

ПЕРЕХОДНОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ НА ДВУХ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНО РАСПОЛОЖЕННЫХ РЕШЕТКАХ

*Б. М. Болотовский**, *А. В. Серов***

*Физический институт им. П. Н. Лебедева Российской академии наук
119991, Москва, Россия*

Поступила в редакцию 9 декабря 2003 г.

Рассматривается переходное излучение, возникающее при последовательном пересечении зарядом двух плоских решеток. Решетки сделаны из параллельных металлических проволочек. Плоскости решеток параллельны друг другу и перпендикулярны направлению движения заряда. Проводники одной из решеток перпендикулярны проводникам другой решетки. Показано, что возникающее при этом переходное излучение имеет эллиптическую поляризацию, причем степень эллиптичности и направление вращения зависят от угла, под которым происходит излучение, расстояния между решетками и скорости заряда.

PACS: 41.60.-m, 52.70.Gw

Для диагностики и управления пучком заряженных частиц в процессе ускорения необходимо непрерывно получать информацию о параметрах пучка — его траектории, энергии частиц и т. п. Перспективным способом получения такой информации является использование переходного и дифракционного излучений. Для этого на пути частиц помещается тонкая пленка и регистрируется переходное излучение, возникающее при прохождении через нее быстрых частиц. Обсуждается также возможность использования для диагностики пучка дифракционного излучения. В этом случае быстрые частицы возбуждают излучение, пролетая мимо оптической неоднородности, не пересекая ее. Этот метод регистрации дает минимальное возмущение пучка.

Известно, что переходное излучение имеет линейную поляризацию. Этот факт был установлен в первой работе Гинзбурга и Франка [1]. В большинстве последующих работ [2, 3], где рассматривались разные варианты переходного излучения, также оказывалось, что переходное излучение имеет линейную поляризацию (исключение составляют задачи о переходном излучении при наличии гиротропной среды, см., например, [4]). В настоящей работе рассматривается возможность получения эллиптически поляризованного излучения в результате двух после-

довательных актов переходного излучения, в каждом из которых излучаются линейно поляризованные волны. Эллиптически поляризованное излучение определяется несколькими параметрами: величиной и расположением осей эллипса поляризации, направлением вращения. Как будет показано ниже, эти параметры несут информацию об энергии частиц, направлении движения пучка. Поскольку эллиптически поляризованное излучение определяется большим числом параметров, чем линейно поляризованное, появляются дополнительные возможности диагностики параметров пучка.

Рассмотрим плоскую дифракционную решетку, расположенную в плоскости xy (рис. 1). Решетка состоит из металлических проволочек, параллельных оси x . Расстояние между проволочками будем считать малым по сравнению с длиной излучаемой волны. Такую решетку можно считать проводящей плоскостью, у которой проводимость в направлении оси x равна бесконечности, а проводимость в направлении оси y равна нулю. Заряженная частица, двигаясь по нормали к плоскости решетки (по оси z), пересекает решетку. При этом возникает переходное излучение. Это излучение можно рассматривать как излучение токов, наведенных на решетке пролетающим зарядом. Поскольку все проводники решетки параллельны оси x , возбужденные токи также направлены параллельно оси x . Следовательно, и векторный потенциал, описывающий излучение на-

