

ВЛИЯНИЕ ХАРАКТЕРА ОТРАЖЕНИЯ ЭЛЕКТРОНОВ НА ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ СВОЙСТВА НЕОДНОРОДНОЙ СФЕРИЧЕСКОЙ ЧАСТИЦЫ

*Э. В. Завитаев, А. А. Юшканов**

*Московский государственный университет леса
141005, Мытищи-5, Московская обл., Россия*

Поступила в редакцию 24 ноября 2003 г.

Рассчитано сечение магнитного поглощения мелкой сферической частицы с диэлектрическим ядром и металлической оболочкой. Рассмотрен общий случай, когда отношение радиуса диэлектрического ядра к радиусу частицы может принимать произвольные значения. В качестве граничных условий задачи принято условие зеркально-диффузного отражения электронов проводимости от поверхностей металлического слоя частицы. Рассмотрены предельные случаи и проведено обсуждение полученных результатов.

PACS: 78.67.-n

1. ВВЕДЕНИЕ

Электромагнитные свойства малых металлических частиц обладают целым рядом особенностей [1]. Эти особенности связаны с тем, что длина свободного пробега электронов в таких частицах оказывается одного порядка с их линейными размерами. При этом существенную роль начинают играть нелокальные эффекты. Классическая теория взаимодействия электромагнитного излучения с металлическими частицами [2] (теория Ми), основанная на локальных уравнениях макроскопической электродинамики, в этом случае неприменима.

В работах [3, 4] рассмотрен вопрос о магнитном дипольном поглощении инфракрасного излучения сферическими частицами. При этом для описания электромагнитного отклика частицы применялась стандартная кинетическая теория вырожденного ферми-газа электронов проводимости в металлах [5]. В работе [3] рассмотрение было ограничено случаем чисто диффузного отражения электронов проводимости от внутренней поверхности частицы, а в работе [4] было проведено подробное рассмотрение магнитного дипольного поглощения сферической частицы при условии, что отражение электронов от поверхности частицы носит смешанный — зер-

кально-диффузный характер [5]. Причем, во всех перечисленных выше работах рассматривались только однородные частицы, т. е. не поднимался вопрос о внутренней структуре поглощающих частиц.

Отметим также работы, в которых предпринята попытка учета квантовомеханических эффектов в данной проблеме, что особенно существенно при низких температурах [6, 7].

Однако в последнее время в литературе появились сообщения об экспериментальных исследованиях частиц сложной структуры [8, 9]. Такие частицы состоят из диэлектрического (или металлического) ядра, окруженного металлической оболочкой, что, естественно, сказывается на оптических свойствах этих частиц.

В данной работе, которая является логическим продолжением работы [4], построена теория взаимодействия электромагнитного излучения с неоднородной сферической частицей (частица из металла с диэлектрическим ядром) с учетом смешанного (зеркально-диффузного) характера отражения электронов внутри металлического слоя.

2. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Рассматривается металлическая сфера с диэлектрическим ядром, помещенная в поле плоской электромагнитной волны. Радиус ядра R_1 , радиус обо-

*E-mail: yushkanov@mtu-net.ru

лочки R_2 . Частота волны ограничена сверху частотами ближнего ИК-диапазона ($\omega < 2 \cdot 10^{15} \text{ с}^{-1}$). Магнитное поглощение такой частицы обусловлено возникновением вихревых токов в ее металлической оболочке. В дипольном приближении и в пренебрежении скин-эффектом (считается, что $R < \delta$ — глубины скин-слоя) вихревое электрическое поле, вызывающее появление этих токов, имеет вид

$$\mathbf{E} = \frac{1}{2c} \left[\mathbf{r} \times \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} \right] = \frac{\omega}{2ic} [\mathbf{r} \times \mathbf{H}_0] \exp(-i\omega t), \quad (1)$$

где $\mathbf{H} = \mathbf{H}_0 \exp(-i\omega t)$ — напряженность магнитного поля; \mathbf{r} — радиус-вектор (начало координат выбирается в центре частицы), \mathbf{H}_0 — амплитуда магнитного поля волны, ω — угловая частота волны, c — скорость света.

Средняя диссипируемая мощность \bar{Q} в частице находится по формуле [10]

$$\bar{Q} = \int \overline{(\text{Re } \mathbf{E})(\text{Re } \mathbf{j})} d^3r = \frac{1}{2} \text{Re} \int \mathbf{j} \cdot \mathbf{E}^* d^3r. \quad (2)$$

Здесь чертой обозначено усреднение по времени, а звездочкой — комплексное сопряжение; \mathbf{j} — вихревой ток.

Связь между \mathbf{E} и \mathbf{j} в случае, когда радиус частицы R_2 сравним с длиной свободного пробега электронов в металле Λ (или меньше ее: $R_2 < \Lambda$), оказывается существенно нелокальной. Для описания этой связи применим кинетическое уравнение (в приближении времени релаксации) к вырожденному ферми-газу электронов проводимости, находящемуся в металлической оболочке частицы.

Для достаточно слабых внешних полей это уравнение можно линеаризовать по внешнему полю \mathbf{E} и по малым отклонениям $f_1(\mathbf{r}, \mathbf{v})$ от равновесной фермиевской функции распределения f_0 :

$$-i\omega f_1 + \mathbf{v} \frac{\partial f_1}{\partial \mathbf{r}} + e(\mathbf{v} \cdot \mathbf{E}) \frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon} = -\frac{f_1}{\tau}. \quad (3)$$

Здесь e и \mathbf{v} — соответственно заряд и скорость электронов проводимости; τ — электронное время релаксации.

Далее рассматривается квадратичная зависимость энергии электронов ε от скорости: $\varepsilon = mv^2/2$ (m — эффективная масса электрона) и используется ступенчатая аппроксимация для равновесной функции распределения электронов по энергиям $f_0(\varepsilon)$ [11]:

$$f_0(\varepsilon) = \theta(\varepsilon_f - \varepsilon) = \begin{cases} 1, & 0 \leq \varepsilon \leq \varepsilon_f, \\ 0, & \varepsilon_f < \varepsilon, \end{cases}$$

где $\varepsilon_f = mv_f^2/2$ — энергия Ферми (v_f — скорость Ферми).

Функция распределения электронов имеет вид

$$f(\mathbf{r}, \mathbf{v}) = f_0(\varepsilon) + f_1(\mathbf{r}, \mathbf{v}), \quad \varepsilon = \frac{m\mathbf{v}^2}{2}.$$

Отклонение $f_1(\mathbf{r}, \mathbf{v})$ функции распределения электронов $f(\mathbf{r}, \mathbf{v})$ от равновесного значения $f_0(\varepsilon)$, возникающее под действием вихревого электрического поля, приводит к появлению внутри частицы вихревого тока

$$\mathbf{j} = en\langle \mathbf{v} \rangle = en \left[\int f_0 d^3v \right]^{-1} \int f_1 \mathbf{v} d^3v. \quad (4)$$

Концентрация электронов n в металлическом слое частицы определяется по стандартной формуле, согласно которой

$$n = 2 \frac{m^3}{h^3} \int f_0 d^3v = 2 \frac{m^3}{h^3} \frac{4\pi v_f^3}{3}, \quad (5)$$

где h — постоянная Планка.

