

$$U(r) = \begin{cases} -(3-r^2)/2, & r \leq 1, \\ -1/r, & r > 1. \end{cases} \quad (1)$$

В данном выражении и далее использованы безразмерные единицы, при этом время нормировано на $\sqrt{3}/\omega_p$, длина нормирована на a , импульс — на $ma\omega_p/\sqrt{3}$, энергия на $ma^2\omega_p^2/3$, где $\omega_p^2 = 4\pi Ze^2 n_i/m$ — квадрат плазменной электронной частоты, Z — зарядовое число иона, e — заряд электрона, m — масса электрона. Движение электрона в поле ионного ядра и лазерном поле в нерелятивистском и дипольном приближениях определяется гамильтонианом

$$H(p, x, t) = \frac{p^2}{2} + U(x) + Fx \cos(\alpha t), \quad (2)$$

где $F = 3eE/ma\omega_p^2$, $\alpha = \sqrt{3}\omega/\omega_p$, ω и E — соответственно, частота и амплитуда лазерного поля. Для простоты мы рассматриваем только радиальные колебания.

Сначала исследуем невозмущенные колебания электронов в кластерном потенциале в отсутствие лазерного поля ($F = 0$). Для электронов с энергией $w = p^2/2 + U(x)$ амплитуда невозмущенных колебаний электронов равна $x_0 = 1/|w|$. В нашей работе рассматривается режим, когда амплитуда колебаний больше размера кластера ($x_0 > 1$, $-1 < w < 0$). В этом режиме колебания являются нелинейными. С помощью канонического преобразования от им-

пульса и координаты перейдем к переменным действие–угол:

$$I = \frac{2\sqrt{2}}{\pi} \left(\frac{\pi}{2\sqrt{|w|}} - \frac{\sqrt{1-|w|}}{2} + \frac{3-2|w|}{2\sqrt{2}} \times \right. \\ \left. \times \arcsin \frac{1}{\sqrt{3-2|w|}} - \frac{1}{\sqrt{|w|}} \arcsin \sqrt{|w|} \right), \quad (3)$$

$$\theta = \Omega \arcsin \frac{x}{\sqrt{3-2|w|}}, \quad 0 < x < 1, \\ \theta = \theta_0 + \frac{\Omega}{\Omega_C} \left[\arcsin \sqrt{x|w|} - \sqrt{x|w|(1-x|w|)} \right], \quad (4) \\ 1 < x < \frac{1}{|w|},$$

где

$$\theta_0 = \Omega \arcsin \frac{1}{\sqrt{3-2|w|}} - \\ - \frac{\Omega}{\Omega_C} \left(\arcsin \sqrt{|w|} - \sqrt{|w|(1-|w|)} \right), \quad (5)$$

$$\Omega = \Omega_C \frac{\pi}{2} \left(\frac{\pi}{2} + \sqrt{|w|(1-|w|)} + \right. \\ \left. + \sqrt{2|w|}^{3/2} \arcsin \frac{1}{\sqrt{3-2|w|}} - \arcsin \sqrt{|w|} \right)^{-1}, \quad (6)$$

$\Omega_C = \sqrt{2}|w|^{3/2}$ — частота колебаний электрона в кулоновском потенциале, возникающая в задаче о стохастической ионизации атома [19]. Действие $I = (1/2\pi) \int p dx$ определяется как площадь, ограниченная траекторией электрона в фазовом пространстве. Угловая переменная θ является переменной, канонически сопряженной к действию.

Невозмущенная часть гамильтониана в переменных действие–угол имеет простой вид:

$$H_0(I) = w(I), \quad (7)$$

где соотношение для $w(I)$ может быть получено из выражения (3) для действия. Период осцилляций электрона в кластерном потенциале может быть записан в следующем виде:

$$T = 2\pi \left(\frac{dH_0}{dI} \right)^{-1} = 2\pi \frac{dI(w)}{dw} = \frac{2\pi}{\Omega(w)}. \quad (8)$$

Введем новую переменную времени ξ для описания движения электронов в кулоновском поле вне ядра кластера [20]. Пусть в начальный момент времени

$t = t_0$ электрон находился на максимальном расстоянии от ядра ($\xi = -\pi/2$). Тогда соотношение между новой переменной времени и старой переменной имеет вид

$$t = t_0 + \psi_n(\xi), \quad (9)$$

$$\psi_n(\xi) = \frac{nT}{2} + \frac{1}{2\Omega_C} [2\xi - \sin 2\xi - \pi(2n-1)]. \quad (10)$$

