

ВЕРОЯТНОСТИ РАДИАЦИОННЫХ ПЕРЕХОДОВ МЕЖДУ ШТАРКОВСКИМИ СОСТОЯНИЯМИ ОРТОГЕЛИЯ

*А. А. Каменский, В. Д. Овсянников**

*Воронежский государственный университет
394006, Воронеж, Россия*

Поступила в редакцию 13 сентября 2004 г.

Рассчитана зависимость волновых функций, матричных элементов и вероятностей радиационных переходов между штарковскими подуровнями атомных мультиплетов от напряженности постоянного электрического поля. Общие выражения для волновой функции мультиплетного состояния в поле, полученные по теории возмущений для близких уровней с использованием полностью редуцированной функции Грина, позволяют определить зависимость от поля как дипольно-разрешенных, так и дипольно-запрещенных радиационных амплитуд. Получено разложение на неприводимые части амплитуды второго порядка для переходов между подуровнями тонкой структуры двух уровней одинаковой четности. Результаты численных расчетов вероятностей радиационных переходов между триплетными состояниями гелия демонстрируют возможность экспериментального наблюдения эффекта появления и исчезновения штарковских линий радиационных переходов в области полей антикроссинга.

PACS: 32.60.+i, 32.70.Fw

1. ВВЕДЕНИЕ

Радиационные переходы между связанными состояниями являются основными процессами, характеризующими квантовую структуру атома. Вероятности этих переходов определяют возможность их наблюдения и измерения соответствующих внутриатомных характеристик. Под действием внешнего поля происходит изменение вероятностей радиационных переходов. Количественное описание такого явления позволяет не только прогнозировать результаты экспериментальных исследований, но и управлять процессом излучения с помощью стационарного поля, приводящего к появлению новых (запрещенных) линий в спектрах испускания и поглощения и к исчезновению ряда линий, присутствующих в спектре свободного атома.

Атом гелия привлекает особое внимание, представляя собой простейшую после водорода квантовую систему, состоящую из трех частиц. Особенностью эффекта Штарка для гелия является антипересечение (антикроссинг) уровней с одинаковым ненулевым угловым моментом l возбужденного элек-

трона (равным полному угловому моменту атома $l = L$). При этом антикроссинг возможен как между синглетным $1snl^1L_J$ (полный спин $S = 0$, полный момент $J = L$) и триплетным $1snl^3L_J$ (полный спин $S = 1$) подуровнями [1, 2], так и внутри триплета [3], между подуровнями, различающимися величиной полного момента $J = L, L \pm 1$ ($\mathbf{J} = \mathbf{L} + \mathbf{S}$).

Явление антикроссинга в постоянном электрическом поле $\mathbf{F}_0 = F_0 \mathbf{e}_0$ связано с расхождением («расталкиванием») подуровней при увеличении F_0 в сильном поле $F_0 > F_a$, а различие поляризуемостей нижнего и верхнего подуровней таково, что при $F_0 < F_a$ они сближаются с ростом F_0 . В точке антикроссинга $F_0 = F_a$, соответствующей максимальному сближению подуровней, перемешивание исходных состояний приводит к существенному изменению свойств расходящихся подуровней. В частности, примесь состояния с другим моментом J может устранить запрет на дипольное излучение или, наоборот, сделать нулевым радиационный матричный элемент вследствие деструктивной суперпозиции ненулевых матричных элементов дипольно-разрешенных переходов. Таким образом, помимо сдвига и расщепления, под действием постоянного электрического поля становится возможным как по-

*E-mail: ovd@phys.vsu.ru

явление запрещенных, так и исчезновение разрешенных линий в спектре атома.

Со времени открытия эффекта Штарка было выполнено значительное количество экспериментальных работ, посвященных поведению спектра атома, в том числе и изменению интенсивности атомных линий в электрическом поле (см. обзор этих работ в книге [4]). Однако последовательный теоретический расчет зависимости волновых функций, вероятностей и интенсивностей радиационных переходов атомов от напряженности постоянного электрического поля выполнен лишь для атомов водорода: для высоковозбужденных ридберговских состояний с главными квантовыми числами $n = 10, 30, 40$ [5] — путем диагонализации гамильтониана взаимодействия атома с полем в ограниченном базисе состояний из n' -оболочек с $|n' - n| \leq 3$, а также для произвольных состояний по теории возмущений с использованием редуцированной кулоновской функции Грина как в первых неисчезающих [6], так и в высших порядках по напряженности поля F_0 [7]. Расчет электроквадрупольных поправок к вероятностям радиационных переходов водородоподобного атома показал, что вклад мультипольного взаимодействия с излучением сравним с эффектами спин-орбитального взаимодействия (тонкой структуры) и становится пренебрежимо малым по сравнению со штарковскими поправками, когда энергия взаимодействия с постоянным полем превышает энергию спин-орбитального взаимодействия [8].

Теоретические расчеты эффекта Штарка в многоэлектронных атомах до настоящего времени ограничивались, главным образом, определением зависимости сдвига и расщепления энергетических уровней от напряженности поля. Последовательное описание полевой зависимости энергии, приводящей к антикроссингу триплетных подуровней гелия n^3P_J , выполнено по теории возмущений для близких уровней на основе прецизионных релятивистских расчетов поляризуемостей [9], а также с учетом выражающихся через гиперполяризуемости поправок четвертого порядка как к диагональным [10], так и к недиагональным [11] матричным элементам. Развита при этом теория возмущений высших порядков для почти вырожденных состояний позволяет рассчитывать не только собственные значения, но и собственные функции атома в поле, требующиеся, в первую очередь, для определения интенсивности мультиплетных линий излучения и поглощения электромагнитных волн атомами [12] в постоянном электрическом поле. В настоящей работе представленный в работе [11] метод используется для расчета

волновых функций, матричных элементов и вероятностей радиационных переходов между триплетными состояниями гелия.

2. ВОЛНОВАЯ ФУНКЦИЯ МУЛЬТИПЛЕТНОГО СОСТОЯНИЯ В ПОСТОЯННОМ ЭЛЕКТРИЧЕСКОМ ПОЛЕ

Интегральное уравнение Шредингера

$$\Psi(\mathbf{r}) = \sum_{i=1}^k a_{J_i M} \phi_{nLJ_i M}(\mathbf{r}) - G'_E(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \left(\hat{V}(\mathbf{r}') - \Delta E \right) |\Psi(\mathbf{r}')\rangle, \quad (1)$$

записанное через полностью редуцированную функцию Грина

$$G'_E(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = G_{\bar{E}}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') - \sum_{i=1}^k \frac{\phi_{nLJ_i M}(\mathbf{r}) \phi_{nLJ_i M}^*(\mathbf{r}')}{E_{nLJ_i} - \bar{E}}, \quad (2)$$

со средней энергией атомного мультиплета

$$\bar{E} = \sum_{i=1}^k \frac{E_{nLJ_i}}{k}$$

(k — число взаимодействующих подуровней мультиплета с энергиями E_{nLJ_i}), для волновой функции Ψ , переходящей при выключении поля в волновую функцию одного из подуровней мультиплета $\phi_{nLJM}(\mathbf{r})$, может быть сведено к системе однородных алгебраических уравнений для коэффициентов суперпозиции $a_{JM} = \langle \phi_{nLJM} | \Psi \rangle$ [11]:

$$\sum_{i=1}^k a_{J_i M} [W_{JJ_i} + (\epsilon_{J_i} - \Delta E) \delta_{JJ_i}] = 0, \quad (3)$$

$$J = J_1, J_2, \dots, J_k.$$

Здесь $\epsilon_{J_i} = E_{nLJ_i} - \bar{E}$,

$$W_{JJ_i} = \langle \phi_{nLJM} | \hat{V} \left[1 + G'_{\bar{E}} \left(\hat{V} - \Delta E \right) \right]^{-1} | \phi_{nLJ_i M} \rangle \quad (4)$$

— матрица оператора $\hat{V} = \mathbf{F}_0 \cdot \mathbf{r}$, учитывающая взаимодействие атома с постоянным полем $\mathbf{F}_0 = F_0 \mathbf{e}_0$ во всех порядках по амплитуде поля F_0 [13, 14] (используется атомная система единиц, \mathbf{r} — радиус-вектор оптического электрона).

Поправка к энергии $\Delta E = E - \bar{E}$ определяется путем диагонализации этой матрицы, что эквивалентно решению секулярного уравнения

$$\det \|W_{JJ_i} + (\epsilon_{J_i} - \Delta E) \delta_{JJ_i}\| = 0. \quad (5)$$

Здесь и в (3) δ_{JJ_i} — символ Кронекера.

Следует отметить, что, в отличие от первого слагаемого в уравнении (1) с фиксированными главными n , орбитальным L и магнитным M квантовыми числами, во втором слагаемом, ортогональном к первому, фиксирована только проекция полного момента M на направление постоянного поля. Таким образом, орбитальный и полный моменты атома в состоянии Ψ не фиксированы, что может привести к нарушению правил отбора для радиационных переходов, а следовательно, к появлению отсутствующих в спектре свободного атома линий дипольно-запрещенных переходов, интенсивность которых растет с возрастанием напряженности поля F_0 .

В отличие от вырожденных состояний, для которых $\epsilon_{J_i} \equiv 0$, ненулевым при $F_0 = 0$ в (1) может быть только один коэффициент $a_{J_j M}$, соответствующий состоянию с энергией $\Delta E = \epsilon_{J_j}$, как это следует из формул (3), (5). Однако для поля, в котором $|W_{JJ_i}| \sim \epsilon_{J_i}$, $i = 1, 2, \dots, k$, все коэффициенты в уравнениях (1), (3) близки друг к другу по абсолютной величине и слабо зависят от поля. Очевидно, что точность расчета энергии ΔE из уравнения (5) зависит от точности расчета матричного элемента, который можно вычислить в произвольном порядке по полю из (4).

2.1. Парно взаимодействующие состояния

Для простоты рассмотрим взаимодействие двух близких подуровней ($k = 2$, $\epsilon_{J_{(2)}} = \frac{-}{+} \delta/2$, где $\delta = E_{nLJ_2} - E_{nLJ_1}$ — энергия расщепления в отсутствие поля), реализующихся в триплетных состояниях гелия с $M = 0$, $J = L \pm 1$, а также в состояниях с $M = \pm L$, $J = L, L + 1$. Система уравнений (3) и секулярное уравнение (5) в этом случае принимают вид

$$\begin{aligned} (W_{J_1 J_1} - \delta/2 - \Delta E) a_{J_1 M} + W_{J_1 J_2} a_{J_2 M} &= 0, \\ W_{J_2 J_1} a_{J_1 M} + (W_{J_2 J_2} + \delta/2 - \Delta E) a_{J_2 M} &= 0, \end{aligned} \quad (6)$$

$$\begin{aligned} (W_{J_1 J_1} - \delta/2 - \Delta E) (W_{J_2 J_2} + \delta/2 - \Delta E) &= \\ = W_{J_1 J_2} W_{J_2 J_1}. \end{aligned} \quad (7)$$

Решение системы (6) с учетом условия нормировки

$$\langle \Psi | \Psi \rangle = \sum_{i=1}^k |a_{J_i M}|^2 - \langle \Psi | G'_E (\hat{V} - \Delta E) | \Psi \rangle = 1$$

приводит к уравнениям для коэффициентов суперпозиции a_{JM} , позволяющим применить итерационную процедуру в расчетах поправок к волновой функции произвольного порядка по F_0 :

$$\begin{aligned} |a_{J_1 M}|^2 &= A \frac{W_{J_2 J_2} + \delta/2 - \Delta E}{W_{J_1 J_1} + W_{J_2 J_2} - 2\Delta E}, \\ |a_{J_2 M}|^2 &= A \frac{W_{J_1 J_1} - \delta/2 - \Delta E}{W_{J_1 J_1} + W_{J_2 J_2} - 2\Delta E}, \end{aligned} \quad (8)$$

где

$$A = 1 + \langle \Psi | G'_E (\hat{V}(\mathbf{r}') - \Delta E) | \Psi \rangle.$$

Подстановка решений секулярного уравнения (7) для ΔE позволяет записать коэффициенты суперпозиции в виде:

$$\begin{aligned} a_{J_1 M}^\pm &= \mp \text{sign}(W_{J_1 J_2}) a_{J_2 M}^\mp = \\ &= \left\{ \frac{A}{2} \left(1 \mp \frac{(\delta + W_{J_2 J_2} - W_{J_1 J_1})}{\delta(F_0)} \right) \right\}^{1/2}. \end{aligned} \quad (9)$$

Здесь

$$\delta(F_0) = \left[(\delta + W_{J_2 J_2} - W_{J_1 J_1})^2 + 4(W_{J_1 J_2})^2 \right]^{1/2},$$

$\text{sign} x = x/|x|$ — знаковая функция; знаки \pm выбраны с учетом предельных условий для $F_0 \rightarrow 0$ ($W_{JJ'} \rightarrow 0$):

$$a_{J_1 M}^- = \text{sign}(W_{J_1 J_2}) a_{J_2 M}^+ \rightarrow 1,$$

$$a_{J_1 M}^+ = -\text{sign}(W_{J_1 J_2}) a_{J_2 M}^- \rightarrow 0.$$

Для расчета матричного элемента (4) удобно использовать систему координат с осью $Z \parallel \mathbf{e}_0$. Тогда оператор взаимодействия с постоянным полем $F_0 \mathbf{e}_0$ можно представить в виде

$$\hat{V} = F_0 z.$$

Получим ряды теории возмущений для волновой функции и энергии мультиплетных состояний в постоянном электрическом поле $F_0 \ll 1$. Для этого все зависящие от поля величины в уравнениях (3) представим в виде разложения по степеням поля [11]:

$$\begin{aligned} W_{JJ'} &= W_{JJ'}^{(2)} + W_{JJ'}^{(4)} + \dots, \\ \Delta E &= \Delta E^{(2)} + \Delta E^{(4)} + \dots, \\ a_{JM} &= a_{JM}^{(0)} + a_{JM}^{(2)} + \dots, \end{aligned} \quad (10)$$