Взяв в уравнении (3) поле \mathbf{E} в виде (1), найдем $f_1(\mathbf{r}, \mathbf{v})$ как решение этого уравнения. Затем, используя выражение (4), определим ток и сечение поглощения энергии внешнего электромагнитного поля частицы:

$$\sigma = 8\pi \bar{Q} / cH_0^2. \quad (6)$$

Однозначное решение поставленной задачи возможно при выборе граничных условий для неизвестной функции $f_1(\mathbf{r}, \mathbf{v})$ на сферических поверхностях металлической оболочки и диэлектрического ядра частицы. В качестве таковых принимаем условия зеркально-диффузного отражения электронов от этих поверхностей [4]. Поскольку электроны могут отражаться от внутренней границы (R_1) и от внешней границы (R_2) металлического слоя, необходимо записать два граничных условия:

$$f_{11}(\mathbf{r}, \mathbf{v}) = q_1 f_{11}(\mathbf{r}, \mathbf{v}') \quad \text{при} \quad \begin{cases} |\mathbf{r}| = R_1, \\ \mathbf{r}\mathbf{v} > 0, \end{cases} \quad (7)$$

$$f_{12}(\mathbf{r}, \mathbf{v}) = q_2 f_{12}(\mathbf{r}, \mathbf{v}') \quad \text{при} \quad \begin{cases} |\mathbf{r}| = R_2, \\ \mathbf{r}\mathbf{v} < 0. \end{cases} \quad (8)$$

Случай $\mathbf{r}\mathbf{v} > 0$ ($\mathbf{r}\mathbf{v} < 0$) соответствует движению электронов от ядра (к ядру). Здесь

$$\mathbf{v}' = \mathbf{v} - \frac{2\mathbf{r}(\mathbf{r} \cdot \mathbf{v})}{R^2}$$

— вектор скорости, который при зеркальном отражении от внутренней или от внешней поверхности металлического слоя в точке \mathbf{r} ($|\mathbf{r}| = R_1$ или $|\mathbf{r}| = R_2$)

переходит в вектор \mathbf{v} ; q_1 и q_2 — коэффициенты зеркальности (вероятности зеркального отражения):

$$0 \leq q_1 \leq 1, \quad 0 \leq q_2 \leq 2.$$

При $q_1 = 0$ ($q_2 = 0$) получаем условия диффузного отражения электронов проводимости от внутренней или от внешней поверхности металлического слоя частицы, а при $q_1 = 1$ ($q_2 = 1$) условия чисто зеркального отражения. При значениях $q \neq 0$ и $q \neq 1$ получаем различные варианты смешанного (зеркально-диффузного) отражения электронов.

3. ФУНКЦИЯ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ

Кинетическое уравнение (3) решается методом характеристик [12]. Изменение f_1 вдоль траектории (характеристики)

$$d\mathbf{r} = \mathbf{v} dt$$

определяется уравнением

$$df_1 = - \left(\nu f_1 + e(\mathbf{v} \cdot \mathbf{E}) \frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon} \right) dt, \quad (9)$$

где

$$\nu = \frac{1}{\tau} - i\omega$$

— комплексная частота рассеяния.

Граничные условия (7) и (8) позволяют проследить за изменением функции $f_1(\mathbf{r}, \mathbf{v})$ вдоль зеркально отражающейся траектории. В точке отражения $t = t_n$ (от любой поверхности) функция $f_1(t)$ испытывает скачок:

$$f_1(t_n + 0) = q f_1(t_n - 0). \quad (10)$$

Знак $+/-$ обозначает предел функции $f_1(\mathbf{r}, \mathbf{v})$ в точке отражения t_n справа или слева по времени пролета. Величина q соответствует q_1 или q_2 в зависимости от места рассеяния.

При зеркальном отражении сохраняется угловой момент $[\mathbf{r} \times \mathbf{v}] = [\mathbf{r} \times \mathbf{v}']$, поэтому на рассматриваемой траектории

$$[\mathbf{r} \times \mathbf{v}] = \text{const.}$$

Разность $t_n - t_{n-1}$ не зависит от номера n точки отражения:

$$t_n = nT + \text{const}, \quad n \in Z,$$

где T — время пролета электрона со скоростью \mathbf{v} от точки \mathbf{r}_{n-1} до точки \mathbf{r}_n :

$$T = - \frac{2(\mathbf{v}_n \cdot \mathbf{r}_n)}{v^2}.$$

Величина $\mathbf{v} \cdot \mathbf{E}$ также постоянна на траектории:

$$\mathbf{v} \cdot \mathbf{E} = \frac{\omega}{2ic} [\mathbf{r} \times \mathbf{H}] \cdot \mathbf{v} = \frac{i\omega}{2c} [\mathbf{r} \times \mathbf{v}] \cdot \mathbf{H} = \text{const.}$$

Решением уравнения (9) является функция

$$f_1 = C \exp(-\nu t) + A, \quad (11)$$

где

$$A = - \frac{e(\mathbf{v} \cdot \mathbf{E})}{\nu} \frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon}.$$

Параметр t в выражении (11) имеет смысл времени движения электрона вдоль траектории от границы, на которой происходит отражение, до точки \mathbf{r} со скоростью \mathbf{v} .

Проведем решение этого уравнения на интервале (t_{n-1}, t_n) для случая движения электрона по траектории, которая при его зеркальном отражении не пересекается с ядром частицы.

В момент начала отсчета времени ($t = 0$)

$$f_1(t_{n-1} + 0) = C + A.$$

Отсюда ищется значение постоянной C :

$$C = f_1(t_{n-1} + 0) - A.$$

Теперь получим связь между начальными значениями функции f_1 на двух соседних звеньях траектории. Поскольку $t_n - 0 = t_{n-1} + T$,

$$\begin{aligned} f_1(t_n - 0) &= (f_1(t_{n-1} + 0) - A) e^{-\nu T} + A = \\ &= A(1 - e^{-\nu T}) + f_1(t_{n-1} + 0) e^{-\nu T}. \end{aligned}$$

Применяя условие (10), получаем

$$f_1(t_n + 0) = q_2 \{ A(1 - e^{-\nu T}) + f_1(t_{n-1} + 0) e^{-\nu T} \}. \quad (12)$$

Выражая затем с помощью этого рекуррентного соотношения $f_1(t_{n-1} + 0)$ через $f_1(t_{n-2} + 0)$ и т. д., приходим к выражению для $f_1(t_n + 0)$ через сумму бесконечной геометрической прогрессии со знаменателем $q_2 e^{-\nu T}$. Суммируя ее, получаем

$$f_1(t_n + 0) = \frac{q_2 A(1 - e^{-\nu T})}{1 - q_2 e^{-\nu T}}. \quad (13)$$

Чтобы найти конкретный вид решения уравнения (9), воспользуемся начальным условием (13). Когда $t = 0$,

$$\frac{q_2 A(1 - e^{-\nu T})}{1 - q_2 e^{-\nu T}} = C + A.$$

Отсюда

$$C = A \left\{ \frac{q_2(1 - e^{-\nu T})}{1 - q_2 e^{-\nu T}} - 1 \right\} = A \left\{ \frac{q_2 - 1}{1 - q_2 e^{-\nu T}} \right\}.$$

Поэтому

$$\begin{aligned} f_{10}(t_2) &= A \left\{ \frac{q_2 - 1}{1 - q_2 e^{-\nu T}} \right\} \exp(-\nu t_2) + A = \\ &= A \left\{ \frac{(q_2 - 1) \exp(-\nu t_2)}{1 - q_2 \exp(-\nu T_2)} + 1 \right\}. \end{aligned} \quad (14)$$

Параметры t_2 и T_2 можно связать с координатами точки (\mathbf{r}, \mathbf{v}) в фазовом пространстве (при $n = 0$ имеем $\mathbf{v}_0 = \mathbf{v}$) условиями

$$\begin{aligned} \mathbf{r} &= \mathbf{r}_0 + \mathbf{v}t_2, \quad \mathbf{v} \cdot \mathbf{r}_0 < 0, \\ r_0^2 &= R_2^2, \quad T_2 = -\frac{2(\mathbf{v} \cdot \mathbf{r}_0)}{v^2}. \end{aligned}$$

Исключая отсюда \mathbf{r}_0 , получаем

$$t_2 = \left\{ \mathbf{r} \cdot \mathbf{v} + [(\mathbf{r} \cdot \mathbf{v})^2 + (R_2^2 - r^2)v^2]^{1/2} \right\} / v^2, \quad (15)$$

$$T_2 = 2 [(\mathbf{r} \cdot \mathbf{v})^2 + (R_2^2 - r^2)v^2]^{1/2} / v^2. \quad (16)$$

Соотношения (14), (15) и (16) полностью определяют функцию $f_1(\mathbf{r}, \mathbf{v})$ в случае движения электронов по траектории, не пересекающейся с ядром частицы.

