

# КИНЕТИЧЕСКИЕ ПРОЦЕССЫ В НЕИДЕАЛЬНОЙ РИДБЕРГОВСКОЙ МАТЕРИИ

Б. Б. Зеленер<sup>a\*</sup>, Б. В. Зеленер<sup>a</sup>, Э. А. Манькин<sup>b</sup>

<sup>a</sup>Объединенный институт высоких температур Российской академии наук  
125412, Москва, Россия

<sup>b</sup>Российский научный центр «Курчатовский институт»  
123182, Москва, Россия

Поступила в редакцию 18 июня 2004 г.

Для описания ультрахолодной неидеальной ридберговской плазмы предложена кинетическая модель, на основании которой последовательно прослеживаются все стадии возникновения и распада ультрахолодной ридберговской плазмы. Рассмотрение кинетики плазмы проведено на основе имеющихся экспериментальных данных, соответствующих параметру неидеальности  $\gamma \sim 1$ . Получено хорошее согласие между теоретическими и экспериментальными данными. Расчет показал сильное замедление рекомбинации и, как следствие, возможность установления метастабильной структуры в такой плазме. Получены зависимости количества возбужденных атомов для  $N_e = N_i = 7 \cdot 10^5$  и  $E_e = 9$  К. Объяснено поведение этих зависимостей и плотности частиц от времени и от главного квантового числа. Выдвинуто предположение о наличии максимума в распределении возбужденных атомов при  $k = 25$  при этих параметрах.

PACS: 32.80.Rm, 52.25.-b, 52.25.Dg

## 1. ВВЕДЕНИЕ

В работах двух американских групп [1–4] была получена ультрахолодная ридберговская плазма при электронных температурах  $T_e = 1$ –1000 К и плотностях зарядов  $n = 2n_e = 10^8$ – $10^{10}$  см<sup>-3</sup>. Параметр неидеальности

$$\gamma = \frac{e^2 n^{1/3}}{kT}$$

( $e$  — заряд электрона,  $k$  — постоянная Больцмана) достигал 50, а параметр вырождения

$$n_e \lambda_e^3 \ll 1,$$

где

$$\lambda_e = \frac{\hbar}{(m_e kT)^{1/2}}$$

( $\hbar$  — постоянная Планка,  $m_e$  — масса электрона).

В работах [1–3] плазма создавалась путем полной ионизации холодных атомов Хе ( $T_a \sim 10^{-4}$  К) лазерным излучением. В работе [4] была получена плазма щелочных металлов Rb и Cs путем возбуждения газа холодных атомов ( $T_a \sim 10^{-4}$  К) на ридберговский

уровень энергии (уровень  $n = 36$ –40) и добавлением 1% возбужденных атомов при  $T \sim 300$  К.

В экспериментах [1–3] было установлено, что рекомбинация полученной плазмы при  $\gamma \geq 1$  сильно замедлена по сравнению с плазмой, для которой  $\gamma \ll 1$ , а время рекомбинации  $\tau_{rec} \sim 10^{-4}$  с.

Анализ экспериментальных данных, приведенных в работах [1–3], ставит целый ряд вопросов, требующих дополнительного изучения:

- 1) низкая заселенность возбужденных уровней;
- 2) немонотонность убывания заселенностей в зависимости от времени;
- 3) несоответствие поведения заселенностей  $n_k$  в зависимости от главного квантового числа обычному режиму рекомбинации;
- 4) аномальное поведение заселенностей при меньших  $n_k$  в зависимости от времени;
- 5) уменьшение, а затем рост общего числа возбужденных атомов в зависимости от времени;
- 6) резкое уменьшение плотности плазмы в зависимости от времени.

В работах [5–11] обсуждались все эти проблемы и были предложены различные кинетические модели

\*E-mail: bobozel@mail.ru

описания полученных в [3] результатов. Эти результаты можно разделить на две группы. Первая группа: авторы работ [5–7] основываются на том, что рекомбинация, протекающая в плазме сразу после ее образования, приводит к увеличению кинетической энергии электронов. Тем самым она приводит к росту  $T_e$  и увеличению кинетической энергии ионов.

Вторая группа: авторы работ [10, 11] предполагают, что в плазме в момент ее образования кулоновское отталкивание между ионами приводит к большой положительной потенциальной энергии электронов. При расширении плазмы потенциальная энергия частиц превращается в кинетическую.

В дальнейшем мы подробнее остановимся на предположениях, высказанных в работах [5–11].

Кинетические процессы в плазме, созданной авторами работ [1–4], для лучшего понимания удобно рассматривать, изучая различные стадии существования ридберговской плазмы от ее возникновения до ее распада.

## 2. СОЗДАНИЕ ПЛАЗМЫ И УСТАНОВЛЕНИЕ ЭЛЕКТРОННОЙ ТЕМПЕРАТУРЫ

Согласно работам [1–3], ридберговская плазма создается за время  $t \sim 10^{-9}$  с. Электроны, полученные в результате многофотонной ионизации атомов лазером, получают дополнительно кинетическую энергию  $E_e = 1\text{--}1000$  К, а ионы остаются при температуре  $T_i = T_a = 10^{-4}$  К. Точность определения  $E_e$  связана с нижним пределом для лазера с полушириной, равной  $0.07$  см $^{-3}$ . Созданная плазма является существенно неравновесной: отсутствует равновесная электронная температура  $T_e$ , а все электроны находятся в непрерывном спектре.

Наиболее быстрым процессом при установлении равновесия в плазме является процесс установления электронной температуры. Для слабонеидеальной плазмы ( $\gamma \ll 1$ ) время установления  $T_e$  определяется следующим выражением [12]:

$$\tau_{ee} \approx \frac{(T_e)^{3/2} m^{1/2}}{8n_e e^4 L_e}, \quad (1)$$

где  $L_e$  — кулоновский логарифм, для которого в этих условиях справедливо следующее выражение:

$$L_e = \ln \frac{1}{2\sqrt{\pi} \gamma_e^{3/2}}, \quad (2)$$

$$\gamma_e = e^2 n_e^{1/3} / kT_e.$$

При  $\gamma_e^3 \geq 1/4\pi$  выражения (1) и (2) теряют смысл, так как  $L_e = 0$  при  $\gamma_e^3 = 1/4\pi$ , а при больших  $\gamma_e$  значение  $L_e$  становится отрицательным.

Кулоновский логарифм  $L_e$  [12] возникает при расчете транспортного сечения взаимодействия двух зарядов, в нашем случае двух электронов:

$$L_e = \int_{\rho_{min}}^{\rho_{max}} \frac{d\rho}{\rho}, \quad (3)$$

где  $\rho$  — прицельное расстояние в единицах  $\beta e^2 = e^2/kT$ . Логарифмическая расходимость выражения (3) обуславливает выбор конечных пределов интегрирования. Для слабонеидеальной плазмы [12] имеем

$$\rho_{max} = \frac{r_D}{\beta e^2}, \quad \rho_{min} = 1,$$

где

$$r_D = (4\pi n_e \beta e^2)^{-1/2}.$$

При выбранных таким образом пределах интегрирования для  $L_e$  получается выражение (2).

