

СТРУКТУРА МАГНИТНОГО ПОЛЯ МАГНИТОСФЕРЫ ЮПИТЕРА

Я. Н. Истомин*

Физический институт им. П. Н. Лебедева Российской академии наук
119991, Москва, Россия

Поступила в редакцию 8 октября 2004 г.

Точно решена задача о взаимодействии вращающегося магнитного поля Юпитера с экваториальным плазменным диском, образованным газами, вытекающими со спутника Юпитера Ио. Показано, что диск выталкивает магнитное поле Юпитера в обе стороны, внутрь, в сторону Юпитера, сжимая его дипольное магнитное поле, и наружу. Юпитер раскручивает диск до скоростей, соответствующих почти постоянному угловому вращению, но с частотой вращения меньшей, чем частота вращения самого Юпитера. Радиальная скорость движения плазмы в диске приближается к азимутальной. Определена мощность потерь вращения Юпитера. Часть этой энергии передается диску, другая доля идет на нагрев ионосферы Юпитера. Показано, что педерсеновская поверхностная проводимость ионосферы Юпитера должна иметь нижний предел, для того чтобы поддерживать электрический ток, возникающий в системе диск — вращающееся магнитное поле. Этот ток в магнитосфере Юпитера течет только вдоль выделенных магнитных поверхностей, соединяющих внутренний и внешний края диска с ионосферой.

PACS: 96.35.Kx

1. ВВЕДЕНИЕ

Структура магнитного поля магнитосферы Юпитера внутри магнитопаузы, т. е. в полости, образованной обтеканием солнечным ветром магнитного поля Юпитера, которая имеет масштаб порядка 100 радиусов Юпитера [1], определяется взаимодействием магнитного поля, вмороженного во вращающееся центральное тело, с экваториальным плазменным диском, существующим вокруг этого тела. В астрофизике аналогичная ситуация возникает при взаимодействии сильного магнитного поля нейтронной звезды или белого карлика с аккреционным диском, вращающимся вокруг звезды. Эта задача так и не решена полностью [2]. В случае Юпитера, однако, диск создается внутри магнитосферы его спутником Ио. Здесь магнитное поле Юпитера сильно, и оно вращается вместе с Юпитером быстрее, чем кеплеровское вращение диска в этой области. Это означает, что центробежная сила будет ускорять диск в радиальном направлении и выталкивать его наружу. С другой стороны, плазма диска как почти идеальный

проводник хочет вытолкнуть из себя магнитное поле Юпитера. Если оно будет вытолкнуто полностью, то не будет взаимодействия между вращающимся магнитным полем и диском и плазма, образованная Ио, не сможет покидать магнитосферу ввиду сохранения углового момента. Компромисс состоит в том, что диск почти полностью выталкивает магнитное поле, оно становится почти параллельным поверхности диска, оставляя малую вертикальную компоненту B_z . Эта компонента значительно меньше, чем дипольное поле Юпитера в экваториальной плоскости. Магнитное поле B_z , взаимодействуя с вращающимся диском, генерирует радиальное электрическое поле E_ρ . Электрическое поле E_ρ работает над ионами диска, сообщая им вращательную и радиальную скорости. Ясно, что дипольная структура магнитного поля Юпитера не может сохраниться в окрестности диска, диск будет выталкивать дипольное поле в обе стороны, к Юпитеру и от него. В окрестности внутреннего края диска магнитное поле должно быть сильно сжато, а магнитные силовые линии будут изогнуты в сторону, противоположную кривизне дипольного поля. Магнитное поле будет сильно искажено вблизи экватора, в остальной же магнитосфере

*E-mail: istomin@td.lpi.ac.ru

искажение будет незначительным. Вопрос о структуре магнитного поля вблизи диска является очень важным, поскольку именно она определяет взаимодействие вращающегося магнитного поля с проводящим диском. Следовательно, предположение о том, что магнитное поле мало отличается от дипольного везде в магнитосфере, является неправильным и дает неправильные результаты [3, 4], что мы и увидим ниже.

Мы рассматриваем осесимметричную магнитосферу, поскольку ось магнитного диполя, вмороженного в ядро планеты, почти ортогональна экваториальной плоскости, в которой расположен плазменный диск. В результате магнитное поле в магнитосфере, создаваемое диполем и электрическими токами, текущими в магнитосфере и в диске, имеет осевую симметрию. Описанию осесимметричного магнитного поля посвящен разд. 2. В разд. 3 мы рассматриваем холодный тонкий плазменный диск. Приближение тонкого плазменного диска означает, что его толщина меньше его радиуса. Это приближение применимо не только к плазменному диску на далеких от Ио расстояниях, но и к плазменному тору вблизи Ио. В разд. 4 изучается замыкание электрических токов, создаваемых электрическим полем, генерированным вращающимся магнитным полем, в магнитосфере и ионосфере Юпитера. Магнитосфера Юпитера считается идеальной, не создающей сопротивление электрическому току. Напротив, ионосфера обладает конечной проводимостью. И наконец, в разд. 5 мы находим структуру магнитного поля, искажаемого петлей тока, протекающего по диску и ионосфере, и замыкающегося магнитосферными токами.

2. ОСЕСИММЕТРИЧНОЕ МАГНИТНОЕ ПОЛЕ

Прежде всего введем удобные переменные, которые наиболее просто описывают магнитное поле магнитосферы Юпитера. Угол наклона магнитного диполя к оси вращения Юпитера составляет угол в несколько градусов, поэтому будем рассматривать магнитосферу аксиально-симметричной. Все величины будут зависеть только от двух цилиндрических координат — расстояния вдоль оси z и радиуса ρ . Введем величину потока полоидального магнитного поля $f(\rho, z)$. Магнитное поле выражается через f следующим образом:

$$B_\rho = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial f}{\partial z}, \quad B_z = \frac{1}{\rho} \frac{\partial f}{\partial \rho}, \quad B_\phi = \frac{1}{\rho} g. \quad (1)$$

Функция $g(\rho, z)$ описывает тороидальное магнитное поле, возникающее в магнитосфере при протекании электрического тока вдоль полоидального магнитного поля. Соотношение $f = \text{const}$ есть уравнение для магнитных поверхностей, на которых лежат магнитные силовые линии. Удобно описывать силовые линии полоидального магнитного поля не только соотношением $f = f(\rho, z)$, но также $\rho = \rho(z, f)$, где величина f нумерует магнитные поверхности. Тогда полоидальное магнитное поле равно

$$B_\rho = \frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \rho}{\partial z} \right)_f \left(\frac{\partial \rho}{\partial f} \right)_z^{-1}, \quad B_z = \frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \rho}{\partial f} \right)_z^{-1}.$$

Для дипольного магнитного поля магнитный поток равен

$$f_d = \frac{B_J R_J^3 \rho^2}{(\rho^2 + z^2)^{3/2}}.$$

Величина R_J — радиус Юпитера, B_J — амплитуда магнитного поля на поверхности Юпитера на его экваторе:

$$B_J = |B_z(r = R_J)|_{eq}.$$

Нам важно знать величину магнитного потока в экваториальной плоскости $z = 0$, $f_0(\rho) = f(\rho, z = 0)$. Тогда вертикальное магнитное поле на экваторе есть

$$B_z(z = 0) = \rho^{-1} \frac{\partial f_0}{\partial \rho}.$$

Удобно измерять напряженность магнитного поля в единицах B_J , а расстояния ρ, z в радиусах Юпитера R_J , тогда единица для магнитного потока равна $B_J R_J^2$. Соотношения (1) остаются теми же в этих безразмерных переменных. Для дипольного поля безразмерный магнитный поток равен

$$f'_d = \frac{\rho'^2}{(\rho'^2 + z'^2)^{3/2}}, \quad f'_{0d} = \frac{1}{\rho'}.$$