где

$$\begin{aligned} W_{JJ'}^{(2)} &= F_0^2 w_{JJ'}^{(2)}, \\ W_{JJ'}^{(4)} &= F_0^4 w_{JJ'}^{(4)} + F_0^2 u_{JJ'} \Delta E^{(2)}. \end{aligned} \quad (11)$$

Не зависящие от поля коэффициенты в этих выражениях могут быть записаны в виде матричных элементов второго, третьего и четвертого порядков,

$$\begin{aligned} w_{JJ'}^{(2)} &= -\langle \phi_{nLJM} | z G'_E z | \phi_{nLJ'M} \rangle, \\ u_{JJ'} &= -\langle \phi_{nLJM} | z G'_E G'_E z | \phi_{nLJ'M} \rangle, \\ w_{JJ'}^{(4)} &= -\langle \phi_{nLJM} | z G'_E z G'_E z G'_E z | \phi_{nLJ'M} \rangle. \end{aligned} \quad (12)$$

Заметим, что, в отличие от поправок к волновым функциям штарковских состояний атома водорода [7], в разложениях (10) фигурируют поправки только четных порядков. В области минимума расщепления подуровней мультиплета (в окрестности антикроссинга $F_0 \approx F_a$) поправки к матричным элементам и энергии сравнимы с расщеплением ($W_{JJ'} \sim \alpha_{nL} F_0^2 \sim \delta$, где α_{nL} — поляризуемость). Поэтому расщепление δ будем считать величиной порядка F_0^2 . Только первая не исчезающая поправка к матричному элементу строго квадратична по полю, $W_{JJ'}^{(2)} \sim F_0^2$. Для остальных величин номер порядка не означает пропорциональности соответствующей степени поля, а лишь указывает их относительный вклад в разложения (10), слагаемые в которых образуют убывающие последовательности, в частности, $|a_{JM}^{(0)}| \gg |a_{JM}^{(2)}| \gg |a_{JM}^{(4)}| \gg \dots$

Поправка к энергии первого не исчезающего порядка теории возмущений содержит энергию тонкого расщепления δ и квадратичные по полю составляющие матричных элементов W :

$$\Delta E_{\pm}^{(2)} = \frac{1}{2} \left\{ W_{J_1 J_1}^{(2)} + W_{J_2 J_2}^{(2)} \pm \delta^{(2)}(F_0) \right\}, \quad (13)$$

где

$$\begin{aligned} \delta^{(2)}(F_0) &= E_+^{(2)} - E_-^{(2)} = \\ &= \left[\left(\delta + W_{J_2 J_2}^{(2)} - W_{J_1 J_1}^{(2)} \right)^2 + 4 \left(W_{J_1 J_2}^{(2)} \right)^2 \right]^{1/2} \end{aligned}$$

— энергия тонкого расщепления в поле. Это выражение не является строго пропорциональным F_0^2 и лишь формально описывает квадратичный эффект Штарка дублетных подуровней. Более того, при $|W_{JJ'}^{(2)}| \ll \delta$ недиагональный матричный элемент $W_{J_1 J_2}^{(2)}$ определяет ведущий («резонансный») вклад в поправку четвертого порядка [10, 15]. Только при $|W_{JJ'}^{(2)}| \gg \delta$ поправка (13) становится пропорциональной квадрату напряженности поля, $\Delta E^{(2)} \propto F_0^2$.

Поправку четвертого порядка $\Delta E^{(4)}$ вместе с «нерезонансными» слагаемыми можно определить, если учесть в уравнении (7) поправки четвертого порядка к матричным элементам $W_{JJ'}^{(4)}$ [10, 11]. При

этом ни $\Delta E^{(4)}$, ни даже $W_{JJ'}^{(4)}$, при $|W_{JJ'}^{(2)}| \ll \delta$ не являются строго пропорциональными F_0^4 , поскольку в выражение для $W_{JJ'}^{(4)}$ входит $\Delta E^{(2)}$. Формула (9) в нулевом приближении дает коэффициенты $a_{JM}^{(0)}$, являющиеся функциями напряженности поля вида:

$$\begin{aligned} a_{J_1 M}^{(0)\pm} &= \mp \text{sign} \left(W_{J_1 J_2}^{(2)} \right) a_{J_2 M}^{(0)\mp} = \\ &= \left\{ \frac{1}{2} \left(1 \mp \frac{(\delta + W_{J_2 J_2}^{(2)} - W_{J_1 J_1}^{(2)})}{\delta^{(2)}(F_0)} \right) \right\}^{1/2}. \end{aligned} \quad (14)$$

При $|W_{J_1 J_2}^{(2)}| \gg \delta$ коэффициенты $a_{JM}^{(0)}$ ($J = L, L \pm 1$) становятся сравнимыми друг с другом величинами и определяются не зависящим от F_0 отношением комбинаций матричных элементов второго порядка. Поправки $a_{JM}^{(2)}$ можно определить как из системы (3), так и из уравнений (9), учитывая поправки четвертого порядка к матричным элементам и нормировочному множителю:

$$\begin{aligned} a_{JM}^{(2)\pm} &= a_{JM}^{(0)\pm} \left\{ \frac{A^{(2)}}{2} + \left[1 - \left(a_{JM}^{(0)\pm} \right)^2 \right] \times \right. \\ &\quad \times \left(1 - 2a_{JM}^{(0)\pm} \right) \frac{W_{J_1 J_2}^{(4)}}{W_{J_1 J_2}^{(2)}} \pm \left(a_{JM}^{(0)\pm} \right)^2 \times \\ &\quad \times \left. \left[1 - \left(a_{JM}^{(0)\pm} \right)^2 \right]^2 \frac{W_{J_2 J_2}^{(4)} - W_{J_1 J_1}^{(4)}}{\left(W_{J_1 J_2}^{(2)} \right)^2} \delta^{(2)}(F_0) \right\}, \end{aligned} \quad (15)$$

где

$$\begin{aligned} A^{(2)} &= \\ &= F_0^2 \left(a_{J_1 M}^{(0)2} u_{J_1 J_1} + a_{J_2 M}^{(0)2} u_{J_2 J_2} + 2a_{J_1 M}^{(0)} a_{J_2 M}^{(0)} u_{J_1 J_2} \right). \end{aligned}$$

Подстановка полученных выражений для энергии ΔE и коэффициентов суперпозиции a_{JM} в уравнение (1) позволяет получить разложение по степеням поля для волновой функции:

$$\Psi = \Psi^{(0)} + \Psi^{(1)} + \Psi^{(2)} + \dots \quad (16)$$

С точностью до членов второго порядка имеем

$$\Psi^{(0)} = \sum_{i=1}^k a_{J_i M}^{(0)} | \phi_{nLJ_i M} \rangle, \quad (17)$$

$$\Psi^{(1)} = -F_0 \sum_{i=1}^k a_{J_i M}^{(0)} G'_E z |\phi_{nLJ_i M}\rangle, \quad (18)$$

$$\Psi^{(2)} = \sum_{i=1}^k \left[a_{J_i M}^{(2)} + F_0^2 a_{J_i M}^{(0)} G'_E z G'_E z \right] |\phi_{nLJ_i M}\rangle.$$

Этих выражений достаточно для определения зависимостей от поля амплитуд, вероятностей и интенсивностей радиационных переходов с точностью до квадратичных по F_0 поправок, а выражения (10)–(13) позволяют определить энергию состояний с точностью до поправок четвертого порядка. При этом следует иметь в виду, что зависимость от поля коэффициентов суперпозиции a_{JM} уже в нулевом приближении может привести к существенному изменению вероятностей, особенно в окрестности поля антипересечения $F_0 \approx F_a$, где $a_{LM}^{(0)}, a_{L\pm 1 M}^{(0)}$ становятся сравнимыми друг с другом величинами.

Наибольший интерес в спектре гелия представляют переходы, начальными и/или конечными состояниями в которых являются попарно взаимодействующие триплетные n^3P_J -состояния с волновыми функциями нулевого приближения в виде суперпозиций (17) с $k = 2$. Спин-орбитальное расщепление этих состояний достаточно велико и может быть разрешено в спектрах излучения и поглощения [3]. Для подуровней с $J_1 = 2, J_2 = 0$ и нулевой проекцией момента на направление поля $M = 0$ возникает эффект антипересечения (антикроссинг) в поле

$$F_0 = F_a \approx \sqrt{\frac{2\delta_{nP}}{9\alpha_{nP}^t}} \neq 0, \quad (19)$$

в отличие от состояний с $J = 1, 2$ и $M = \pm 1$, для которых $F_a = 0$ и расталкивание уровней происходит при любых F_0 (антикроссинг в нулевом поле). Для определенности мы далее будем присваивать параметру δ индекс мультиплета nL . Тензорная поляризуемость α_{nP}^t , представленная ниже в (22), является единой для всех подуровней триплетта характеристикой, определяющей, в частности, матричные элементы оператора взаимодействия с полем (20). На рис. 1а, б показаны зависимости от поля коэффициентов $a_{JM}^{(0)-}$ суперпозиции подуровней триплетта 3^3P , соответственно, для $M = 0$ и $M = \pm 1$. Как следует из рисунка для $M = 0$, в поле антикроссинга $F_a \approx 145$ кВ/см вклад верхнего подуровня в волновую функцию состояния с энергией ΔE_- составляет около 3% и становится одинаковым с вкладом нижнего подуровня при $F_0 \approx 3F_a$. Тонкое расщепление δ для состояний с $M = \pm 1$ ($J = 1, 2$) на порядок меньше, чем для состояний с $M = 0$ ($J = 0, 2$), поэтому

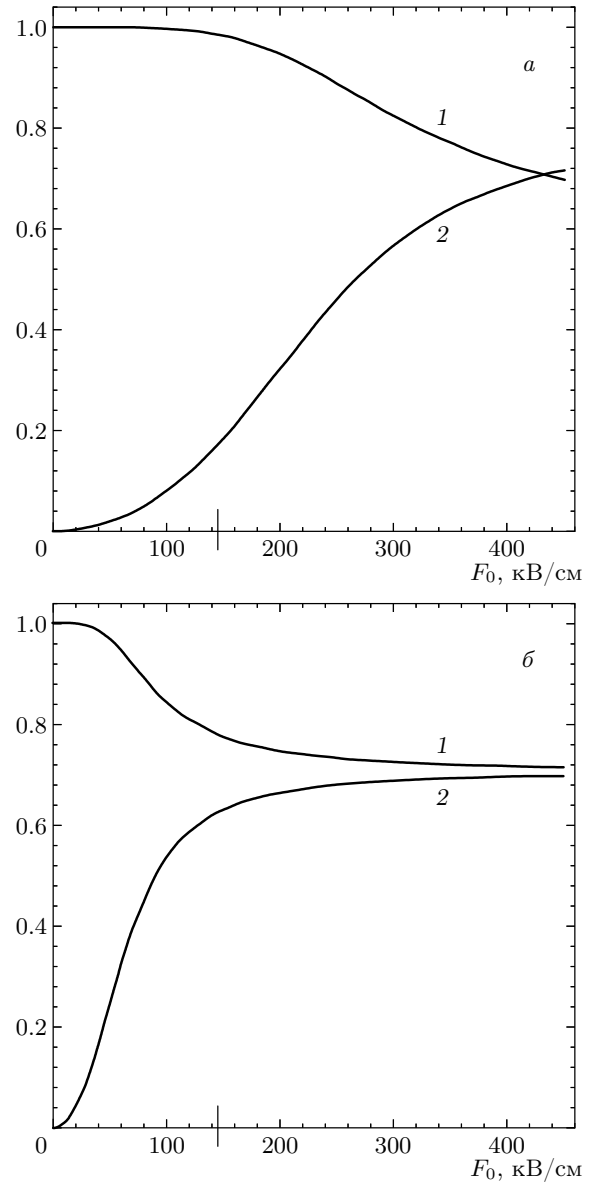


Рис. 1. Коэффициенты суперпозиции $a_{JM}^{(0)-}$ подуровней триплетта 3^3P ; а — $M = 0$: 1 — $a_{20}^{(0)-} = -a_{00}^{(0)+}$, 2 — $a_{00}^{(0)-} = a_{20}^{(0)+}$; б — $M = \pm 1$: 1 — $a_{2\pm 1}^{(0)-} = \mp a_{1\pm 1}^{(0)+}$, 2 — $\pm a_{1\pm 1}^{(0)-} = a_{2\pm 1}^{(0)+}$. Вертикальная черта на горизонтальной оси соответствует полю антикроссинга, $F_a = 145$ кВ/см

коэффициенты $a_{21}^{(0)-}$ и $a_{11}^{(0)-}$ становятся практически одинаковыми уже в поле $F_0 \approx F_a$ (рис. 1б). Численные расчеты для n^3P -состояний с $n = 2, 4, 5, 6$ демонстрируют аналогичную зависимость от поля коэффициентов суперпозиции с учетом перенормировки поля антикроссинга уровней с $M = 0, J = 2, 0$ согласно соотношению (19) (см. табл. 1).