Теперь перейдем к случаю двойного зеркального отражения (от ядра и от внешней границы металла) электрона. Решение кинетического уравнения (9) на интервале (t_{n-1}, t_n) проведем, допустив, что в некоторый момент времени электрон отражается от границы металлического слоя (до этого он отражался от ядра). Тогда (см. (12))

$$f_n^+ = q_1 \{ A(1 - e^{-\nu T}) + f_{n-1}^+ e^{-\nu T} \}.$$

Далее, выражая f_{n-1}^+ через f_{n-2}^+ и т. д., получаем

$$\begin{aligned} f_n^+ &= q_1 \{ A(1 - e^{-\nu T}) + \\ &+ q_2 e^{-\nu T} (A(1 - e^{-\nu T}) + f_{n-2}^+ e^{-\nu T}) \} = \\ &= q_1 A(1 - e^{-\nu T}) + q_1 q_2 A(1 - e^{-\nu T}) e^{-\nu T} + \\ &+ q_1 q_2 f_{n-2}^+ e^{-2\nu T} = \\ &= q_1 A(1 - e^{-\nu T}) + q_1 q_2 A(1 - e^{-\nu T}) e^{-\nu T} + \\ &+ q_1^2 q_2 e^{-2\nu T} \{ A(1 - e^{-\nu T}) + f_{n-3}^+ e^{-\nu T} \} = \\ &= q_1 A(1 - e^{-\nu T}) + q_1 q_2 A(1 - e^{-\nu T}) e^{-\nu T} + \\ &+ A q_1^2 q_2 e^{-2\nu T} (1 - e^{-\nu T}) + q_1^2 q_2 f_{n-3}^+ e^{-3\nu T} = \\ &= q_1 A(1 - e^{-\nu T}) \{ 1 + q_2 e^{-\nu T} + q_1 q_2 e^{-2\nu T} + \\ &+ q_1^2 q_2 e^{-3\nu T} + q_1^2 q_2^2 e^{-4\nu T} + \dots \}. \end{aligned}$$

Пусть

$$\begin{aligned} S_2 &= 1 + q_2 e^{-\nu T} + q_1 q_2 e^{-2\nu T} + q_1 q_2^2 e^{-3\nu T} + \\ &+ q_1^2 q_2^2 e^{-4\nu T} + \dots \end{aligned}$$

Тогда

$$\begin{aligned} S_2 &= 1 + q_2 e^{-\nu T} (1 + q_1 e^{-\nu T}) + q_1 q_2 e^{-2\nu T} + \\ &+ q_1^2 q_2 e^{-3\nu T} + \dots = \\ &= 1 + q_2 e^{-\nu T} \{ 1 + q_1 e^{-\nu T} (1 + q_2 e^{-\nu T} + \\ &+ q_1 q_2 e^{-2\nu T} + \dots) \} = 1 + q_2 e^{-\nu T} (1 + q_1 e^{-\nu T} S_2). \end{aligned}$$

Следовательно,

$$S_2 = \frac{1 + q_2 e^{-\nu T}}{1 - q_1 q_2 e^{-2\nu T}}$$

и

$$\begin{aligned} f_{n2}^+ &= q_1 A(1 - e^{-\nu T}) S_2 = \\ &= \frac{q_1 A(1 - e^{-\nu T})(1 + q_2 e^{-\nu T})}{1 - q_1 q_2 e^{-2\nu T}}. \end{aligned} \quad (17)$$

Запишем решение кинетического уравнения (9) в явном виде. Воспользовавшись начальным условием (17), получаем

$$\frac{q_1 A(1 - e^{-\nu T})(1 + q_2 e^{-\nu T})}{1 - q_1 q_2 e^{-2\nu T}} = C_2 + A.$$

Отсюда

$$C_2 = A \frac{q_1(1 - e^{-\nu T} + q_2 e^{-\nu T}) - 1}{1 - q_1 q_2 e^{-2\nu T}}. \quad (18)$$

Подставив (18) в (11), получаем отклонение $f_{12}(t)$ функции распределения электронов от равновесного значения:

$$\begin{aligned} f_{12}(t_2) &= \\ &= A \left\{ \frac{q_1(1 - e^{-\nu T_1} + q_2 e^{-\nu T_1}) - 1}{1 - q_1 q_2 e^{-2\nu T_1}} e^{-\nu t_2} + 1 \right\}. \end{aligned} \quad (19)$$

Аналогичным образом ищется отклонение $f_{11}(t)$ функции распределения электронов, отражающихся от ядра частицы. Ниже приводится готовый результат:

$$\begin{aligned} f_{11}(t_1) &= \\ &= A \left\{ \frac{q_2(1 - e^{-\nu T_1} + q_1 e^{-\nu T_1}) - 1}{1 - q_1 q_2 e^{-2\nu T_1}} e^{-\nu t_1} + 1 \right\}. \end{aligned} \quad (20)$$

Параметр t_1 в выражении (20) определяется как

$$t_1 = \left\{ \mathbf{r} \cdot \mathbf{v} - [(\mathbf{r} \cdot \mathbf{v})^2 + (R_1^2 - r^2)v^2]^{1/2} \right\} / v^2. \quad (21)$$

Действительно, из очевидного векторного равенства $\mathbf{r} = \mathbf{r}_0 + \mathbf{v}t_1$, где \mathbf{r}_0 — радиус-вектор электрона в момент отражения от ядра частицы ($r_0^2 = R_1^2$), легко получить (21), если возвести обе части этого равенства в квадрат и решить полученное уравнение относительно t_1 .

Параметр T_1 (период движения электрона при двойном отражении, т. е. время, через которое электрон снова отражается от ядра или от внешней границы металла) можно отыскать, если воспользоваться еще одним векторным равенством: $\mathbf{r}^* = \mathbf{r}_0 + \mathbf{v}T_1$, где $\mathbf{r}_0 = \mathbf{r} - \mathbf{v}t_1$, $|\mathbf{r}_0| = R_1$, $|\mathbf{r}^*| = R_2$ (считаем, что электрон движется от ядра к границе частицы). Возводя обе части этого равенства в квадрат, получаем квадратное уравнение

$$v^2 T_1^2 + 2(\mathbf{r} - \mathbf{v}t_1)\mathbf{v}T_1 + (R_1^2 - R_2^2) = 0, \quad (22)$$

решение которого (оно будет приведено ниже) позволяет определить величину T_1 .

Соотношения (15), (19)–(22) полностью определяют функцию $f_1(\mathbf{r}, \mathbf{v})$ в случае движения электронов по траектории, когда они испытывают двойное отражение от ядра и от внешней границы частицы.

4. СЕЧЕНИЕ ПОГЛОЩЕНИЯ

Найденная функция распределения позволяет рассчитать ток (4), среднюю диссипируемую мощность (2), а также сечение поглощения (6) энергии внешнего электромагнитного поля.

При вычислении интегралов (4), (2) удобно перейти к сферическим координатам как в пространстве координат (r, θ, φ ; полярная ось — ось z ; вектор \mathbf{H}_0 параллелен оси z), так и в пространстве скоростей (v, α, β ; полярная ось — ось v_r). Поле (1) в сферических координатах имеет лишь φ -компоненту:

$$\mathbf{E} = E_\varphi \mathbf{e}_\varphi, \quad E_\varphi = \frac{i\omega}{2c} r H_0 \sin \theta e^{-i\omega t}. \quad (23)$$

Соответственно, и ток (4) обладает лишь φ -компонентой (линии тока являются замкнутыми окружностями с центрами на оси z , в плоскостях перпендикулярных оси z).

При интегрировании выражения (4) следует иметь в виду, что место отражения электронов внутри частицы определяется полярным углом α в пространстве скоростей.

1) Если выполняется неравенство $\alpha_0 \leq \alpha \leq \pi - \alpha_0$, где угол α_0 определяется выражением

$$\alpha_0 = \arccos \left(\frac{\sqrt{r^2 - R_1^2}}{r} \right), \quad (24)$$

то траектория электрона не пересекается с ядром и он претерпевает отражение от внешней границы металлического слоя частицы. Под функцией $f_1(\mathbf{r}, \mathbf{v})$ в этом случае понимается $f_{10}(\mathbf{r}, \mathbf{v})$ ($t = t_2, T = T_2$) (см. (14)).

2) Если $\pi - \alpha_0 < \alpha \leq \pi$, то электроны летят к ядру частицы и под функцией $f_1(\mathbf{r}, \mathbf{v})$ понимается $f_{12}(\mathbf{r}, \mathbf{v})$ ($t = t_2, T = T_1$) (см. (19)).