*E-mail: bolot@lpi.ru

**E-mail: serov@x4u.lebedev.ru

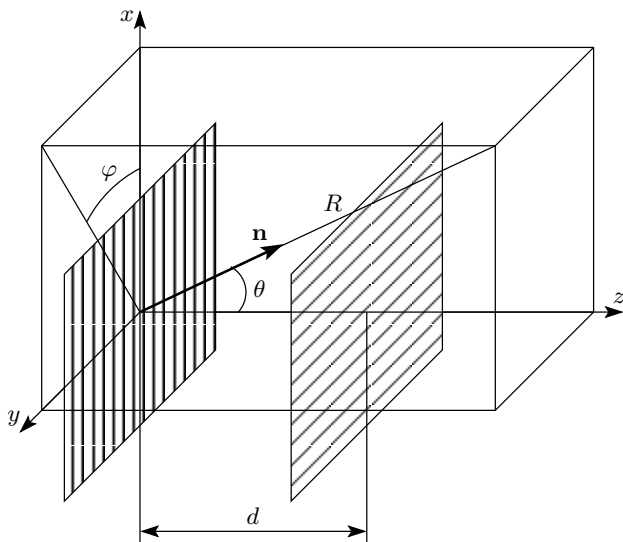


Рис. 1. Геометрия задачи. Заряженная частица движется по оси z

веденных токов, параллелен оси x . Отметим, что задача о переходном излучении на такой решетке была рассмотрена в работе Барсукова и Нарышкиной [5]. Из полученных ими результатов, в частности, следует, что переходное излучение вперед под малыми углами линейно поляризовано и вектор поляризации действительно параллелен проволочкам, т. е. в нашем случае направлен по оси x .

Поместим вторую дифракционную решетку на расстоянии d от первой. Плоскости обеих решеток параллельны, а проволочки второй решетки перпендикулярны проволочкам первой, т. е. направлены по оси y . На вторую решетку падает как поле заряда, так и поле излучения токов, наведенных в первой решетке. Поскольку электрическое поле излучения от первой решетки перпендикулярно проводникам второй решетки, оно не наводит никаких токов во второй решетке и свободно проходит через нее. Поле пролетающего заряда наводит во второй решетке токи, параллельные оси y , и эти токи дают излучение, в котором электрический вектор поляризован по оси y . Таким образом, после прохождения заряда через две решетки излучаются две волны, у которых электрические векторы взаимно перпендикулярны, и фазы этих волн различаются на величину, зависящую от расстояния между решетками и времени пролета. Сумма двух таких волн представляет собой эллиптически поляризованную волну. Ниже будут определены параметры этой волны.

Вычислим поле, возникающее после прохождения заряда через первую решетку. Пусть заряжен-

ная частица движется по оси z со скоростью v и закон ее движения имеет вид

$$z = vt.$$

Поле равномерно движущейся частицы определяется векторным потенциалом поля \mathbf{A} и скалярным потенциалом φ . В принятой нами калибровке векторный потенциал имеет только одну составляющую A_z . Запишем интегральное представление потенциалов \mathbf{A} и φ в виде разложения по плоским волнам. Если разложить потенциалы в интеграл Фурье по времени,

$$A_z(t) = \int A_{z\omega} \exp(-i\omega t) d\omega, \quad (1)$$

$$\varphi(t) = \int \varphi_\omega \exp(-i\omega t) d\omega, \quad (2)$$

то для $A_{z\omega}$ и φ_ω получаем выражения

$$A_{z\omega} = \frac{q}{2\pi^2 c} \times \int \frac{\exp[i(k_x x + k_y y + (\omega/v)z)]}{k_x^2 + k_y^2 + (\omega/v)^2(1 - \beta^2)} dk_x dk_y, \quad (3)$$

$$\varphi_\omega = \frac{q}{2\pi^2 v} \times \int \frac{\exp[i(k_x x + k_y y + (\omega/v)z)]}{k_x^2 + k_y^2 + (\omega/v)^2(1 - \beta^2)} dk_x dk_y, \quad (4)$$

где q, v — заряд частицы и ее скорость, ω — частота излучения, $\beta = v/c$ — приведенная скорость частицы. Эти формулы дают интегральное представление для A_ω и φ_ω в виде разложения по плоским волнам $\exp[i(k_x x + k_y y + k_z z)]$. Здесь k_x, k_y, k_z — проекции волнового вектора на оси координат. Отметим, что для равномерно движущегося заряда $k_z = \omega/v$.