Явные выражения для $w_{JJ}^{(2)}$ [11],

Таблица 1. Численные значения спин-орбитального расщепления $\delta_{nL} = E_{nL_{L-1}} - E_{nL_{L+1}}$, поля антикроссинга F_a , скалярных α_{nL}^s и тензорных α_{nL}^t поляризуемостей триплетных состояний атомов гелия

n	δ_{nP} , МГц	δ_{nD} , МГц	F_a , кВ/см	α_{nP}^s , ат. ед.	α_{nP}^t , ат. ед.	α_{nD}^s , ат. ед.	α_{nD}^t , ат. ед.	α_{nF}^s , ат. ед.	α_{nF}^t , ат. ед.
2	31908	—	617	48.0	74.8	—	—	—	—
3	8772	1401	145	1.72(4)	374	-9.32(3)	1.07(4)	—	—
4	3576	591.2	43.9	1.70(5)	1.66(3)	2.89(6)	-7.46(5)	-2.13(6)	2.14(6)
5	1798	303.4	14.9	8.98(5)	7.26(3)	1.94(7)	-5.11(6)	7.10(7)	-2.13(7)
6	1028	175.4	5.55	3.40(6)	2.78(4)	7.95(7)	-2.11(7)	3.93(8)	-1.30(8)

Примечание. Число в скобках обозначает десятичный порядок: $x(n) = x \cdot 10^n$.

$$w_{JJ'}^{(2)} = -\frac{1}{2} \sum_{j=0,2} C_{J'Mj0}^{JM} (-1)^{J'+L+S} \times$$

$$\times \left[\frac{(2L+1)_{j+1} (2J'+1)}{(2L+1-j)_j} \right]^{1/2} \times$$

$$\times \left\{ \begin{matrix} L & L & j \\ J' & J & S \end{matrix} \right\} \alpha_{nLS}^{(j)}, \quad (20)$$

показывают, что матричные элементы второго порядка (11) определяются двумя неприводимыми параметрами $|nLS\rangle$ -состояния — скалярной

$$\alpha_{nL}^s = \alpha_{nLS}^{(0)} = \frac{2}{3(2L+1)} \times$$

$$\times \left\langle \phi_{nLJM} \left| r \left[Lg_{L-1}^{(n)} + (L+1)g_{L+1}^{(n)} \right] r \right| \phi_{nLJM} \right\rangle \quad (21)$$

и тензорной

$$\alpha_{nL}^t = \alpha_{nLS}^{(2)} = -\frac{2L}{3(2L+1)} \times$$

$$\times \left\langle \phi_{nLJM} \left| r \left[g_{L-1}^{(n)} + \frac{2L-1}{2L+3} g_{L+1}^{(n)} \right] r \right| \phi_{nLJM} \right\rangle \quad (22)$$

поляризуемостями. Здесь $g_{L'}^{(n)}$ — редуцированная радиальная функция Грина в подпространстве состояний с орбитальным моментом L' [13]. В выражении (20) использованы стандартные обозначения для коэффициентов Клебша–Гордана и $6j$ -символов [16]. Численные значения скалярных и тензорных поляризуемостей, рассчитанных методом модельного потенциала [13] P -, D - и F -состояний с главным квантовым числом $n \leq 6$ ортогелия приведены в табл. 1 вместе с величинами тонкого расщепления, взятыми из базы данных [17], и поля антикроссинга (19). Как следует из данных таблицы, эффект антикроссинга возможен не только для n^3P_{2-0} -состояний, но

и для 3^3D_{3-1} -состояний с $M = 0$. Однако поле антикроссинга 3^3D_{3-1} -подуровней,

$$F_a(3^3D_{3-1}) = \sqrt{\frac{4\delta_{3D}}{5\alpha_{3D}^t}},$$

примерно на порядок меньше, чем у 3^3P_{2-0} -подуровней.

При расчете вероятности радиационного перехода $n^3P \rightarrow n'^3P$ в поле в окрестности антикроссинга нижнего n'^3P -состояния ($n' < n$) все компоненты тонкой структуры верхнего уровня n^3P можно считать полностью перемешанными. Тем более такое предположение справедливо для n^3D -, n^3F -состояний, у которых спин-орбитальное расщепление почти на порядок меньше, а тензорная поляризуемость на 2–3 порядка больше по абсолютной величине, чем у n^3P -состояний, как это видно из данных табл. 1. Таким образом, условие $|W_{J_1 J_2}^{(2)}| \sim F_0^2 |\alpha_{nL}^t| \gg \delta_{nL}$ выполняется для $L \geq 2$ практически во всей области рассматриваемых полей. В этом случае величиной ϵ_{J_i} в уравнениях (3) для верхнего уровня можно пренебречь. Скалярная поляризуемость, входящая в диагональные матричные элементы и в энергию, в коэффициентах этих уравнений $W_{JJ} - \Delta E$ взаимно сокращается и исчезает. Следовательно, в первом исчезающем порядке все коэффициенты системы уравнений (3) оказываются пропорциональными α_{nL}^t . Поскольку уравнения однородны, фактор α_{nL}^t можно из всех слагаемых исключить, так что в итоге коэффициенты системы уравнений определяются лишь комбинацией коэффициентов векторного сложения из формулы (20) и зависят только от набора спин-орбитальных квантовых чисел. Таким образом, с помощью (20), (11) можно получить следующие предельные (для $\delta_{nL} \ll |\alpha_{nL}^t| F_0^2$) выраже-

ния для энергии (13) и коэффициентов суперпозиции (14) попарно взаимодействующих состояний.

1. Для nL -состояний с $M = 0, J = L + 1, L - 1$:

$$\Delta E_{\pm} = -\frac{F_0^2}{2} \left[\alpha_{nL}^s - \frac{(2L^2 + 2L - 3) \pm 3 \text{sign} \alpha_{nL}^t \alpha_{nL}^t}{2L(2L - 1)} \right], \quad (23)$$

$$a_{L+1 0}^{(0)\pm} = \pm a_{L-1 0}^{(0)\mp} \text{sign} \alpha_{nL}^t = \sqrt{\frac{2L + 1 \pm \text{sign} \alpha_{nL}^t}{2(2L + 1)}}. \quad (24)$$

2. Для nL -состояний с $M = \pm L, J = L, L + 1$:

$$\Delta E_{\pm} = -\frac{F_0^2}{2} \left[\alpha_{nL}^s + \frac{(2L - 3) \mp 3 \text{sign} \alpha_{nL}^t \alpha_{nL}^t}{2L} \right], \quad (25)$$

$$a_{L+1 M}^{(0)\pm} = \pm a_{L M}^{(0)\mp} \text{sign}(M \alpha_{nL}^t) = \sqrt{\frac{L + 1 \pm (L - 1) \text{sign} \alpha_{nL}^t}{2(L + 1)}}. \quad (26)$$

В табл. 2 приведены полученные по этим формулам предельные значения коэффициентов суперпозиции $a_{JM}^{(0)-}$ для попарно взаимодействующих состояний $|n^3L_{J_1 J_2 M}\rangle, L = 1, 2, 3$. При использовании этих значений следует убедиться, что поправки высших порядков не могут существенно повлиять на величину коэффициента. Для этого можно оценить вклад поправок второго порядка (15). Численные расчеты показывают, что для любого уровня nL справедливо соотношение $|a_{JM}^{(2)}| \ll |a_{JM}^{(0)}|$ вплоть до напряженностей $F_0 \approx 3F_a$, где F_a — поле антикроссинга n^3P_J -подуровней с $M = 0$.

2.2. Изолированные и трехкратно вырожденные состояния

В общем случае триплетных состояний с произвольным орбитальным моментом L наряду с описанными выше попарно взаимодействующими подуровнями, определяемыми волновой функцией нулевого приближения в виде

$$\Psi_{nLM}^{(0)\pm} = a_{J_1 M}^{(0)\pm} \phi_{nLJ_1 M} + a_{J_2 M}^{(0)\pm} \phi_{nLJ_2 M}, \quad (27)$$

имеются изолированные состояния с $M = 0, J = L$, а также с $|M| = J = L + 1$, не смешиваемые полем с другими подуровнями. Все недиагональные матричные элементы в системе (3) для этих

состояний тождественно равны нулю, первая исчезающая поправка к энергии строго квадратична (см. (11), (20)):

$$\Delta E^{(2)} = W_{LL}^{(2)} = -\frac{F_0^2}{2} \left(\alpha_{nL}^s + \frac{3 - L(L + 1)}{L(2L - 1)} \alpha_{nL}^t \right), \quad (28)$$

$$M = 0, \quad J = L,$$

$$\Delta E^{(2)} = W_{L+1 L+1}^{(2)} = -\frac{F_0^2}{2} (\alpha_{nL}^s + \alpha_{nL}^t), \quad (29)$$

$$|M| = J = L + 1,$$

$a_{JM} \equiv 1$, а волновая функция нулевого приближения совпадает с волновой функцией невозмущенного атома: $\Psi_{nLJM}^{(0)} = \phi_{nLJM}$. К таким состояниям, в частности, относятся все три $|n^3S_1 M\rangle$ -состояния с орбитальным моментом $L = 0$, различающиеся значением проекции спина на направление электрического поля, $M = 0, \pm 1$ (причем $\alpha_{nS}^t \equiv 0$).

Кроме того, при $L \geq 2$ имеются $2(L - 1)$ наборов трехкратно вырожденных состояний, представляющих суперпозицию всех трех взаимодействующих между собой подуровней триплетта $|nLJ_i M\rangle (i = 1, 2, 3)$, с $J_1 = L + 1, J_2 = L, J_3 = L - 1$. Каждый набор соответствует определенному значению магнитного квантового числа M , удовлетворяющего условию $1 \leq |M| \leq L - 1$, и описывается волновыми функциями нулевого приближения (17) с $k = 3$:

$$\Psi_{nL\lambda M}^{(0)} = a_{J_1 \lambda M}^{(0)} \phi_{nLJ_1 M} + a_{J_2 \lambda M}^{(0)} \phi_{nLJ_2 M} + a_{J_3 \lambda M}^{(0)} \phi_{nLJ_3 M}. \quad (30)$$

Здесь $\lambda = 1, 2, 3$ — квантовое число, нумерующее три решения системы уравнений (3), соответствующие трем состояниям мультиплетта атома в поле. Эти суперпозиции обладают достаточно большим орбитальным моментом L , поэтому для них энергия штарковского взаимодействия в рассматриваемой области полей F_0 существенно превышает тонкое расщепление δ_{nL} , так что в уравнениях (3) и (5) можно положить $\epsilon_{J_i} = 0$.

Рассчитав матричные элементы $W_{JJ'}^{(2)}$ и подставив их в уравнения (3), (5), получим по три набора решений для каждого M . В предельном случае $\epsilon_{J_i} \equiv 0$ эти решения можно записать в аналитическом виде как для энергии $\Delta E_{nL\lambda}^{(2)}$, так и для соответствующих коэффициентов суперпозиции $a_{J\lambda M}^{(0)}$. При этом энергия не зависит от знака магнитного квантового числа, в отличие от коэффициентов $a_{J\lambda M}^{(0)}$. В

Таблица 2. Предельные значения коэффициентов суперпозиции $a_{JM}^{(0)-}$ для $|n^3L_{J_1J_2}M\rangle$ -состояний, взаимодействующих попарно с $\alpha_{nL}^t > 0$. При $\alpha_{nL}^t < 0$ данная таблица представляет коэффициенты $a_{JM}^{(0)+}$

	$ n^3P_{20}0\rangle$	$ n^3P_{21}\pm 1\rangle$	$ n^3D_{31}0\rangle$	$ n^3D_{32}\pm 2\rangle$	$ n^3F_{42}0\rangle$	$ n^3F_{43}\pm 3\rangle$
$a_{J_1M}^{(0)-}$	$\sqrt{1/3}$	$\sqrt{1/2}$	$\sqrt{2/5}$	$\sqrt{1/3}$	$\sqrt{3/7}$	$1/2$
$a_{J_2M}^{(0)-}$	$\sqrt{2/3}$	$\pm\sqrt{1/2}$	$\sqrt{3/5}$	$\pm\sqrt{2/3}$	$\sqrt{4/7}$	$\pm\sqrt{3/4}$

частности:

I. для $|M| = L - 1 \geq 1$:

$$1) \Delta E_{nL1}^{(2)} = -\frac{F_0^2}{2} (\alpha_{nL}^s + \alpha_{nL}^t),$$

$$a_{L+1,1M}^{(0)} = \frac{1}{\sqrt{(L+1)(2L+1)}},$$

$$a_{L,1M}^{(0)} = \text{sign}(M) \frac{1}{\sqrt{L+1}},$$

$$a_{L-1,1M}^{(0)} = \sqrt{\frac{2L-1}{2L+1}},$$
(31)

$$2) \Delta E_{nL2}^{(2)} = -\frac{F_0^2}{2} \left(\alpha_{nL}^s + \frac{L-3}{L} \alpha_{nL}^t \right),$$

$$a_{L+1,2M}^{(0)} = 2\sqrt{\frac{L}{(L+1)(2L+1)}},$$

$$a_{L,2M}^{(0)} = \text{sign}(M) \frac{L-1}{\sqrt{L(L+1)}},$$
(32)

$$a_{L-1,2M}^{(0)} = -\sqrt{\frac{2L-1}{L(2L+1)}}.$$

$$3) \Delta E_{nL3}^{(2)} = -\frac{F_0^2}{2} \left(\alpha_{nL}^s + \frac{2L^2-13L+12}{L(2L-1)} \alpha_{nL}^t \right),$$

$$a_{L+1,3M}^{(0)} = \sqrt{\frac{L(2L-1)}{(L+1)(2L+1)}},$$
(33)

$$a_{L,3M}^{(0)} = -\text{sign}(M) \sqrt{\frac{2L-1}{L(L+1)}},$$

$$a_{L-1,3M}^{(0)} = \frac{1}{\sqrt{L(2L+1)}}.$$

II. для $|M| = L - 2 \geq 1$:

$$1) \Delta E_{nL1}^{(2)} = -\frac{F_0^2}{2} \left(\alpha_{nL}^s + \frac{L-3}{L} \alpha_{nL}^t \right),$$

$$a_{L+1,1M}^{(0)} = \sqrt{\frac{3}{(L+1)(2L+1)}},$$
(34)

$$a_{L,1M}^{(0)} = \text{sign}(M) \sqrt{\frac{2L-1}{L(L+1)}}$$

$$a_{L-1,1M}^{(0)} = \sqrt{\frac{(L-1)(2L-1)}{L(2L+1)}},$$

$$2) \Delta E_{nL2}^{(2)} = -\frac{F_0^2}{2} \left(\alpha_{nL}^s + \frac{2L^2-13L+12}{L(2L-1)} \alpha_{nL}^t \right),$$

$$a_{L+1,2M}^{(0)} = \sqrt{\frac{3(2L-1)}{(L+1)(2L+1)}},$$
(35)

$$a_{L,2M}^{(0)} = \text{sign}(M) \frac{L-2}{\sqrt{L(L+1)}},$$

$$a_{L-1,2M}^{(0)} = -2\sqrt{\frac{L-1}{L(2L+1)}},$$

$$3) \Delta E_{nL3}^{(2)} = -\frac{F_0^2}{2} \left(\alpha_{nL}^s + \frac{2L^2-19L+27}{L(2L-1)} \alpha_{nL}^t \right),$$

$$a_{L+1,3M}^{(0)} = \sqrt{\frac{(L-1)(2L-1)}{(L+1)(2L+1)}},$$
(36)

$$a_{L,3M}^{(0)} = -\text{sign}(M) \sqrt{\frac{3(L-1)}{L(L+1)}},$$

$$a_{L-1,3M}^{(0)} = \sqrt{\frac{3}{L(2L+1)}}.$$

Порядок расположения решений здесь выбран так, чтобы при положительном α_{nL}^t увеличение квантового числа λ соответствовало возрастанию энергии. Допускается одновременное изменение знака у всех трех коэффициентов $a_{J\lambda M}$, соответствующих одному и тому же решению (значению энергии $E_{nL\lambda}$), что эквивалентно изменению фазы волновой функции (30).

В табл. 3 приведены наборы предельных значений энергии и соответствующих коэффициентов суперпозиции триплетных D - и F -состояний с $M = \pm 1, \pm 2$. Для состояний с отрицательным α_{nL}^t порядок следования решений изменяется на противоположный, что соответствует либо замене $\lambda = 1 \Leftrightarrow \lambda = 3$, либо взаимной перестановке строк таблицы, соответствующих $\lambda = 1$ и $\lambda = 3$.

Данные табл. 1-3 могут быть непосредственно использованы в расчетах зависимости частот и вероятностей радиационных переходов ортогогеля

Таблица 3. Предельные значения энергии штарковского расщепления $\Delta E_{nL\lambda}^{(2)}$ и коэффициентов суперпозиции $a_{J\lambda M}^{(0)}$ для трехкратно вырожденных $|n^3L_J M\rangle$ -состояний

L	M	λ	$-2\Delta E_{nL\lambda}^{(2)}/F_0^2$	$a_{L+1\lambda M}^{(0)}$	$a_{L\lambda M}^{(0)}$	$a_{L-1\lambda M}^{(0)}$
2	± 1	1	$\alpha_{nD}^s + \alpha_{nD}^t$	$1/\sqrt{15}$	$\pm 1/\sqrt{3}$	$\sqrt{3/5}$
		2	$\alpha_{nD}^s - \alpha_{nD}^t/2$	$\sqrt{8/15}$	$\pm 1/\sqrt{6}$	$-\sqrt{3/10}$
		3	$\alpha_{nD}^s - \alpha_{nD}^t$	$\sqrt{2/5}$	$\mp 1/\sqrt{2}$	$1/\sqrt{10}$
3	± 1	1	α_{nF}^s	$\sqrt{3/28}$	$\pm \sqrt{5/12}$	$\sqrt{10/21}$
		2	$\alpha_{nF}^s - 3\alpha_{nF}^t/5$	$\sqrt{15/28}$	$\pm 1/\sqrt{12}$	$-\sqrt{8/21}$
		3	$\alpha_{nF}^s - 4\alpha_{nF}^t/5$	$\sqrt{5/14}$	$\mp 1/\sqrt{2}$	$1/\sqrt{7}$
3	± 2	1	$\alpha_{nF}^s + \alpha_{nF}^t$	$1/\sqrt{28}$	$\pm 1/2$	$\sqrt{5/7}$
		2	α_{nF}^s	$\sqrt{3/7}$	$\pm 1/\sqrt{3}$	$-\sqrt{5/21}$
		3	$\alpha_{nF}^s - 3\alpha_{nF}^t/5$	$\sqrt{15/28}$	$\mp \sqrt{5/12}$	$1/\sqrt{21}$

от напряженности постоянного электрического поля. Ниже представлены расчеты вероятностей переходов между триплетными уровнями с моментами $L = 0, 1, 2, 3$: дипольно-разрешенных $n^3P \rightarrow n'^3S$, $n^3D \rightarrow n'^3P$ и запрещенных $n^3S \rightarrow n'^3S$, $n^3D \rightarrow n'^3S$, $n^3P \rightarrow n'^3P$, $n^3F \rightarrow n'^3P$.

3. ВЕРОЯТНОСТЬ РАДИАЦИОННОГО ПЕРЕХОДА В ЭЛЕКТРИЧЕСКОМ ПОЛЕ

Основной величиной, определяющей вероятность вынужденного или спонтанного перехода между связанными состояниями, $\Psi_i \rightarrow \Psi_f$, являются частота перехода $\omega_{fi} = E_f - E_i$ и матричный элемент оператора \hat{v} (\hat{v}^\dagger) взаимодействия атома с полем поглощаемого (излучаемого) фотона:

$$M_{fi} = \langle \Psi_f | \hat{v} | \Psi_i \rangle. \tag{37}$$

В одноэлектронном дипольном приближении оператор взаимодействия с излучением можно представить в виде

$$\hat{v} = \frac{F}{2}(\mathbf{e} \cdot \mathbf{r}) = \frac{F}{2}r_\mu,$$

где F — напряженность электрического поля излучения, $r_\mu = rC_{1\mu}(\theta, \varphi)$. Здесь $C_{1\mu}(\theta, \varphi)$ — модифицированная сферическая функция [16], при этом $\mu = 0$ для π -излучения (вектор поляризации параллелен постоянному полю, $\mathbf{e} \parallel \mathbf{e}_0$), $\mu = \pm 1$ для σ -излучения (вектор поляризации перпендикулярен постоянному полю, $\mathbf{e} \perp \mathbf{e}_0$) [18].

Зависимость от поля частоты перехода связана с эффектом Штарка для энергий E_i и E_f и для изолированных состояний в области $F_0 \approx F_a$ вполне точно

описывается квадратичными поправками, определяемыми поляризуемостями из табл. 1. Для компонент тонкой структуры становятся существенными и поправки высших порядков [15], которые можно рассчитать по теории возмущений для близких уровней [11, 14]. Простые оценки показывают, что при $F_0 \leq F_a$, где F_a — поле антикроссинга нижнего состояния, относительное изменение частоты радиационных переходов оптического диапазона не превышает 0.1%. Поэтому вклад штарковских поправок к энергиям E_i и E_f в расчетах зависимости от поля вероятности рассматриваемых далее переходов не учитывается.

Более важное значение имеет полевая зависимость матричного элемента, который в отсутствие поля может быть равным нулю вследствие дипольных правил отбора. Под действием постоянного поля \mathbf{F}_0 правила отбора испытывают существенные изменения, способствующие, в частности, появлению дипольно-запрещенных радиационных линий. В свою очередь, вероятности дипольно-разрешенных переходов также могут существенно изменяться. Особенно заметным образом этот эффект сказывается на отношении интенсивностей внутри мультиплетов, приводя к ослаблению (вплоть до исчезновения) одних компонент и к появлению или усилению других компонент тонкой структуры атомных линий. Эти эффекты связаны, главным образом, с изменением волновых функций, а следовательно, и матричных элементов в поле.

В данном разделе рассматривается изменение вероятностей переходов наиболее интенсивных линий $n^3P-n'^3S$ и $n^3D-n'^3P$ ортогелия при напря-

женностях поля в окрестности антикроссинга состояний ${}^3P_{2-0}$. При этом коэффициенты разложения D -состояний будем считать достигающими своих асимптотических значений, пренебрегая поправками высших порядков.

3.1. Зависимость вероятности дипольно-разрешенных переходов от электрического поля

Вследствие полевой зависимости коэффициентов суперпозиции (14) зависимость \mathcal{M}_{fi} от поля \mathbf{F}_0 для дипольно-разрешенных переходов между подуровнями мультиплетов проявляется уже в нулевом приближении $\Psi_{i(f)} = \Psi_{i(f)}^{(0)}$:

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_{fi}^{(0)}(F_0) &= \langle \Psi_f^{(0)} | \hat{v} | \Psi_i^{(0)} \rangle = \\ &= \sum_{j'=1}^{k'} \sum_{j=1}^k a_{J',\lambda',M'}^{(0)} a_{J,\lambda,M}^{(0)} \langle \phi_{n'L'J',M'} | \hat{v} | \phi_{nLJ,M} \rangle, \end{aligned} \quad (38)$$

где штрихованные величины определяют квантовые числа конечного, нештрихованные — начального состояний, квантовое число λ определяет номер решения системы уравнений (3) («±» — решения в (13), (14)). Соответствующую зависимость от поля вероятности радиационного перехода, пренебрегая изменением в поле частоты перехода и радиального матричного элемента, можно представить в виде

$$\mathcal{W}_{fi}(F_0) = R_{\lambda'\lambda}(F_0) \mathcal{W}_{fi}(0), \quad (39)$$

где $\mathcal{W}_{fi}(0)$ — суммарная вероятность переходов при $F_0 = 0$ между подуровнями тонкой структуры начального $|nLJM\rangle$ - и конечного $|n'L'J'M'\rangle$ -состояний с заданными M и M' , а для отношения вероятностей $R_{\lambda'\lambda} = \mathcal{W}_{fi}(F_0)/\mathcal{W}_{fi}(0)$ можно получить:

$$\begin{aligned} R_{\lambda'\lambda}(F_0) &= \frac{|\mathcal{M}_{fi}^{(0)}(F_0)|^2}{\sum_{J'J} |\langle \phi_{n'L'J',M'} | \hat{v} | \phi_{nLJ,M} \rangle|^2} = \\ &= \left| \sum_J a_{J\lambda M}^{(0)} (-1)^J \sqrt{2J+1} \times \right. \\ &\quad \left. \times \sum_{J'} a_{J'\lambda'M'}^{(0)} C_{JM1\mu}^{J'M'} \left\{ \begin{matrix} L1J \\ J'1L' \end{matrix} \right\}^2 \right| \times \end{aligned}$$

$$\times \left\{ \sum_J (2J+1) \sum_{J'} \left(C_{JM1\mu}^{J'M'} \right)^2 \times \left\{ \begin{matrix} L1J \\ J'1L' \end{matrix} \right\}^2 \right\}^{-1}. \quad (40)$$

Здесь, как и в формуле (38), суммирование по $J(J')$ включает моменты только взаимодействующих друг с другом состояний из базиса размерности $k(k')$. Таким образом, полевая зависимость вероятности разрешенного в дипольном приближении радиационного перехода между подуровнями тонкой структуры атома в низшем по F_0 порядке определяется линейной комбинацией коэффициентов суперпозиций $a^{(0)}$ в (38), удовлетворяющих условию:

$$|a_{J'\lambda'M'}^{(0)}| \xrightarrow{F_0 \rightarrow 0} \delta_{J'J'_0}, \quad |a_{J\lambda M}^{(0)}| \xrightarrow{F_0 \rightarrow 0} \delta_{JJ_0},$$

и обеспечивающих выполнение равенства

$$\sum_{\lambda'\lambda} R_{\lambda'\lambda}(F_0) = 1.$$

3.2. Вероятности $n^3P \rightarrow n'^3S$ -переходов

Для перехода между $|n'^3S_1M'\rangle$ -состоянием, не имеющим тонкой структуры, и $|n^3P_\lambda M\rangle$ -состоянием, являющимся суперпозицией (27) двух состояний триплета, матричный элемент (38) представляется в виде суперпозиции матричных элементов P - S -переходов из двух взаимодействующих подуровней $|n^3PJM\rangle$:

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_{n'n}^{(0)} &= a_{J_1M}^{(0)} \langle \phi_{n'SM'} | \hat{v} | \phi_{nP_{J_1}M} \rangle + \\ &\quad + a_{J_2M}^{(0)} \langle \phi_{n'SM'} | \hat{v} | \phi_{nP_{J_2}M} \rangle. \end{aligned}$$

Каждый из них можно выразить через один и тот же радиальный матричный элемент $\langle \phi_{n'S} | r | \phi_{nP} \rangle$ и коэффициенты Клебша–Гордана:

$$\begin{aligned} \langle \phi_{n'SM'} | \hat{v} | \phi_{nPJM} \rangle &= \\ &= -\frac{F}{6} \sqrt{2J+1} C_{JM1\mu}^{1M'} \langle \phi_{n'S} | r | \phi_{nP} \rangle. \end{aligned}$$