3) Наконец, если $0 < \alpha \leq \alpha_0$, то электроны летят от ядра частицы и под функцией $f_1(\mathbf{r}, \mathbf{v})$ понимается $f_{11}(\mathbf{r}, \mathbf{v})$ ($t = t_1, T = T_1$) (см. (20)).

Тогда вихревой ток (4) внутри частицы вычисляется по формуле

$$\begin{aligned} j_\varphi = & 2e \left(\frac{m}{h} \right)^3 \frac{1}{v} \int v_\varphi e^{(\mathbf{v} \cdot \mathbf{E})} \frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon} \times \\ & \times \left\{ \frac{(q_2 - 1)e^{-\nu t_2}}{1 - q_2 e^{-\nu T_2}} + 1 \right\} d^3 v + \\ & + 2e \left(\frac{m}{h} \right)^3 \frac{1}{v} \int v_\varphi e^{(\mathbf{v} \cdot \mathbf{E})} \frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon} \times \\ & \times \left\{ \frac{q_1(1 - e^{-\nu T_1} + q_2 e^{-\nu T_1}) - 1}{1 - q_1 q_2 e^{-2\nu T_1}} e^{-\nu t_2} + 1 \right\} d^3 v + \\ & + 2e \left(\frac{m}{h} \right)^3 \frac{1}{v} \int v_\varphi e^{(\mathbf{v} \cdot \mathbf{E})} \frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon} \times \\ & \times \left\{ \frac{q_2(1 - e^{-\nu T_1} + q_1 e^{-\nu T_1}) - 1}{1 - q_1 q_2 e^{-2\nu T_1}} e^{-\nu t_1} + 1 \right\} d^3 v = \\ & = E_\varphi 2e^2 \left(\frac{m}{h} \right)^3 \frac{1}{v} \int v_\varphi^2 \delta(\varepsilon - \varepsilon_f) \times \\ & \times \left\{ \frac{(q_2 - 1)e^{-\nu t_2}}{1 - q_2 e^{-\nu T_2}} + 1 \right\} d^3 v + \\ & + E_\varphi 2e^2 \left(\frac{m}{h} \right)^3 \frac{1}{v} \int v_\varphi^2 \delta(\varepsilon - \varepsilon_f) \times \\ & \times \left\{ \frac{q_1(1 - e^{-\nu T_1} + q_2 e^{-\nu T_1}) - 1}{1 - q_1 q_2 e^{-2\nu T_1}} e^{-\nu t_2} + 1 \right\} d^3 v + \\ & + E_\varphi 2e^2 \left(\frac{m}{h} \right)^3 \frac{1}{v} \int v_\varphi^2 \delta(\varepsilon - \varepsilon_f) \times \\ & \times \left\{ \frac{q_2(1 - e^{-\nu T_1} + q_1 e^{-\nu T_1}) - 1}{1 - q_1 q_2 e^{-2\nu T_1}} e^{-\nu t_1} + 1 \right\} d^3 v. \end{aligned}$$

Учитывая, что $v_\varphi = v \sin \alpha \cos \beta$, и подставляя пределы интегрирования, приходим к выражению

$$\begin{aligned}
 j_\varphi = & E_\varphi 2e^2 \left(\frac{m}{h}\right)^3 \frac{1}{\nu} \int_0^{v_f} \int_{\alpha_0}^{\pi-\alpha_0} \int_0^{2\pi} v^4 \delta(\varepsilon - \varepsilon_f) \times \\
 & \times \left\{ \frac{(q_2 - 1)e^{-\nu t_2}}{1 - q_2 e^{-\nu T_2}} + 1 \right\} \sin^3 \alpha \cos^2 \beta \, dv \, d\alpha \, d\beta + \\
 & + E_\varphi 2e^2 \left(\frac{m}{h}\right)^3 \frac{1}{\nu} \int_0^{v_f} \int_{\pi-\alpha_0}^{\pi} \int_0^{2\pi} v^4 \delta(\varepsilon - \varepsilon_f) \times \\
 & \times \left\{ \frac{q_1(1 - e^{-\nu T_1} + q_2 e^{-\nu T_1} - 1)}{1 - q_1 q_2 e^{-2\nu T_1}} e^{-\nu t_2} + 1 \right\} \times \\
 & \times \sin^3 \alpha \cos^2 \beta \, dv \, d\alpha \, d\beta + \\
 & + E_\varphi 2e^2 \left(\frac{m}{h}\right)^3 \frac{1}{\nu} \int_0^{v_f} \int_0^{\alpha_0} \int_0^{2\pi} v^4 \delta(\varepsilon - \varepsilon_f) \times \\
 & \times \left\{ \frac{q_2(1 - e^{-\nu T_1} + q_1 e^{-\nu T_1} - 1)}{1 - q_1 q_2 e^{-2\nu T_1}} e^{-\nu t_1} + 1 \right\} \times \\
 & \times \sin^3 \alpha \cos^2 \beta \, dv \, d\alpha \, d\beta.
 \end{aligned}$$

Проинтегрировав по переменным v и β , получаем

$$\begin{aligned}
 j_\varphi = & \frac{3nE_\varphi e^2}{4m\nu} \int_{\alpha_0}^{\pi-\alpha_0} \left\{ \frac{(q_2 - 1)e^{-\nu t_2}}{1 - q_2 e^{-\nu T_2}} + 1 \right\} \sin^3 \alpha \, d\alpha + \\
 & + \frac{3nE_\varphi e^2}{4m\nu} \times \\
 & \times \int_{\pi-\alpha_0}^{\pi} \left\{ \frac{q_1(1 - e^{-\nu T_1} + q_2 e^{-\nu T_1}) - 1}{1 - q_1 q_2 e^{-2\nu T_1}} e^{-\nu t_2} + 1 \right\} \times \\
 & \times \sin^3 \alpha \, d\alpha + \frac{3nE_\varphi e^2}{4m\nu} \times \\
 & \times \int_0^{\alpha_0} \left\{ \frac{q_2(1 - e^{-\nu T_1} + q_1 e^{-\nu T_1}) - 1}{1 - q_1 q_2 e^{-2\nu T_1}} e^{-\nu t_1} + 1 \right\} \times \\
 & \times \sin^3 \alpha \, d\alpha. \quad (25)
 \end{aligned}$$

Здесь мы учли, что концентрация электронов проводимости в металлах определяется по формуле (5).

Сечение поглощения электромагнитного излучения неоднородной частицы

$$\sigma = \frac{1}{2} \frac{8\pi}{cH_0^2} \operatorname{Re} \left\{ \int j_\varphi E_\varphi^* d^3 r \right\}$$

или, учитывая (23) и (25), после несложных преобразований получаем

$$\begin{aligned}
 \sigma = & \operatorname{Re} \left\{ \frac{3ne^2 \pi \omega^2}{4m\nu c^3} \int_{\alpha_0}^{\pi-\alpha_0} \int_0^{\pi-\alpha_0} \left[\frac{(q_2 - 1)e^{-\nu t_2}}{1 - q_2 e^{-\nu T_2}} + 1 \right] \times \right. \\
 & \times r^2 \sin^2 \theta \sin^3 \alpha \, d\alpha \, d^3 r + \frac{3ne^2 \pi \omega^2}{4m\nu c^3} \times \\
 & \times \int_{\pi-\alpha_0}^{\pi} \int_0^{\pi-\alpha_0} \left[\frac{q_1(1 - e^{-\nu T_1} + q_2 e^{-\nu T_1}) - 1}{1 - q_1 q_2 e^{-2\nu T_1}} e^{-\nu t_2} + 1 \right] \times \\
 & \times r^2 \sin^2 \theta \sin^3 \alpha \, d\alpha \, d^3 r + \frac{3ne^2 \pi \omega^2}{4m\nu c^3} \times \\
 & \times \int_0^{\alpha_0} \int_0^{\pi-\alpha_0} \left[\frac{q_2(1 - e^{-\nu T_1} + q_1 e^{-\nu T_1}) - 1}{1 - q_1 q_2 e^{-2\nu T_1}} e^{-\nu t_1} + 1 \right] \times \\
 & \left. \times r^2 \sin^2 \theta \sin^3 \alpha \, d\alpha \, d^3 r \right\}.
 \end{aligned}$$