Поле, определяемое формулами (3) и (4), падает на первую решетку и возбуждает токи в проволочках. Поскольку эти проводники ориентированы вдоль оси x , возбуждаемые токи возникают лишь под действием компоненты E_x — проекции на ось x электрического поля равномерно движущегося заряда. Выпишем компоненту $E_{x\omega}$:

$$E_{x\omega} = -\frac{\partial \varphi}{\partial x} = -\frac{i q}{2\pi^2 v} \times \int \frac{\exp[i(k_x x + k_y y + (\omega/v)z)]}{k_x^2 + k_y^2 + (\omega/v)^2(1 - \beta^2)} k_x dk_x dk_y. \quad (5)$$

Под действием поля $E_{x\omega}$ в проволочках решетки возбуждаются токи. Плотности этих токов обозначим

через $j_{x\omega}(x, y)$. Представим $j_{x\omega}(x, y)$ также в виде разложения Фурье:

$$j_{x\omega}(x, y) = \frac{1}{(2\pi)^3} \int_{-\infty}^{\infty} j_{\omega}(k_x, k_y) \times \exp[i(k_x x + k_y y)] dk_x dk_y, \quad (6)$$

где $j_{x\omega}(k_x, k_y)$ предстоит определить из граничных условий на поверхности решетки. Вычислим векторный потенциал A'_x излучения, создаваемого током j_x . Уравнение для векторного потенциала A'_x имеет следующий вид:

$$\left(\Delta - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2}\right) A'_x = \frac{4\pi}{c} j_x = -\frac{2}{c} \int \exp[i(k_x x + k_y y + k_z z - \omega t)] \times j_{x\omega}(k_x, k_y) dk_x dk_y dk_z d\omega. \quad (7)$$

Решение этого уравнения можно представить в виде

$$A'_x = \frac{2}{c} \int \frac{\exp[i(k_x x + k_y y + k_z z - \omega t)]}{k_x^2 + k_y^2 + k_z^2 - (\omega/v)^2} \times j_{x\omega}(k_x, k_y) dk_x dk_y dk_z d\omega. \quad (8)$$

Проведем интегрирование по k_z , обходя полюсы подынтегрального выражения в соответствии с принципом излучения (т.е. решение должно состоять из волн, расходящихся от решетки). Тогда получим

$$A'_{x\omega} = \frac{i2\pi}{c} \times \int \exp\left[i\left(k_x x + k_y y + \sqrt{(\omega/c)^2 - k_x^2 - k_y^2} |z| - \omega t\right)\right] \times j_{x\omega}(k_x, k_y) \frac{dk_x dk_y d\omega}{\sqrt{(\omega/c)^2 - k_x^2 - k_y^2}}. \quad (9)$$

Поле токов, наведенных на решетке, определяется как векторным потенциалом $A'_{x\omega}$, так и скалярным потенциалом $\varphi'_{\omega} = ck_x A'_{x\omega}$:

$$\varphi'_{\omega} = i2\pi \times \int \exp\left[i\left(k_x x + k_y y + \sqrt{(\omega/c)^2 - k_x^2 - k_y^2} |z| - \omega t\right)\right] \times j_{x\omega}(k_x, k_y) \frac{k_x dk_x dk_y d\omega}{\omega \sqrt{(\omega/c)^2 - k_x^2 - k_y^2}}. \quad (10)$$

Зная $A'_{x\omega}$ и φ'_{ω} , мы можем определить компоненту электрического поля $E'_{x\omega}$, созданного первой решеткой:

$$E'_{x\omega} = -2\pi \int \exp\left[i\left(k_x x + k_y y + \sqrt{(\omega/c)^2 - k_x^2 - k_y^2} |z|\right)\right] \times j_{\omega}(k_x, k_y) \frac{[(\omega/c)^2 - k_x^2] dk_x dk_y}{\omega \sqrt{(\omega/c)^2 - k_x^2 - k_y^2}}. \quad (11)$$

На поверхности решетки составляющая по оси x полного электрического поля должна обращаться в нуль:

$$E'_{x\omega} + E_{x\omega} = 0, \quad z = 0.$$

Если для $E_{x\omega}$ взять выражение (5), а для $E'_{x\omega}$ — выражение (11), то получится уравнение, из которого можно определить $j_{x\omega}$ — фурье-компоненту тока, наведенного на решетке

$$j_{x\omega} = -\frac{iq}{4\pi^3 v} \times \frac{k_x \omega \sqrt{(\omega/c)^2 - k_x^2 - k_y^2}}{[k_x^2 + k_y^2 + (\omega/c)^2(1 - \beta^2)]((\omega/c)^2 - k_x^2)}. \quad (12)$$