Вне кластера электрон находится в моменты времени

$$-t_2 + \frac{nT}{2} < t - t_0 \leq t_2 + \frac{nT}{2}, \quad n = 0, 1, \dots,$$

где

$$t_2 = \frac{\pi + \sin 2\xi_0 - 2\xi_0}{2\Omega_C}$$

и $\xi_0 = \arcsin \sqrt{|w|}$, при этом переменная ξ меняется в пределах

$$\pi(n-1) + \xi_0 < \xi \leq \pi n - \xi_0, \quad n = 0, 1, \dots$$

Внутри кластера электрон находится в моменты времени

$$t_2 + \frac{nT}{2} < t - t_0 \leq t_2 + 2t_1 + \frac{nT}{2}, \quad n = 0, 1, \dots,$$

где

$$t_1 = \arcsin \frac{1}{\sqrt{3-2|w|}}.$$

Нетрудно проверить, что $T = 4(t_1 + t_2)$.

Из уравнений (4)–(6) можно найти зависимость между переменными ξ , t и x :

$$x = \sqrt{3-2|w|} \sin \left[t - t_0 - \frac{T}{4}(1+2n) + \pi n \right], \\ t_2 + nT/2 < t - t_0 \leq t_2 + 2t_1 + nT/2, \\ x = -\frac{1 - \cos 2\xi}{2|w|}, \quad -t_2 + nT < t - t_0 \leq t_2 + nT, \quad (11) \\ x = \frac{1 - \cos 2\xi}{2|w|}, \\ -t_2 + T \left(n + \frac{1}{2} \right) < t - t_0 \leq t_2 + T \left(n + \frac{1}{2} \right),$$

где $n = 0, 1, \dots$. Как следует из найденных выражений, в моменты времени $t = t_0 \pm t_2 + nT/2$ ($\xi = \pm\xi_0 + \pi n$, $n = 0, 1, \dots$) электрон пересекает границу кластера ($|x| = 1$). Используя уравнения Га-

мильтона и уравнения (9)–(11), получаем уравнения движения в следующем виде:

$$\begin{aligned} \frac{dw}{dt} &= F\sqrt{3-2|w|} \times \\ &\times \cos \left[t-t_0 - \frac{T}{4}(1+2n) + \pi n \right] \cos \alpha t, \\ &\quad -t_2 + \frac{nT}{2} < t - t_0 \leq t_2 + 2t_1 + \frac{nT}{2}, \\ \frac{dw}{d\xi} &= \frac{F \sin 2\xi \cos \alpha t}{2|w|}, \quad (12) \\ &\quad \xi_0 + \pi(2n-1) < \xi \leq 2\pi n - \xi_0, \\ \frac{dw}{d\xi} &= -\frac{F \sin 2\xi \cos \alpha t}{2|w|}, \\ &\quad \xi_0 + 2\pi n < \xi \leq \pi(2n+1) - \xi_0, \end{aligned}$$

$$\frac{dt}{d\xi} = \frac{1 - \cos 2\xi}{\Omega_C(w)}, \quad \pi(n-1) + \xi_0 < \xi \leq \pi - \xi_0, \quad (13)$$

где $n = 0, 1, \dots$. При выводе этих уравнений мы рассматривали действие лазерного поля как возмущение и оставляли только члены первого порядка по F .

3. ТОЧЕЧНОЕ ОТОБРАЖЕНИЕ ДЛЯ КЛАСТЕРА

Динамику кластерных электронов удобнее исследовать с помощью точечного отображения, чем непосредственно решать уравнения движения (12) и (13). Построим точечное отображение, которое дает изменение переменных действие–угол через половину периода между моментами, когда электрон находится на максимальном удалении от ядра. Интегрируя уравнения движения от $t = t_0$ до $t = t_0 + T/2$, найдем приращение действия w , начиная с момента, когда расстояние между электроном и ядром максимальное ($\xi = -\pi/2$). В результате получаем