В то же время такой выбор пределов интегрирования в (3) теряет свой смысл уже в случае  $\gamma_e = 1/4\pi = 0.08$ . При этом значении  $\gamma_e$  радиус Дебая становится равным среднему расстоянию между частицами:

$$r_D = r_{av} = n_e^{-1/3}. \quad (4)$$

Хотя плазма еще слабонеидеальная, но использовать выражение

$$\rho_{max} = r_D / \beta e^2$$

уже нельзя.

В [13] при расчетах термодинамики и корреляционных функций плазмы было показано, что корреляция частиц при  $\gamma \geq 0.1$  становится несущественной уже на среднем расстоянии. Поэтому в качестве верхнего предела в (3) в этом случае правильнее использовать значение  $r_{av} / \beta e^2 = \gamma^{-1}$ .

В качестве же нижнего предела можно использовать значение

$$r_D / \beta e^2 = \frac{1}{2\pi^{1/2} \gamma^{3/2}}.$$

С одной стороны, эта величина зависит от  $n$  и  $T$ , а с другой, она равна единице только при  $\gamma = (1/4\pi)^{-1/3} = 0.43$ , т. е. интегрирование в области  $\gamma = 0.08\text{--}0.43$  осуществляется от углов порядка, но меньше единицы.

Кулоновский логарифм  $L_e$  в случае выбора этих пределов интегрирования записывается в следующем виде:

$$L_e = \ln \left( 2\sqrt{\pi} \gamma_e^{1/2} \right). \quad (5)$$

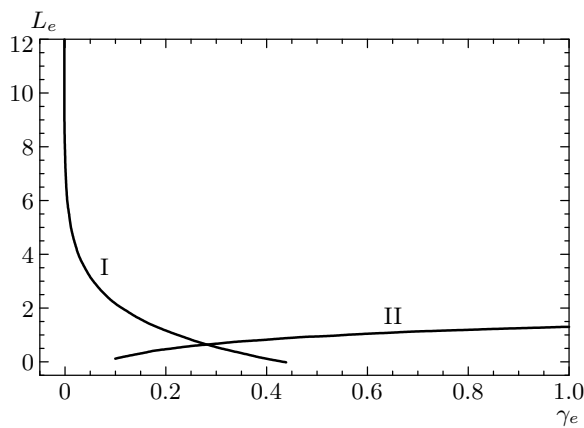


Рис. 1. Зависимости  $L_e(\gamma_e)$ : I — соотношение (2), II — соотношение (5)

Выражение (5), в отличие от (2), в области  $\gamma_e > 0.08$  положительно, и  $L_e$  растет логарифмически с ростом  $\gamma_e$ . При этом область применимости (5) соответствует  $\gamma_e \leq 1$ . Однако экстраполяция этого выражения в область  $\gamma_e > 1$  не приводит к абсурду и имеет правильную тенденцию, т. е. с увеличением  $\gamma_e$  релаксация идет быстрее.

На рис. 1 приведены зависимости  $L_e(\gamma_e)$ , соответствующие выражениям (2) и (5).

Оценка  $\tau_{ee}$  в области  $\gamma_e \leq 1$  по формулам (1), (5) для параметров ультрахолодной плазмы [1–4] показывает, что  $\tau_{ee} \sim 10^{-11} - 10^{-10}$  с.

Таким образом, можно утверждать, что после создания плазмы за время  $t \sim 10^{-9}$  с [1–3] температура электронов установится за время  $t \sim 10^{-11} - 10^{-10}$  с и составит  $T_e = (2/3)E_e$ . Температура ионов, как мы отмечали выше, равна температуре атомов, так как доля кинетической энергии, приходящаяся на тяжелые частицы при ионизации и возбуждении атомов, незначительна. Плазма становится двухтемпературной, но остается плазмой с неравновесной ионизацией [14], поскольку в ней несправедливы распределения Саха и Больцмана.

### 3. НЕРАВНОВЕСНАЯ ДВУХТЕМПЕРАТУРНАЯ РИДБЕРГОВСКАЯ ПЛАЗМА И УСТАНОВЛЕНИЕ ТЕРМИЧЕСКОГО РАВНОВЕСИЯ

После установления температуры  $T_e$  электроны начинают заселять уровни дискретного спектра, т. е. начинают идти процессы рекомбинации. Поскольку

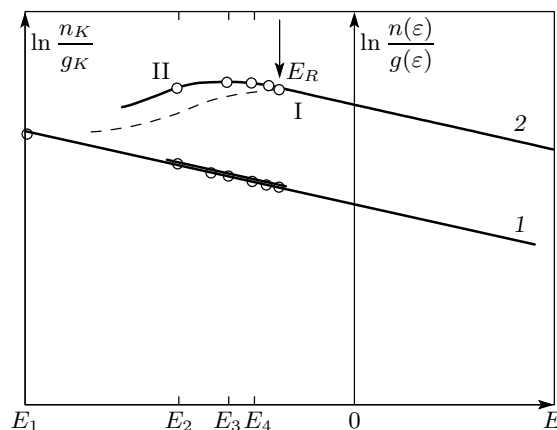


Рис. 2. Схема, поясняющая характерные распределения атомов по возбужденным состояниям: 1 — равновесный случай (прямая  $\ln(n_k/g_k)$ , проведенная через точки  $E_1, E_2, \dots$ , соответствующие реальным энергетическим уровням атома, позволяющая найти электронную температуру), 2 — режим рекомбинации: штрихи — распределение населенностей при значительной роли радиационных процессов. I — группа состояний, находящаяся в равновесии с континуумом, II — группа неравновесных состояний.  $E_R$  характеризует границу влияния радиационных переходов [14]

ку вначале все электроны находятся в непрерывном спектре [1–3], рекомбинация начинается с границы дискретного и непрерывного спектров. При этом основным механизмом являются электронные столкновения [14]. Интенсивность радиационных переходов в этой области энергий мала. При увеличении энергии связи роль радиационных процессов возрастает. В работе [14] приведено значение энергии  $E_R$ ,

$$E_R = \left( \frac{n_e}{4.5 \cdot 10^{13}} \right)^{1/4} T_e^{-1/8}, \quad (6)$$

где  $T_e$  выражено в эВ, а  $n_e$  — в  $\text{см}^{-3}$ . Это значение энергии делит энергетический спектр на две области:

- 1) область  $E < E_R$ , где доминируют ударные процессы;
- 2) область  $E > E_R$ , где возмущение осуществляется ударными процессами, а тушение — радиационными.