В магнитосфере Юпитера электрические токи текут вдоль магнитных силовых линий:

$$\mathbf{j} = a \mathbf{B}.$$

Величина $a(\mathbf{r})$ есть произвольный скаляр. Из полоидальных компонент уравнения Максвелла

$$\text{rot } \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{j}$$

тогда следуют соотношения

$$g(\rho, z) = g(f), \quad a = \mu_0^{-1} \frac{dg}{df}.$$

Они означают, что тороидальное магнитное поле и электрические токи в осесимметричной магнитосфере являются функциями полоидального магнитного потока f . Как мы увидим в дальнейшем, объемные тороидальные электрические токи отсутствуют в магнитосфере Юпитера, $j_\phi = 0$. В этом случае

$$(\text{rot } \mathbf{B})_\phi = 0$$

и уравнение для магнитного потока f имеет вид уравнения Лапласа:

$$\rho \frac{\partial}{\partial \rho} \left(\frac{1}{\rho} \frac{\partial f}{\partial \rho} \right) + \frac{\partial^2 f}{\partial z^2} = 0. \quad (2)$$

Функция f не является четной или нечетной по координате z из-за электрических токов, текущих в плазменном диске в экваториальной плоскости. Поэтому мы разложим функцию f при $z > 0$ по экспонентам $\exp(-\lambda z)$. Решение уравнения (2) при этом можно представить в виде

$$f(\rho, z) = \int_0^\infty \exp(-\lambda z) \lambda \rho J_1(\lambda \rho) \varphi(\lambda) d\lambda, \quad z > 0, \quad (3)$$

где J_1 — функция Бесселя первого порядка. Произвольная функция $\varphi(\lambda)$ в подынтегральном выражении определяется граничными условиями для уравнения (2). Для дипольного магнитного поля $\varphi(\lambda) = 1$ (в безразмерных единицах). Отличие величины φ от единицы описывает искажение дипольного магнитного поля Юпитера. Удобно выразить функцию φ через магнитный поток на экваторе $z = 0$, $f_0(\rho)$. Поскольку

$$f_0(\rho) = \int_0^\infty \lambda \rho J_1(\lambda \rho) \varphi(\lambda) d\lambda,$$

используя обратное преобразование Бесселя, получим

$$\varphi(\lambda) = \int_0^\infty f_0(\rho') J_1(\lambda \rho') d\rho'. \quad (4)$$

Уравнения (3) и (4) определяют магнитное поле через граничное значение $f_0(\rho)$. Конечно, мы также должны учитывать граничные условия на других границах, а именно, на бесконечности и на оси $\rho = 0$. Там величина $f(\rho, z)$ должна быть конечна за исключением начала координат $\rho^2 + z^2 \rightarrow 0$, где $f \rightarrow f_d$.

3. ПЛАЗМЕННЫЙ ДИСК

Вулканическая активность на Ио, спутнике Юпитера, является источником газа, постоянно поступающего в магнитосферу Юпитера. Этот нейтральный газ ионизируется в окрестности Ио солнечным излучением. Таким образом, плазма производится внутри магнитосферы Юпитера. Плазма состоит в основном из однократно и двукратно ионизованных ионов серы и кислорода, а также электронов. Средний заряд ионов равен Ze . Среднее отношение заряда иона к его массе Ze/m_i составляет величину порядка $10^{-1}e/m_p$, где m_p — масса протона.

Сильное магнитное поле Юпитера заставляет плазму вращаться с угловой скоростью Юпитера, $\omega_J = 1.8 \cdot 10^{-4} \text{ c}^{-1}$. Центробежная сила препятствует распространению ионов в магнитосферу Юпитера, и они образуют экваториальный плазменный диск. Высота диска мала по сравнению с его радиусом. Ионы диска имеют радиальную v_ρ и азимутальную v_ϕ скорости. Мы рассматриваем стационарную и осесимметричную магнитосферу Юпитера. Благодаря аксиальной симметрии все величины не зависят от азимутального угла ϕ . Уравнение непрерывности для ионов имеет вид

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} (\rho m_i v_\rho) = \frac{\dot{M}}{2\pi \rho m_i} \delta(\rho - \rho_1) \delta(z). \quad (5)$$

Здесь величина \dot{M} есть темп производства массы газа Ио, а ρ_1 — внутренний край диска, $\rho_1 > \rho_{Io}$ (ρ_{Io} — радиус орбиты Ио). Величина ρ_{Io} равна $4.2 \cdot 10^5 \text{ км} \approx 5.9 R_J$ ($R_J = 7.14 \cdot 10^4 \text{ км}$). Производство газа вулканами Ио оценивается как $\dot{M} \approx 2 \cdot 10^3 \text{ кг/с}$. Интегрируя уравнение (5) по ρ и z , получим

$$v_\rho \Sigma = \frac{\dot{M}}{2\pi \rho m_i} \Theta(\rho - \rho_1). \quad (6)$$

Величина Σ есть поверхностная плотность ионов:

$$\Sigma = \int n_i dz.$$

Функция $\Theta(x)$ — единичная ступенчатая функция Хевисайда. Отметим важный факт, что дивергенция ионного потока равна нулю при $\rho > \rho_1$.

Теперь запишем уравнение движения ионов в диске:

$$m_i (\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v} = Ze \mathbf{E} + Ze [\mathbf{v} \times \mathbf{B}] + \mathbf{F}. \quad (7)$$

Юпитер действует на ионы гравитационной силой

$$F_\rho = -m_i GM_J / \rho^2,$$

которая должна приводить к вращению ионов с кеплеровской скоростью

$$v_K = (GM_J/\rho)^{1/2}$$

(G — гравитационная константа и M_J — масса Юпитера). Компонента уравнения (7), направленная вдоль ρ , дает

$$v_\rho \frac{\partial v_\rho}{\partial \rho} - \frac{v_\phi^2}{\rho} = \frac{Ze}{m_i} (E_\rho + v_\phi B_z) - \frac{v_K^2}{\rho}. \quad (8)$$

Из уравнения (8) видно, что в отсутствие электромагнитных полей B_z и E_ρ ионы вращаются с кеплеровской скоростью:

$$v_\phi = v_K.$$

Наоборот, в сильном магнитном поле B_z , ионы движутся со скоростью электрического дрейфа, $v_\phi = -E_\rho/B_z$. Для коротации, т. е. движения со скоростью вращения Юпитера $v_\phi = \omega_J \rho$, плазма диска должна поляризоваться так, чтобы создалось электрическое поле

$$E_\rho = -\omega_J \rho B_z.$$

Скорость коротации равна кеплеровской скорости на расстоянии $\rho = 2.24R_J$. Из-за того что кеплеровская скорость уменьшается с удалением от Юпитера, коротация плазменного диска означает, что центробежная сила в диске больше силы гравитации и плазма должна ускоряться в радиальном направлении, $\partial v_\rho/\partial \rho > 0$. Однако этого не так легко добиться из-за сохранения углового момента. Это следует из другой компоненты уравнения (7), направленной вдоль φ :

$$v_\rho \frac{\partial v_\phi}{\partial \rho} + \frac{v_\rho v_\phi}{\rho} = -\frac{Ze}{m_i} v_\rho B_z. \quad (9)$$

Заметим, что в этом уравнении отсутствует тороидальное электрическое поле, $E_\phi = 0$, потому что в силу стационарности электрическое поле должно быть потенциальным. Из-за того что радиальная скорость частиц v_ρ не равна нулю (см. уравнение (6)), уравнение (9) дает

$$\rho v_\phi + \frac{Ze}{m_i} f_0(\rho) = \text{const.} \quad (10)$$

Уравнение (10) представляет собой закон сохранения полного углового момента. Коэффициент перед вторым членом в уравнении (10) значительно больше единицы. Он пропорционален отношению циклотронной частоты вращения ионов в магнитном поле

Юпитера $\omega_c = ZeB_J/m_i$ к частоте вращения Юпитера ω_J . Мы обозначим это отношение как $\Omega_c = \omega_c/\omega_J$. Оно представляет собой ионную циклотронную частоту в единицах частоты вращения Юпитера. При $Ze/m_i = 0.1e/m_p$ и $B_J = 4$ Гс значение Ω_c приблизительно равно $2.2 \cdot 10^7$. Для дипольного магнитного поля оба слагаемых в левой части уравнения (10) становятся одного порядка на большом расстоянии от Юпитера: $\rho/R_J \approx \Omega_c^{1/3} \approx 2.8 \cdot 10^2$.