$$\begin{aligned} \Delta w &= F[A_1(w) \cos \phi - A_2(w) \sin \phi] + \\ &+ F[B_1(w) \cos \phi - B_2(w) \sin \phi], \quad (14) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A_1(w) &= \frac{1}{2|w|} \int_{\xi_0}^{\pi/2} \sin(2\xi) \cos(\phi_0 + \alpha\psi_1(\xi)) d\xi + \\ &+ \frac{1}{2|w|} \int_{-\pi/2}^{-\xi_0} \sin(2\xi) \cos(\phi_0 + \alpha\psi_0(\xi)) d\xi, \quad (15) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A_2(w) &= \frac{1}{2|w|} \int_{\xi_0}^{\pi/2} \sin(2\xi) \sin(\phi_0 + \alpha\psi_1(\xi)) d\xi + \\ &+ \frac{1}{2|w|} \int_{-\pi/2}^{-\xi_0} \sin(2\xi) \sin(\phi_0 + \alpha\psi_0(\xi)) d\xi, \quad (16) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} B_1(w) &= \frac{\cos(\alpha T/4)}{1-\alpha^2} \times \\ &\times \left[\cos(\alpha t_1) - \alpha\sqrt{2-2|w|} \sin(\alpha t_1) \right], \quad (17) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} B_2(w) &= \frac{\sin(\alpha T/4)}{1-\alpha^2} \times \\ &\times \left[\cos(\alpha t_1) - \alpha\sqrt{2-2|w|} \sin(\alpha t_1) \right], \quad (18) \end{aligned}$$

где $\phi_0 = \alpha t_0$ — фаза лазерного поля в момент, когда электрон находится на максимальном расстоянии от ядра кластера, а зависимость $\psi_n(\xi)$ следует из выражения (10). Первое слагаемое в выражении (14) определяет приращение энергии электрона вне ядра кластера, второе слагаемое определяет приращение энергии внутри ядра. Аналогичным образом находим изменение угловой переменной αt в течение промежутка времени $t_0 < t < t_0 + T/2$:

$$\begin{aligned} \Delta(\alpha t) &= g(w) = \alpha T/2 = \\ &= 2\chi(\pi + 2\Omega_C t_1 - 2\xi_0 + \sin(2\xi_0)), \quad (19) \end{aligned}$$

где $\chi = \alpha/2\Omega_C$.

В случае точечного кластера ($a \rightarrow 0$) приращение энергии происходит вне кластера, где вид потенциала определяется кулоновским законом. Данный предел описывает нагрев электрона лазерным полем в возбужденном атоме водорода. Переходя к пределу $a \rightarrow 0$ при постоянном заряде ядра $Q = 4\pi e n_i a^3/3 = \text{const}$, получаем

$$\begin{aligned} \Delta w &= \frac{F}{4|w|} \int_{-\pi}^{\pi} \sin x \sin(\chi x - \chi \sin x) dx = \\ &= \frac{F\pi}{2|w|} J'_\chi(\chi), \quad (20) \end{aligned}$$

где $J'_\chi(\chi)$ — производная функции Ангера [21]. Полученное выражение совпадает с выражением, выведенным в работе [19] для атома водорода.

Рассматривая w и ϕ как пару канонически-сопряженных переменных, можно получить каноническое точечное отображение, связывающее значения w, ϕ в двух последовательных по времени моментах, когда электрон находился на максимальном

расстоянии от ядра кластера. Чтобы искомое отображение сохраняло площадь, воспользуемся производящей функцией

$$G(\bar{w}, \phi) = \bar{w}\phi + F [A_1(\bar{w}) + B_1(\bar{w})] \sin \phi + F [A_2(\bar{w}) + B_2(\bar{w})] \cos \phi + \int g(\bar{w}) d\bar{w}. \quad (21)$$

Тогда «кластерное» отображение определяется уравнениями

$$\begin{aligned} w &= \frac{\partial G}{\partial \phi} = \bar{w} + F [A_1(\bar{w}) + B_1(\bar{w})] \cos \phi - \\ &\quad - F [A_2(\bar{w}) + B_2(\bar{w})] \sin \phi, \\ \bar{\phi} &= \frac{\partial G}{\partial \bar{w}} = \phi + g(\bar{w}) + F \sin \phi [A'_1(\bar{w}) + B'_1(\bar{w})] + \\ &\quad + F \cos \phi [A'_2(\bar{w}) + B'_2(\bar{w})]. \end{aligned} \quad (22)$$

Чтобы вычислить критическое значение электрического поля, при котором происходит переход к стохастическому режиму движения, линеаризуем производящую функцию вблизи начальной энергии w_0 :

$$\begin{aligned} G(\bar{w}, \phi) &= \bar{w}\phi + F [A_1(\bar{w}_0) + B_1(\bar{w}_0)] \sin \phi + \\ &\quad + F [A_2(\bar{w}_0) + B_2(\bar{w}_0)] \cos \phi + (\bar{w} - \bar{w}_0)g(\bar{w}_0) + \\ &\quad + \frac{(\bar{w} - \bar{w}_0)^2 g'(\bar{w}_0)}{2}. \end{aligned} \quad (23)$$

