

ЭФФЕКТЫ РЕЗОНАНСНОЙ ПРОЗРАЧНОСТИ В АНИЗОТРОПНОЙ СРЕДЕ С ПОСТОЯННЫМ ДИПОЛЬНЫМ МОМЕНТОМ

*С. В. Сазонов**

*Калининградский государственный университет
236041, Калининград, Россия*

Поступила в редакцию 14 марта 2003 г.

Исследовано распространение двухкомпонентного лазерного импульса в оптически одноосной среде в условиях резонанса Захарова–Бенни (резонанса длинных и коротких волн). При этом коротковолновая обыкновенная составляющая импульса, находясь в резонансе с атомной подсистемой, эффективно порождает видеоимпульс необыкновенной волны — длинноволновую компоненту. Последняя динамическим образом выводит обыкновенный импульс из резонанса и вызывает его фазовую модуляцию за счет отличных от нуля диагональных матричных элементов дипольного момента. Предложен приближенный операторный подход к решению материальных уравнений для матрицы плотности, эквивалентный асимптотическому методу ВКБ и позволяющий свести исследования к решению системы нелинейных волновых уравнений для обеих компонент импульса. Предсказана возможность генерации видеоимпульса необыкновенной волны с помощью более длинного квазимонохроматического обыкновенного импульса. Показано, что при доминировании обыкновенной компоненты реализуется режим самоиндуцированной прозрачности, в противоположном пределе — эффект, названный необыкновенной прозрачностью. Соответствующие последнему случаю уединенные импульсы, испытывая замедление скорости распространения, аналогичное имеющему место при самоиндуцированной прозрачности, практически не вызывают изменения населенностей квантовых уровней. Проанализированы физические ситуации, приводящие исходные системы материальных и волновых уравнений к известным интегрируемым моделям.

PACS: 42.50.Md, 41.20.Jb, 42.65.Tg

1. ВВЕДЕНИЕ

Явление самоиндуцированной прозрачности (СИП) со времени своего обнаружения [1, 2] исследовано достаточно детально как с физической, так и с математической точек зрения [3, 4]. В анизотропных средах, где отсутствует симметрия относительно пространственной инверсии, квантовые состояния не обладают определенной четностью. Вследствие данного обстоятельства в таких состояниях диагональные матричные элементы дипольного момента отличны от нуля. Поэтому анизотропные молекулы могут обладать постоянным дипольным моментом, находясь в собственных энергетических состояниях. То же самое можно сказать об электронных состояниях анизотропных

сред, например, кристаллов, а также квантовых ям в полупроводниках [5, 6]. Последний случай следует выделить особо, так как современные технологии позволяют выращивать полупроводники, содержащие квантовые ямы с наперед заданными свойствами [6, 7]. В работах [5–9] явление СИП исследовано для сред, обладающих постоянным дипольным моментом в рамках скалярной модели, когда у импульса отлична от нуля одна компонента электрического поля. В работах [5, 6] предложен подход, не использующий в материальных и волновых уравнениях приближение медленно меняющихся амплитуд и фаз (ММАФ). При этом на дипольные моменты и частоты переходов наложены строгие ограничения, позволяющие свести системы материальных и волновых уравнений к интегрируемым моделям.

В оптически одноосной среде световой импульс

*E-mail: nst@alg.kaliningrad.ru

разбивается на обыкновенную и необыкновенную компоненты, способные взаимодействовать с квантовыми переходами. На нелинейной стадии данного взаимодействия присутствие постоянного дипольного момента может играть решающую роль. Исследованию особенностей нелинейной стадии резонансного взаимодействия двухкомпонентных импульсов с оптически одноосными средами и посвящена настоящая работа.

Статья построена следующим образом. В разд. 2 формулируется исходная модель и выводится система типа Максвелла–Блоха для случая распространения импульса перпендикулярно оптической оси. При этом обыкновенная компонента обладает ярко выраженной резонансной частотой, а необыкновенная является видеоимпульсом. Следующий раздел посвящен выводу системы связанных нелинейных волновых уравнений для обеих составляющих импульса на основе приближенного решения материальных уравнений с помощью операторного варианта асимптотического метода ВКБ, эквивалентного, как показано ниже, пренебрежению «темной» компонентой дипольного момента. В разд. 4 рассмотрены и проанализированы аналитические и численные решения системы волновых уравнений в виде уединенных бегущих образований, состоящих из обыкновенного импульса огибающей и необыкновенного видеоимпульса. Показывается, что различные количественные соотношения между амплитудами обеих компонент соответствуют различным физическим механизмам оптической прозрачности резонансной среды. Раздел 5 посвящен анализу ситуаций, приводящих к интегрируемым моделям. В Заключение подведены основные итоги работы.

2. ФОРМУЛИРОВКА МОДЕЛИ И СИСТЕМА МАКСВЕЛЛА–БЛОХА ДЛЯ ОПТИЧЕСКИ ОДНООСНОЙ СРЕДЫ

Пусть лазерный импульс распространяется в одноосной среде вдоль оси x , перпендикулярной оптической оси z . Обыкновенная E_o и необыкновенная E_e компоненты электрического поля \mathbf{E} импульса параллельны, соответственно, осям y и z .