В случае ультрахолодной ридберговской плазмы [1–3]  $E_R \sim 0.1 - 1.1$  эВ для начальных состояний плазмы до начала разлета, что соответствует уровням возбуждения  $k = 4 - 11$  (главное квантовое число). При разлете плазмы  $E_R$  смещается в сторону

непрерывного спектра, поскольку зависимость от  $n_e$  сильнее, чем от  $T_e$ .

Таким образом, в рассматриваемых нами условиях в большей части дискретного спектра в рекомбинацию вносят вклад в основном электронные столкновения. В работе [14] изложены методы расчета неравновесных распределений заселенностей. На рис. 2 приведена схема, поясняющая распределение атомов по уровням при неравновесности рекомбинационного типа. Проанализируем этот рисунок, следуя подходу [14]. Зависимость

$$\ln n_k/g_k = f(E_k),$$

проведенная через точки, соответствующие реальным уровням атома, в случае равновесия является прямой, наклон которой однозначно связан с температурой. Необходимо отметить, что для температур  $T = 1-10$  К эта линия проходит вблизи оси энергии. Кривая (2) схематически отображает поведение неравновесной заселенности рекомбинационного типа.

Можно разделить условно заселенности на две группы. Первая — группа верхних возбужденных состояний, находящихся в равновесии с континуумом. Вторая — группа остальных возбужденных состояний, находящихся в существенно неравновесных условиях. Место перехода от одной группы к другой называют «узким местом». Положение узкого места при  $E_R > (3/2)T_e$  определяется столкновительными процессами и в нашем случае ему соответствует значение

$$E_m = \frac{3}{2}T_e. \tag{7}$$

Номер ридберговского состояния, например для  $T_e = 6$  К  $= 5.2 \cdot 10^{-4}$  эВ определяющий узкое место, равен

$$k_m = \sqrt{\frac{Ry}{E_m}} = 132,$$

где  $Ry = 13.6$  эВ.

Методы расчета неравновесных распределений заселенностей [14] основаны на использовании условия квазистационарности возбужденных состояний. Для оценки времени релаксации  $\tau_k$   $k$ -го возбужденного состояния воспользуемся следующей формулой [14]:

$$\tau_k^{-1} = 2n_e \frac{4\sqrt{2\pi} e^4 E_{k-1} \Lambda_k}{(E_k - E_{k+1})(E_{k-1} - E_{k+1})\sqrt{mT_e}} \times \exp\left(\frac{E_k - E_{k+1}}{T_e}\right), \tag{8}$$

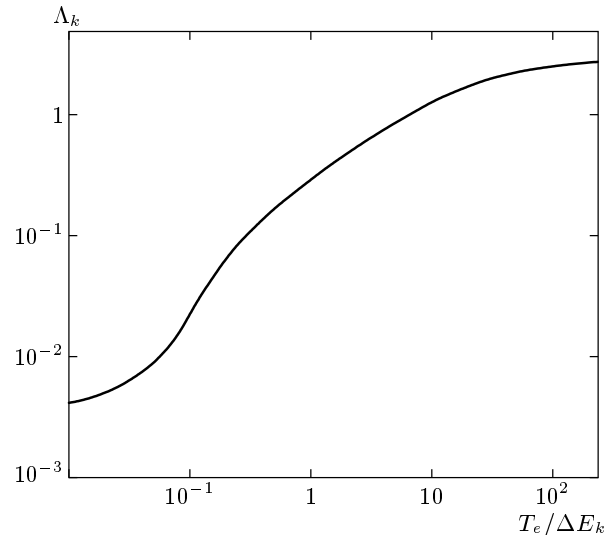


Рис. 3. Зависимость  $\Lambda_k$  от  $T_e/\Delta E_k$  [14]

где  $\Lambda_k$  — кулоновский логарифм взаимодействия свободного электрона со слабосвязанным, а  $\Delta E_k = |E_k - E_{k-1}|$ . Предполагается, что вероятности радиационных переходов не вносят вклада в  $\tau_k^{-1}$ . Выражение (8), строго говоря, справедливо для слабонеидеальной плазмы. Однако оно позволяет оценить величину  $\tau_k$  и проследить качественные закономерности его изменения.

Для ридберговских состояний выражение (8) можно преобразовать к следующему виду:

$$\tau_k^{-1} = \frac{\sqrt{2\pi} n_e e^4 \Lambda_k}{Ry \sqrt{mT_e}} k^4 \exp\left(\frac{Ry}{T_e} \frac{2}{k^3}\right). \tag{9}$$

На рис. 3 приведена полуэмпирическая универсальная зависимость  $\Lambda_k = f(T_e/\Delta E_k)$  [14]. Видно, что  $\Lambda_k$  меняется на несколько порядков в зависимости от  $T_e/\Delta E_k$ , что может существенно повлиять на установление квазистационарности низких уровней при малых  $T_e$ . Для  $10^{-2} < T_e/\Delta E_k < 1$  с достаточной степенью точности  $\Lambda_k$  можно представить в виде

$$\Lambda_k \approx 0.1 \frac{T_e}{\Delta E_k}. \tag{10}$$

Вместе с тем, хотелось бы отметить, что в области  $T_e/\Delta E_k \ll 1$  точность определения  $\Lambda_k$  невелика.

Одновременно с рекомбинационными процессами в плазме идет процесс установления термического равновесия между электронами и ионами. Для оценки времени установления термического равно-

весия воспользуемся формулой для  $\tau_{ei}$  в случае слабонеидеальной плазмы [12]:

$$\tau_{ei} = \frac{(T_e)^{3/2} M_i}{8 n_i z^2 e^4 L_e (2\pi m_e)^{1/2}}, \quad (11)$$

где  $n_i$ ,  $M_i$ ,  $z$  — соответственно концентрация, масса и заряд ионов.

Так же, как и в случае оценки  $\tau_{ee}$ , проведенной ранее, для дебаевской плазмы мы используем значение  $L_e$ , вычисленное по формуле (2), а в случае недебаевской плазмы — значение  $L_e$ , определяемое выражением (5).

При  $\gamma \sim 1$  значение  $\tau_{ei}$  составляет несколько микросекунд. Это означает, что за  $t \approx 10^{-6}$  с в ридберговской ультрахолодной плазме [1–3] температура ионов становится равной температуре электронов. С увеличением  $\gamma$ , согласно нашим оценкам, это время уменьшается.

Используя (9) и (11), определим, какие уровни будут квазистационарными в течение времени  $\tau_{ei}$ ,

$$\tau_{ei} = \tau_k. \quad (12)$$

В результате простых преобразований, учитывая условие квазинейтральности  $n_e = n_i$  и выражение (10), получим для квазистационарного уровня с наименьшим  $k$  следующую приближенную зависимость:

$$\exp\left(\frac{2 \text{Ry}}{T_e} \frac{1}{k^3}\right) \approx \frac{8 m_e \text{Ry}}{M_i} \frac{L_e}{T_e} \frac{1}{\Lambda_k k^7}. \quad (13)$$

Расчеты по формуле (13) для  $\gamma \sim 1$  показывают, что наименьший квазистационарный уровень соответствует  $k_{qs} = 24$  при  $T_e = 1$  К.