Данную функцию удобно представить в следующем виде:

$$\begin{aligned} G(\bar{w}, \phi) &= \bar{w}\phi + FR(\bar{w}_0) \sin \phi + (\bar{w} - \bar{w}_0)g(\bar{w}_0) + \\ &\quad + \frac{(\bar{w} - \bar{w}_0)^2 g'(\bar{w}_0)}{2}, \end{aligned} \quad (24)$$

где

$$\begin{aligned} R^2(\bar{w}_0) &= [A_1(\bar{w}_0) + B_1(\bar{w}_0)]^2 + \\ &\quad + [A_2(\bar{w}_0) + B_2(\bar{w}_0)]^2, \end{aligned} \quad (25)$$

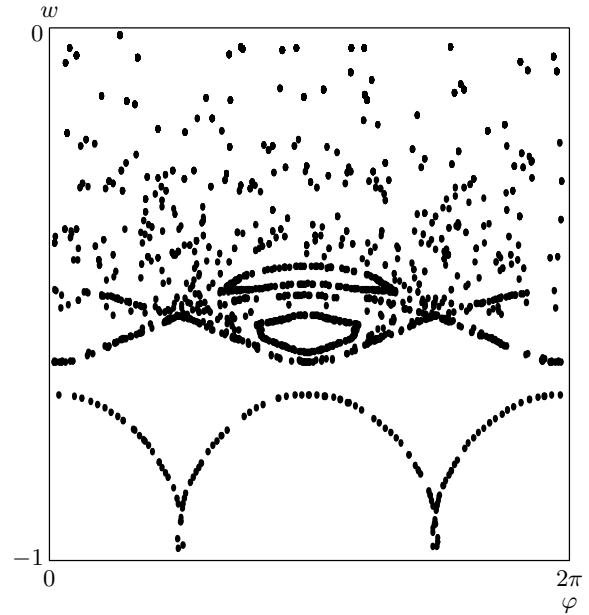
$$\varphi = \phi + \delta\phi, \quad (26)$$

$$\arctg(\delta\phi) = \frac{A_2(\bar{w}_0) + B_2(\bar{w}_0)}{A_1(\bar{w}_0) + B_1(\bar{w}_0)}. \quad (27)$$

В результате мы получаем «стандартное» отображение [22]:

$$\bar{w} = w + f \sin \varphi, \quad \bar{\varphi} = \varphi + T\bar{w}, \quad (28)$$

где $f = FR(w_0)$, $T = g'(w_0)$ и опущена несущественная константа во втором уравнении. Хаотический



Фазовая плоскость w, ϕ , полученная в результате решения уравнений движения для параметров $\alpha = 1$ и $F = 0.05$. Представлено 5 хаотических и регулярных траекторий

режим колебаний возникает, когда параметр стохастичности $K = fT$ становится больше единицы [22]. Используя это условие, критическое значение лазерного поля можно оценить следующим образом:

$$F_c \approx \frac{1}{R(w_0) |g'(w_0)|}. \quad (29)$$

Из полученного выражения следует, что критическое значение лазерного поля обратно пропорционально энергообмену между электроном и полем за половину периода колебаний. Чем сильнее энергообмен, тем при более низких значениях амплитуды лазерного поля происходит переход к стохастическому режиму колебаний. Типичный вид фазового пространства с наличием регулярных и стохастических траекторий, полученных в результате решения уравнений движения, определяемых гамильтонианом (2), показан на рисунке.

4. «КЛАСТЕРНОЕ» ОТОБРАЖЕНИЕ В ПРЕДЕЛЕ БОЛЬШИХ АМПЛИТУД ЭЛЕКТРОННЫХ КОЛЕБАНИЙ

В общем случае выражение для коэффициента $R(w)$ довольно сложное для анализа. Исследуем его в пределе большой амплитуды невозмущенных колебаний ($|w| \ll 1$), полагая при этом,