Подставляя выражение для $j_{x\omega}$ в выражения (9) и (10), найдем векторный и скалярный потенциалы:

$$A'_{x\omega} = -\frac{q}{2\pi c v} \times \int \frac{k_x \omega \exp\left[i\left(k_x x + k_y y + \sqrt{(\omega/c)^2 - k_x^2 - k_y^2} |z|\right)\right]}{[k_x^2 + k_y^2 + (\omega/v)^2(1 - \beta^2)]((\omega/c)^2 - k_x^2)} \times dk_x dk_y, \quad (13)$$

$$\varphi'_{\omega} = -\frac{q}{2\pi v} \times \int \frac{k_x^2 \exp\left[i\left(k_x x + k_y y + \sqrt{(\omega/c)^2 - k_x^2 - k_y^2} |z|\right)\right]}{[k_x^2 + k_y^2 + (\omega/v)^2(1 - \beta^2)]((\omega/c)^2 - k_x^2)} \times dk_x dk_y. \quad (14)$$

Формулы (13) и (14) определяют излучение, возникающее после прохождения заряда через решетку, расположенную в плоскости $z = 0$. Полное поле в пространстве между первой и второй решетками (т.е. в пространстве между плоскостями $z = 0$ и $z = d$) определяется суммой поля излучения $A'_{x\omega}$ (13), φ'_{ω} (14) и поля равномерно движущегося заряда $A_{x\omega}$ (3), φ_{ω} (4). Это суммарное поле падает на вторую решетку и возбуждает в ней токи. Поскольку проводимость второй решетки отлична от нуля только в направлении оси y , возбуждаемые токи имеют только составляющую j_y . В свою очередь, токи j_y создают поле, которое может быть описано векторным потенциалом A'_y и соответствующим скалярным потенциалом φ'' .

На поверхности второй решетки должна обращаться в нуль составляющая полного электрического поля по оси y . Это условие дает возможность определить наведенные на решетке токи. Действительно, если токи, возбужденные на второй решетке, имеют фурье-компоненту $j_{y\omega}(k_x, k_y)$, то электрическое поле $E'_{y\omega}$, возбуждаемое решеткой, можно записать в виде

$$E'_{y\omega} = -2\pi \times \int \exp \left[i \left(k_x x + k_y y + \sqrt{(\omega/c)^2 - k_x^2 - k_y^2} |z-d| \right) \right] \times j_{y\omega}(k_x, k_y) \frac{[(\omega/c)^2 - k_y^2] dk_x dk_y}{\omega \sqrt{(\omega/c)^2 - k_x^2 - k_y^2}}. \quad (15)$$

Напомним, что вторая решетка расположена в плоскости $z = d$. Эта формула полностью аналогична формуле (11) для поля, возбужденного первой решеткой, с той разницей, что в первом случае возбуждение происходит током, текущим по первой решетке в направлении оси x , а во втором случае — током в направлении оси y . Запишем также составляющие по оси y электрического поля, возбуждаемого как полем равномерно движущегося заряда, так и полем от первой решетки. Сумма этих двух полей может быть записана в виде

$$A'_{y\omega} = -\frac{q}{2\pi c v} \int \frac{k_y \omega \exp \left[i \left(k_x x + k_y y + \sqrt{(\omega/c)^2 - k_x^2 - k_y^2} |z-d| \right) \right]}{[k_x^2 + k_y^2 + (\omega/v)^2 (1-\beta^2)] ((\omega/c)^2 - k_x^2)} \times \left\{ \exp \left[i \frac{\omega}{v} d \right] + \frac{k_x^2}{(\omega/c)^2 - k_x^2} \exp \left[i \sqrt{(\omega/c)^2 - k_x^2 - k_y^2} d \right] \right\} dk_x dk_y. \quad (18)$$

Таким образом, поле в пространстве после второй решетки состоит из трех слагаемых: поля равномерно движущегося заряда, поля, описываемого векторным потенциалом $A'_{x\omega}$ (излучение первой решетки, которое свободно прошло сквозь вторую), и поля, описываемого векторным потенциалом $A'_{y\omega}$ от второй решетки.