При интересующих нас  $T_e$  квазистационарными оказываются только те уровни, для которых основными являются вероятности перехода за счет электронных столкновений, а радиационные переходы несущественны. Более того, рекомбинационный поток при  $k < k_{qs}$  отсутствует и значение заселенности  $n_k$  для этих  $k$  стремится к нулю. Время высвечивания  $\tau_{rad}$  этих уровней значительно больше  $10^{-6}$  с. Оно определяется выражением [14]

$$\tau_{rad} = A_k^{-1} = \frac{k^5}{1.6 \cdot 10^{10}} \text{ с}, \quad (14)$$

где  $A_k$  — вероятность радиационного перехода с уровня  $k$  в основное состояние. Для  $k = 16$  время высвечивания  $\tau_{rad} = 6.55 \cdot 10^{-5}$  с. Для определения заселенности  $n_k$  выше  $k_{qs}$  рассмотрим в качестве простого приближения диффузионный подход [14]. Этот подход справедлив прежде всего в случае  $\Delta E_k/T \leq 1$ . Используя это приближение, можно

получить для относительных заселенностей  $y_k$  следующее выражение:

$$y(E) = \frac{y_1 \chi(E/T_e) + y_e^2 [\chi(E_1/T_e) - \chi(E/T_e)]}{\chi(E_1/T_e)}, \quad (15)$$

где

$$\chi(x) = \frac{4}{3\sqrt{\pi}} \int_0^x t^{3/2} e^{-t} dt. \quad (16)$$

Относительная заселенность  $y(E)$  — заселенность уровня энергии, отнесенная к равновесной заселенности. В качестве  $y_1$  возьмем заселенность уровня ниже  $k_{qs}$ . Можно принять ее равной нулю. Тогда получим

$$y(E) = y_e^2 \left[ 1 - \frac{\chi(E/T_e)}{\chi(E_1/T_e)} \right]. \quad (17)$$

Учитывая, что  $E_1/T_e \gg 1$  при  $E_1 \geq E_{qs}$ , а  $\chi(x) = 1$  при  $x \gg 1$ , и переходя к абсолютным заселенностям, получим

$$n_k = n_e^2 \frac{g_k \lambda^3}{2 \Sigma_i} \exp(E_k/T_e) (1 - \chi(E_k/T_e)), \quad (18)$$

где

$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{2\pi m_e T_e}},$$

$g_k = 2k^2$  — статвес уровня  $k$ ,  $\Sigma_i \approx 1$  — статвес иона.

Формула (18) позволяет оценить суммарную заселенность всех дискретных уровней. Это можно сделать, проинтегрировав (18) по  $k$  от  $k_{qs}$  до значений  $k_n$ , реализация которых возможна при данных плотности и температуре.

Основной вклад в суммарную заселенность вносят уровни, для которых  $E_k/T_e \geq 1$ . В этом случае имеем

$$\chi(E_k/T_e) \approx 1 - (4/3\sqrt{\pi})(E_k/T_e)^{3/2} \times \exp(-E_k/T), \quad (19)$$

а

$$\sum n_k \approx \frac{4}{3\sqrt{\pi}} n_e^2 \left(\frac{\text{Ry}}{T}\right)^{3/2} \lambda^3 \int_{k_{qs}}^{k_n} \frac{dk}{k}. \quad (20)$$

Выражение (20) приближенно можно записать в виде

$$\sum n_k \approx \frac{4}{3\sqrt{\pi}} n_e^2 \left(\frac{\text{Ry}}{T}\right)^{3/2} \lambda^3 \ln k_{qs}. \quad (21)$$

Значением первообразной в интеграле (20) на верхнем пределе  $k_n$  можно пренебречь. Для того

чтобы определить количество энергии, высвободившееся при рекомбинации за  $t \sim 10^{-6}$  с, проинтегрируем произведение  $E_k n_k / T_e$  по  $k$  для уровней  $E_k / T_e \geq 1$ :

$$u = \frac{4}{3\sqrt{\pi}} \int_{k_{qs}}^{k_n} n_e^2 \left( \frac{Ry}{T} \right)^{5/2} \lambda^3 \frac{dk}{k}. \quad (22)$$

Приближенно (22) можно переписать в виде

$$u = \frac{4}{3\sqrt{\pi}} n_e^2 \left( \frac{Ry}{T} \right)^{5/2} \lambda^3 \frac{2}{2k_{qs}^2}. \quad (23)$$

Проведенные нами оценки для экспериментальной точки с  $n_e = 2 \cdot 10^9 \text{ см}^{-3}$  и  $E_e = 9 \text{ К}$  [2, 3], которой соответствует начальное значение  $T_e = 6 \text{ К}$ , показывают, что при этом  $\sum n_k = 7 \cdot 10^8 \text{ см}^{-3}$ , а  $u/2n_{e0} = 2.1$ . Из этой оценки видно, что количество образованных возбужденных состояний составляет около 15 % от числа зарядов, а энергия на одну частицу, перешедшая из потенциальной энергии в результате рекомбинации в кинетическую, составляет около  $2kT$ . Это значение энергии значительно меньше, чем предполагается в работах [5–9]. Поэтому вывод, сделанный в этих работах о разогреве плазмы, с нашей точки зрения является сомнительным.

Необходимо отметить, что оценка экспериментальной точки [3] на основе выражений (21)–(23) завышена и для  $\sum n_k$  и для  $u/2n_e$ . Это связано прежде всего с тем, что выражения (21)–(23) справедливы для случая  $\Delta E_k / T_e \leq 1$ , а в нашем случае  $k_{qs} = 25$  и  $\Delta E_{25} / T_e \approx 3$ .

Тенденция завышения сильно проявляется при переходе к более низким температурам  $T_e \approx 1\text{--}3 \text{ К}$ . При этих температурах  $\Delta E_k / T_e > 5$ , а расчетная величина  $\sum n_k$  превышает в десятки раз начальную концентрацию зарядов.

Наша попытка в рамках слабонеидеальной плазмы применить более точный модифицированный диффузионный подход (МДП) [14], основанный на решении уравнения Фоккера–Планка в конечных разностях, в котором сохраняется дискретность энергетического пространства, не увенчалась успехом. Это свидетельствует о том, что необходимо учитывать эффекты, связанные с неидеальностью, так как в нашем случае  $\gamma \geq 1$ .