что $\chi = \alpha |w|^{-3/2} / \sqrt{2} \gg 1$. В этом пределе $t_1 \approx \arcsin(1/\sqrt{3})$, $\xi_0 \approx \sqrt{|w|} \ll 1$ и основной вклад в интегралы (15) и (16) дает окрестность ξ вблизи $\pm \xi_0$. В результате находим

$$A_1(w) \approx \frac{1}{2|w|} \int_{2\xi_0}^{\infty} x \cos\left(\beta_+ + \frac{\chi x^3}{6}\right) dx + \frac{1}{2|w|} \int_{-\infty}^{-2\xi_0} x \cos\left(\beta_- + \frac{\chi x^3}{6}\right) dx, \quad (30)$$

$$A_2(w) \approx \frac{1}{2|w|} \int_{2\xi_0}^{\infty} x \sin\left(\beta_+ + \frac{\chi x^3}{6}\right) dx + \frac{1}{2|w|} \int_{-\infty}^{-2\xi_0} x \sin\left(\beta_- + \frac{\chi x^3}{6}\right) dx, \quad (31)$$

где $\beta_- = \pi\chi$, $\beta_+ = \alpha T/2 - \pi\chi$. Интегралы (30) и (31) можно выразить через интегральную экспоненту:

$$A_1(w) \approx \frac{\xi_0^2}{3|w|} E_{1/3}(-i\rho) [\exp(i\beta_+) - \exp(-i\beta_-)] + \frac{\xi_0^2}{3|w|} E_{1/3}(i\rho) [\exp(-i\beta_+) - \exp(i\beta_-)], \quad (32)$$

$$A_2(w) \approx \frac{i\xi_0^2}{3|w|} E_{1/3}(i\rho) [\exp(-i\beta_+) + \exp(i\beta_-)] - \frac{i\xi_0^2}{3|w|} E_{1/3}(-i\rho) [\exp(i\beta_+) + \exp(-i\beta_-)], \quad (33)$$

где $\rho = 4\chi\xi_0^3/3$,

$$E_n(x) = \int_1^{\infty} dt \frac{\exp(-xt)}{t^n}$$

— интегральная экспонента [21]. Аргумент интегральной экспоненты сводится к виду $\rho \approx \sqrt{2}\alpha/3$ и зависит только от параметра α . Поэтому рассмотрим случай плотного кластера с закритическим значением плотности $\alpha \ll 1$ и обратный случай разреженного кластера с докритическим значением плотности $\alpha \gg 1$. Последний случай может возникнуть из-за расширения кластера, в результате чего плотность кластера может стать значительно ниже критической $n_c = \omega^2 m / 4\pi Z e^2$ [9]. Сначала рассмотрим

разреженный кластер ($\alpha \gg 1$). В этом пределе выражения (32) и (33) принимают вид

$$A_1(w) \approx \frac{\sqrt{2}}{\alpha} \cos(\alpha t_1) \sin\left(\frac{\sqrt{2}\alpha}{3} - \pi\chi\right), \quad (34)$$

$$A_2(w) \approx \frac{\sqrt{2}}{\alpha} \cos(\alpha t_1) \cos\left(\frac{\sqrt{2}\alpha}{3} - \pi\chi\right),$$

$$B_1(w) \approx \frac{\sqrt{2}}{\alpha} \cos(\pi\chi) \sin(\alpha t_1), \quad (35)$$

$$B_2(w) \approx \frac{\sqrt{2}}{\alpha} \sin(\pi\chi) \sin(\alpha t_1).$$

Коэффициенты стандартного отображения можно переписать в следующем виде:

$$R \approx \frac{\sqrt{2}}{\alpha} \sqrt{1 + \sin(2\alpha t_1) \sin\frac{\sqrt{2}\alpha}{3}}, \quad (36)$$

$$g(w_0) \approx \frac{\pi\alpha}{\sqrt{2}|w_0|^{3/2}}.$$

В результате получаем, что критическое значение лазерного поля равно

$$F_c \approx \frac{2|w_0|^{5/2}}{3\pi} \times \left\{ \sqrt{1 + \sin\left[2\alpha \arcsin\left(1/\sqrt{3}\right)\right] \sin\left(\sqrt{2}\alpha/3\right)} \right\}^{-1/2}. \quad (37)$$

Для большинства значений α пороговое значение близко к $F_c \approx 2|w_0|^{5/2}/3\pi$. Однако существуют значения α , близкие к резонансным значениям, определяемым уравнением

$$\sin\left(2\alpha \arcsin\frac{1}{\sqrt{3}}\right) \sin\frac{\sqrt{2}\alpha}{3} = -1, \quad (38)$$

когда энергообмен между электроном и полем незначителен (набор/потеря энергии вне кластера компенсируется потерей/набором энергии внутри кластера) и требуется сильное лазерное поле для перехода в хаотический режим.