Рассмотрим поле на больших расстояниях от решетки ($z \gg d$). Выберем такие расстояния, на которых собственное поле равномерно движущегося заряда не интерферирует с полями излучения, которые описываются потенциалами $A'_{x\omega}$ и $A'_{y\omega}$. Вычисляя потенциалы $A'_{x\omega}$ и $A'_{y\omega}$ методом стационарной фазы, получим

$$E_{y\omega} = -\frac{q}{2\pi^2 v} \int \frac{k_y \exp [i(k_x x + k_y y)] dk_x dk_y}{k_x^2 + k_y^2 + (\omega/v)^2 (1-\beta^2)} \times \left\{ \exp \left[i \frac{\omega}{v} z \right] + \frac{k_x^2}{(\omega/c)^2 - k_x^2} \times \exp \left[i \sqrt{(\omega/c)^2 - k_x^2 - k_y^2} |z| \right] \right\}. \quad (16)$$

При этом первое слагаемое в фигурных скобках относится к полю равномерно движущегося заряда, а второе — к полю от первой решетки. Очевидно, что сумма (15) и (16) при $z = d$ должна обращаться в нуль. Из этого условия находим токи, возбужденные во второй решетке:

$$j_{y\omega} = -\frac{q}{4\pi^2 v} \times \frac{ik_y \sqrt{(\omega/c)^2 - k_x^2 - k_y^2}}{[k_x^2 + k_y^2 + (\omega/v)^2 (1-\beta^2)] ((\omega/c)^2 - k_y^2)} \times \left\{ \exp \left[i \frac{\omega}{v} d \right] + \frac{k_x^2}{(\omega/c)^2 - k_x^2} \times \exp \left[i \sqrt{(\omega/c)^2 - k_x^2 - k_y^2} d \right] \right\}. \quad (17)$$

Учитывая (17), находим векторный потенциал излучения второй решетки:

$$A'_{x\omega} = -\frac{iqv}{\omega c} \frac{\sin \theta \cos \theta \cos \varphi}{(1-\beta^2 \cos^2 \theta)(1-\sin^2 \theta \cos^2 \varphi)} \times \frac{\exp \left[-i \frac{\omega}{c} R \right]}{R}, \quad (19)$$

$$A'_{y\omega} = -\frac{iqv}{\omega c} C \frac{\sin \theta \cos \theta \sin \varphi}{(1-\beta^2 \cos^2 \theta)(1-\sin^2 \theta \sin^2 \varphi)} \times \frac{\exp \left[-i \frac{\omega}{c} R \right]}{R}, \quad (20)$$

где

$$C = \exp \left[i \frac{\omega}{v} d \right] (1-\beta \cos \theta) + \frac{\sin^2 \theta \cos^2 \varphi}{1-\sin^2 \theta \cos^2 \varphi},$$

R — расстояние от начала координат до точки наблюдения, $x = R \cos \varphi \sin \theta$, $y = R \sin \varphi \sin \theta$, $z = R \cos \theta$, θ — угол между волновым вектором и осью z , φ — азимутальный угол.

Потенциалы (19) и (20) представляют собой сферическую векторную волну. Видно, что компоненты этой волны обратно пропорциональны $(1 - \beta^2 \cos^2 \theta)$, т. е. при релятивистской скорости заряда излучение сосредоточено в узкой области углов θ порядка $1/\gamma$, где $\gamma = 1/\sqrt{1 - \beta^2}$. Поля излучения на большом расстоянии от решеток могут быть получены из выражений (19) и (20):

$$E_{x\omega} = \frac{q}{c} \frac{\beta \sin \theta \cos \theta}{1 - \beta^2 \cos^2 \theta} \times \left(\cos \varphi - C \frac{\sin^2 \theta \sin^2 \varphi \cos \varphi}{1 - \sin^2 \theta \sin^2 \varphi} \right) \frac{\exp \left[-i \frac{\omega}{c} R \right]}{R}, \quad (21)$$