Сохранение углового момента запрещает радиальное движение ионов в сильном магнитном поле Юпитера, если предположить, что оно близко к дипольному. Единственная возможность для плазмы диска двигаться наружу — это вытолкнуть значительную часть магнитного поля из диска. Только если поток магнитного поля меняется медленно в диске,

$$\Delta f_0 \approx B_J \rho^2 \Omega_c^{-1},$$

радиальное движение ионов становится возможным. Но малое изменение магнитного потока f_0 с расстоянием ρ означает, что мало вертикальное магнитное поле B_z в экваториальной плоскости (см. формулу (1)).

Что касается электронов, поставляемых Ио, то параметр Ω_c для них по крайней мере в 10^4 раз больше, чем для ионов. Электроны плазмы сильно замагничены и могут двигаться только вдоль магнитных поверхностей $f = \text{const}$. Они образуют электрический ток на поверхности

$$f = f_1 = f_0(\rho = \rho_1)$$

по направлению к Юпитеру. Таким образом, плазма производимая Юпитером, разделяется: ионы создают плазменный диск в экваториальной плоскости, а электроны создают поверхностный электрический ток J_1 . Это не означает, что плазменный диск положительно заряжен, он нейтрален. Электроны из «моря» электронов магнитосферы Юпитера нейтрализуют любой электрический заряд.

4. МАГНИТОСФЕРНЫЕ И ИОНОСФЕРНЫЕ ТОКИ

Мы рассматриваем магнитосферную плазму как идеальную с бесконечной проводимостью. В условиях стационарности плазма магнитосферы может вращаться вокруг оси z с угловой скоростью $\omega(\rho, z)$. В системе координат, вращающейся с этой угловой скоростью, электрическое поле \mathbf{E}' равно нулю. По-

этому электрическое поле в лабораторной системе координат равно

$$\mathbf{E} = -[[\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}] \times \mathbf{B}], \quad E_\rho = -\omega \frac{\partial f}{\partial \rho},$$

$$E_z = -\omega \frac{\partial f}{\partial z}, \quad E_\phi = 0.$$

Электрическое поле должно быть потенциальным, $\mathbf{E} = -\nabla\Psi$, где Ψ — электрический потенциал. Это означает, что частота вращения $\omega(\rho, z)$ является только функцией магнитного потока f , $\omega = \omega(f)$, и электрический потенциал равен

$$\Psi = \int^f \omega(f') df'.$$

Для того чтобы пропустить электрический ток J_1 через ионосферу Юпитера, потенциал ионосферы Ψ_i не может быть равным потенциалу магнитосферы Ψ из-за конечной проводимости ионосферы Юпитера. Таким образом, угловая скорость вращения магнитосферной плазмы ω не должна совпадать с угловой скоростью вращения ионосферы ω_i или с угловой скоростью вращения Юпитера ω_J . В системе координат, движущейся с ионосферой, существует электрическое поле

$$E_\theta = R_J \sin \theta (\omega_i - \omega) B_r, \quad E_r = -R_J \sin \theta (\omega_i - \omega) B_\theta.$$

Здесь удобно использовать сферические координаты на поверхности Юпитера, $(r = R_J, \theta, \phi)$. Магнитное поле в ионосфере слабо искажено электрическими токами и является дипольным

$$B_r = 2B_J \cos \theta, \quad B_\theta = B_J \sin \theta.$$

Электрическое поле E_θ вызывает в ионосфере поверхностный ток,

$$J_{i\theta} = \Sigma_P E_\theta = 2\Sigma_P B_J R_J \sin \theta \cos \theta (\omega_i - \omega),$$

где Σ_P — поверхностная педерсеновская проводимость ионосферы Юпитера в его полярной области. Поверхностный ток \mathbf{J}_i , текущий в ионосфере, связан с объемным током в магнитосфере \mathbf{j} уравнением непрерывности

$$\text{div}_s \mathbf{J}_i = -j_n.$$

Дивергенция в этом уравнении берется вдоль поверхности, по которой течет ток, а j_n — нормальная к этой поверхности компонента объемного тока \mathbf{j} . Аналогичное уравнение связывает поверхностный ток, текущий в диске \mathbf{J}_d , с магнитосферным током

\mathbf{j} . Но дивергенция ионного поверхностного тока, как мы подчеркивали ранее (см. уравнение (5)), равна нулю. Электроны же диска могут только вращаться с угловой скоростью магнитосферы $\omega(f)$, и дивергенция их потока тоже равна нулю. Таким образом, объемный электрический ток в магнитосфере \mathbf{j} отсутствует везде за исключением выделенных магнитных поверхностей $f = f_1$ и $f = f_3$, где плазменный диск начинается и кончается. Недавние наблюдения энергичных электронов космическим аппаратом Галилео показали существование электрического тока только в окрестности Ио [5]. Полный электрический ток I , производимый Ио, равен

$$I = \frac{Ze\dot{M}}{m_i} = 1.9 \cdot 10^{10} \frac{Zm_p}{0.1m_i} \left(\frac{\dot{M}}{2 \cdot 10^3 \text{ кг/с}} \right) \text{ А.} \quad (11)$$

Половина этого тока течет в северном полушарии, другая — в южном. Магнитосферные токи текут только вдоль магнитного поля на двух магнитных поверхностях

$$\mathbf{j}_1 = \mathbf{B} \frac{Ze\dot{M}}{4\pi m_i} \delta(f - f_1), \quad \mathbf{j}_3 = -\mathbf{B} \frac{Ze\dot{M}}{4\pi m_i} \delta(f - f_3). \quad (12)$$

Эти токи замыкают текущий в ионосфере поверхностный ток

$$J_\theta = \frac{Ze\dot{M}}{4\pi R_J m_i} \frac{1}{\sin \theta}. \quad (13)$$

Это накладывает следующую зависимость разности частот вращения ионосферы и магнитосферы от магнитного потока f :

$$\omega_i - \omega = \frac{Ze\dot{M}}{8\pi m_i \Sigma_P} f^{-1} \left(1 - \frac{f}{B_J R_J^2} \right)^{-1/2} \times \\ \times \Theta(f - f_3) \Theta(f_1 - f).$$

Здесь мы использовали тот факт, что на поверхности Юпитера

$$f = B_J R_J^2 \sin^2 \theta.$$

Частота вращения ионосферы ω_i может отличаться от частоты вращения самого Юпитера ω_J . Это связано с силами Ампера, действующими на ионосферную плазму, в которой текут электрические токи. Разность $\omega_J - \omega_i$ определяется трением между нейтральной атмосферой и ионосферной плазмой. Обычно полагают, что

$$\omega_J - \omega_i = k(\omega_J - \omega),$$

где константа $k < 1$ [6]. Вводя эффективное значение педерсеновской проводимости

$$\Sigma_P^* = \Sigma_P (1 - k),$$

получим следующую зависимость угловой скорости вращения магнитосферы от магнитного потока:

$$\omega(f) = \omega_J - \frac{Ze\dot{M}}{8\pi m_i \Sigma_P^*} f^{-1} \left(1 - \frac{f}{B_J R_J^2}\right)^{-1/2}, \quad (14)$$

$$f_1 > f > f_3.$$

Уравнение (14) показывает, что коротация магнитосферы нарушается во всей области, занимаемой диском. Именно это делает возможным пропускать электрический ток I (11) через ионосферу.