Подставляя пределы интегрирования во внешнем интеграле, получаем

$$\begin{aligned}
 \sigma = & \frac{3ne^2 \pi \omega^2}{4mc^3} \times \\
 & \times \operatorname{Re} \left\{ \int_{R_1}^{R_2} \int_0^{\pi} \int_0^{2\pi} \int_{\alpha_0}^{\pi-\alpha_0} \left[\frac{(q_2 - 1)e^{-\nu t_2}}{\nu(1 - q_2 e^{-\nu T_2})} + \frac{1}{\nu} \right] \times \right. \\
 & \times r^4 \sin^3 \theta \sin^3 \alpha \, d\alpha \, dr \, d\theta \, d\varphi + \\
 & + \int_{R_1}^{R_2} \int_0^{\pi} \int_0^{2\pi} \int_{\pi-\alpha_0}^{\pi} \left[\frac{q_1(1 - e^{-\nu T_1} + q_2 e^{-\nu T_1}) - 1}{\nu(1 - q_1 q_2 e^{-2\nu T_1})} \times \right. \\
 & \times e^{-\nu t_2} + \frac{1}{\nu} \left. \right] r^4 \sin^3 \theta \sin^3 \alpha \, d\alpha \, dr \, d\theta \, d\varphi + \\
 & + \int_{R_1}^{R_2} \int_0^{\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^{\alpha_0} \left[\frac{q_2(1 - e^{-\nu T_1} + q_1 e^{-\nu T_1}) - 1}{\nu(1 - q_1 q_2 e^{-2\nu T_1})} \times \right. \\
 & \left. \times e^{-\nu t_1} + \frac{1}{\nu} \right] r^4 \sin^3 \theta \sin^3 \alpha \, d\alpha \, dr \, d\theta \, d\varphi \left. \right\}.
 \end{aligned}$$

Интегралы по переменным θ и φ элементарные, поэтому окончательно получаем

$$\begin{aligned} \sigma = & \frac{2ne^2\pi^2\omega^2}{mc^3} \times \\ & \times \operatorname{Re} \left\{ \int_{R_1}^{R_2} r^4 dr \int_{\alpha_0}^{\pi-\alpha_0} \left[\frac{(q_2-1)e^{-\nu t_2}}{\nu(1-q_2e^{-\nu T_2})} + \frac{1}{\nu} \right] \sin^3 \alpha d\alpha + \right. \\ & + \int_{R_1}^{R_2} r^4 dr \int_{\pi-\alpha_0}^{\pi} \left[\frac{q_1(1-e^{-\nu T_1}+q_2e^{-\nu T_1})-1}{\nu(1-q_1q_2e^{-2\nu T_1})} e^{-\nu t_2} + \frac{1}{\nu} \right] \times \\ & \quad \times \sin^3 \alpha d\alpha + \\ & \left. + \int_{R_1}^{R_2} r^4 dr \int_0^{\alpha_0} \left[\frac{q_2(1-e^{-\nu T_1}+q_1e^{-\nu T_1})-1}{\nu(1-q_1q_2e^{-2\nu T_1})} e^{-\nu t_1} + \frac{1}{\nu} \right] \times \right. \\ & \quad \left. \times \sin^3 \alpha d\alpha \right\}. \quad (26) \end{aligned}$$

Для дальнейших вычислений и анализа результатов сложное выражение (26), по которому определяется сечение поглощения, удобно представить в виде

$$\sigma = \sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3, \quad (27)$$

где

$$\begin{aligned} \sigma_1 = & \operatorname{Re} \left\{ \frac{2ne^2\pi^2\omega^2}{mc^3} \int_{R_1}^{R_2} r^4 dr \times \right. \\ & \left. \times \int_{\alpha_0}^{\pi-\alpha_0} \left[\frac{(q_2-1)e^{-\nu t_2}}{\nu(1-q_2e^{-\nu T_2})} + \frac{1}{\nu} \right] \sin^3 \alpha d\alpha \right\}, \quad (28) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sigma_2 = & \operatorname{Re} \left\{ \frac{2ne^2\pi^2\omega^2}{mc^3} \int_{R_1}^{R_2} r^4 dr \times \right. \\ & \times \int_{\pi-\alpha_0}^{\pi} \left[\frac{q_1(1-e^{-\nu T_1}+q_2e^{-\nu T_1})-1}{\nu(1-q_1q_2e^{-2\nu T_1})} e^{-\nu t_2} + \frac{1}{\nu} \right] \times \\ & \quad \left. \times \sin^3 \alpha d\alpha \right\}, \quad (29) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sigma_3 = & \operatorname{Re} \left\{ \frac{2ne^2\pi^2\omega^2}{mc^3} \int_{R_1}^{R_2} r^4 dr \times \right. \\ & \times \int_0^{\alpha_0} \left[\frac{q_2(1-e^{-\nu T_1}+q_1e^{-\nu T_1})-1}{\nu(1-q_1q_2e^{-2\nu T_1})} e^{-\nu t_1} + \frac{1}{\nu} \right] \times \\ & \quad \left. \times \sin^3 \alpha d\alpha \right\}. \quad (30) \end{aligned}$$

Введем новые переменные

$$\begin{aligned} \xi &= \frac{r}{R_2}, \\ z &= \nu \frac{R_2}{v_f} = \left(\frac{1}{\tau} - i\omega \right) \frac{R_2}{v_f} = x - iy, \quad (31) \end{aligned}$$

$$K = \frac{R_1}{R_2}$$

и преобразуем выражения (15), (16), (21) и (24):

$$t_2 = \frac{R_2}{v_f} \eta, \quad \eta = \xi \cos \alpha + \sqrt{1 - \xi^2 \sin^2 \alpha},$$

$$T_2 = \frac{R_2}{v_f} \eta_0, \quad \eta_0 = 2\sqrt{1 - \xi^2 \sin^2 \alpha},$$

$$t_1 = \frac{R_2}{v_f} \psi, \quad \psi = \xi \cos \alpha - \sqrt{K^2 - \xi^2 \sin^2 \alpha},$$

$$\alpha_0 = \arccos \left(\sqrt{1 - \frac{K^2}{\xi^2}} \right).$$

Здесь мы учли, что $\mathbf{r} \cdot \mathbf{v} = rv_f \cos \alpha$ (все электроны на поверхности Ферми внутри металлического слоя частицы движутся со скоростями равными v_f).

Решив уравнение (22), определяем параметр T_1 :

$$T_1 = \frac{R_2}{v_f} \psi_0, \quad \psi_0 = \sqrt{1 - \xi^2 \sin^2 \alpha} - \sqrt{K^2 - \xi^2 \sin^2 \alpha}.$$

Тогда формулы (28)–(30) принимают следующий вид:

$$\begin{aligned} \sigma_1 = & \operatorname{Re} \left\{ \frac{2ne^2\pi^2 v_f R_2^4}{mc^3} \frac{y^2}{z} \int_K^1 \xi^4 d\xi \times \right. \\ & \times \int_{\alpha_0}^{\pi-\alpha_0} \left[\frac{(q_2-1)e^{-z\eta}}{1-q_2e^{-z\eta_0}} + 1 \right] \sin^3 \alpha d\alpha \left. \right\}, \\ \sigma_2 = & \operatorname{Re} \left\{ \frac{2ne^2\pi^2 v_f R_2^4}{mc^3} \frac{y^2}{z} \int_K^1 \xi^4 d\xi \times \right. \\ & \times \int_{\pi-\alpha_0}^{\pi} \left[\frac{q_1(1-e^{-z\psi_0}+q_2e^{-z\psi_0})-1}{1-q_1q_2e^{-2z\psi_0}} e^{-z\eta} + 1 \right] \times \\ & \quad \left. \times \sin^3 \alpha d\alpha \right\}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sigma_3 = & \operatorname{Re} \left\{ \frac{2ne^2\pi^2 v_f R_2^4}{mc^3} \frac{y^2}{z} \int_K^1 \xi^4 d\xi \times \right. \\ & \times \int_0^{\alpha_0} \left[\frac{q_2(1-e^{-z\psi_0}+q_1e^{-z\psi_0})-1}{1-q_1q_2e^{-2z\psi_0}} e^{-z\psi} + 1 \right] \sin^3 \alpha d\alpha \left. \right\}. \end{aligned}$$