$$E_{y\omega} = \frac{q}{c} \frac{\beta \sin \theta \cos \theta}{1 - \beta^2 \cos^2 \theta} \times \left(C \sin \varphi - \frac{\sin^2 \theta \cos^2 \varphi \sin \varphi}{1 - \sin^2 \theta \cos^2 \varphi} \right) \frac{\exp \left[-i \frac{\omega}{c} R \right]}{R}, \quad (22)$$

$$E_{z\omega} = -\frac{q}{c} \frac{\beta \sin^2 \theta \cos^2 \theta}{1 - \beta^2 \cos^2 \theta} \times \left(\frac{\cos^2 \varphi}{1 - \sin^2 \theta \cos^2 \varphi} + C \frac{\sin^2 \varphi}{1 - \sin^2 \theta \sin^2 \varphi} \right) \times \frac{\exp \left[-i \frac{\omega}{c} R \right]}{R}. \quad (23)$$

В релятивистском случае, когда $\gamma \gg 1$ для малых углов $\theta \leq 1/\gamma$, в выражении для C второе слагаемое много меньше первого, и этим слагаемым можно пренебречь. При этом величина C дает фазовый сдвиг, определяющий разность фаз излучения от первой решетки по отношению к излучению от второй решетки. Кроме того, при малых углах θ будем пренебрегать членами, пропорциональными $\sin^2 \theta$. Выражения (21)–(23) в этом случае переходят в следующие:

$$E_{x\omega} = \frac{q}{c} \frac{\beta \sin \theta \cos \theta \cos \varphi}{1 - \beta^2 \cos^2 \theta} \frac{\exp \left[-i \frac{\omega}{c} R \right]}{R}, \quad (24)$$

$$E_{y\omega} = \frac{q}{c} \frac{\beta \sin \theta \cos \theta \sin \varphi}{1 - \beta^2 \cos^2 \theta} \frac{\exp \left[-i \frac{\omega}{c} R \right]}{R} \times \exp \left[i \frac{\omega}{v} d \right] (1 - \beta \cos \theta). \quad (25)$$

Из этих выражений следует, в частности, что при значениях азимутального угла $\varphi = 0, \pi$ электрическое поле излучения лежит в плоскости xz , а при $\varphi = \pm \pi/2$ — в плоскости yz . В этих случаях поле излучения линейно поляризовано при любых расстояниях между решетками. При углах $\varphi = \pm(\pi/4), \pm(3\pi/4)$ поля E_x и E_y равны по величине и сдвинуты по фазе друг относительно друга на величину

$$\alpha = \frac{\omega}{v} d (1 - \beta \cos \theta).$$

Введем единичные векторы \mathbf{e}_x и \mathbf{e}_y , направленные, соответственно, по осям координат x и y . Тогда результирующее поле можно записать в виде

$$\mathbf{E} = \mathbf{e}_x E_0 \exp [i(kz - \omega t)] + \mathbf{e}_y E_0 \exp [i(kz - \omega t + \alpha)] = \mathbf{e}_x E_0 \exp [i(kz - \omega t)] + \mathbf{e}_y E_0 (\cos \alpha + i \sin \alpha) \exp [i(kz - \omega t)]. \quad (26)$$

Волна (26) имеет, вообще говоря, эллиптическую поляризацию. Для того чтобы определить параметры эллипса поляризации, а также направление вращения вектора \mathbf{E} , используем рассмотрение, проведенное в работе [6].

Поле (26) можно представить в виде

$$\mathbf{E} = (\mathbf{A} + i\mathbf{B}) \exp [i(kz - \omega t)], \quad (27)$$

где

$$\mathbf{A} = E_0 (\mathbf{e}_x + \mathbf{e}_y \cos \alpha), \quad \mathbf{B} = E_0 \mathbf{e}_y \sin \alpha. \quad (28)$$

Перепишем выражение (27) следующим тождественным образом:

$$\mathbf{E} = (\mathbf{A} + i\mathbf{B}) \exp [i(kz - \omega t)] = (\mathbf{A} + i\mathbf{B}) \exp [i(kz - \omega t + \psi)] \exp(-i\psi) = (\mathbf{A} + i\mathbf{B}) \exp [i(kz - \omega t + \psi)] (\cos \psi - i \sin \psi) = (\mathbf{C}' + i\mathbf{D}') \exp [i(kz - \omega t + \psi)], \quad (29)$$