В случае, когда  $\gamma \sim 1$ , можно в рамках МДП [14] учесть часть этих эффектов. В случае использования МДП выражение (18) имеет следующий вид:

$$n_k = \frac{n_e^2 g_k \lambda^3}{2} \exp\left(\frac{Ry}{T_e k^2}\right) \times \frac{\sum_{k_1=k_{qs}-2}^k \frac{2}{g_{k_1} \Lambda_{k_1} k_1^4} \exp\left(-\frac{Ry}{T_e (k_1+1)^2}\right)}{\sum_{k_1=k_{qs}-2}^{\infty} \frac{2}{g_{k_1} \Lambda_{k_1} k_1^4} \exp\left(-\frac{Ry}{T_e (k_1+1)^2}\right)}. \quad (24)$$

Анализ суммы, стоящей в знаменателе (24), показывает, что основной вклад в нее вносят уровни с

$$k \geq k_m = \sqrt{\frac{Ry}{E_m}}.$$

Это соответствует утверждению [14] о наличии в энергетическом спектре узкого места при  $E_m \approx 3kT_e/2$  в процессе рекомбинации (см. (7)). При этих значениях  $k$  имеем  $\Lambda_k \sim 1$ ,  $\exp(-Ry/T_e(k+1)^2) \sim 1$ , а сумма в знаменателе равна

$$\sum_{k_1=k_m}^{\infty} \frac{1}{k_1^6 \sqrt{Ry/E_m}}.$$

Эффекты неидеальности связаны прежде всего с нереализацией уровней, энергия которых сравнима и меньше  $T_e$ . С увеличением плотности при  $T_e = \text{const}$  и  $\gamma > 1$  не реализуются уровни, размер которых превышает  $r_{av} = n^{-1/3}$  и, в первую очередь, уровни с большими орбитальными моментами. Можно предположить, что в этом случае  $g_k/2 = 1$ . Учет этих эффектов позволяет записать сумму в знаменателе как

$$\sum_{k_1=k_m}^{\infty} \frac{1}{k_1^4}.$$

Тогда выражение будет иметь вид

$$n_k = \frac{n_e^2 g_k \lambda^3 k_m^3}{6} \exp\left(\frac{Ry}{T_e k^2}\right) \times \frac{\sum_{k_1=k_{qs}-2}^k \frac{2}{g_{k_1} \Lambda_{k_1} k_1^4} \exp\left(-\frac{Ry}{T_e (k_1+1)^2}\right)}{\sum_{k_1=k_m}^{\infty} \frac{1}{k_1^4}}. \quad (25)$$

При использовании (25) значения  $\sum n_k$  при  $T_e = 1\text{--}3 \text{ К}$  находятся в пределах одного процента от числа свободных зарядов и соответственно  $u/2n_{e0} \approx kT$ . Предложенный нами подход совпадает с результатами, полученными ранее в работе [11].

#### 4. РАСШИРЕНИЕ ПЛАЗМЫ

В работе [15] нами были проведены расчеты свойств плазмы, в которой число электронов, находящихся в связанных состояниях, чрезвычайно

мало. Была использована псевдопотенциальная модель и проведены расчеты методом Монте-Карло. Для внутренней энергии на одну частицу при  $\gamma \geq 1$  были получены значения, которые могут быть аппроксимированы следующим простым выражением:

$$\frac{E}{NkT} = A\gamma, \quad (26)$$

где  $A = 10$ ,  $\gamma = \beta e^2(n_e + n_i)^{1/3}$ . Внутренняя энергия на одну частицу при  $\gamma \geq 1$  положительна, и этот факт необходимо учитывать при рассмотрении расширения плазмы.

С увеличением температуры ионов в процессе взаимодействия с электронами усиливается процесс расширения плазмы. При этом запас положительной потенциальной энергии, которая переходит в процессе расширения в кинетическую, приводит к увеличению этой скорости во много раз. Этот факт подтверждается экспериментальными данными.

В работах [2, 3] скорость расширения плазмы определяется из равенства

$$E_{kin} = \frac{3}{2}M_iV_0^2, \quad (27)$$

где  $V_0$  — скорость, входящая в используемое в работах [2, 3] выражение для плотности расширяющегося газа:

$$\bar{n} = \frac{N}{[4\pi(\sigma_0^2 + V_0^2t^2)]^{3/2}} \quad (28)$$

( $N$  — число ионов,  $\sigma_0 = 180$  мкм — среднеквадратичный радиус плазменного облака в момент образования).

В работе [3] для  $V_0$  при  $E_e > 70$  К предположена следующая зависимость:

$$V_0 = \sqrt{\frac{E_e}{\alpha M_i}}, \quad (29)$$

где  $E_e$  — кинетическая энергия электронов,  $\alpha = 1.7$  — подгоночный параметр, определяемый по экспериментальным точкам.

Выражение (29) с подгоночным параметром  $\alpha$  можно получить теоретически, исходя из следующих соображений. В задаче разлета газового шара в пустоту, как известно [16], средняя радиальная скорость газовой массы асимптотически стремится к постоянному предельному значению

$$V_\infty = \sqrt{\frac{2E_{kin}}{M}} = \frac{V_{max}}{B},$$

где  $V_{max}$  — скорость границы,  $B = \text{const}$ .

Из рассмотрения этой задачи ясно, что скорость, которая определяется из выражения (29), связана

не с предельной  $V_\infty$ , как полагают авторы [3], а со скоростью границы  $V_{max}$  (при этом  $V_{max} = \sqrt{3}V_0$ ). Коэффициент  $B = \sqrt{5/3}$  в случае автомодельного режима разлета газового шара [16] при условии, что показатель адиабаты  $\gamma_p = 5/3$  и постоянства плотности по всему объему (это условие следует из (28)). В результате получим

$$V_0 = \sqrt{\frac{10E_{kin}}{9M_i}}. \quad (30)$$

При установлении термического равновесия,  $T_e = T_i$ , кинетическая энергия ионов  $E_{kin} = E_e/2$ , тогда

$$V_0 = \sqrt{\frac{E_e}{1.8M_i}}. \quad (31)$$

Выражения (29) и (31) совпадают с хорошей степенью точности. В случае  $\gamma \geq 1$  или  $E_e > 70$  К для определения  $V_0$  мы воспользуемся формулой (26). После установления термического равновесия и перехода всей потенциальной энергии в кинетическую, кинетическая энергия ионов становится равной

$$E_{kin} = E_i + E_e/2,$$

где

$$E_i = E/N = Ae^2(n_e + n_i)^{1/3}, \quad T_e = T_i,$$

$$n_e = n_i, \quad A = 10.$$

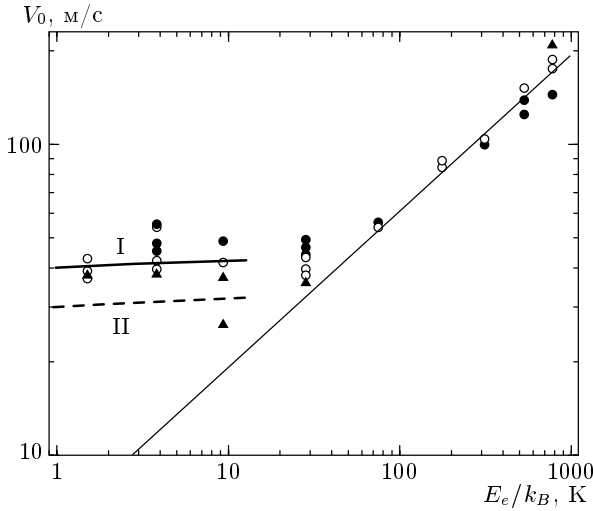
Тогда можно записать следующее равенство:

$$V_0 = B_1 \sqrt{\frac{2(E_i + E_e/2)}{3M_i}}. \quad (32)$$

Коэффициент  $B_1$  определяется через показатель адиабаты Пуассона  $\gamma_p$ . Можно показать [16], используя результаты [15], что когда параметр неидеальности порядка единицы,  $\gamma_p = 4/3$ . Тогда  $B_1 = \sqrt{4/3}$  и формула (32) окончательно примет вид

$$V_0 = \sqrt{\frac{8(Ae^2(2n_e)^{1/3} + E_e/2)}{9M_i}}. \quad (33)$$

На рис. 4, взятом из работы [3], приведены значения  $V_0$ , рассчитанные для  $n_e = 2 \cdot 10^9$  см<sup>-3</sup> и  $n_e = 2 \cdot 10^8$  см<sup>-3</sup> для случая  $\gamma \geq 1$ , в зависимости от  $E_e$ . Зависимость  $V_0$  от  $E_e$  при  $\gamma \sim 1$  существенно отличается от случая  $\gamma \ll 1$ . Во-первых,  $V_0$  в несколько раз больше, чем следует из расчетов по формулам для  $\gamma \ll 1$ , что и наблюдается в эксперименте [3]. Во-вторых, как и в работе [11], полученное выражение для скорости слабо зависит от концентрации зарядов ( $\propto n_e^{1/6}$ ).



**Рис. 4.** Скорость расширения плазмы  $V_0$  в зависимости от начальной кинетической энергии электронов. Начальная средняя плотность  $\bar{n}_0$  меняется от  $6 \cdot 10^6 \text{ см}^{-3}$  до  $2.5 \cdot 10^9 \text{ см}^{-3}$ . Точки ( $\bullet$  —  $10^9 \leq \bar{n}_0$ ,  $\circ$  —  $2 \cdot 10^8 \leq \bar{n}_0 < 10^9$ ,  $\blacktriangle$  —  $\bar{n}_0 \leq 2 \cdot 10^8$ ) и прямая линия  $V_0 = \sqrt{E_e/1.7M_i}$  — данные из работы [2]. Расчетные линии по формуле (33) I —  $n_e = 2 \cdot 10^9 \text{ см}^{-3}$ , II —  $n_e = 2 \cdot 10^8 \text{ см}^{-3}$ .

В наших расчетах возможен плавный переход от  $E_e < 70 \text{ К}$  к  $E_e \geq 70 \text{ К}$ . Это связано с тем, что внутренняя энергия  $E_i$  на один ион рассчитана в работе [15] во всей области  $\gamma$ . Учтем зависимость от  $\gamma$ , представив коэффициент  $A$  из выражения (26) как  $A(\gamma)$ . В случае малых  $\gamma$  имеем

$$A = -\sqrt{\pi} \gamma^{1/2},$$

тогда справедливо выражение (31), а в случае  $\gamma > 0.5$  имеем  $A > 0$  и надо пользоваться (33).

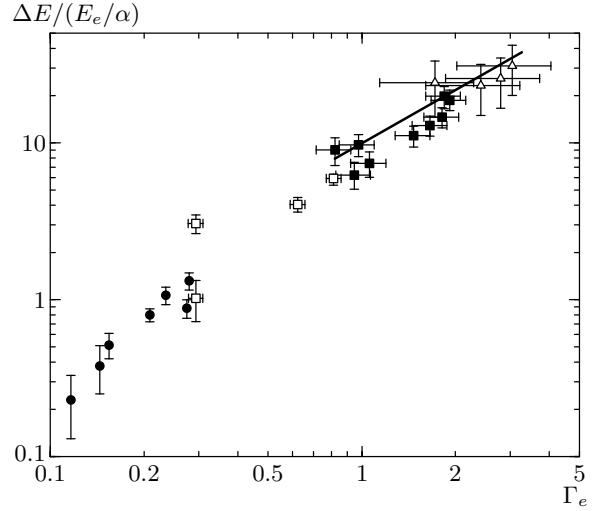
Вообще говоря, необходимо отметить, что использовать скорость  $V_0$  в качестве критерия при сравнении теоретических и экспериментальных результатов не вполне корректно, поскольку, как было показано выше, эта величина сама является неопределенной. Более удачным параметром является  $\Delta E_e/(E_e/\alpha)$  [3].

Выражение для  $\Delta E/(E_e/\alpha)$  при  $\gamma \geq 1$  можно записать в следующем виде:

$$\begin{aligned} \frac{\Delta E}{E_e/\alpha} &= \frac{E - E_e/\alpha}{E_e/\alpha} = \frac{2E_i}{E_e} = \frac{2A\gamma}{3/2} = \\ &= \frac{4}{3 \cdot 1.28} A \Gamma_e = 1.08 A \Gamma_e, \end{aligned} \quad (34)$$

где

$$\Gamma_e = \frac{\beta e^2}{(4\pi n_e/3)^{-1/3}}$$



**Рис. 5.** Зависимость  $\Delta E/(E_e/\alpha)$  от  $\Gamma_e$ . Точки ( $E_e/k_B = 28$  ( $\bullet$ ),  $9.2$  ( $\square$ ),  $3.9$  ( $\blacksquare$ ),  $1.5$  ( $\blacktriangle$ ) К) — данные из работы [2], сплошная линия — расчетная зависимость по формуле (34)

— параметр неидеальности, используемый в [2, 3]. На рис. 5 приведена полученная зависимость (34). В области  $\Gamma_e > 1$  имеет место хорошее совпадение результатов, в области  $0.1 < \Gamma_e < 0.5$  величина  $E_i$  уже не соответствует зависимости (26), коэффициент эффективно уменьшается, а в области  $\Gamma_e < 1$  значения  $\Delta E/(E_e/\alpha)$  приближаются к экспериментальным.