Сечение поглощения (27) представляем в виде

$$\sigma = \sigma_0(F_1 + F_2 + F_3),$$

где

$$\sigma_0 = \frac{2\pi^2 n e^2 v_f R_2^4}{m c^3}, \quad (32)$$

$$F_1 = \operatorname{Re} \left\{ \frac{y^2}{z} \int_K^1 \xi^4 d\xi \times \int_{\alpha_0}^{\pi - \alpha_0} \left[\frac{(q_2 - 1)e^{-z\eta}}{1 - q_2 e^{-z\eta_0}} + 1 \right] \sin^3 \alpha d\alpha \right\}, \quad (33)$$

$$F_2 = \operatorname{Re} \left\{ \frac{y^2}{z} \int_K^1 \xi^4 d\xi \times \int_{\pi - \alpha_0}^{\pi} \left[\frac{q_1(1 - e^{-z\psi_0} + q_2 e^{-z\psi_0}) - 1}{1 - q_1 q_2 e^{-2z\psi_0}} e^{-z\eta} + 1 \right] \times \sin^3 \alpha d\alpha \right\}, \quad (34)$$

$$F_3 = \operatorname{Re} \left\{ \frac{y^2}{z} \int_K^1 \xi^4 d\xi \times \int_0^{\alpha_0} \left[\frac{q_2(1 - e^{-z\psi_0} + q_1 e^{-z\psi_0}) - 1}{1 - q_1 q_2 e^{-2z\psi_0}} e^{-z\psi} + 1 \right] \times \sin^3 \alpha d\alpha \right\}. \quad (35)$$

Формулы (33)–(35) позволяют рассчитать безразмерное сечение поглощения неоднородной сферической частицы

$$F(x, y, K, q_1, q_2) = F_1(x, y, K, q_1, q_2) + F_2(x, y, K, q_1, q_2) + F_3(x, y, K, q_1, q_2) \quad (36)$$

и сечение поглощения электромагнитного излучения

$$\sigma = \sigma_0 F(x, y, K, q_1, q_2). \quad (37)$$

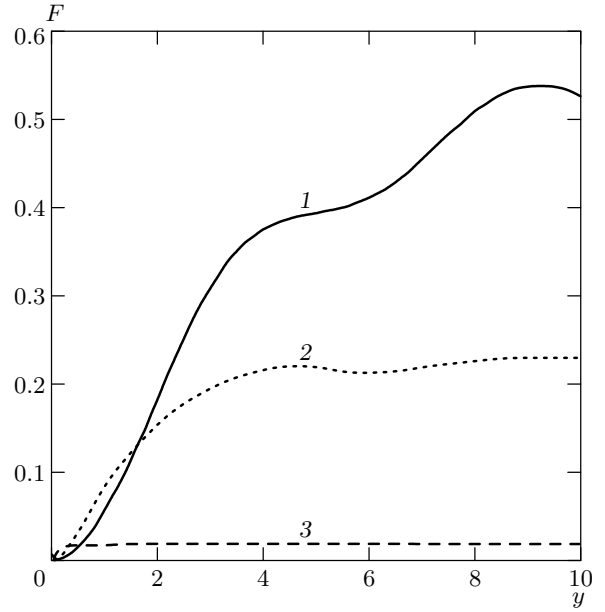


Рис. 1. Зависимость безразмерного сечения поглощения F от безразмерной частоты y при фиксированных значениях безразмерной обратной длины свободного пробега $x = 0.1$ и отношения радиуса ядра к радиусу частицы $K = 0.8$ в случае одинаковых коэффициентов отражения q_1 и q_2 для каждой кривой: 1 соответствует $q_1 = 0, q_2 = 0$, 2 — $q_1 = 0.5, q_2 = 0.5$, 3 — $q_1 = 1, q_2 = 1$

Когда $K \rightarrow 0$ ($\alpha_0 \rightarrow 0$) (т. е. в частице нет ядра), из (36) следует, что

$$F(x, y) = \operatorname{Re} \left\{ \frac{y^2}{z} \int_0^1 \xi^4 d\xi \times \int_0^{\pi} \left[\frac{(q_2 - 1)e^{-z\eta}}{1 - q_2 e^{-z\eta_0}} + 1 \right] \sin^3 \alpha d\alpha \right\}.$$

Это выражение совпадает с результатом, полученным в работе [4] для однородной сферической частицы из металла.

Численный расчет $F(x, y, K, q_1, q_2)$ представлен на рис. 1–6.

5. ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

В пределе чисто зеркального отражения электронов на границах металлического слоя частицы ($q_1 = 1, q_2 = 1$) с помощью формул (33)–(35)

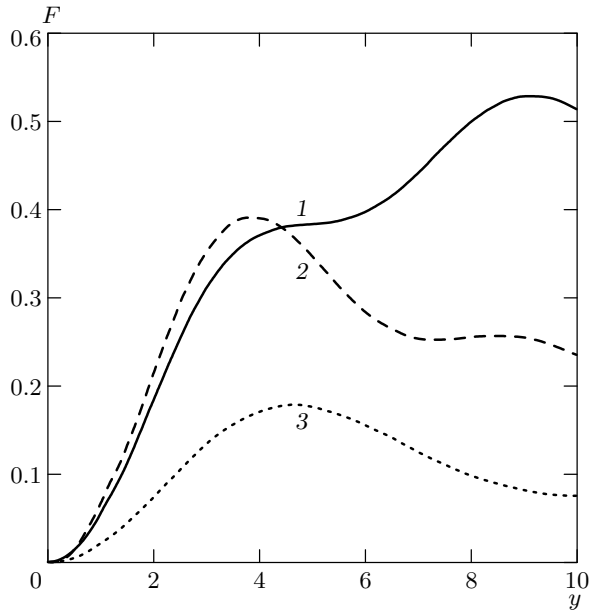


Рис. 2. Зависимость безразмерного сечения поглощения F от безразмерной частоты y при фиксированных значениях безразмерной обратной длины свободного пробега $x = 0$ и отношения радиуса ядра к радиусу частицы $K = 0.8$ в случае различных коэффициентов отражения q_1 и q_2 для каждой кривой: 1 соответствует $q_1 = 0, q_2 = 0$, 2 — $q_1 = 1, q_2 = 0$, 3 — $q_1 = 0, q_2 = 1$

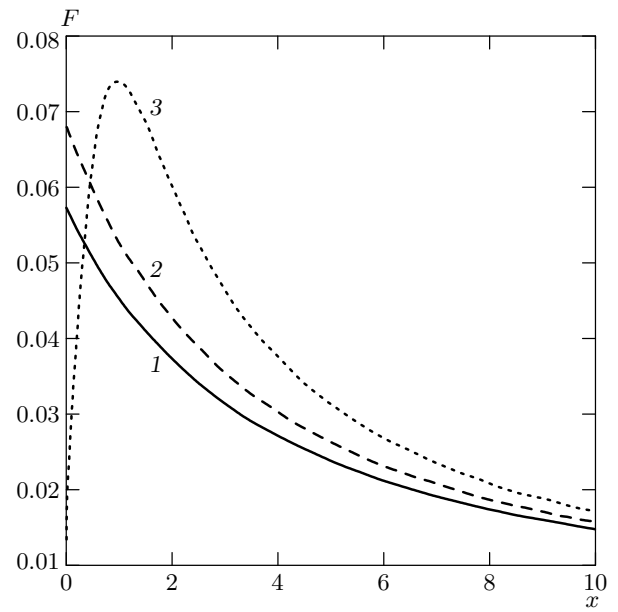


Рис. 3. Зависимость безразмерного сечения поглощения F от безразмерной обратной длины свободного пробега x при фиксированных значениях отношения радиуса ядра к радиусу частицы $K = 0.8$ и безразмерной частоты $y = 1$ в случае различных коэффициентов отражения q_1 и q_2 для каждой кривой: 1 соответствует $q_1 = 0, q_2 = 0$, 2 — $q_1 = 1, q_2 = 0$, 3 — $q_1 = 0, q_2 = 1$

получаем для безразмерного сечения поглощения $F(x, y, K)$ выражение

$$F(z, K) = \text{Re} \left\{ \frac{y^2}{z(x, y)} \frac{4}{15} (1 - K^5) \right\}. \quad (38)$$