Таким образом, среди дипольно-разрешенных $n^3P - n'^3S$ -линий для фиксированных n, n' имеем четыре не зависящих от постоянного поля F_0 компоненты

$$\begin{aligned} R(n^3P_2 \xrightarrow{\sigma} n'^3S_1 \pm 1) &= \\ &= R(n^3P_1 0 \xrightarrow{\sigma} n'^3S_1 \pm 1) = 1, \end{aligned}$$

а также шесть линий, матричные элементы которых зависят от поля уже в нулевом порядке по F_0 . Эта зависимость определяется коэффициентами суперпозиции (одинаковый для всех переходов индекс конечного состояния $\lambda' = J' = 1$ у $R_{\lambda'\lambda}$ опускаем):

$$R_{\lambda} \left(n^3P_{\lambda}0 \xrightarrow{\pi} n'^3S_10 \right) = \frac{1}{3} \left(\sqrt{2}a_{2\lambda 0}^{(0)} - a_{0\lambda 0}^{(0)} \right)^2, \quad (41)$$

$$R_{\lambda} \left(n^3P_{\lambda}0 \xrightarrow{\sigma} n'^3S_1 \pm 1 \right) = \frac{1}{3} \left(a_{2\lambda 0}^{(0)} + \sqrt{2}a_{0\lambda 0}^{(0)} \right)^2, \quad (42)$$

$$R_{\lambda} \left(n^3P_{\lambda} \pm 1 \xrightarrow{\pi} n'^3S_1 \pm 1 \right) = \frac{1}{2} \left(a_{2\lambda \pm 1}^{(0)} \mp a_{1\lambda \pm 1}^{(0)} \right)^2, \quad (43)$$

$$R_{\lambda} \left(n^3P_{\lambda} \pm 1 \xrightarrow{\sigma} n'^3S_10 \right) = \frac{1}{2} \left(a_{2\lambda \pm 1}^{(0)} \pm a_{1\lambda \pm 1}^{(0)} \right)^2. \quad (44)$$

Явная зависимость выражений (43) и (44) от знака магнитного квантового числа не влияет на вероятности переходов, поскольку относительный знак коэффициентов $a_{J\lambda \pm 1}^{(0)}$ также зависит от M .

Зависимости от постоянного поля вероятностей радиационных π - и σ -переходов из состояний $|3^3P_{\pm}M\rangle$ с $M = 0$ в $|2^3S_1M'\rangle$ показаны на рис. 2а. Как видно на рисунке, вероятности π -переходов $R_+(3^3P_+0 \xrightarrow{\pi} n'^3S_10)$ и $R_-(3^3P_-0 \xrightarrow{\pi} n'^3S_10)$ (кривые 1 и 2), соответствующие радиационному распаду $|3^3P_J0\rangle$ -уровней с $J = 0$ и $J = 2$, различающиеся в 2 раза при $F_0 = 0$, становятся одинаковыми в поле $F_0 = F_a \approx 145$ кВ/см, соответствующем полю антикроссинга (отмечено удлиненной вертикальной линией на горизонтальной оси). При $F_0 > 400$ кВ/см суммарная вероятность, соответствующая $R_{\Sigma}^{\pi} = R_+^{(\pi)} + R_-^{(\pi)}$ и остающаяся неизменной в рассматриваемом приближении, аккумулируется в переходе $|3^3P_+0\rangle \xrightarrow{\pi} |n'^3S_10\rangle$ (кривая 1), а вероятность перехода $|3^3P_-0\rangle \xrightarrow{\pi} |n'^3S_10\rangle$ становится исчезающе малой (кривая 2). Такая же картина имеет место и для σ -переходов. Их вероятности также различаются в два раза при $F_0 = 0$, становятся одинаковыми при $F_0 = F_a$, а суммарная вероятность $R_{\Sigma}^{\sigma} = R_+^{(\sigma)} + R_-^{(\sigma)}$ аккумулируется в переходе $|3^3P_-0\rangle \xrightarrow{\sigma} |n'^3S_1 \pm 1\rangle$, тогда как вероятность σ -излучения линии $|3^3P_+0\rangle \xrightarrow{\sigma} |n'^3S_1 \pm 1\rangle$ с ростом F_0 исчезает.

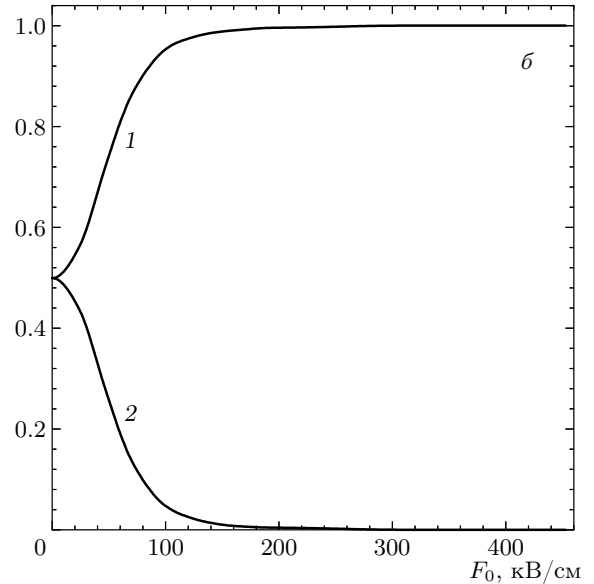
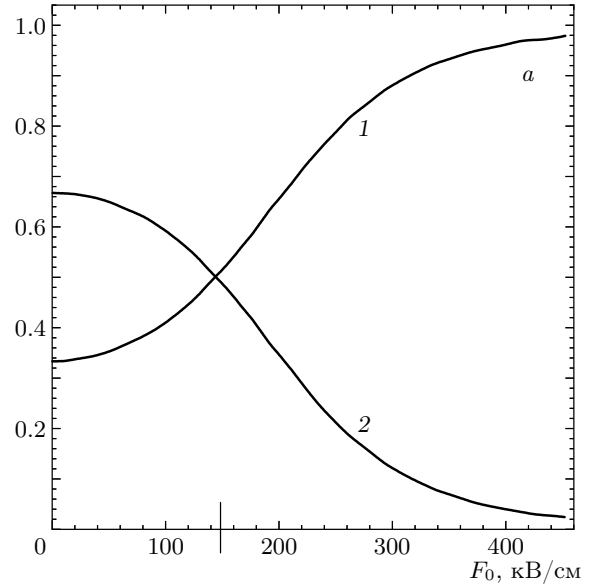


Рис. 2. Вероятности R_{λ} радиационных переходов из $|3^3P_{\pm}M\rangle$ - в $|2^3S_1M'\rangle$ -состояния: $M = 0$ (а), ± 1 (б); 1 — $R_{+(-)} \left(3^3P_{+(-)}, M \xrightarrow{\pi(\sigma)} n'^3S_1, M' \right)$, 2 — $R_{-(+)} \left(3^3P_{-(+)}, M \xrightarrow{\pi(\sigma)} n'^3S_1, M' \right)$

На рис. 2б представлены относительные вероятности переходов из $|3^3P_{\lambda}M\rangle$ -состояний с $M = \pm 1$. Здесь существенные изменения вероятностей происходят при более низких полях $F_0 \leq 100$ кВ/см. При $F_0 \geq 100$ кВ/см остаются ненулевыми вероятности с $\lambda = +$ для π -переходов и $\lambda = -$ для σ -переходов (кривая 1). Вероятности остающихся двух линий исчезают (кривая 2).

3.3. Вероятности $n^3D \rightarrow n'^3P$ -переходов

Среди $|n^3D_J M\rangle$ -подуровней D -мультиплета есть как изолированные $|n^3D_2 0\rangle$, $|n^3D_3 \pm 3\rangle$, так и взаимодействующие попарно $|n^3D_1 0\rangle$ и $|n^3D_3 0\rangle$, а также трижды вырожденные $|n^3D_J \pm 1\rangle$, которые оказываются полностью перемешанными при напряженности поля F_0 в области антикроссинга n'^3P -состояния. Для коэффициентов суперпозиции начального $|n^3D_\lambda M\rangle$ -состояния, $a_{J\lambda M}^{(0)}$, при таких полях можно взять значения, соответствующие пределу при $|W_{J_1 J_2}^{(2)}| \gg \delta$, из табл. 1 и 2.

Из всего набора переходов между подуровнями мультиплетов $|n^3D\rangle \rightarrow |n'^3P\rangle$ для фиксированных n , n' с ненулевой вероятностью можно наблюдать три не зависящих от F_0 в рассматриваемом приближении π -перехода (несмотря на вырождение по знаку проекции момента, переходы между состояниями с противоположными знаками M считаются различными):

$$R(n^3D_2 0 \xrightarrow{\pi} n'^3P_1 0) = 1, \quad (45)$$

$$R_\lambda(n^3D_\lambda \pm 2 \xrightarrow{\pi} n'^3P_2 \pm 2) = \begin{cases} 0, & \lambda = 1, \\ 1, & \lambda = 2, \end{cases} \quad (46)$$

и восемь σ -переходов

$$R(n^3D_3 \pm 3 \xrightarrow{\sigma} n'^3P_2 \pm 2) = 1, \\ R_\lambda(n^3D_\lambda \pm 1 \xrightarrow{\sigma} n'^3P_2 \pm 2) = \begin{cases} 0, & \lambda = 1, 2, \\ 1, & \lambda = 3, \end{cases} \quad (47)$$

$$R_\lambda(n^3D_\lambda \pm 1 \xrightarrow{\sigma} n'^3P_1 0) = \begin{cases} \frac{12}{7\lambda(\lambda+1)}, & \lambda = 1, 3, \\ 0, & \lambda = 2. \end{cases} \quad (48)$$

Здесь для единства обозначений используется численная нумерация « \pm » состояний двукратно вырожденного базиса, аналогично трехкратно вырожденному, начиная с состояния с наименьшей энергией (т. е. $\lambda = 1$ для « $-$ », $\lambda = 2$ для « $+$ » состояния). Имеются также переходы, у которых существенная зависимость от поля определяется уже в ну-

левом приближении коэффициентами суперпозиции $|n'^3P_{\lambda'} 0\rangle$ -состояний. Среди них четыре π -перехода:

$$R_{\lambda'\lambda}(n^3D_\lambda 0 \xrightarrow{\pi} n'^3P_{\lambda'} 0) = \begin{cases} \frac{1}{7} (a_{2\lambda'0}^{(0)} + \sqrt{2}a_{0\lambda'0}^{(0)})^2, & \lambda = 1, \\ \frac{4}{21} (\sqrt{2}a_{2\lambda'0}^{(0)} - a_{0\lambda'0}^{(0)})^2, & \lambda = 2, \end{cases} \quad (49)$$

и двенадцать σ -переходов

$$R_{\lambda'\lambda}(n^3D_\lambda \pm 1 \xrightarrow{\sigma} n'^3P_{\lambda'} 0) = \begin{cases} \frac{4}{13\lambda(\lambda+1)} (a_{2\lambda'0}^{(0)} + \sqrt{2}a_{0\lambda'0}^{(0)})^2, & \lambda = 1, 3, \\ \frac{2}{13} (\sqrt{2}a_{2\lambda'0}^{(0)} - a_{0\lambda'0}^{(0)})^2, & \lambda = 2. \end{cases} \quad (50)$$

Из двадцати восьми переходов в состояния $|n'^3P_{\lambda'} \pm 1\rangle$, вероятность которых отлична от нуля и зависит от поля через коэффициенты $a_{J'\lambda'\pm 1}^{(0)}$, восемь переходов π -типа с вероятностями:

$$R_{\lambda'\lambda}(n^3D_\lambda \pm 1 \xrightarrow{\pi} n'^3P_{\lambda'} \pm 1) = \begin{cases} 0, & \lambda = 1, \\ \frac{3}{14} (a_{2\lambda'\pm 1}^{(0)} \pm a_{1\lambda'\pm 1}^{(0)})^2, & \lambda = 2, \\ \frac{2}{7} (a_{2\lambda'\pm 1}^{(0)} \mp a_{1\lambda'\pm 1}^{(0)})^2, & \lambda = 3, \end{cases} \quad (51)$$

а также двадцать σ -переходов:

$$R_{\lambda'}(n^3D_2 0 \xrightarrow{\sigma} n'^3P_{\lambda'} \pm 1) = \frac{1}{2} (a_{2\lambda'\pm 1}^{(0)} \mp a_{1\lambda'\pm 1}^{(0)})^2, \quad (52)$$

$$R_{\lambda'}(n^3D_\lambda 0 \xrightarrow{\sigma} n'^3P_{\lambda'} \pm 1) = \begin{cases} \frac{3}{10} (a_{2\lambda'\pm 1}^{(0)} \mp a_{1\lambda'\pm 1}^{(0)})^2, & \lambda = 1, \\ \frac{1}{5} (a_{2\lambda'\pm 1}^{(0)} \pm a_{1\lambda'\pm 1}^{(0)})^2, & \lambda = 2, \end{cases} \quad (53)$$

$$R_{\lambda'\lambda}(n^3D_\lambda \pm 2 \xrightarrow{\sigma} n'^3P_{\lambda'} \pm 1) = \begin{cases} \frac{1}{3} (a_{2\lambda'\pm 1}^{(0)} \pm a_{1\lambda'\pm 1}^{(0)})^2, & \lambda = 1, \\ \frac{1}{6} (a_{2\lambda'\pm 1}^{(0)} \mp a_{1\lambda'\pm 1}^{(0)})^2, & \lambda = 2. \end{cases} \quad (54)$$

Здесь знак (\pm) в круглых скобках соответствует знаку магнитного квантового числа $M' = \pm 1$.