Оценим также время перехода потенциальной энергии тяжелых частиц в кинетическую. Если предположить, что движение частиц является равноускоренным, то время перехода равно

$$\tau_{tr} = \frac{2L}{V_{st} + V_f}, \quad (35)$$

где  $V_{st} = \sqrt{4E_e/9M_i}$  — начальная,  $V_f = V_0$  (33) — конечная скорость, а  $L$  — расстояние, на котором это происходит, которое определяется из условия

$$\frac{L}{\beta e^2} = \frac{1}{\gamma_1} - \frac{1}{\gamma_0}, \quad (36)$$

где  $\gamma_0 \sim n_0^{1/3}$  — начальное значение параметра взаимодействия, а  $\gamma_1 \sim n_1^{1/3}$  — параметр взаимодействия, при котором  $E_i = 0$ . Подставив (36) в (35), получим

$$\tau_{tr} = \frac{2(\gamma_0 - \gamma_1)\beta e^2}{\gamma_1 \gamma_0 (\sqrt{4E_e/9M_i} + V_0)}. \quad (37)$$

Для  $n = 2 \cdot 10^9 \text{ см}^{-3}$  и  $E_e = 9 \text{ К}$  имеем  $\tau_{tr} \approx 2 \cdot 10^{-7} \text{ с}$ . Полученные результаты говорят о том, что переход

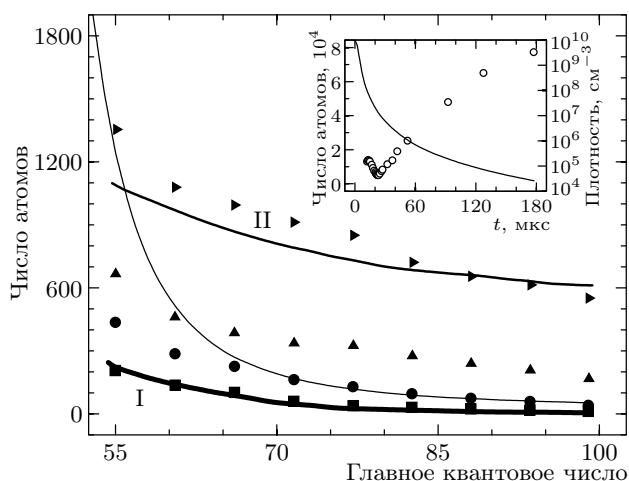


потенциальной энергии в кинетическую после установления равенства  $T_e = T_i$  происходит значительно быстрее, чем сам процесс выравнивания температур.

### 5. РЕКОМБИНАЦИЯ В РАСШИРЯЮЩЕЙСЯ ПЛАЗМЕ

Увеличение кинетической энергии частиц за счет положительной потенциальной энергии ведет к следующим эффектам.

1) Происходит частичная ионизация имеющих к этому моменту высоковозбужденных состояний за счет увеличения температуры  $T_e$  и уменьшения суммарного числа этих состояний. Это иллюстрирует рис. 6 (экспериментальные точки). До  $t = 25$  мкс происходит уменьшение заселенности возбужденных атомов и общего их количества (вставка на рис. 6). После  $t = 25$  мкс начинается рост заселенностей и общего числа возбужденных атомов, прекращается рост температуры электронов, она начинает уменьшаться и начинается процесс рекомбинации.



**Рис. 6.** Распределения ридберговских атомов в зависимости от времени после фотоионизации для  $E_e = 9$  К и  $N_i = 7 \cdot 10^5$ . Точки ( $t = 12$  (●), 22 (■), 50 (▲), 125 (▼) мкс) и сплошная тонкая линия (равновесное распределение по Саха для  $t = 12$  мкс,  $T_e = 8.5$  К) — данные из работы [3]. Распределение числа возбужденных атомов, рассчитанное по формуле (18): I —  $t = 25$  мкс,  $T_{e,25} = 2$  К, II —  $t = 125$  мкс,  $T_{e,125} = 0.22$  К. На вставке: зависимости от времени полного числа возбужденных атомов (точки) и плотности тяжелых частиц (сплошная линия) [3]

2) После  $t = 25$  мкс процесс рекомбинации идет медленно, что связано с большой скоростью разлета. Наблюдается эффект «закалки». Этот эффект (см., например, [14, 16]) обусловлен тем обстоятельством, что расширение плазмы происходит быстрее, чем ее охлаждение.

Было показано [14, 16], что если для коэффициента рекомбинации  $\alpha$  имеет место соотношение

$$\alpha = aT_e^{-9/2}, \tag{38}$$

то для степени ионизации  $x = n_e/n$ , будет справедлива следующая формула:

$$x = x_1 \left[ 1 + 2a_1 x_1^2 \int_{t_1}^t \frac{n^2(t) dt}{T_e^{-9/2}(t)} \right]^{-1/2}. \tag{39}$$

Из формулы (39) следует [16], что если  $T_e \sim t^{l_1}$ , где  $l_1 \geq 10/9$ , то  $x = \text{const}$ . Параметр  $l_1$  связан с показателем адиабаты таким образом, что неравенству  $l_1 \geq 10/9$  соответствует  $\gamma_p < 4/3$ . Как было сказано выше, в случае, когда параметр неидеальности порядка единицы, параметр  $\gamma_p = 4/3 < 1.37$ . Это означает, что в этом случае наблюдается замедление рекомбинации плазмы.

Из рис. 6 видно, что распределение заселенностей возбужденных атомов с  $k = 55-100$  слабо меняется со временем. Поэтому можно считать это распределение квазистационарным в каждый момент времени. В таком случае, воспользовавшись выражением (18), мы можем определить температуру по распределению заселенностей.

Проведенный согласно формуле (18) расчет заселенностей для  $t = 25$  и  $t = 125$  мкс показал, что (см. рис. 6) этим моментам времени соответствуют значения температуры  $T_{e,25} = 2$  К и  $T_{e,125} = 0.22$  К. При этом температура слабо зависит от концентрации возбужденных атомов  $N_a$  даже при изменении  $N_a$  в 2 раза (точность измерения соответствует работе [3]). Видно, что при  $t = 25$  мкс температура электронов близка к температуре электронов в начале разлета, а с увеличением времени она уменьшается. Кроме того, как видно из рисунка, результаты теоретических расчетов распределения заселенностей находятся в соответствии с экспериментальными точками.

Анализ распределения ридберговских атомов на рис. 6 позволяет предположить, что при  $k = 25$  существует максимум. Однако это требует экспериментального подтверждения.

## 6. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящей работе мы проследили последовательно все стадии возникновения и распада ультрахолодной ридберговской плазмы. Результаты расчета термодинамических свойств ультрахолодной плазмы [15] позволили построить модель кинетики и сделать следующие выводы.

В области параметров [1–3] температура электронов устанавливается за время  $\tau_{ee} < 10^{-10}$  с, а температура ионов  $T_i$  становится равной температуре электронов  $T_e$  за  $\tau_{ei} \leq 10^{-6}$  с. Это позволяет рассматривать плазму в неполном термодинамическом равновесии, т. е. когда  $T_e = T_i$ , но отсутствует равновесная заселенность возбужденных атомов по энергиям. Наши расчеты [15] для условий [1–3] показывают, что в такой системе заряженных частиц, где не образуются связанные состояния, существует сильное отталкивание, увеличивающееся с ростом  $\gamma$  (см. (26)). При расширении плазмы это отталкивание приводит к большей скорости разлета плазмы, к ионизации некоторого количества возбужденных атомов, имеющих на момент установления термического равновесия, а также к установлению режима «закалки» рекомбинации.