Рассмотрим теперь плотный кластер ($\alpha \ll 1$). В этом пределе выражения (32) и (33) принимают вид

$$A_1(w) \approx -\frac{\Gamma(2/3) 3^{1/6} 2^{2/3}}{\alpha^{2/3}} \sin\frac{\alpha T}{4}, \quad (39)$$

$$A_2(w) \approx \frac{\Gamma(2/3) 3^{1/6} 2^{2/3}}{\alpha^{2/3}} \cos\frac{\alpha T}{4},$$

$$B_1(w) \approx \cos\frac{\alpha T}{4}, \quad B_2(w) = \sin\frac{\alpha T}{4}, \quad (40)$$

а коэффициенты стандартного отображения —

$$R \approx \frac{\Gamma(2/3) 3^{1/6} 2^{2/3}}{\alpha^{2/3}}, \quad g(w_0) \approx \frac{\pi\alpha}{\sqrt{2} |w_0|^{3/2}}, \quad (41)$$

где $\Gamma(x)$ — гамма-функция [21]. Таким образом, в этом пределе критическое значение лазерного поля равно

$$F_c \approx \frac{2^{5/6}}{\pi\Gamma(2/3)} \frac{|w_0|^{5/2}}{3^{7/6} \alpha^{1/3}}. \quad (42)$$

Такое же выражение получается в пределе точечного кластера ($a = 0$) при постоянном заряде ядра $Q = 4\pi en_i a^3/3 = \text{const}$. В атомных единицах $n_0 = (-2w_0)^{-1/2}$ соответствует номеру атомного уровня, $\epsilon_c = F_c n_0^4$ и $\omega_0 = \omega n_0^3$, поэтому полученное выражение можно переписать следующим образом: $\epsilon_c \approx 1/49 \omega_0^{1/3}$. В этом виде оно совпадает с выражением (18) из работы [19], полученным для критического значения высокочастотного электрического поля, при котором движение электрона в возбужденном водородоподобном атоме становится хаотическим.

5. СТОХАСТИЧЕСКИЙ НАГРЕВ И ВНЕШНЯЯ ИОНИЗАЦИЯ

В стохастическом режиме динамика электронов может быть описана как диффузия в пространстве энергий [14], где коэффициент диффузии определяется выражением [19]

$$D(w_0) = \frac{\langle (\Delta w)^2 \rangle}{\Delta t} \approx \frac{F^2 R^2(w_0)}{2}. \quad (43)$$

Темп нагрева может быть найден с помощью соотношения, связывающего коэффициент подвижности и коэффициент диффузии в уравнении диффузии:

$$\gamma = \frac{d \langle \Delta w \rangle}{dt} = \frac{1}{2} \frac{\partial D(w_0)}{\partial w_0}. \quad (44)$$

Такое соотношение можно написать, если рассматриваемая система, как в нашем случае, является гамильтоновской [14]. Как следует из выражений (36) и (41) для коэффициента R , коэффициент диффузии не зависит от энергии в рассматриваемом приближении. Таким образом, чтобы оценить темп нагрева, необходимо найти следующие члены разложения по w . Рассмотрим только случай $\alpha \ll 1$. В этом

пределе можно вычислить коэффициент R с учетом членов, пропорциональных w_0 :

$$R \approx \frac{\Gamma(2/3)}{\sqrt{3}} \left(\frac{6}{\alpha}\right)^{2/3} + \frac{\Gamma(4/3)}{5\sqrt{3}} \left(\frac{6}{\alpha}\right)^{4/3} w_0 + O(w_0^2). \quad (45)$$

Тогда из формулы (44) находим

$$\gamma \approx \frac{12}{5} F^2 \Gamma\left(\frac{2}{3}\right) \Gamma\left(\frac{4}{3}\right) \frac{1}{\alpha^2}. \quad (46)$$

Таким образом, с увеличением плотности кластера темп нагрева увеличивается.