где

$$\mathbf{C}' = (\mathbf{A} \cos \psi + \mathbf{B} \sin \psi), \quad \mathbf{D}' = (\mathbf{B} \cos \psi - \mathbf{A} \sin \psi),$$

а величина ψ является некоторым подгоночным параметром, значение которого мы определим ниже. Выберем ψ таким образом, чтобы скалярное произведение $\mathbf{C}'\mathbf{D}'$ равнялось нулю:

$$(\mathbf{A} \cos \psi + \mathbf{B} \sin \psi)(\mathbf{B} \cos \psi - \mathbf{A} \sin \psi) = 0.$$

После умножения получаем, что ψ должно удовлетворять следующему уравнению:

$$\operatorname{tg} 2\psi = \frac{2\mathbf{A} \cdot \mathbf{B}}{\mathbf{A}^2 - \mathbf{B}^2}. \quad (30)$$

Подставляя (28) в выражение (30), получаем

$$\operatorname{tg} 2\psi = \frac{2E_0^2 \sin \alpha \cos \alpha}{E_0^2(1 + \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha)} = \operatorname{tg} \alpha. \quad (31)$$

Таким образом, величина ψ равна половине сдвига фаз между волнами E_x и E_y :

$$\psi = \frac{1}{2}\alpha = \frac{1}{2} \frac{\omega}{v} d(1 - \beta \cos \theta) = \frac{1}{2} \pi \frac{d}{l_f}, \quad (32)$$

где

$$l_f = \frac{\pi v}{\omega(1 - \beta \cos \theta)} \quad (33)$$

— так называемый путь формирования излучения. Если рассматривается излучение под малыми углами, а скорость v заряженной частицы близка к скорости света c , т. е., если параметр $\beta = v/c$ близок к единице, то для величины l_f с хорошей точностью справедливо выражение

$$l_f \approx \lambda \gamma^2,$$

где λ — длина волны излучения. Величину l_f также называют когерентной длиной.

При выбранном значении ψ поле излучения может быть записано в виде

$$\mathbf{E} = (\mathbf{E}_1 + i\mathbf{E}_2) \exp[i(kz - \omega t)], \quad (34)$$

где

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_1 &= E_0(\mathbf{e}_x + \mathbf{e}_y) \cos \frac{\pi d}{2l_f}, \\ \mathbf{E}_2 &= E_0(-\mathbf{e}_x + \mathbf{e}_y) \sin \frac{\pi d}{2l_f}. \end{aligned} \quad (35)$$

Векторы \mathbf{E}_1 и \mathbf{E}_2 взаимно перпендикулярны. Их положение показано на рис. 2. Вектор \mathbf{E}_1 направлен по биссектрисе угла между положительными направлениями осей x и y . Вектор \mathbf{E}_2 направлен по биссектрисе угла, образованного отрицательным направлением оси x и положительным направлением оси y . Величина этих векторов зависит от отношения d/l_f . При этом абсолютные величины векторов \mathbf{E}_1 и \mathbf{E}_2 являются полуосями эллипса поляризации. Как видно из (35), при аргументе

$$\psi = \alpha/2 = (\pi/4) \pm n\pi, \quad n — \text{целое число,}$$

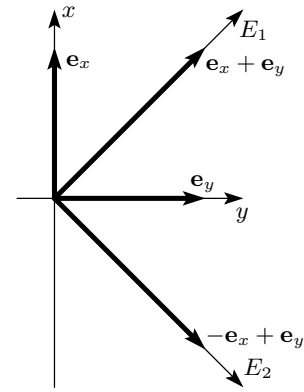


Рис. 2. Расположение осей эллипса поляризации

поляризация волны будет круговой. Если $\psi = \alpha/2 = (3\pi/4) \pm n\pi$, то поляризация также является круговой, но с противоположным направлением вращения. При $\psi = \alpha/2 = \pm n\pi$ излучение линейно поляризовано в направлении вектора $(\mathbf{e}_x + \mathbf{e}_y)$ (35). Если же

$$\psi = \alpha/2 = \pm(\pi/2) \pm n\pi,$$

излучение также линейно поляризовано, но в направлении вектора $(-\mathbf{e}_x + \mathbf{e}_y)$ (35). В остальных случаях имеет место эллиптическая поляризация излучения.