Идея существования сильного отталкивания в такой плазме (правда только между ионами) была высказана в работах [10, 11]. Однако, с одной стороны, это было сделано на уровне оценок, а с другой стороны, осталась непонятной роль электронов, которых в системе столько же, сколько и ионов.

Анализ радиационных и столкновительных процессов в области температур  $T = 1\text{--}5$  К и концентраций  $n_e = 10^8\text{--}10^{13}$  см $^{-3}$  показывает, что за время создания плазмы до установления термического равновесия  $\tau_{ei} \leq 10^{-6}$  с квазистационарность рекомбинационного потока существует только до уровня  $k > 25$ , а радиационные переходы становятся существенными только при  $k \leq 10$ . Основными являются столкновительные процессы. Время высвечивания уровня  $k \sim 10$  составляет примерно  $10^{-5}$  с, что значительно больше времени установления термического равновесия. Это также свидетельствует о том, что за  $t \sim 10^{-6}$  с энергия из плазмы не уходит, а кинетическая энергия, освобождающаяся при акте рекомбинации, расходуется на ионизацию возбужденного атома (процесс, обратный рекомбинации), а также на нагрев ионов и электронов.

Как было показано выше, при  $T_e = 6$  К преимущественным является первый процесс, что дает повод считать, что разогрев плазмы за счет рекомбинационного нагрева, как предполагается в [5–9], не

наблюдается. Низкая температура электронов приводит к смещению «узкого места» (наибольшего сопротивления рекомбинационному потоку) почти к границе дискретного и непрерывного спектров. При этом выше «узкого места» отсутствуют уровни с  $E_k \leq kT$  при  $\gamma < 1$ , а с увеличением  $\gamma$  не реализуются уровни с  $r_{av} = n^{-1/3}$  и, в первую очередь, уровни с высокими орбитальными моментами. Все это уменьшает рекомбинационный поток, так что имеется незначительное количество возбужденных атомов с  $k > k_{qs}$ , которое существенно меньше числа свободных электронов и ионов. Этот факт подтверждает те предположения, которые были положены в основу модели, использованной для расчета термодинамических свойств [15].

В настоящей работе рассмотрение кинетики плазмы проведено на основе имеющихся экспериментальных данных (см. рис. 4, 5, 6), соответствующих параметру неидеальности  $\gamma \sim 1$ . Теоретические и экспериментальные данные для скорости разлета плазмы  $V_0$  и  $\Delta E_e / (E_e / \alpha)$  находятся в хорошем согласии, хотя, как показано выше, величина  $V_0$  в силу своей неопределенности не очень удобна для сравнения результатов. Получены зависимости количества возбужденных атомов для  $N_e = N_i = 7 \cdot 10^5$  и  $E_e = 9$  К и объяснено поведение этих зависимостей и плотности частиц для различных значений времени и главного квантового числа. Возможно также предположить наличие максимума в распределении возбужденных атомов при  $k = 25$  при этих параметрах.

С увеличением  $\gamma$  появляются следующие дополнительные обстоятельства, которые необходимо учитывать:

- 1) замедление рекомбинации в неидеальной плазме (см., например, [17, 18]), связанное с учетом эффектов сильного кулоновского взаимодействия в плотности состояний и коэффициента диффузии электронов;
- 2) отсутствие возбужденных уровней, размер которых превышает среднее расстояние, ниже уровня  $k_m$ , что приведет к увеличению сопротивления рекомбинационному потоку;
- 3) появление дальнего порядка и большая положительная внутренняя энергия частиц, обнаруженные в работе [15].

Все эти причины (а особенно третья, если бы удалось стабилизировать состояние плазмы при больших  $\gamma$ , например, за счет внешних электромагнитных полей) приводят к увеличению времени рекомбинации плазмы, а в случае ее стабилизации — к полному отсутствию рекомбинации.

Расчеты в работе [15] были проведены для плазмы, в которой не учитывались связанные состояния между электронами и ионами с  $k < 100$ . В работе [19] были проведены расчеты для экспериментальных условий, когда  $k$  принимает различные значения (например,  $k > 36$ , см. [4]). Для этих случаев также рассчитывалась энергия на одну частицу,  $E/NkT$ , причем ее зависимость от  $\gamma$  может кардинально отличаться от выражения (26). Анализ кинетических процессов в этих случаях является предметом дальнейших исследований.

Авторы благодарят А. А. Белевцева и А. Г. Лескиса за полезные обсуждения. Работа выполнена при частичной финансовой поддержке РФФИ (проект № 04-02-17474а).

### ЛИТЕРАТУРА

1. T. C. Killian, S. Kulin, S. D. Bergeson et al., Phys. Rev. Lett. **83**, 4776 (1999).
2. S. Kulin, T. C. Killian, S. D. Bergeson, and S. L. Rolston, Phys. Rev. Lett. **85**, 318 (2000).
3. T. C. Killian, M. J. Lim, S. Kulin et al., Phys. Rev. Lett. **86**, 3759 (2001).
4. M. P. Robinson, B. L. Tolra, M. W. Noel et al., Phys. Rev. Lett. **85**, 4466 (2000).
5. F. Robicheaux and J. D. Hanson, Phys. Rev. Lett. **88**, 5 (2002).
6. T. Pohl, T. Pattard, and J. M. Rost, Phys. Rev. A **68**, 010703(R) (2003).
7. S. G. Kuzmin and T. M. O'Neil, Phys. Rev. Lett. **88**, 065003 (2002).
8. M. S. Murillo, Phys. Rev. Lett. **87**, 11 (2001).
9. А. Н. Ткачев, С. И. Яковленко, КЭ **30**, 1077 (2000).
10. Y. Hahn, Phys. Lett. A **293**, 266 (2002).
11. Y. Hahn, Phys. Lett. E **64**, 046409 (2001).
12. Е. М. Лифшиц, Л. П. Питаевский, *Физическая кинетика*, Наука, Москва (1979), стр. 207.
13. Б. В. Зеленер, Г. Э. Норман, В. С. Филинов, *Теория возмущений и псевдопотенциал в статистической термодинамике*, Наука, Москва (1981).
14. Л. М. Биберман, В. С. Воробьев, И. Т. Якубов, *Кинетика неравновесной низкотемпературной плазмы*, Наука, Москва (1982).
15. М. Бониц, Б. Б. Зеленер, Б. В. Зеленер, Э. А. Манькин, В. С. Филинов, В. Е. Фортов, ЖЭТФ **125**, 821 (2004).
16. Я. Б. Зельдович, Ю. П. Райзер, *Физика ударных волн и высокотемпературных гидродинамических явлений*, Наука, Москва (1966).
17. Л. М. Биберман, В. С. Воробьев, И. Т. Якубов, ДАН СССР **296**, 576 (1987).
18. И. Т. Якубов, ТВТ **30**, 862 (1992).
19. V. S. Filinov, V. E. Fortov, E. A. Manykin, B. V. Zelener, and B. V. Zelener, submitted to Phys. Lett. A.