Ионизация происходит в момент, когда электрон пересекает границу $w = 0$ и попадает в область положительных значений энергий. Максимальное приращение энергии электрона в результате взаимодействия с лазерным полем в течение $T/2$ равно FR . Следовательно, если энергия электрона $|w_0| < FR$, то электрон может покинуть кластер за один период колебаний вокруг кластера. Построенное отображение не справедливо при положительных значениях энергий, поэтому, чтобы определить момент ионизации, воспользуемся процедурой, предложенной в работе [19]. Время ионизации может быть оценено как время, необходимое для достижения в результате диффузии области $-FR < w < 0$, из которой электрон может достичь континуума за один период колебаний. Таким образом, находим

$$T_I \approx \frac{w_0^2}{D(w_0)}. \quad (47)$$

Используя выражения (36) и (41), время стохастической ионизации кластера можно оценить как

$$T_I \approx \frac{w_0^2 \alpha^{4/3}}{F^2 \Gamma^2(2/3) 6^{1/3}}, \quad \alpha \ll 1, \quad (48)$$

$$T_I \approx \frac{w_0^2 \alpha^2}{F^2 [1 + \sin(2\alpha t_1) \sin(\sqrt{2}\alpha/3)]}, \quad \alpha \gg 1. \quad (49)$$

Из полученных выражений следует, что время внешней ионизации плотного кластера значительно меньше времени внешней ионизации разреженного кластера.

6. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В данной работе исследовалась нелинейная динамика электронов кластера в лазерном поле. Для этой цели удобно использовать точечное отображение, связывающее энергию и фазу электрона через половину периода колебаний. С помощью критерия

Чирикова [22] вычислено критическое значение лазерного поля, приводящее к хаотическому режиму колебаний. В рамках диффузионного описания получена оценка для времени внешней ионизации кластера.

В рассматриваемой модели влияние остальных электронов не учитывалось. Очевидно, что такая модель справедлива, если большинство электронов покинуло кластер в результате внешней ионизации. Более того, в случае большой амплитуды колебаний электрона (амплитуда колебаний электрона много больше размера ионного ядра кластера), электронный заряд распределен в пространстве по значительно большему объему, чем ионный заряд. В этом случае среднее электрическое поле электронов много меньше, чем электрическое поле, создаваемое ионами, и действием со стороны электронного заряда можно пренебречь. Данное описание, по-видимому, также справедливо и на начальном этапе взаимодействия, когда электронное облако можно рассматривать как точечный заряд, не учитывая его внутренней динамики. Однако, чтобы исследовать динамику электронов в более общих ситуациях, необходимо учитывать влияние электронов.

Как известно, ионизованный кластер расширяется, при этом его плотность сильно уменьшается. В нашей модели это приводит к увеличению параметра α со временем. Поскольку время разлета кластера, как правило, много больше периода колебаний, влияние процесса расширения на динамику кластерных электронов в нашей модели можно учесть через плавную зависимость параметров «кластерного» отображения от времени.

Поскольку время стохастической внешней ионизации достаточно большое (десятки лазерных периодов), данный механизм ионизации может быть важен при взаимодействии с лазерными импульсами большой длительности (сотни фемтосекунд). В частности, численное моделирование взаимодействия атомного кластера с лазерным излучением показало, что важную роль в нагреве кластера играют электроны, совершающие колебания с большой амплитудой [18]. Эти электроны набирают энергию в результате взаимодействия с лазерным полем и электростатическим полем кластера. С другой стороны, внешняя ионизация кластера в результате взаимодействия с короткими лазерными импульсами, по-видимому, определяется другими механизмами («подавлением» барьера [23], термоэмиссией [7] и т. д.).

Следует отметить, что стохастический нагрев вылетающих из кластера электронов также возможен

при движении электрона в поле падающей и отраженной от кластера лазерных волн. Очевидно, что данный процесс реализуется для плотного (плотность кластера должна быть больше критической) и большого (глубина проникновения лазерного поля в кластер должна быть много меньше размера кластера) кластера. Такой механизм нагрева электронов в приложении к твердотельным лазерным мишеням был рассмотрен недавно в работах [24–26]. Чем сильнее лазерное поле (а именно, чем больше параметр $\mu = eE/mc\omega$, определяющий отношение напряженности E лазерного поля к релятивистской напряженности $mc\omega/e$), тем эффективней данный процесс. Особенно сильный нагрев происходит при релятивистских интенсивностях лазерного излучения. В пределе слаборелятивистского лазерного поля ($\mu \ll 1$) характерное время диффузии электрона в пространстве энергий есть $\omega t_D \approx (\pi/\sqrt{2})\mu^3$ [26]. Используя выражение (48), нетрудно оценить, что для $n/n_c = 10$, $\lambda = 820$ нм (λ — длина волны лазерного излучения) и $a = 50$ нм механизм электронного нагрева с учетом отраженной лазерной волны становится доминирующим по сравнению с механизмом, рассматриваемым в данной работе, только в случае сильного лазерного поля $\mu > 0.3$. Более того, этот порог по полю только увеличивается со временем из-за уменьшения плотности кластера в результате расширения. Тем не менее механизм электронного нагрева кластера, связанный с динамикой электрона в падающей и отраженной лазерных волнах, может быть существенным для релятивистски сильных лазерных полей.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (грант № 04-02-16684) и Министерства промышленности, науки и технологий РФ (грант № МК-3249.2004.2).