Магнитосферные электрические токи $\mathbf{j}_1, \mathbf{j}_3$ в области $f_1 > f > f_3$ генерируют тороидальное магнитное поле

$$B_\phi = \frac{g}{\rho}, \quad (15)$$

где

$$g = -\mu_0 \frac{Ze\dot{M}}{4\pi m_i}.$$

Тогда ϕ -компонента уравнения Максвелла

$$\text{rot } \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{j}$$

дает уравнение для полоидального магнитного потока f :

$$\rho \frac{\partial}{\partial \rho} \left(\frac{1}{\rho} \frac{\partial f}{\partial \rho} \right) + \frac{\partial^2 f}{\partial z^2} = \frac{g^2}{2} [\delta(f - f_1) - \delta(f - f_3)]. \quad (16)$$

Правая часть уравнения (16) не равна нулю только на магнитных поверхностях $f = f_1, f_3$, где текут магнитосферные электрические токи вдоль магнитного поля. Благодаря тороидальной компоненте магнитного поля, продольные электрические токи также имеют тороидальные компоненты, которые и искажают полоидальное магнитное поле. Вне поверхностей f_1, f_3 уравнение (16) совпадает с уравнением (2) и его решение описывается соотношениями (3), (4). Однако поля по обеим сторонам разрывов различны. Связь между магнитными полями при $f > f_1$ и $f < f_1$, а также при $f > f_3$ и $f < f_3$ можно получить, интегрируя уравнение (16) по f в малой окрестности поверхностей $f = f_1$ и $f = f_3$, соответственно. Для этого нужно перейти к другим независимым переменным (z, f) и считать, что магнитные поверхности заданы соотношением $\rho = \rho(z, f)$. Уравнение (16) принимает вид

$$\frac{1}{2} \left[1 + \left(\frac{\partial \rho}{\partial z} \right)^2 \right] \frac{\partial}{\partial f} \left[\left(\frac{\partial \rho}{\partial f} \right)^{-2} \right] + \left(\frac{\partial \rho}{\partial f} \right)^{-2} \times$$

$$\times \frac{\partial}{\partial f} \left[1 + \left(\frac{\partial \rho}{\partial z} \right)^2 \right] - \left(\frac{\partial \rho}{\partial f} \right)^{-1} \left(\frac{1}{\rho} + \frac{\partial^2 \rho}{\partial z^2} \right) =$$

$$= \frac{g^2}{2} [\delta(f - f_1) - \delta(f - f_3)]. \quad (17)$$

Мы считаем, что по обеим сторонам разрыва форма магнитных поверхностей одинакова:

$$\left. \frac{\partial \rho}{\partial z} \right|_{f=f_{1,3}+0} = \left. \frac{\partial \rho}{\partial z} \right|_{f=f_{1,3}-0}.$$

Интегрируя уравнение (17), получим

$$B_\rho^2 + B_z^2 + B_\phi^2 = \text{const}. \quad (18)$$

Это выражение представляет собой естественное условие равенства магнитных давлений по обеим сторонам разрыва, и оно непосредственно следует из наших уравнений.

5. СТРУКТУРА МАГНИТНОГО ПОЛЯ

Введем безразмерные переменные (штрихованные), которые и будем использовать в дальнейшем, опуская штрихи:

$$\omega' = \frac{\omega}{\omega_J}, \quad \mathbf{r}' = \frac{\mathbf{r}}{R_J}, \quad \mathbf{v}' = \frac{\mathbf{v}}{R_J \omega_J},$$

$$\mathbf{B}' = \frac{\mathbf{B}}{B_J}, \quad f' = \frac{f}{B_J R_J^2}, \quad (19)$$

$$\Sigma' = \frac{2\pi m_i \omega_J R_J^2 \Sigma}{\dot{M}}, \quad \mathbf{J}' = \frac{4\pi R_J \mathbf{J}}{I}.$$

В результате появятся безразмерные параметры. Один из них, упоминавшийся в разд. 3, — это отношение ионной циклотронной частоты к частоте вращения Юпитера:

$$\Omega_c = \frac{\omega_c}{\omega_J} = 2.16 \cdot 10^7 \frac{Z m_p}{0.1 m_i} \frac{B_J}{4G}. \quad (20)$$

Мы введем также параметр Хилла H , впервые использованный им в 1979 г. [3]:

$$H = \frac{8\pi \Sigma_P^* B_J^2 R_J^2}{\dot{M}} =$$

$$= 10^7 \left(\frac{B_J}{4G} \right)^2 \frac{\Sigma_P^*}{1 \text{ Ом}^{-1}} \left(\frac{\dot{M}}{2 \cdot 10^3 \text{ кг/с}} \right)^{-1}. \quad (21)$$

Физический смысл H станет ясен позднее. Определим также кеплеровский параметр — отношение кеплеровской угловой скорости вращения на поверхности Юпитера к его угловой скорости вращения:

$$\Omega_K = \left(\frac{GM_J}{R_J^3 \omega_J^2} \right)^{1/2} = 3.33. \quad (22)$$

Наконец, введем еще один параметр — отношение величины магнитного поля, создаваемого током $I/2$,

как если бы он тек по поверхности Юпитера, к собственному полю Юпитера B_J :

$$\delta B = \frac{Ze\dot{M}\mu_0}{4\pi m_i R_J B_J} = 6.7 \cdot 10^{-2} \frac{Zm_p}{0.1m_i} \times \frac{\dot{M}}{2 \cdot 10^3 \text{ кг/с}} \left(\frac{B_J}{4 \text{ Гс}} \right)^{-1}. \quad (23)$$

Отметим, что магнитное поле от магнитосферного тока $I/2$ на орбите Ио в $\delta B(\rho_{Io}/R_J)^2 \approx 2.3$ раза больше, чем дипольное магнитное поле Юпитера в этом месте. Таким образом, дипольное магнитное поле в области $\rho < \rho_1$ должно быть сжато в соответствии с соотношением (18).

Скорость вращения ионов плазменного диска определяется уравнением (10)

$$v_\phi = \frac{\Omega_K}{\rho} \rho_1^{1/2} + \frac{\Omega_c}{\rho} (f_1 - f_0). \quad (24)$$

Мы считаем, что при $\rho = \rho_1 \approx \rho_{Io}$ скорость вращения ионов равна кеплеровской скорости v_K , которая меньше, чем скорость коротации с Юпитером. Действительно, ионы образуются из нейтрального газа, коврающегося с Ио. Двигаясь в дальнейшем в радиальном направлении, ионы получают дополнительную тороидальную скорость, приближаясь к коротации, $v_\phi = \rho$. Конечно, энергия черпается из работы радиального электрического поля E_ρ . Но скорость v_ϕ не превышает скорость коротации, из-за того что диск кончается раньше, $\rho < (\Omega_c f_1)^{1/2}$. Электроны же диска вращаются с угловой скоростью вращения магнитных силовых линий $\omega(f)$, определяемой уравнением (14):

$$\omega\rho = \rho - \frac{\Omega_c}{H} \rho f_0^{-1} (1 - f_0)^{-1/2}. \quad (25)$$

Скорость $\omega\rho$ не может быть отрицательной. Это означает, что параметр H не может быть меньше, чем $\Omega_c/f_1 > 10\Omega_c$. Отсюда следует, что педерсеновская проводимость ионосферы не может быть малой. При низкой проводимости Σ_P ионосфера не может пропустить электрический ток $I/2$, из-за того что Юпитер как униполярный индуктор [7] может создать только конечное напряжение

$$\Psi_{max} = \omega_J f_{eq} = B_J R_J^2 \omega_J.$$

В действительности это напряжение еще меньше, потому что электрическая связь между диском и Юпитером проходит через полярную силовую линию магнитного поля $f = f_1$, $\Psi = \Psi_{max} f_1$. Система магнитосферные токи–ионосфера является самосогласованной: когда ток I становится большим и ионосфера не может его пропустить, в магнитосфере вдоль

магнитных силовых линий $f = f_1$ возникает сильное электрическое поле, ускоряющее электроны. Быстрые, высыпаящиеся в ионосферу электроны производят дополнительную ионизацию, что приводит в возрастанию проводимости ионосферы [8].