Правые части выражений для вероятностей (49)–(54) повторяют (41)–(44), поэтому их зависимость от поля, как и для вероятностей $n^3P \rightarrow n'^3S$ -переходов, изображается кривыми, представленными на рис. 2. Для них справедливы и отмеченные ранее свойства:

- 1) в поле антипересечения $n'^3P_{\lambda,0}$ -уровней вероятности переходов (49) и (50) для разных λ' принимают равные значения,
- 2) амплитуды половины переходов в $n'^3P_{\lambda,M'}$ -состояния с ростом поля F_0 обращаются в нуль.

4. ВЕРОЯТНОСТИ РАДИАЦИОННЫХ ПЕРЕХОДОВ, ИНДУЦИРУЕМЫХ ПОСТОЯННЫМ ЭЛЕКТРИЧЕСКИМ ПОЛЕМ

Еще более важным, чем изменение вероятностей дипольно-разрешенных переходов, является эффект индуцирования полем радиационных переходов, отсутствующих в спектре свободного атома в силу запрета дипольными правилами отбора. Наиболее интересными представителями таких переходов являются запрещенные в нерелятивистском приближении во всех порядках мультипольности $nS-n'S$ -переходы и переходы $n^3P_{0,1}-n'^3P_0$ (переходы $n^3P_{1,2}-n'^3P_{1,2}$ и $n^3P_2-n'^3P_0$ разрешены в электроквадрупольном приближении). Соответствующая зависимость от поля вероятности $\mathcal{W}_{fi}(F_0)$ определяется квадратом матричного элемента дипольного перехода первого порядка теории возмущений $\mathcal{M}_{fi}^{(1)}(F_0)$.

Нулевого приближения для волновой функции (1) в расчетах радиационных матричных элементов таких переходов недостаточно. Здесь необходимо учитывать слагаемое, содержащее функцию Грина с оператором взаимодействия с постоянным полем \hat{V} , соответствующее поправке к волновой функции первого порядка по F_0 (18). Тогда первым исчезающим является матричный элемент

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_{n'\lambda',n\lambda}^{(1)} &= \\ &= - \sum_J \sum_{J'} a_{J'\lambda'M'}^{(0)} a_{J\lambda M}^{(0)} \langle \phi_{n'L'J'M'} | \hat{v} G^{(n)} \hat{V} + \\ &\quad + \hat{V} G^{(n')} \hat{v} | \phi_{nLJM} \rangle = \\ &= - \frac{F F_0}{2} \sum_J \sum_{J'} a_{J'\lambda'M'}^{(0)} a_{J\lambda M}^{(0)} U_{n'L'J'M',nLJM}^{(\mu)}. \end{aligned} \quad (55)$$

Выполнив интегрирование по угловым переменным с помощью стандартных методов алгебры углового момента [16], выражение для матричного элемента

$$\begin{aligned} U_{n'L'J'M',nLJM}^{(\mu)} &= \\ &= \langle \phi_{n'L'J'M'} | r_{\mu} G^{(n)} r_0 + r_0 G^{(n')} r_{\mu} | \phi_{nLJM} \rangle \end{aligned}$$

можно представить в виде разложения на неприводимые части, аналогично разложению амплитуды дипольного двухфотонного перехода на свободном атоме [13, 19, 20]. Пренебрегая влиянием тонкой структуры промежуточных состояний на величину радиального матричного элемента второго порядка, получим

$$\begin{aligned} U_{n'L'J'M',nLJM}^{(\mu)} &= (-1)^{J+L+S} \times \\ &\times \sum_{p=0,1,2} C_{JM p \mu}^{J'M'} \left[\frac{(2L+1)_{p+1} (2J+1)}{(2L+1-p)_p} \right]^{1/2} \times \\ &\times \left\{ \begin{matrix} L' L p \\ J J' S \end{matrix} \right\} \beta_{n'n}^{(p \mu)}, \end{aligned} \quad (56)$$

где

$$\begin{aligned} \beta_{n'n}^{(p \mu)} &= \\ &= -C_{1\mu 10}^{p\mu} \left[\frac{(2L+1-p)_p (2L'+1)(2p+1)}{(2L+2)_p} \right]^{1/2} \times \\ &\times \sum_l C_{L'0 10}^{l0} C_{L0 10}^{l0} \left\{ \begin{matrix} L' & L & p \\ 1 & 1 & l \end{matrix} \right\} \sigma_l^{(p)}. \end{aligned} \quad (57)$$

Здесь радиальные матричные элементы с редуцированной функцией Грина в подпространстве состояний с орбитальным моментом l и энергией начального ($g_l^{(n)}$) или конечного ($g_l^{(n')}$) состояния сгруппированы в комбинации

$$\sigma_l^{(p)} = \langle n'L' | r g_l^{(n)} r | nL \rangle + (-1)^p \langle n'L' | r g_l^{(n')} r | nL \rangle.$$

Сумма по p в разложении (56) может содержать одно, два или все три слагаемых в зависимости от величин орбитальных квантовых чисел L и L' , а также от типа излучения (от μ), поскольку параметр суммирования p должен удовлетворять неравенствам

$$|\mu| \leq p \leq 2, \quad |L - L'| \leq p \leq L + L',$$

$$|J - J'| \leq p \leq J + J',$$

следующим из общих свойств коэффициентов Клебша–Гордана и $6j$ -символов. Таким образом, слагаемое с $p = 0$ дает ненулевой вклад в амплитуду (56) только для π -переходов ($\mu = 0$), а слагаемое с $p = 1$ — только для σ -переходов ($\mu = \pm 1$).

Индукцированные полем переходы $n^3S_1 \rightarrow n'^3S_1$ и $n^3P_0 \rightarrow n'^3P_0$ сопровождаются только π -излучением (поскольку амплитуды σ -излучения в этом случае $U_{n'01M'}^{(\pm 1)} = U_{n'100}^{(\pm 1)} \equiv 0$).

Следует обратить внимание на то, что величины $\beta_{n'n}^{(p\mu)}$ одинаковы для всех подуровней начального и конечного мультиплетов, поскольку вся зависимость амплитуды (56) от полных моментов J, J' и спина S определяется только коэффициентами векторного сложения.

4.1. Вероятности переходов при $L' = L$

При $L = L' \geq 1, J + J' \geq 2$ все три параметра $\beta_{n'n}^{(p\mu)}$ в выражении (56) могут иметь ненулевые значения, для которых μ -зависимость выделяется в явном виде:

$$\begin{aligned} \beta_{n'n}^{(0\mu)} &= \delta_{\mu 0} \beta^{(0)}, & \beta_{n'n}^{(1\mu)} &= \mu \beta^{(1)}, \\ \beta_{n'n}^{(2\mu)} &= \frac{\sqrt{4 - \mu^2}}{2} \beta^{(2)}. \end{aligned} \quad (58)$$

Инвариантные величины $\beta^{(p)}$ представляются в виде линейных комбинаций радиальных матричных элементов $\sigma_{L'}^{(0)} = \sigma_{L'}^{(2)} \equiv \sigma_{L'}^+$, и $\sigma_{L'}^{(1)} \equiv \sigma_{L'}^-$, где

$$\sigma_{L'}^\pm = \langle n' L | r [g_{L'}^{(n)} \pm g_{L'}^{(n')}] r | n L \rangle,$$

в полной аналогии с представлением скалярной, антисимметричной и тензорной компонент поляризуемости [21] (см. также выражения (21), (22)):

$$\begin{aligned} \beta^{(0)} &= \frac{1}{3(2L+1)} [L\sigma_{L-1}^+ + (L+1)\sigma_{L+1}^+], \\ \beta^{(1)} &= \frac{L}{2(2L+1)} [\sigma_{L-1}^- - \sigma_{L+1}^-], \\ \beta^{(2)} &= -\frac{L}{3(2L+1)} \left[\sigma_{L-1}^+ + \frac{2L-1}{2L+3} \sigma_{L+1}^+ \right]. \end{aligned} \quad (59)$$

Из формул (58), (59) следует свойство симметрии:

$$\beta_{n'n}^{(p\mu)} = \beta_{n'n'}^{(p-\mu)},$$

которое соответствует противоположным знакам спиральности μ излучаемого при распаде и поглощаемого при возбуждении фотонов.

Таким образом, матричные элементы переходов между состояниями с одинаковыми моментами можно представить в виде линейных комбинаций компонент поляризуемости перехода (59). В частности, переход $n^3S_1 \rightarrow n'^3S_1$ определяется только одной (скалярной) компонентой

$$\mathcal{M}_{n'n}^{(1)} = -\frac{FF_0}{2} U_{n'J_i n J_i}^{(0)} = -\frac{FF_0}{2} \beta^{(0)}.$$

При этом вероятность является строго квадратичной функцией напряженности поля

$$\mathcal{W}_{n'n} \sim |\mathcal{M}_{n'n}^{(1)}|^2 \sim F_0^2.$$

Для $n^3P_\lambda \rightarrow n'^3P_{\lambda'}$ -линий среди верхних и нижних подуровней есть как изолированные, так и взаимодействующие попарно. Соответственно, часть матричных элементов переходов определяются только компонентами поляризуемости β и строго пропорциональны напряженности постоянного поля F_0 ,

$$\begin{aligned} \mathcal{M}^{(1)}(n^3P_1 0 \xrightarrow{\pi} n'^3P_1 0) &= \\ &= \mathcal{M}^{(1)}(n^3P_2 \pm 2 \xrightarrow{\pi} n'^3P_2 \pm 2) = \\ &= -\frac{FF_0}{2} (\beta^{(0)} + \beta^{(2)}). \end{aligned} \quad (60)$$

Для остальных же переходов матричные элементы зависят от поля более сложным образом, включая зависимость через коэффициенты суперпозиции $a_{J\lambda'M}^{(0)}$:

$$\begin{aligned} \mathcal{M}^{(1)}(n^3P_\lambda 0 \xrightarrow{\pi} n'^3P_{\lambda'} 0) &= \\ &= -\frac{FF_0}{2} \beta^{(0)} (a_{0\lambda'0}^{(0)} a_{0\lambda 0}^{(0)} + a_{2\lambda'0}^{(0)} a_{2\lambda 0}^{(0)}) - \\ &\quad - \frac{FF_0}{2} \beta^{(2)} (\sqrt{2} a_{2\lambda'0}^{(0)} a_{0\lambda 0}^{(0)} + \\ &\quad + \sqrt{2} a_{0\lambda'0}^{(0)} a_{2\lambda 0}^{(0)} - a_{2\lambda'0}^{(0)} a_{2\lambda 0}^{(0)}), \end{aligned} \quad (61)$$

$$\begin{aligned} \mathcal{M}^{(1)}(n^3P_\lambda \pm 1 \xrightarrow{\pi} n'^3P_{\lambda'} \pm 1) &= \\ &= -\frac{FF_0}{2} \beta^{(0)} (a_{1\lambda'\pm 1}^{(0)} a_{1\lambda \pm 1}^{(0)} + a_{2\lambda'\pm 1}^{(0)} a_{2\lambda \pm 1}^{(0)}) - \\ &\quad - \frac{FF_0}{4} \beta^{(2)} (-a_{1\lambda'\pm 1}^{(0)} a_{1\lambda \pm 1}^{(0)} \pm 3a_{2\lambda'\pm 1}^{(0)} a_{1\lambda \pm 1}^{(0)} \pm \\ &\quad \pm 3a_{1\lambda'\pm 1}^{(0)} a_{2\lambda \pm 1}^{(0)} - a_{2\lambda'\pm 1}^{(0)} a_{2\lambda \pm 1}^{(0)}), \end{aligned} \quad (62)$$

$$\begin{aligned} \mathcal{M}^{(1)}(n^3P_\lambda 0 \xrightarrow{\sigma} n'^3P_{\lambda'} \pm 1) &= \\ &= \mp \frac{FF_0\sqrt{3}}{12} \beta^{(1)} (-2\sqrt{2} a_{1\lambda'\pm 1}^{(0)} a_{0\lambda 0}^{(0)} + a_{1\lambda'\pm 1}^{(0)} a_{2\lambda 0}^{(0)} \pm \\ &\quad \pm 3a_{2\lambda'\pm 1}^{(0)} a_{2\lambda 0}^{(0)}) - \frac{FF_0\sqrt{3}}{8} \beta^{(2)} (2\sqrt{2} a_{2\lambda'\pm 1}^{(0)} a_{0\lambda 0}^{(0)} \mp \\ &\quad \mp 3a_{1\lambda'\pm 1}^{(0)} a_{2\lambda 0}^{(0)} - a_{2\lambda'\pm 1}^{(0)} a_{2\lambda 0}^{(0)}), \end{aligned} \quad (63)$$

$$\begin{aligned} \mathcal{M}^{(1)} \left(n^3P_2 \pm 2 \xrightarrow{\sigma} n'^3P_{\lambda'} \pm 1 \right) &= \\ &= \mp \sqrt{2} \mathcal{M}^{(1)} \left(n^3P_{10} \xrightarrow{\sigma} n'^3P_{\lambda'} \pm 1 \right) = \\ &= \pm \frac{F F_0}{2\sqrt{2}} \left(\beta^{(1)} + \frac{3}{2} \beta^{(2)} \right) \left(a_{1\lambda'\pm 1}^{(0)} \mp a_{2\lambda'\pm 1}^{(0)} \right). \end{aligned} \quad (64)$$

Учитывая предельные значения коэффициентов $a_{J\lambda'M}^{(0)}$ (табл. 2), можно убедиться, что с увеличением напряженности поля F_0 половина запрещенных компонент (61)–(64), появившись при $F_0 \neq 0$, будет исчезать с ростом F_0 . Кроме того, если условие $|W_{JJ'}| \gg \delta$ выполняется для верхнего nP -состояния в области антикроссинга $F_0 \approx F'_a$ нижнего $n'P$ -состояния, то значения $a_{J\lambda 0}^{(0)}$ можно заменить их асимптотическими значениями из табл. 2, и тогда данные формулы аналогично случаю разрешенных переходов переписутся через комбинации вида $a_{2\lambda'0}^{(0)} + \sqrt{2}a_{0\lambda'0}^{(0)}$ и $\sqrt{2}a_{2\lambda'0}^{(0)} - a_{0\lambda'0}^{(0)}$. Это опять означает, в частности, совпадение вероятности переходов для \pm -компонент при $F_0 = F_a$ и исчезновение половины из них с ростом напряженности поля F_0 .