ЛИТЕРАТУРА

1. T. Ditmire, R. A. Smith, J. W. G. Tisch, and M. H. R. Hutchinson, *Phys. Rev. Lett.* **78**, 3121 (1997).
2. T. Ditmire, J. W. G. Tisch, E. Springate, M. B. Mason, N. Hay, R. A. Smith, J. P. Marangos, and M. H. R. Hutchinson, *Nature (London)* **386**, 54 (1997).
3. Y. L. Shao, T. Ditmire, J. W. G. Tisch, E. Springate, J. P. Marangos, and M. H. R. Hutchinson, *Phys. Rev. Lett.* **77**, 3343 (1996).
4. T. D. Donnelly, T. Ditmire, K. Neuman, M. D. Perry, and R. W. Falcone, *Phys. Rev. Lett.* **76**, 2472 (1996).

5. T. Ditmire, J. Zweiback, V. P. Yanovsky, T. E. Cowan, G. Hays, and K. B. Wharton, *Nature (London)* **398**, 489 (1999).
6. J. Zweiback, R. A. Smith, T. E. Cowan, G. Hays, K. B. Whar-ton, V. P. Yanovsky, and T. Ditmire, *Phys. Rev. Lett.* **84**, 2634 (2000).
7. В. П. Крайнов, М. Б. Смирнов, *УФН* **170**, 969 (2000).
8. T. Ditmire, T. Donnelly, A. M. Rubenchik, R. W. Falcone, and M. D. Perry, *Phys. Rev. A* **53**, 3379 (1996).
9. E. Springate, N. Hay, J. W. G. Tisch, M. B. Mason, T. Ditmire, J. P. Marangos, and M. H. R. Hutchinson, *Phys. Rev. A* **61**, 044101 (2000).
10. М. Б. Смирнов, В. П. Крайнов, *ЖЭТФ* **115**, 2014 (1999).
11. И. Ю. Костюков, *Письма в ЖЭТФ* **73**, 438 (2001).
12. D. F. Zaretsky, Ph. A. Korneev, S. V. Popruzhenko, and W. Becker, *J. Phys. B: Atom. Mol. Opt. Phys.* **37**, 4817 (2004).
13. I. Kostyukov and J.-M. Rax, *Phys. Rev. E* **67**, 066405 (2003).
14. А. Лихтенберг, М. Либерман, *Регулярная и стохастическая динамика*, Мир, Москва (1984).
15. R. V. Jensen, *Phys. Rev. Lett.* **49**, 1365 (1982).
16. G. Casti, B. V. Chirikov, I. Guarneri, and D. Shepelyansky, *Phys. Rep.* **154**, 77 (1987).
17. В. П. Крайнов, М. Б. Смирнов, *ЖЭТФ* **119**, 719 (2001).
18. T. Taguchi, T. M. Antonsen, Jr., and H. M. Milchberg, *Phys. Rev. Lett.* **92**, 205003 (2004).
19. G. Casti, I. Guarneri, and D. Shepelyansky, *IEEE J. Electron.* **24**, 1420 (1988).
20. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, *Теория поля*, Наука, Москва (1988).
21. *Handbook of Mathematical Functions*, ed. by M. Abramowitz and I. A. Stegun, Dover, New York (1972).
22. B. V. Chirikov, *Phys. Rep.* **52**, 263 (1979).
23. M. B. Smirnov and V. P. Krainov, *Phys. Rev. A* **69**, 043201 (2004).
24. Y. Sentoku, V. Y. Bychenkov, K. Flippo et al., *Appl. Phys. B* **74**, 207 (2002).
25. D. Umstadter, *J. Phys. B: Appl. Phys.* **36**, R151 (2003).
26. V. S. Rastunkov and V. P. Krainov, *Laser Phys.* **15**, (2005).