Таким образом, в диске течет тороидальный электрический ток

$$J_\phi = 2 \frac{\delta B}{\mu_0} \Sigma (v_\phi - \omega\rho), \quad (26)$$

который приводит к разрыву радиального магнитного поля на поверхности диска $z = 0$:

$$B_\rho|_{z=z+0} = -B_\rho|_{z=z-0} = \delta B \Sigma (v_\phi - \omega\rho). \quad (27)$$

Величина $v_\phi - \omega\rho$ является функцией ρ и $f_0(\rho)$ и определяется соотношениями (24), (25):

$$v_\phi - \omega\rho = -\frac{\rho^2 - \Omega_K \rho_1^{1/2}}{\rho} + \frac{\Omega_c}{\rho} (f_1 - f_0) + \frac{\Omega_c}{H} \rho f_0^{-1} (1 - f_0)^{-1/2}. \quad (28)$$

Из уравнений (27), (28) видно, что значение радиального магнитного поля в точке $\rho = \rho_1$ отрицательно:

$$B_\rho(\rho = \rho_1, z = +0) < 0.$$

Здесь мы не рассматриваем случай малой проводимости ионосферы, близкой к предельному значению, когда параметр

$$H < \Omega_c f_1^{-1} (1 - f_1)^{-1/2} / (1 - \Omega_K / \rho_1^{3/2}) = 1.3 \Omega_c f_1^{-1} (1 - f_1)^{-1/2}.$$

Мы покажем позднее, что это область неустойчивости. Для больших значений H магнитные силовые линии выгнуты внутрь, по направлению к Юпитеру. Это происходит в результате выталкивания магнитного поля Юпитера диском. На больших расстояниях $\rho > \rho_1$ величина $B_\rho(\rho, z = +0)$ меняет знак и становится положительной. Это область, где магнитное поле Юпитера выталкивается наружу. Мы видим, что магнитное поле Юпитера выталкивается в обе стороны, а не только наружу, как предполагалось ранее [6]. Важно знать положение точки $\rho = \rho_2$, где радиальное магнитное поле в экваториальной плоскости обращается в нуль. Магнитная силовая линия $f = f_2 = f_0(\rho_2)$ является почти дипольной. Все магнитные силовые линии $f_1 < f < 1/\rho_1$ выталкиваются из области $\rho_1 < \rho < \rho_2$ и вжимаются в область $\rho < \rho_1$. Величина радиального магнитного поля $B_\rho(\rho, z = +0)$ определяется производной магнитного потока по координате z на экваторе

$$\left. \frac{\partial f}{\partial z} \right|_{z=+0} = -\delta B \Sigma \rho (v_\phi - \omega \rho). \quad (29)$$

Определим эту производную как функцию $f_0(\rho)$. Из уравнений (3), (4) получим

$$\left. \frac{\partial f}{\partial z} \right|_{z=+0} = -\rho \int_0^\infty d\rho' f_0(\rho') \int_0^\infty \lambda^2 J_1(\lambda \rho) J_1(\lambda \rho') d\lambda.$$

Второй интеграл в этом уравнении известен [9], и мы получим

$$\left. \frac{\partial f}{\partial z} \right|_{z=+0} = \frac{2}{\pi} \rho \frac{\partial}{\partial \rho} \frac{1}{\rho} \left\{ \int_0^1 \frac{dx K(x)}{dx} f_0(\rho/x) dx - \int_0^1 \frac{dK(x)}{dx} f_0(\rho x) dx \right\}. \quad (30)$$

Здесь $K(x)$ — полный эллиптический интеграл первого рода. Он равен $\pi/2$ при $x = 0$, но имеет логарифмическую особенность при $x \rightarrow 1$:

$$K(x) \rightarrow \ln[16/(1-x^2)]/2.$$

Уравнения (28)–(30) замыкают систему уравнений, определяющих функцию $f_0(\rho)$. К ним следует добавить уравнения (6), (8), определяющие поверхностную плотность диска $\Sigma(\rho)$:

$$\begin{aligned} \rho v_\rho \Sigma &= 1, \\ \frac{1}{2} \rho \frac{\partial v_\rho^2}{\partial \rho} &= v_\phi^2 - \frac{\Omega_K^2}{\rho} + \Omega_c (v_\phi - \omega \rho) \frac{\partial f_0}{\partial \rho}. \end{aligned} \quad (31)$$

В области $\rho \approx \rho_2 > \rho_1$ интегральное уравнение (30) можно упростить. Магнитный поток $f_0(\rho)$ изменяется здесь слабо. Функция $dK(x)/dx$ быстро растет в окрестности $x \approx 1$. В области $0 < x < \rho_1/\rho$ во втором интеграле уравнения (30) магнитный поток можно считать дипольным,

$$f_0(\rho x) = 1/\rho x.$$

В результате получим уравнение

$$\begin{aligned} \left. \frac{\partial f}{\partial z} \right|_{z=+0} &= \frac{2}{\pi} \rho \frac{\partial}{\partial \rho} \frac{1}{\rho} \times \\ &\times \left\{ f_0(\rho) K\left(\frac{\rho_1}{\rho}\right) - \frac{1}{\rho_1} \left[K\left(\frac{\rho_1}{\rho}\right) - E\left(\frac{\rho_1}{\rho}\right) \right] \right\}, \\ &\rho \approx \rho_2, \end{aligned}$$

где $E(x)$ — полный эллиптический интеграл второго рода. Из-за того что $f_2 = f_0(\rho_2)$ очень близко к f_1 , как мы увидим ниже, уравнение для ρ_2 имеет вид

$$\begin{aligned} f_1 \rho_1 \left. \frac{\partial}{\partial \rho} \frac{1}{\rho} K\left(\frac{\rho_1}{\rho}\right) \right|_{\rho=\rho_2} &= \\ &= \left. \frac{\partial}{\partial \rho} \frac{1}{\rho} \left[K\left(\frac{\rho_1}{\rho}\right) - E\left(\frac{\rho_1}{\rho}\right) \right] \right|_{\rho=\rho_2}. \end{aligned}$$

Приближенное решение этого уравнения дает

$$\rho_2 = \rho_1 (2f_1 \rho_1 / 3)^{-1/2}.$$

Но $f_1 \approx 1/\rho_2$, и мы получаем

$$\rho_2 \approx 3\rho_1/2 \approx 8.9, \quad f_1 = 0.113.$$

Заметим, что для диполя

$$f_{1d} = 0.17 > f_1.$$

Проекция точки ρ_1 вдоль магнитного поля на ионосферу Юпитера есть окружность в полярной области

$$\theta_1 = \arcsin(f_1^{1/2}) = 19.5^\circ.$$

Проекция же Ио есть

$$\theta_{Io} \approx \arcsin(\rho_1^{-1/2}) = 24.5^\circ.$$

Этот зазор в 5° между отметкой Ио и авроральным овалом на Юпитере действительно наблюдается [10].