Вероятность запрещенных nP – $n'P$ -переходов можно охарактеризовать отношением величины $|\mathcal{M}_{n'P nP}^{(1)}|^2$ к сумме квадратов матричных элементов разрешенных линий, ближайших по частоте, т. е. nD – $n'P$ -переходов в отсутствие поля. В качестве примера на рис. 3 приведены эти отношения для матричных элементов (61), где четыре компоненты соответствуют различным состояниям в поле для нижнего и верхнего мультиплетов. Вероятности дипольно-запрещенных переходов существенно зависят от главного квантового числа верхнего состояния. Как следует из рисунков, в области $F_0 = 3F_a$, где F_a — поле антикроссинга верхнего nP -уровня, их величина составляет около 0.2% от суммарной вероятности дипольно-разрешенных переходов.

В слабом поле вероятности дипольно-запрещенных линий растут квадратично по F_0 . Но вблизи поля антипересечения верхнего состояния, $F_0 \approx F_a$, интерференция подуровней приводит к излому кривых для переходов $n^3P_{\pm} \xrightarrow{\pi} n'^3P_{\pm}$, после которого зависимости вероятностей от напряженности поля становятся линейными вплоть до $F_0 \approx 3F_a$ (кривые 1, 2 на рис. 3). Следует заметить, что аналогичный эффект перехода от квадратичной к линейной зависимости от поля наблюдался экспериментально в работе [22] для вероятности запрещенных двухфотонных переходов в ридберговские состояния атома цезия.

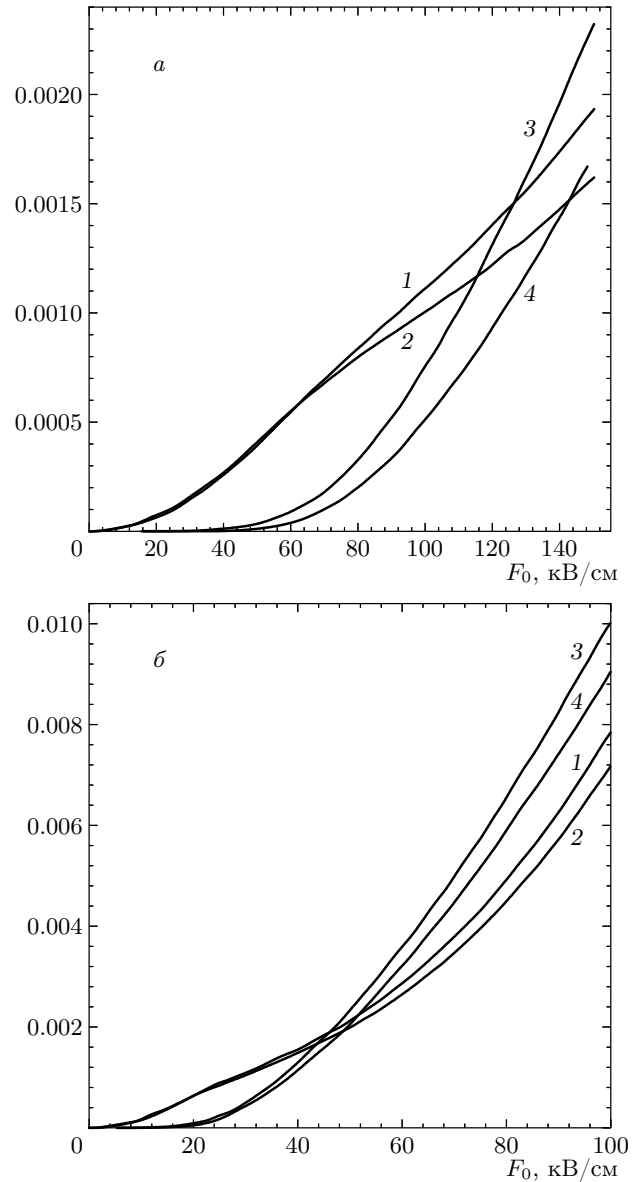


Рис. 3. Относительная вероятность запрещенных $n^3P_{\lambda}M$ – $n'^3P_{\lambda'}M'$ -переходов: 1 — $(n^3P_{+0} \xrightarrow{\pi} n'^3P_{+0})$, 2 — $(n^3P_{-0} \xrightarrow{\pi} n'^3P_{-0})$, 3 — $(n^3P_{+0} \xrightarrow{\pi} n'^3P_{-0})$, 4 — $(n^3P_{-0} \xrightarrow{\pi} n'^3P_{+0})$; а — $n = 4, n' = 2$, б — $n = 5, n' = 3$

Точки излома для линий 3 и 4, описывающих вероятности переходов $n^3P_{\pm} \xrightarrow{\pi} n'^3P_{\mp}$, лежат в области поля антикроссинга нижнего состояния, выходящего за границы применимости нулевого приближения для коэффициентов a_{JM} верхнего уровня. Следует обратить внимание также на пересечение кривых 1 и 2 с кривыми 3 и 4, свидетельствующее о выравнивании вероятностей всех рассматриваемых переходов при $F_0 \approx 3F_a$.

Таблица 4. Поляризуемости $\beta^{(p)}$ для переходов $n^3S_1-n'^3S_1$ и $n^3P-n'^3P$ ортоголея

Линия		$n^3P-n'^3P$			
n'	n	$\beta^{(0)}$	$\beta^{(0)}$	$\beta^{(1)}$	$\beta^{(2)}$
2	3	-3.48(2)	-3.69(3)	3.32(3)	1.30(2)
2	4	-9.02(2)	-6.95(3)	6.19(3)	2.95(2)
2	5	-1.96(3)	-1.32(4)	1.17(4)	5.80(2)
2	6	-3.73(3)	-2.32(4)	2.06(4)	1.04(3)
3	4	-3.55(3)	-2.79(4)	2.49(4)	9.80(1)
3	5	-5.33(3)	-3.70(4)	3.43(4)	6.17(2)
3	6	-8.90(3)	-5.69(4)	5.31(4)	1.23(3)
4	5	-2.19(4)	-1.35(5)	1.12(5)	-2.22(3)
4	6	-2.24(4)	-1.37(5)	1.27(5)	-4.57(2)
5	6	-9.60(4)	-4.94(5)	3.73(5)	-1.38(4)

В расчетах вероятностей использованы численные значения поляризуемостей $\beta^{(p)}$, полученные для переходов $n^3S_1-n'^3S_1$ и $n^3P-n'^3P$ методом модельного потенциала [13] и представленные в табл. 4 для значений n, n' от 2 до 6. Как видно из таблицы, основной вклад в вероятности π -переходов дает скалярная поляризуемость $\beta^{(0)}$, имеющая отрицательные значения, на 1–2 порядка превышающие по абсолютной величине тензорную часть $\beta^{(2)}$. При этом $|\beta^{(0)}|$ является практически монотонно растущей функцией главных квантовых чисел начального и конечного состояний, в отличие от тензорной части $\beta^{(2)}$, которая не только немонотонна, но и может изменять знак с ростом n и n' . Антисимметричная часть $\beta^{(1)}$, определяющая амплитуды σ -переходов, является положительной величиной, почти совпадающей с $|\beta^{(0)}|$. Следовательно, амплитуды σ - и π -переходов, (63) и (61), близки друг к другу по абсолютной величине при одной и той же напряженности поля.

4.2. Вероятности переходов при $L' = L - 2$

При $L' = L - 2$ сумма по p в поправке $M_{n'n}^{(1)}$ (56) содержит единственное слагаемое с $p = 2$:

$$\begin{aligned}
 U_{n'L-2J'M' nLJM}^{(\mu)} &= \\
 &= (-1)^{J+L+S} \sqrt{\frac{(2J+1)L(L-1)(4-\mu^2)}{6(2L-1)}} \times \\
 &\quad \times C_{JM2\mu}^{J'M'} \left\{ \begin{matrix} L-2 & L & 2 \\ J & J' & S \end{matrix} \right\} \sigma_{L-1}^+, \quad (65)
 \end{aligned}$$

где

$$\sigma_{L-1}^+ = \langle n'L-2|r[g^{(n')} + g^{(n)}]r|nL \rangle$$

— радиальный матричный элемент второго порядка.

Следует отметить, что электрическое поле приводит к изменению дипольного правила отбора для орбитального момента, не изменяя правила отбора для магнитного квантового числа $\Delta M = 0, \pm 1$. Поэтому дипольный переход из состояния $|nLJM\rangle$ в $|n'L-2J'M'\rangle$ для $|M| = L + 1$ остается запрещенным, поскольку в этом случае $|M - M'| \geq 2$.

Минимальное значение орбитального момента для рассматриваемого случая $L = 2$ соответствует $n^3D \rightarrow n'^3S$ -переходам. Поле антикроссинга 3^3D_{1-3} -состояний с $M = 0$ равно примерно $F_a(3D) \approx 20$ кВ/см. Оценки показывают, что при таком поле вероятность индуцированного перехода может составить не более 10^{-5} вероятности разрешенных переходов. Поэтому для наблюдения перехода $3^3D \rightarrow 2^3S$ необходимо, чтобы напряженность F_0 хотя бы в 10 раз превышала $F_a(3D)$. При этом коэффициенты суперпозиции 3^3D -состояний достигают своих асимптотических значений (см. табл. 2, 3), а матричные элементы всех электроиндуцированных переходов выражаются через одну и ту же величину, определяющую, например, амплитуду любого σ -перехода:

$$\begin{aligned}
 M_{DS} &\equiv \frac{FF_0}{2\sqrt{15}}\sigma_1^+ = \\
 &= M^{(1)} \left(n^3D_{\lambda=2} \pm 2 \xrightarrow{\sigma} n'^3S_1 \pm 1 \right) = \\
 &= M^{(1)} \left(n^3D_{\lambda=2} \pm 1 \xrightarrow{\sigma} n'^3S_1 0 \right) = \\
 &= \sqrt{2}M^{(1)} \left(n^3D_{\lambda=1} 0 \xrightarrow{\sigma} n'^3S_1 \pm 1 \right) = \\
 &= \mp \sqrt{2}M^{(1)} \left(n^3D_{J=2} 0 \xrightarrow{\sigma} n'^3S_1 \pm 1 \right).
 \end{aligned}$$

При этом амплитуда π -перехода отличается от M_{DS} лишь численным множителем:

$$\begin{aligned}
 M^{(1)} \left(n^3D_{\lambda=2} 0 \xrightarrow{\pi} n'^3S_1 0 \right) &= \\
 = M^{(1)} \left(n^3D_{\lambda=3} \pm 1 \xrightarrow{\pi} n'^3S_1 \pm 1 \right) &= -\frac{2}{\sqrt{3}}M_{DS}.
 \end{aligned}$$

Рассмотрим поведение в поле вероятности π - и σ -переходов из состояний n^3F_λ в $n'^3P_{\lambda'}$. Здесь, как и для P - P -переходов, зависимость матричного элемента от поля наряду с линейной включает зависимость от коэффициентов суперпозиции $n'^3P_{J'}$ -состояний (при этом коэффициенты суперпозиции n^3F_J -состояний практически совпадают со своими асимптотическими значениями).