В результате сечение поглощения (37) принимает вид

$$\begin{aligned} \sigma(z, K) &= \sigma_0 \text{Re} \left\{ \frac{y^2}{z(x, y)} \frac{4}{15} (1 - K^5) \right\} = \\ &= \sigma_0 \frac{4}{15} (1 - K^5) \frac{xy^2}{x^2 + y^2}. \end{aligned} \quad (39)$$

В случае металлической частицы без ядра ($K \rightarrow 0$) это выражение соответствует классическому результату для сферической частицы (формула Друде) [3]:

$$\sigma(z) = \sigma_0 \frac{4}{15} \frac{xy^2}{x^2 + y^2}.$$

С учетом обозначений (31) и (32) сечение поглощения (39) точно совпадает с классическим результатом для сферического слоя из металла. Это связано с тем, что при $q_1 = 1, q_2 = 1$ границы металлического слоя частицы не оказывают влияния

на функцию распределения электронов $f(\mathbf{r}, \mathbf{v})$. Вихревой ток внутри зеркально отражающего металлического слоя (см. (25)) удовлетворяет локальному закону Ома при любом соотношении между толщиной l слоя и длиной свободного пробега электронов Λ . Таким образом, при зеркальном отражении отсутствуют нелокальные (поверхностные) эффекты.

Независимо от характера отражения электронов на границах металлического слоя (при любых q_1 и q_2) с ростом размера частицы (при $x \gg 1$) (в этом случае в формулах (33)–(35) можно пренебречь членами с экспонентами ввиду их быстрого затухания) также имеет место макроскопическая асимптотика (38).

При чисто диффузном отражении электронов от границ металлического слоя частицы, когда $q_1 = q_2 = 0$, безразмерное сечение поглощения неоднородной сферической частицы (36) вычисляется по формуле

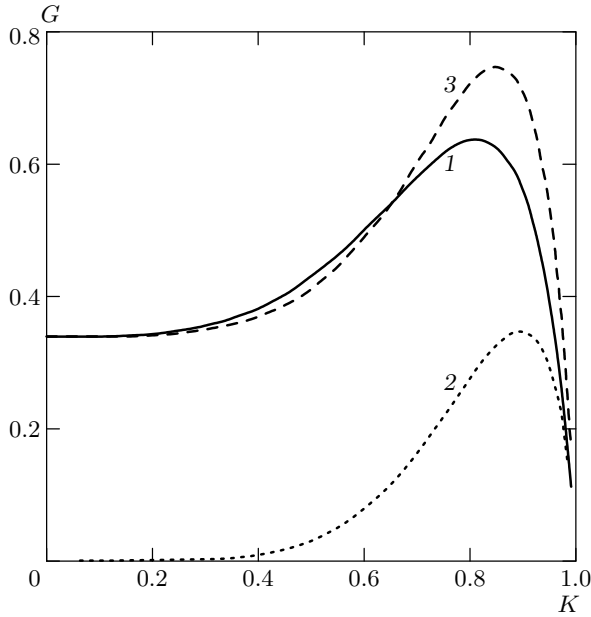


Рис. 4. Зависимость величины G от отношения радиуса ядра к радиусу частицы K при фиксированных значениях безразмерной обратной длины свободного пробега $x = 0$ и безразмерной частоты $y = 3$ в случае различных коэффициентов отражения q_1 и q_2 для каждой кривой: 1 соответствует $q_1 = 0, q_2 = 0$, 2 — $q_1 = 0, q_2 = 1$, 3 — $q_1 = 1, q_2 = 0$

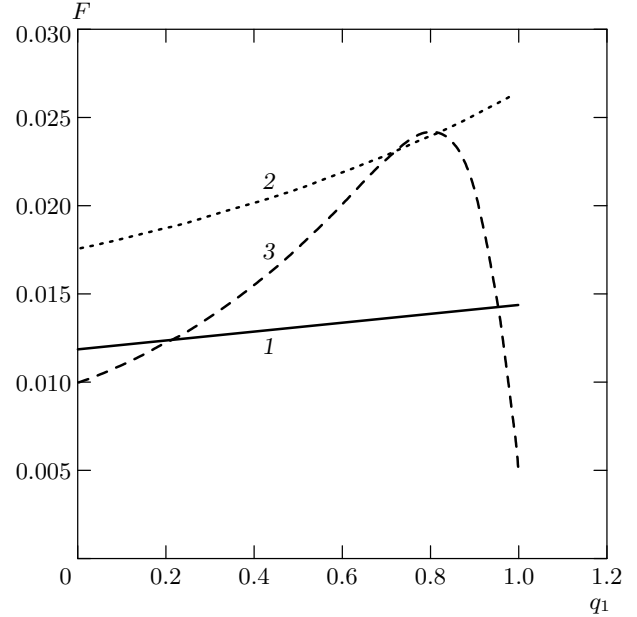


Рис. 5. Зависимость безразмерного сечения поглощения F от коэффициента отражения q_1 при фиксированных значениях безразмерной частоты $y = 1$, безразмерной обратной длины свободного пробега $x = 0$ и отношения радиуса ядра к радиусу частицы $K = 0.95$ в случае различных коэффициентов отражения q_2 для каждой кривой: 1 соответствует $q_2 = 0$, 2 — $q_2 = 0.5$, 3 — $q_2 = 1$

$$F(x, y, K) = y^2 \operatorname{Re} \left\{ \int_K^1 \xi^4 d\xi \int_{\alpha_0}^{\pi} \frac{1 - e^{-z\eta}}{z} \sin^3 \alpha d\alpha + \int_K^1 \xi^4 d\xi \int_0^{\alpha_0} \frac{1 - e^{-z\psi}}{z} \sin^3 \alpha d\alpha \right\} + \int_K^1 \xi^4 d\xi \int_0^{\alpha_0} \left[\frac{q(1 - e^{-z\psi_0} + qe^{-z\psi_0}) - 1}{z(1 - q^2 e^{-2z\psi_0})} e^{-z\psi} + \frac{1}{z} \right] \times \sin^3 \alpha d\alpha \quad (40)$$

Если равны вероятности зеркального отражения электронов, т. е. $q_1 = q_2 = q$, то безразмерное сечение поглощения неоднородной сферической частицы (36) рассчитывается как

$$F(x, y, K, q) = y^2 \times \operatorname{Re} \left\{ \int_K^1 \xi^4 d\xi \int_{\alpha_0}^{\pi - \alpha_0} \left[\frac{(q - 1)e^{-z\eta}}{z(1 - qe^{-z\eta_0})} + \frac{1}{z} \right] \sin^3 \alpha d\alpha + \int_K^1 \xi^4 d\xi \int_{\pi - \alpha_0}^{\pi} \left[\frac{q(1 - e^{-z\psi_0} + qe^{-z\psi_0}) - 1}{z(1 - q^2 e^{-2z\psi_0})} e^{-z\eta} + \frac{1}{z} \right] \times \sin^3 \alpha d\alpha + \right.$$

Также интересны случаи $q_1 = 0, q_2 \neq 0$ и $q_1 \neq 0, q_2 = 0$, при этом безразмерное сечение поглощения неоднородной сферической частицы (36) описывается выражениями (41) и (42):

$$F(x, y, K, q_2) = y^2 \operatorname{Re} \left\{ \int_K^1 \xi^4 d\xi \int_{\alpha_0}^{\pi - \alpha_0} \left[\frac{(q_2 - 1)e^{-z\eta}}{z(1 - q_2 e^{-z\eta_0})} + \frac{1}{z} \right] \sin^3 \alpha d\alpha + \int_K^1 \xi^4 d\xi \int_{\pi - \alpha_0}^{\pi} \frac{1 - e^{-z\eta}}{z} \sin^3 \alpha d\alpha + \right.$$