Проверим сейчас, что значение f_2 очень близко к значению f_1 . Действительно, при $\rho = \rho_2$, $f_0 = f_2$ левая часть уравнения (28) должна быть равна нулю. Это определяет значение f_2 :

$$f_2 = f_1 - \frac{\rho_2^2 - \Omega_K \rho_1^{1/2}}{\Omega_c} + \frac{\rho_2^2 f_1^{-1} (1 - f_1)^{-1/2}}{H} < f_1.$$

Разность магнитных потоков в точках ρ_1 и ρ_2 очень мала,

$$f_1 - f_2 \approx \rho_2^2 / \Omega_c \approx 10^{-5}.$$

Это означает, что магнитные силовые линии над плазменным диском почти параллельны его поверхности, за исключением области $\rho \approx \rho_2$. В точке

$$\rho = \rho_1 + 0$$

вертикальное магнитное поле $B_z \approx \Omega_c^{-1}$ мало и его можно считать равным нулю. Но радиальное поле не мало и равно

$$\begin{aligned} B_{\rho_1} &= -\delta B \Sigma_1 \rho_1 \left[1 - \frac{\Omega_K}{\rho_1^{3/2}} - \right. \\ &\left. - \frac{\Omega_c}{H} f_1^{-1} (1 - f_1)^{-1/2} \right], \quad \Sigma_1 = \Sigma(\rho_1). \end{aligned} \quad (32)$$

Тороидальное магнитное поле тоже велико (см. уравнения (15), (23)):

$$B_{\phi_1} = -\frac{\delta B}{\rho_1}.$$

Напряженность магнитного поля равна

$$B_1 = (B_{\rho_1}^2 + B_{\phi_1}^2)^{1/2} = \frac{\delta B}{\rho_1} \times \left\{ 1 + \Sigma_1^2 \rho_1^4 \left[1 - \frac{\Omega_K}{\rho_1^{3/2}} - \frac{\Omega_c}{H} f_1^{-1} (1-f_1)^{-1/2} \right]^2 \right\}^{1/2} > \frac{\delta B}{\rho_1}. \quad (33)$$

Слева от разрыва $\rho = \rho_1 - 0$ радиальное магнитное поле в экваториальной плоскости B_ρ равно нулю благодаря симметрии магнитных силовых линий, тороидальное поле тоже равно нулю, $B_\phi = 0$. Тогда, согласно граничному условию (18),

$$B_z(\rho = \rho_1 - 0) = -B_1. \quad (34)$$

Эта величина вертикального магнитного поля больше, чем величина дипольного магнитного поля на расстоянии $\rho = \rho_1$, $B_{zd} = 1/\rho_1^3$, как упоминалось выше. Из-за этого магнитные силовые линии должны быть сжаты в области $\rho < \rho_1$. Таким образом, радиальное магнитное поле при $\rho > \rho_1$ должно быть отрицательным или должно выполняться неравенство

$$v_\phi - \omega\rho < 0.$$

В случае низкой проводимости ионосферы

$$\Omega_c f_1^{-1} (1-f_1)^{-1/2} < H < 1.3 \Omega_c f_1^{-1} (1-f_1)^{-1/2} \quad (35)$$

невозможно удовлетворить условию равенства магнитных давлений по обе стороны разрыва и граница $f = f_1$ становится неустойчивой.

При

$$H > 1.3 \Omega_c f_1^{-1} (1-f_1)^{-1/2}$$

граничное условие (18) определяет значение производной магнитного потока f_0 по радиусу ρ в точке $\rho = \rho_1 - 0$:

$$\left. \frac{\partial f_0}{\partial \rho} \right|_{\rho=\rho_1-0} = -\delta B \left\{ 1 + \Sigma_1^2 \rho_1^4 \left[1 - \frac{\Omega_K}{\rho_1^{3/2}} - \frac{\Omega_c}{H} f_1^{-1} (1-f_1)^{-1/2} \right]^2 \right\}^{1/2}. \quad (36)$$

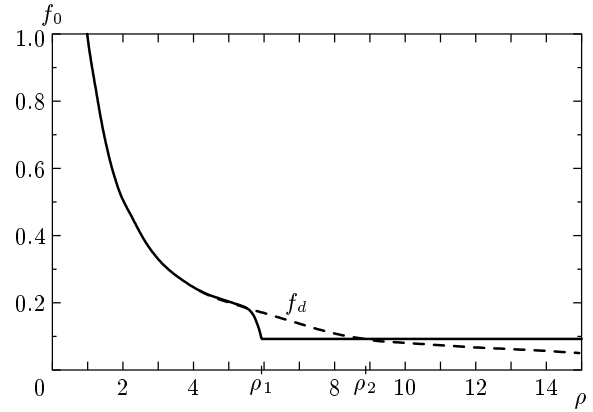


Рис. 1. Магнитный поток полоидального магнитного поля f_0 в экваториальной плоскости $z = 0$ в зависимости от радиального расстояния ρ . Точка $\rho = \rho_1$ соответствует внутреннему краю плазменного диска. Точка $\rho = \rho_2$ соответствует «средней» точке, где радиальное магнитное поле равно нулю. Штриховая линия изображает дипольное магнитное поле $f_d = 1/\rho$

При этом условии и условии $f_0(\rho) \rightarrow 1/\rho$ при $\rho \rightarrow 0$ уравнения (28)–(31) однозначно определяют функцию $f_0(\rho)$, которая изображена на рис. 1. Величина потока f_0 уменьшается от значения $1/\rho_1$ до f_1 в окрестности $\rho \approx \rho_1$. Мы можем оценить ширину области сжатого магнитного поля

$$\Delta\rho = \left. \frac{1/\rho_1 - f_1}{\partial f_0 / \partial \rho} \right|_{\rho=\rho_1-0} < \frac{1/\rho_1 - f_1}{\delta B} \approx 0.85.$$

Она довольно мала:

$$\Delta\rho/\rho_1 \approx 0.1.$$

Для исследования поведения магнитного потока на экваторе $f_0(\rho)$ на достаточном удалении $\rho > \rho_2$ проинтегрируем сначала уравнение движения ионов (31). Принимая во внимание выражения (24) и (28), получим

$$\mathcal{E} - \mathcal{E}_1 = \Omega_c (f_1 - f_0) - \frac{\Omega_c^2}{H} \ln \frac{f_1 (1 + \sqrt{1-f_0})^2}{f_0 (1 + \sqrt{1-f_1})^2}. \quad (37)$$

Это закон сохранения энергии:

$$\mathcal{E} = \frac{1}{2} v_\rho^2 + \frac{1}{2} v_\phi^2 - \frac{\Omega_K^2}{\rho}, \quad \mathcal{E}_1 = \mathcal{E}(\rho_1).$$

Правая часть уравнения (37) представляет собой источник энергии для ионов диска. Это работа радиального электрического поля над ионами. Электрическое поле создается вращающимся магнитным по-

лем благодаря вращению Юпитера. Вся энергия черпается из вращения Юпитера. Второй член в правой части этого уравнения — это омические потери. Юпитер тратит часть своей вращательной энергии на нагрев ионосферы. Полные энергетические затраты должны быть больше, чем омические потери. Раскладывая последний член в уравнении (37) в окрестности точки $f_0 = f_1$, снова получим условие

$$H > \Omega_c f_1^{-1} (1 - f_1)^{-1/2}.$$

Оно совпадает с условием $\omega > 0$. Юпитер должен тратить часть своей энергии вращения на раскручивание плазменного диска.