Отметим, что формулы (34) и (35), как следует из их вывода, относятся к излучению под малыми углами. Если рассматривается излучение релятивистских частиц ($\gamma \gg 1$), то проведенное рассмотрение описывает основную часть излучения. Если же частица не является релятивистской или рассматривается излучение релятивистской частицы под большим углом ($\theta \gg 1/\gamma$), то формулы (34) и (35) не применимы и требуется дополнительное рассмотрение.

Оценим интенсивность излучения. Излучение на частоте ω , проходящее через элемент поверхности dS , перпендикулярный радиусу-вектору \mathbf{R} (см. рис. 1), определяется формулой

$$W_\omega = \frac{c}{2} \int |E_\omega|^2 dS. \quad (36)$$

Величина $|E_\omega|^2$ в данном случае равна $2|E_0|^2$. Максимальная энергия излучается под малыми углами порядка $\theta \approx 1/\gamma$, и поэтому мы можем в формуле (24) для $E_{x\omega}$ положить

$$\theta = 1/\gamma, \quad \sin \theta \approx \theta = 1/\gamma, \quad \cos \theta \approx 1.$$

Такое приближение дает

$$E_0 = \frac{qv}{c^2} \gamma \cos \varphi \frac{\exp\left(-i\frac{\omega}{c}R\right)}{R}. \quad (37)$$

Телесный угол, в который происходит излучение, по порядку величины равен

$$d\Omega = \sin \theta d\theta d\varphi \approx \frac{1}{\gamma^2} d\varphi.$$

Оценка спектральной интенсивности по порядку величины дает

$$\begin{aligned} W_\omega &= \frac{c}{2} \int |E_0|^2 d\Omega = \\ &= \frac{q^2 v^2}{2c^3} \cos^2 \varphi \frac{1}{\gamma^2} \gamma^2 d\varphi \approx \frac{\pi q^2 v^2}{2c^3}. \end{aligned} \quad (38)$$

Из (38) следует, что спектральная интенсивность не зависит от частоты. Очевидно также, что формула (38) для спектральной интенсивности справедлива вплоть до некоторой частоты, на которой длина волны становится сравнимой с расстояниями между проволочками.

Из приведенного рассмотрения видно, что для получения излучения с выраженной круговой или эллиптической поляризацией поля, расстояние между решетками следует выбирать равным по порядку величины длине формирования l_f (33). В данном случае длина формирования пропорциональна длине излучаемой волны и квадрату энергии частицы. Размеры установки не могут быть слишком велики. Это обстоятельство накладывает определенные

ограничения на энергию частиц. С другой стороны, длина излучаемой волны ограничена снизу расстоянием между проволочками решетки. По-видимому, можно надеяться получить волны с эллиптической и круговой поляризациями в миллиметровом и субмиллиметровом диапазоне длин волн.

Авторы выражают благодарность профессору Ю. Шибате, обсуждения с которым во многом способствовали появлению настоящей работы.

ЛИТЕРАТУРА

1. В. Л. Гинзбург, И. М. Франк, ЖЭТФ **16**, 15 (1946).
2. В. Л. Гинзбург, В. Н. Цытович, *Переходное излучение и переходное рассеяние*, Наука, Москва (1984).
3. *Библиография работ по переходному излучению заряженных частиц (1945–1982)*, Ереванский физический институт, Ереван (1983).
4. Б. М. Болотовский, О. С. Мергелян, *Опт. и спектр.* **18**(1), (1965).
5. К. А. Барсуков, Л. Г. Нарышкина, *Изв. ВУЗов: сер. Радиофизика* **8**, 936 (1965).
6. Б. М. Болотовский, А. В. Серов, *Кратк. сообщ. по физике*, вып. 7, 29 (2003).