Среди подуровней F -мультиплета есть как изолированные, так и взаимодействующие попарно и по три с волновыми функциями (27) и (30), соответственно, которые при $|W_{J_1 J_2}^{(2)}| \gg \delta_{nF}$ можно считать полностью перемешанными, взяв из табл. 2, 3 предельные значения коэффициентов суперпозиции $a_{J\lambda M}^{(0)}$. В этом случае имеется три индуцированных полем π -перехода, матричные элементы которых линейны по полю:

$$\begin{aligned} \mathcal{M}^{(1)}(n^3F_3 0 \xrightarrow{\pi} n'^3P_1 0) &= \\ &= -\frac{FF_0}{5} \sqrt{\frac{2}{7}} \sigma_2^+ \equiv \mathcal{M}_{FP}. \end{aligned} \quad (66)$$

$$\begin{aligned} \mathcal{M}^{(1)}(n^3F_\lambda \pm 2 \xrightarrow{\pi} n'^3P_2 \pm 2) &= \\ &= \begin{cases} 0, & \lambda = 1, 2, \\ \mathcal{M}_{FP}, & \lambda = 3, \end{cases} \end{aligned} \quad (67)$$

а также двенадцать π -переходов с матричными элементами, включающими наряду с \mathcal{M}_{FP} зависимость от коэффициентов суперпозиции $|n'^3P_J M\rangle$ -состояний. Среди них четыре перехода между состояниями с $M = 0$:

$$\begin{aligned} \mathcal{M}^{(1)}(n^3F_\lambda 0 \xrightarrow{\pi} n'^3P_{\lambda'} 0) &= \\ &= \begin{cases} \frac{\mathcal{M}_{FP}}{\sqrt{3}} (a_{2\lambda'0}^{(0)} + \sqrt{2}a_{0\lambda'0}^{(0)}), & \lambda = 1, \\ -\frac{\mathcal{M}_{FP}}{\sqrt{2}} (\sqrt{2}a_{2\lambda'0}^{(0)} - a_{0\lambda'0}^{(0)}), & \lambda = 2, \end{cases} \end{aligned} \quad (68)$$

и восемь между состояниями с $M = \pm 1$:

$$\begin{aligned} \mathcal{M}^{(1)}(n^3F_\lambda \pm 1 \xrightarrow{\pi} n'^3P_{\lambda'} \pm 1) &= \\ &= \begin{cases} 0, & \lambda = 1, \\ \frac{\mathcal{M}_{FP}}{\sqrt{2}} (a_{2\lambda'\pm 1}^{(0)} \pm a_{1\lambda'\pm 1}^{(0)}), & \lambda = 2, \\ \frac{\sqrt{3}\mathcal{M}_{FP}}{2} (a_{2\lambda'\pm 1}^{(0)} \mp a_{1\lambda'\pm 1}^{(0)}), & \lambda = 3. \end{cases} \end{aligned} \quad (69)$$

Среди σ -переходов имеется восемь переходов с матричными элементами, строго пропорциональными F_0 :

$$\begin{aligned} \mathcal{M}^{(1)}(n^3F_\lambda \pm 1 \xrightarrow{\sigma} n'^3P_1 0) &= \\ &= \begin{cases} \mp \sqrt{\frac{5}{8}} \mathcal{M}_{FP}, & \lambda = 1, \\ 0, & \lambda = 2, \\ \pm \frac{\sqrt{3}}{4} \mathcal{M}_{FP}, & \lambda = 3. \end{cases} \end{aligned} \quad (70)$$

$$\begin{aligned} \mathcal{M}^{(1)}(n^3F_\lambda \pm 1 \xrightarrow{\sigma} n'^3P_2 \pm 2) &= \\ &= \begin{cases} 0, & \lambda = 1, 2, \\ -\sqrt{\frac{3}{8}} \mathcal{M}_{FP}, & \lambda = 3, \end{cases} \end{aligned} \quad (71)$$

$$\begin{aligned} \mathcal{M}^{(1)}(n^3F_\lambda \pm 3 \xrightarrow{\sigma} n'^3P_2 \pm 2) &= \\ &= \begin{cases} 0, & \lambda = 1, \\ -\sqrt{\frac{5}{4}} \mathcal{M}_{FP}, & \lambda = 2, \end{cases} \end{aligned} \quad (72)$$

и тридцать два с матричными элементами, зависящими от коэффициентов суперпозиции $n'^3P_J M$ -состояний с $M = 0$:

$$\begin{aligned} \mathcal{M}^{(1)}(n^3F_\lambda \pm 1 \xrightarrow{\sigma} n'^3P_{\lambda'} 0) &= \\ &= \begin{cases} -\sqrt{\frac{5}{24}} \mathcal{M}_{FP} (a_{2\lambda'0}^{(0)} + \sqrt{2}a_{0\lambda'0}^{(0)}), & \lambda = 1, \\ -\frac{1}{\sqrt{3}} \mathcal{M}_{FP} (\sqrt{2}a_{2\lambda'0}^{(0)} - a_{0\lambda'0}^{(0)}), & \lambda = 2, \\ -\frac{1}{4} \mathcal{M}_{FP} (a_{2\lambda'0}^{(0)} + \sqrt{2}a_{0\lambda'0}^{(0)}), & \lambda = 3, \end{cases} \end{aligned} \quad (73)$$

и с $M = \pm 1$:

$$\begin{aligned} \mathcal{M}^{(1)}(n^3F_3 0 \xrightarrow{\sigma} n'^3P_{\lambda'} \pm 1) &= \\ &= \mp \frac{\mathcal{M}_{FP}}{2} (a_{2\lambda'\pm 1}^{(0)} \pm a_{1\lambda'\pm 1}^{(0)}), \end{aligned} \quad (74)$$

$$\begin{aligned} \mathcal{M}^{(1)}(n^3F_\lambda 0 \xrightarrow{\sigma} n'^3P_{\lambda'} \pm 1) &= \\ &= \begin{cases} -\frac{\mathcal{M}_{FP}}{2} (a_{2\lambda'\pm 1}^{(0)} \mp a_{1\lambda'\pm 1}^{(0)}), & \lambda = 1, \\ \frac{\sqrt{3}\mathcal{M}_{FP}}{4} (a_{2\lambda'\pm 1}^{(0)} \pm a_{1\lambda'\pm 1}^{(0)}), & \lambda = 2, \end{cases} \end{aligned} \quad (75)$$

$$\begin{aligned} \mathcal{M}^{(1)}(n^3F_\lambda \pm 2 \xrightarrow{\sigma} n'^3P_{\lambda'} \pm 1) &= \\ &= \begin{cases} 0, & \lambda = 1, \\ -\frac{1}{2} \sqrt{\frac{5}{2}} \mathcal{M}_{FP} (a_{2\lambda'\pm 1}^{(0)} \pm a_{1\lambda'\pm 1}^{(0)}), & \lambda = 2, \\ -\frac{1}{\sqrt{2}} \mathcal{M}_{FP} (a_{2\lambda'\pm 1}^{(0)} \mp a_{1\lambda'\pm 1}^{(0)}), & \lambda = 3. \end{cases} \end{aligned} \quad (76)$$

4.3. Соотношение между амплитудами электроиндуцированных и электромультипольных переходов

Вероятность дипольно-запрещенных переходов, кроме индуцированной полем части, определяемой матричным элементом $\mathcal{M}_{n'n}^{(1)}$, содержит также компоненту, определяемую электроквадрольным взаимодействием атома с полем фотона. Для σ^\pm -излучения вдоль внешнего поля обе эти поправки отличны от нуля, а соответствующий оператор квадрупольного взаимодействия имеет вид [8]

$$\hat{V}q^\pm = \frac{i\alpha\omega_{nn'}F}{4\sqrt{3}} r^2 C_{2\pm 1}(\theta, \varphi),$$

где α — постоянная тонкой структуры. Отношение дипольного матричного элемента первого порядка (65) к квадрупольному матричному элементу оказывается не зависящим от моментов взаимодействующих подуровней:

$$\frac{\mathcal{M}_{n'n}^{(1)}}{\mathcal{M}_{n'n}^{q(0)}} = i \frac{2F_0\sigma_{L-1}^+}{\alpha\omega_{n'n}\langle\phi_{n'L-2}|r^2|\phi_{nL}\rangle} \approx \approx i \frac{2F_0}{\alpha\omega_{n'n}(E_{nL-1} - E_{nL})}. \quad (77)$$

Последнее выражение получено с использованием простой оценки для радиального матричного элемента второго порядка, учитывающей основной вклад в функцию Грина $g_{L-1}^{(n)}$ от волновой функции состояния с орбитальным моментом $L - 1$ из n -оболочки,

$$\sigma_{L-1}^+ \approx \frac{\langle n'L - 2|r^2|nL\rangle}{E_{nL-1} - E_{nL}}.$$

Для линий с $L' = L$ отношение (77) имеет более сложный вид и содержит комбинации коэффициентов суперпозиции взаимодействующих подуровней. Численные оценки абсолютной величины отношения (77) (для n, n' от 2 до 6) в поле антикроссинга нижнего уровня дают значения от 10^3 до 10^6 . Следовательно, при рассмотрении эффектов антипересечения на подуровнях тонкой структуры мультимольными поправками к вероятности электроиндуцированного перехода можно пренебречь.

5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Полученные выше выражения и численные данные для коэффициентов суперпозиции, определяющих волновую функцию (1), позволяют извлечь новую информацию о поведении спектральных

свойств атома в поле. В частности, изменение интенсивности штарковских компонент мультиплетных линий позволяет детально определить соотношение между полевым и спин-орбитальным взаимодействиями ортогелия в постоянном электрическом поле. Полученные выше зависимости вероятности радиационных переходов от F_0 могут стать полезными не только для описания экспериментально наблюдаемых электрооптических эффектов, но и для управления оптическими спектрами с помощью постоянного поля.

Свойства компонент тонкой структуры в электрическом поле исследовались ранее для низлежащих состояний щелочных атомов и щелочноподобных ионов с помощью диагонализации матрицы спин-орбитального и штарковского гамильтониана на небольшом числе эффективных подуровней [23]. Результаты численных расчетов, полученные в работе [23], обнаруживают, в частности, аналогичный описанному выше эффект выравнивания интенсивностей штарковских компонент дублетных радиационных линий (см. рис. 2) в области антикроссинга. Эффект же исчезновения почти половины компонент радиационных мультиплетов с ростом напряженности представляет собой результат «разрушения» спин-орбитального взаимодействия электрическим полем и соответствует переходу с усилением поля к эффекту Штарка на бесспиновом атоме.

Не менее интересным представляется поведение в поле интенсивностей дипольно-запрещенных переходов. Разложение амплитуды индуцированного полем процесса на неприводимые части (56) позволяет свести расчеты к вычислению радиальных матричных элементов второго порядка, определяющих инвариантные атомные величины — поляризуемости переходов (59). Численные значения компонент тензора поляризуемости позволяют сделать не только качественную, но и количественную оценку вероятности электроиндуцированных переходов. В частности, в поле антикроссинга нижнего уровня эта вероятность может достигать 2–3 % от вероятности дипольно-разрешенного процесса как для π -, так и для σ -переходов.

Представленный здесь метод расчета волновых функций мультиплетных состояний может быть полезен для решения задач спектроскопии квантовых систем с мультиплетной структурой во внешнем поле.

Авторы благодарны Н. Л. Манакову за полезные дискуссии. Работа выполнена при финансовой поддержке Американского Фонда Гражданских иссле-

дований и развития (CRDF USA) и Министерства образования РФ (гранты VZ-010-0 и Y1-P-10-02).

ЛИТЕРАТУРА

1. O. Reusch, C. Dieste, S. Garnica, and G. von Oppen, *J. Phys. B: Atom. Mol. Opt. Phys.* **34**, 2145 (2001).
2. R. Drozdowski, M. Busch, and G. von Oppen, *J. Phys. B: Atom. Mol. Opt. Phys.* **35**, 2494 (2002).
3. R. Schumann, M. Dammasch, U. Eichmann, Y. Kriescher, G. Ritter, and G. von Oppen, *J. Phys. B: Atom. Mol. Opt. Phys.* **30**, 2581 (1997).
4. Л. В. Горчаков, В. П. Демкин, И. И. Муравьев, А. М. Янчарина, *Излучение атомов инертных газов в электрическом поле*, Изд-во Томского университета, Томск (1984).
5. M. Bellermand, T. Bergeman, A. Haffmans, P. M. Koch, and L. Sirko, *Phys. Rev. A* **46**, 5836 (1992).
6. A. A. Kamenski and V. D. Ovsiannikov, *J. Phys. B* **33**, 491, 5543 (2000).
7. А. А. Каменский, В. Д. Овсянников, *ЖЭТФ* **120**, 52 (2001).
8. A. A. Kamenski and V. D. Ovsiannikov, *Canad. J. Phys.* **81**, 755 (2003).
9. А. Деревянко, В. Р. Джонсон, В. Д. Овсянников, В. Г. Пальчиков, Д. Р. Планте, Г. фон Оппен, *ЖЭТФ* **115**, 494 (1999).
10. A. Derevyanko, W. R. Johnson, V. D. Ovsiannikov, V. G. Pal'chikov, D. R. Plante, and G. von Oppen, *Phys. Rev. A* **60**, 986 (1999).
11. И. Л. Болгова, В. Д. Овсянников, В. Г. Пальчиков, А. И. Магунов, Г. фон Оппен, *ЖЭТФ* **123**, 1145 (2003).
12. И. И. Соболевман, *Введение в теорию атомных спектров*, Наука, Москва (1977), гл. IX.
13. N. L. Manakov, V. D. Ovsiannikov, and L. P. Rapoport, *Phys. Rep.* **141**, 319 (1986).
14. V. D. Ovsiannikov and S. V. Goossev, *Phys. Scripta* **57**, 506 (1998).
15. V. A. Davydkin and V. D. Ovsiannikov, *J. Phys. B* **17**, L207 (1984); **19**, 2071 (1986).
16. Д. А. Варшалович, А. Н. Москалев, В. К. Херсонский, *Квантовая теория углового момента*, Наука, Ленинград (1975).
17. NIST Atomic Spectra Database Levels Data, <http://physics.nist.gov>.
18. Н. А. Бете и Е. Е. Салпегер, *Quantum Mechanics of One- and Two-electron Atoms*, Springer, Berlin (1957).
19. В. Б. Берестецкий, Е. М. Лифшиц, Л. П. Питаевский, *Релятивистская квантовая теория*, ч. 1, Наука, Москва (1968).
20. Л. П. Рапопорт, Б. А. Зон, Н. Л. Манаков, *Теория многофотонных процессов в атомах*, Атомиздат, Москва (1978).
21. V. A. Davydkin, V. D. Ovsiannikov, and B. A. Zon, *Laser Phys.* **3**, 449 (1993).
22. P. P. Herrmann, J. Hoffnagle, N. Schlumpf, V. L. Telegdi, and Weis, *J. Phys. B* **19**, 1271, 5543 (1986).
23. E. Stambulchik and Y. Maron, *Phys. Rev. A* **56**, 2713 (1997).