При $\rho > \rho_2$ кеплеровское вращение несущественно и мы можем написать выражения для скоростей вещества диска в следующем виде:

$$\begin{aligned} v_\phi &= \frac{\Omega_c}{\rho} (f_1 - f_0), \\ v_\rho &= \left[2\Omega_c \left(1 - \frac{\Omega_c}{Hf_1} \right) (f_1 - f_0) - \frac{\Omega_c^2}{\rho^2} (f_1 - f_0)^2 \right]^{1/2}. \end{aligned} \quad (38)$$

Как будет показано ниже, здесь мы учитываем, что изменение магнитного потока мало:

$$f_1 - f_0 \ll f_1.$$

Кроме того, сами величины f_0 и f_1 малы:

$$f_0 < f_1 \approx 0.1 \ll 1.$$

Радиальные скорости в диске всегда положительны:

$$\Omega_c (f_1 - f_0) < 2\rho^2 (1 - \Omega_c/Hf_1).$$

Теперь мы знаем также величину поверхностной плотности диска, $\Sigma = 1/\rho v_\rho$, и можем решить уравнения (29), (30) для определения функции $f_0(\rho)$. Окончательное уравнение имеет вид

$$f_0 = f_1 - \frac{\rho^2}{\Omega_c} \left(1 - \frac{\Omega_c}{Hf_1} \right) \left[1 + \frac{\rho(2Hf_1^2 + \rho^2)^{1/2}}{Hf_1^2 + \rho^2} \right], \quad (39)$$

$\rho > \rho_2.$

Функция, стоящая в квадратных скобках, является слабоменяющейся функцией ρ , изменяясь от 1 на малых расстояниях до 2 на больших. Поэтому можно считать, что магнитный поток уменьшается с ростом ρ :

$$f_0 = f_1 - \text{const} \cdot \rho^2.$$

Это означает, что вертикальное магнитное поле над диском остается постоянным:

$$B_z(z = +0) = -2(1 - \Omega_c/Hf_1)/\Omega_c.$$

Оно возбуждается тороидальными электрическими токами, текущими в диске. Радиальное магнитное поле $B_\rho(z = +0)$ увеличивается с расстоянием:

$$B_\rho = \rho(\delta B/Hf_1^2).$$

Это происходит из-за вытягивания магнитных силовых линий увеличивающимся радиальным движением плазмы в диске. В результате угол наклона полоидального магнитного поля к диску

$$\text{tg } \alpha = -\frac{dz}{d\rho} = -\frac{B_z}{B_\rho} = \frac{2f_1}{\delta B} \left(\frac{Hf_1}{\Omega_c} - 1 \right) \rho^{-1}$$

уменьшается с расстоянием.

Параметры диска равны

$$\begin{aligned} v_\phi &= \left(1 - \frac{\Omega_c}{Hf_1} \right) \rho, \\ v_\rho &= \left(1 - \frac{\Omega_c}{Hf_1} \right) \rho, \\ \Sigma &= (v_\rho \rho)^{-1} = \left(1 - \frac{\Omega_c}{Hf_1} \right)^{-1} \rho^{-2}. \end{aligned} \quad (40)$$

Видно, что при $\rho > \rho_2$ диск вращается почти с постоянной угловой скоростью

$$\Omega_d = 1 - \Omega_c/Hf_1 < 1,$$

которая меньше, чем угловая скорость вращения самого Юпитера. Именно такое вращение было измерено на Вояджере 1 [11]. Радиальная скорость вещества в диске также увеличивается с расстоянием и стремится к его тороидальной скорости. Скорость вращения магнитных силовых линий $\omega(\rho)$ (25) сначала также следует этому закону, а затем начинает убывать:

$$\omega\rho = \left(1 - \frac{\Omega_c}{Hf_1} \right) \left(1 - \frac{\rho^2}{Hf_1^2} \right) \rho. \quad (41)$$

При $\rho \approx f_1 H^{1/2}$ вращение магнитосферы останавливается. Это и есть конец плазменного диска, создающего глобальные токи. Более точное выражение, получающееся из формулы (39), имеет вид

$$\rho_3 = 0.73 f_1 H^{1/2}.$$

Соответствующее выражение для магнитного потока имеет вид

$$f_3 = f_1(\Omega_c/Hf_1) < f_1.$$

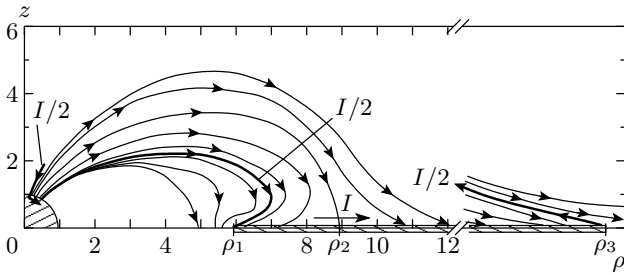


Рис. 2. Силовые линии полоидального магнитного поля. Координаты ρ_1 и ρ_3 — края плазменного диска. Жирные линии показывают электрические токи, текущие в ионосфере и магнитосфере Юпитера ($I/2$) и в плазменном диске (I). Углы наклона магнитных силовых линии к диску изображены большими, чем это есть в действительности, для понимания топологии магнитного поля в целом

При $f < f_3$ ионосфера Юпитера не может пропустить ток $I/2$, из-за того что поверхностный ток растёт как $\sin^{-1} \theta$, в то время как напряжение убывает пропорционально $\sin \theta$. Далее, электрический ток $-I/2$ возвращается к диску вдоль магнитной поверхности $f = f_3$.

Плазменный диск не исчезает после замыкания электрического тока. Он только перестаёт взаимодействовать с магнитным полем Юпитера. Магнитное поле над диском становится параллельным его поверхности, $B_z = 0$. Вращение диска замедляется благодаря сохранению углового момента

$$v_\phi = v_{\phi 3} \frac{\rho_3}{\rho}, \quad \rho > \rho_3.$$

Радиальная скорость в диске увеличивается из-за центробежного ускорения

$$v_\rho = \left[v_{\rho 3}^2 + v_{\phi 3}^2 \left(1 - \frac{\rho_3^2}{\rho^2} \right) - \frac{2\Omega_K^2}{\rho_3} \left(1 - \frac{\rho_3}{\rho} \right) \right]^{1/2}$$

и стремится к его предельному значению, приблизительно равному

$$(v_{\rho 3}^2 + v_{\phi 3}^2)^{1/2}.$$

Поверхностная плотность Σ убывает пропорционально ρ^{-1} , и диск исчезает в межпланетном пространстве.

Граничное условие (18) на обеих сторонах поверхностного электрического тока, текущего по магнитной поверхности $f = f_3$, можно рассматривать как равенство полных давлений $B^2/2\mu_0 + P$, если принять во внимание давление P быстрых электронов обратного тока. Магнитное давление на левой

стороне разрыва равно $(B_\rho^2 + B_\phi^2)/2\mu_0$. Величина тороидального магнитного поля B_ϕ дается соотношением (15) и равно

$$B_\phi = -\delta B/\rho.$$

Радиальное магнитное поле в точке $\rho = \rho_3$ как раз равно тому же значению, из-за того что там $\omega = 0$ и $v_\rho = v_\phi$ (см. формулу (27)). Таким образом, мы можем удовлетворить условию устойчивости границы $f = f_3$, если электронное давление

$$P = B_\phi^2/2\mu_0 = B_\rho^2/2\mu_0.$$

Условие

$$P = B_\rho^2/2\mu_0$$

соответствует равномерному и кажется довольно естественным.

Структуры магнитного поля и электрического тока представлены на рис. 2.