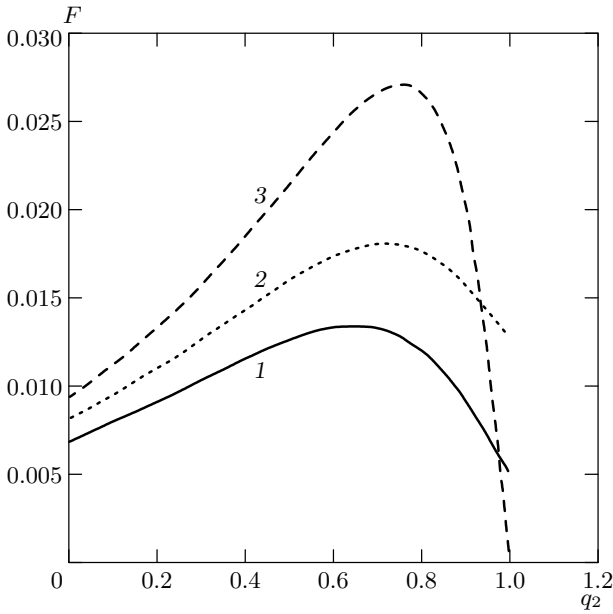


Рис. 6. Зависимость безразмерного сечения поглощения F от коэффициента отражения q_2 при фиксированных значениях безразмерной частоты $y = 1$, безразмерной обратной длины свободного пробега $x = 0$ и отношения радиуса ядра к радиусу частицы $K = 0.95$ в случае различных коэффициентов отражения q_1 для каждой кривой: 1 соответствует $q_1 = 0$, 2 – $q_1 = 0.5$, 3 – $q_1 = 1$

$$+ \int_K^1 \xi^4 d\xi \int_0^{\alpha_0} \left[\frac{q_2(1 - e^{-z\psi_0}) - 1}{z} e^{-z\psi} + \frac{1}{z} \right] \times \left. \begin{matrix} \\ \\ \\ \times \sin^3 \alpha d\alpha \end{matrix} \right\}, \quad (41)$$

$$F(x, y, K, q_1) = y^2 \operatorname{Re} \left\{ \int_K^1 \xi^4 d\xi \int_{\alpha_0}^{\pi - \alpha_0} \frac{1 - e^{-z\eta}}{z} \sin^3 \alpha d\alpha + \int_K^1 \xi^4 d\xi \int_{\pi - \alpha_0}^{\pi} \left[\frac{q_1(1 - e^{-z\psi_0}) - 1}{z} e^{-z\eta} + \frac{1}{z} \right] \sin^3 \alpha d\alpha + \int_K^1 \xi^4 d\xi \int_0^{\alpha_0} \frac{1 - e^{-z\psi}}{z} \sin^3 \alpha d\alpha \right\}. \quad (42)$$

На рис. 1, 2 помещены зависимости безразмерного сечения поглощения F от безразмерной частоты внешнего поля y . Рисунок 1 соответствует случаю одинаковых коэффициентов отражения электронов от поверхностей частицы (см. (40)). Фиксированным

для каждой кривой является отношение K радиуса ядра к радиусу частицы. Как видно на рисунке, в узкой области низких безразмерных частот y (когда $y \ll 1$), безразмерное сечение поглощения F может быть больше для частиц, в которых происходит чисто зеркальное отражение электронов проводимости. В другой области безразмерных частот ($y > 2$) безразмерное сечение поглощения больше для частиц, в которых отражение электронов проводимости на каждой из поверхностей чисто диффузное. Рисунок 2 выполнен для частиц малого размера по сравнению с длиной свободного пробега электронов, когда $R \ll \Lambda$ ($x = 0$). Каждая кривая построена при различных значениях коэффициентов отражения q_1 и q_2 . Наличие осцилляций частотной зависимости объясняется влиянием отношения времени пролета электрона между столкновениями с поверхностями к периоду изменения внешнего электромагнитного поля на диссипацию энергии внутри металлической оболочки частицы. Это влияние наиболее существенно при диффузном отражении электронов от границ металлического слоя частицы ($q_1 = 0$ или $q_2 = 0$). Оно убывает по мере возрастания коэффициента отражения от поверхности. Увеличение радиуса частицы приводит к сглаживанию осцилляций частотной зависимости из-за роста влияния объемных столкновений электронов. С ростом коэффициентов отражения сечение поглощения уменьшается ввиду уменьшения роли поверхностных эффектов при диссипации энергии.

На рис. 3 отображены зависимости безразмерного сечения поглощения F от безразмерной обратной длины свободного пробега x . Рисунок выполнен при заданной безразмерной частоте y и различных коэффициентах отражения q_1 и q_2 . Кривая 3 выходит из начала координат и имеет максимум. Эта зависимость близка к классическому результату (39), так как главный вклад в сечение поглощения вносят электроны, зеркально отражающиеся от границы неоднородной частицы. При промежуточных значениях коэффициентов отражения ($q \neq 0$ и $q \neq 1$) безразмерное сечение поглощения отлично от нуля даже для случая очень чистого металла, когда $x = 0$. С увеличением радиуса частицы все кривые сливаются, и результат переходит в классический. При возрастании частоты сечение поглощения тоже возрастает, так как напряженность вихревого электрического поля прямо пропорциональна частоте внешнего поля.

Для анализа зависимости безразмерного сечения поглощения F от отношения K радиуса ядра к радиусу частицы воспользуемся рис. 4, на котором при-

ведено безразмерное сечение поглощения металлической частицы с диэлектрическим ядром, приходящееся на единицу объема металла $G(K)$ в частице:

$$G(K) = \frac{F(K)}{1 - K^3}.$$

Ограничимся случаем частиц из чистого металла ($x = 0$) и фиксированного значения безразмерной частоты внешнего поля y . У таких частиц (электроны в чистых металлах обладают большой длиной свободного пробега) в широком диапазоне значений K удельное сечение поглощения может быть больше при зеркальном отражении электронов от наружной поверхности металлического слоя частицы. При значениях K , близких к единице, сечение поглощения невелико на всех частотах и при всех значениях коэффициентов отражения, потому что металлическая оболочка частицы очень тонкая и электроны при своем движении между поверхностями оболочки не успевают существенно ускориться внешним электромагнитным полем (при этом плотность тока в оболочке стремится к нулю).

По рис. 5 и 6 выясняется влияние на безразмерное сечение поглощения F коэффициентов отражения q_1 и q_2 для частицы с тонкой металлической оболочкой (K близко к единице). На рис. 5 видно, что при отсутствии объемного рассеяния электронов в металле (размер металлического слоя частицы предельно мал) особенно сложный характер зависимости безразмерного сечения поглощения F от коэффициента отражения q_1 наблюдается в случае зеркального отражения электронов от внешней границы металлического слоя ($q_2 = 1$). В этом случае сечение поглощения стремится к нулю при всех y , когда рассеяние электронов на двух отражающих поверхностях металла становится чисто зеркальным ($q_1 = 1$ и $q_2 = 1$). Рисунок 6 показывает, как безразмерное сечение поглощения F зависит от коэффици-

ента отражения q_2 . Практически при любых значениях q_2 (за исключением узкой области вблизи единицы) сечение поглощения становится больше при возрастании степени зеркальности отражения электронов от внутренней границы металлического слоя частицы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ю. И. Петров, *Физика малых частиц*, Наука, Москва (1984), гл. 7.
2. М. Борн, Э. Вольф, *Основы оптики*, Наука, Москва (1973), гл. 13.
3. А. Г. Лесскис, В. Е. Пастернак, А. А. Юшканов, *ЖЭТФ* **83**, 310 (1982).
4. А. Г. Лесскис, А. А. Юшканов, Ю. И. Яламов, *Поверхность* № 11, 115 (1987).
5. Дж. Займан, *Электроны и фононы*, Мир, Москва (1962), гл. 11.
6. R. J. Kubo, *Phys. Soc. Jpn.* **17**, 975 (1962).
7. Э. А. Маныкин, П. П. Полуэктов, Ю. Г. Рубежный, *ЖЭТФ* **70**, 2117 (1976).
8. R. D. Averitt, S. L. Westcott, and N. J. J. Halas, *J. Opt. Soc. Amer.* **B 16**, № 10, 1824 (1999).
9. A. Henglein, *J. Phys. Chem.* **B 104**, 2201 (2000).
10. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, *Электродинамика сплошных сред*, Наука, Москва (1992), с. 664.
11. У. Харрисон, *Теория твердого тела*, Мир, Москва (1972).
12. Р. Курант, *Уравнения с частными производными*, Мир, Москва (1962), гл. 2.