6. ОБСУЖДЕНИЕ

Мы показали, что структура магнитного поля Юпитера может быть точно определена аналитически. При этом мы использовали идеальные приближения: осесимметричная, хорошо проводящая магнитосфера с холодным тонким диском. Эти приближения адекватны реальности. Мы показали, что диск выталкивает магнитное поле Юпитера, вытесняя его как наружу, так и внутрь, в сторону Юпитера. В результате магнитное поле сжимается в области $\rho < \rho_1$, где ρ_1 — внутренний край диска, и ослабевает во всей остальной области, занимаемой диском. Благодаря сжатию поля и искривлению магнитных силовых линий, магнитное изображение внутреннего края диска на поверхности Юпитера приходится на более высокие широты, чем это было бы для дипольного магнитного поля ($f_1 < 1/\rho_1$, $f_1 \approx 0.11$). Это соответствует широте 70.5° , где и наблюдается полярное сияние. Оказалось, что электрические токи в магнитосфере могут течь только вдоль выделенных магнитных поверхностей $f = f_1$ и $f = f_3$, соответствующих внутреннему и внешнему краям диска. Объемные токи в магнитосфере не протекают. Для того чтобы поддержать электрический ток $I/2$ (11), ионосфера Юпитера должна иметь достаточно высокую поверхностную педерсеновскую проводимость Σ_p . Это связано с тем, что вращающееся магнитное поле Юпитера, взаимодействуя с диском, может создать только конечное электрическое напряжение

$$\Psi = B_J R_J^2 \omega_J f_1.$$

С другой стороны, к проводящей ионосфере должно быть приложено напряжение

$$U = \frac{I}{8\pi\Sigma_P^*(1-f_1)^{1/2}}.$$

Условие $\Psi > U$ должно быть выполнено. Здесь удобно ввести параметр, описывающий способность ионосферы Юпитера пропускать электрический ток:

$$\kappa = \frac{\Psi - U}{\Psi} = 1 - \frac{\Omega_c}{Hf_1(1-f_1)^{1/2}} \approx 1 - \frac{\Omega_c}{Hf_1}. \quad (42)$$

Как можно увидеть, многие физические параметры магнитосферы и диска содержат эту величину κ (см., например, формулы (40), (41)). Отметим также, что κ есть часть полной энергии, теряемой Юпитером и передаваемой диску:

$$W_d = W\kappa.$$

Соответственно, омические потери в ионосфере равны

$$W_{Ohm} = W(1 - \kappa).$$

Это следует из закона сохранения энергии (37):

$$\begin{aligned} W &= IB_J R_J^2 \omega_J (f_1 - f_3) = \\ &= 6.9 \cdot 10^{18} (f_1 - f_3) \frac{Z m_p}{0.1 m_i} \left(\frac{\dot{M}}{2 \cdot 10^3 \text{ кг/с}} \right) \left(\frac{B_J}{4 \text{ Гс}} \right) \text{ Вт.} \end{aligned}$$

Параметр κ более подходит для этой задачи, чем параметр Хилла H , который не имеет ясного физического смысла. Величину H можно было бы рассматривать как безразмерное значение поверхностной педерсеновской проводимости Σ_P , но более естественно измерять Σ_P в единицах отношения характерного значения поверхностного тока

$$J = I/4\pi R_J$$

к характерному значению электрического поля

$$E = \Psi_{max}/R_J.$$

Тогда безразмерное значение Σ_P было бы равно

$$\Sigma'_P = H/2\Omega_c.$$

Величина H/Ω_c порядка единицы и не так велика, как H .

Величина κ положительна. Более того, условие устойчивости границы $f = f_1$ диктует неравенство $\kappa > \kappa_{min} = 0.23$. Это накладывает ограничение на

значение поверхностной педерсеновской проводимости ионосферы Юпитера, $\Sigma_P \approx 10\text{--}20 \text{ Ом}^{-1}$. Но холодная полярная ионосфера Юпитера не обладает такой высокой проводимостью. Однако, как показывают расчеты [8], ионизация ионосферы быстрыми высвобождающимися электронами увеличивает ее проводимость до этих значений. Это означает, что в действительности электрический ток в ионосфере существует только в области, где магнитосферный ток J_1 вторгается в ионосферу. Величина Δf есть область, занимаемая магнитосферным током. Она определяется процессом ионизации газа, испускаемого Ио. Ионосферный ток течет только между двумя магнитными поверхностями $f = f_1$ и $f = f_3 = f_1 - \Delta f$. Обратный магнитосферный ток будет течь вдоль магнитной поверхности $f = f_3$. Прямой и обратный электронные токи текут почти вместе в ионосфере Юпитера, но затем существенно расходятся в магнитосфере. Это означает, что внешний край диска будет не на расстоянии $\rho_3 \approx f_1 H^{1/2}$, как мы получили ранее для случая постоянной ионосферной проводимости, а значительно ближе:

$$\rho_3 = (\Omega_c \Delta f)^{1/2} \left(1 - \frac{\Omega_c}{Hf_1} \right)^{-1/2} = \left(\frac{\Omega_c \Delta f}{\kappa} \right)^{1/2}.$$

Это выражение следует из соотношения (39). Если величина Δf порядка 10^{-2} , то ρ_3 становится порядка 10^2 . Проекция всего диска вдоль магнитного поля на поверхность Юпитера будет занимать в этом случае всего 1° .

В заключение следует отметить, что структура полоидального магнитного поля вблизи диска похожа на структуру поля вблизи пересоединяющегося токового слоя [12]. Над и под диском радиальные магнитные поля направлены в противоположные стороны. Это связано с тем, что в диске произошло пересоединение радиального поля, в нем течет тороидальный электрический ток, генерируемый вращающимся магнитным полем Юпитера. Токвая петля, проходящая по диску и ионосфере и замыкаемая магнитосферными токами, возникла, для того чтобы передать угловой момент вращения Юпитера диску. Из-за того что вещество диска постоянно рождается из вулканических газов от Ио, необходимо раскрутить его для удаления на большие расстояния от Юпитера. Именно сила Ампера, создаваемая электрическим током, текущим в ионосфере Юпитера перпендикулярно магнитному полю, и создает тормозящий момент, действующий на Юпитер. Поэтому найденная токвая система, связывающая Юпитер и диск, является обязательным атрибутом взаимодействия плазменного диска

и вращающегося магнитного поля Юпитера — ток не может где-либо оборваться или перезамкнуться.

Автор благодарит С. Миллера и А. Айлорда за полезные обсуждения. Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант № 02-02-16762), а также Президентским грантом № НШ-1603.2003.2.

ЛИТЕРАТУРА

1. Е. С. Беленькая, в сб. *Исследование космического пространства*, Москва (2002), том 33 а, стр. 178.
2. F. K. Lamb, in *Timing Neutron Stars*, ed. by H. Ogelman and E. P. J. van der Heuvel, Kluwer, Dordrecht (1989).
3. T. W. Hill, *J. Geophys. Res.* **84**, 6554 (1979).
4. D. H. Pontius Jr., *J. Geophys. Res.* **102**, 7137 (1997).
5. B. H. Mauk, D.J. Williams, A. Eviatar, *J. Geophys. Res.*, **106**, 26195 (2001).
6. S. W. H. Cowley and E. J. Bunce, *Planet. Space Sci.* **49**, 1067 (2001).
7. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, *Электродинамика сплошных сред*, Наука, Москва (1982).
8. G. Millward, S. Miller, T. Stallard, A. D. Aylward, and N. Achilleos, *Icarus* **160**, 95 (2002).
9. F. Oberhettinger, *Tables of Bessel Transforms*, Springer-Verlag (1972).
10. J. T. Clarke et al., *J. Geophys. Res.* **103**, 20217 (1998).
11. J. W. Belcher, in *Physics of the Jovian Magnetosphere*, ed. by A. J. Dessler, Cambridge University Press, Cambridge (1983).
12. Б. В. Сомов, С. И. Сыроватский, *Труды ФИАН* **74**, 14 (1974).