Будем считать, что анизотропия является естественной и создается внутренним электрическим полем. В электрическом поле у электронных уровней снято вырождение по модулю проекции M полного углового момента [8]. Как следствие, в электронной подсистеме образуются π - ($\Delta M = 0$) и двукратно

вырожденные σ -переходы ($\Delta M = \pm 1$), разрешенные согласно электродипольным правилам отбора.

Волновая функция оптического электрона, находящегося в поле осевой симметрии при отсутствии импульса, может быть представлена в виде

$$\psi_{\mu M} = R_{\mu M}(r, z) \exp(iM\varphi), \quad (1)$$

где r, φ, z — компоненты цилиндрической системы координат, μ — совокупность квантовых чисел, отвечающих цилиндрической симметрии.

Используя соотношение (1), найдем выражения для декартовых компонент вектора $\mathbf{d}_{\mu\nu}$ дипольного момента перехода $\mu \leftrightarrow \nu$:

$$\begin{aligned} d_{\mu\nu}^x &= i \frac{d_{\mu\nu}}{\sqrt{2}} \Delta M_{\mu\nu}, & d_{\mu\nu}^y &= \frac{d_{\mu\nu}}{\sqrt{2}} |\Delta M_{\mu\nu}|, \\ d_{\mu\nu}^z &= D_{\mu\nu} (1 - |\Delta M_{\mu\nu}|), \end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned} \Delta M_{\mu\nu} &= M_\mu - M_\nu = 0, \pm 1, \\ d_{\mu\nu} &= -\sqrt{2}\pi e \int_0^\infty r^2 dr \int_{-\infty}^\infty R_\mu(r, z) R_\nu(r, z) dz, \\ D_{\mu\nu} &= -2\pi e \int_0^\infty r dr \int_{-\infty}^\infty z R_\mu(r, z) R_\nu(r, z) dz. \end{aligned}$$

Соответственно, для матричных элементов гамильтониана электродипольного взаимодействия \hat{V} с учетом того, что при нормальном распространении к оптической оси продольная компонента поля E_z отсутствует, будем иметь

$$\begin{aligned} V_{\mu\nu} = -\mathbf{d}_{\mu\nu} \cdot \mathbf{E} &= -D_{\mu\nu} (1 - |\Delta M_{\mu\nu}|) E_e - \\ &- \frac{d_{\mu\nu}}{\sqrt{2}} |\Delta M_{\mu\nu}| E_o. \quad (2) \end{aligned}$$

Эволюция состояния оптического электрона под действием лазерного импульса описывается уравнениями для элементов матрицы плотности $\hat{\rho}$:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho_{\mu\nu}}{\partial t} &= -i \left(\omega_{\mu\nu} - \frac{V_{\mu\mu} - V_{\nu\nu}}{\hbar} \right) \rho_{\mu\nu} - \\ &- \frac{i}{\hbar} \sum_\lambda (V_{\mu\lambda} \rho_{\lambda\nu} - \rho_{\mu\lambda} V_{\lambda\nu}), \quad (3) \end{aligned}$$

где \hbar — постоянная Планка, $\omega_{\mu\nu}$ — частота перехода $\mu \leftrightarrow \nu$.

Из формулы (2) следует, что отличны от нуля только те диагональные элементы \hat{V} , которые содержат необыкновенную компоненту поля импульса: $V_{\mu\mu} = -D_{\mu\mu} E_e$. Таким образом, необыкновенная составляющая вызывает квантовые π -переходы и за счет постоянного дипольного момента, обуславливает динамический сдвиг частот как π -, так и

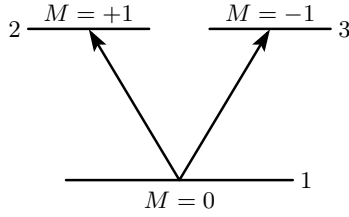


Рис. 1. Схема резонансных квантовых переходов при вырождении верхнего уровня по модулю проекции M углового момента

σ -переходов. Роль же обыкновенной компоненты заключается в возбуждении σ -переходов.

Ниже ограничимся рассмотрением двухуровневой системы, образующей σ -переход частоты ω_0 с двукратно вырожденным верхним уровнем (рис. 1). В этом случае система (3) при учете соотношения (2) и предположении, что длительность τ_p импульса короче всех времен релаксации, принимает вид

$$\frac{\partial \rho_{21}}{\partial t} = -i \left(\omega_0 + \frac{D_{11} - D_{22}}{\hbar} E_e \right) \rho_{21} + i \frac{d_{21}}{\sqrt{2}\hbar} E_o (\rho_{11} - \rho_{22}) - i \frac{d_{31}}{\sqrt{2}\hbar} E_o \rho_{23}, \quad (4)$$

$$\frac{\partial \rho_{31}}{\partial t} = -i \left(\omega_0 + \frac{D_{11} - D_{33}}{\hbar} E_e \right) \rho_{31} + i \frac{d_{31}}{\sqrt{2}\hbar} E_o (\rho_{11} - \rho_{33}) - i \frac{d_{21}}{\sqrt{2}\hbar} E_o \rho_{32}, \quad (5)$$

$$\frac{\partial \rho_{32}}{\partial t} = -i \frac{D_{22} - D_{33}}{\hbar} E_e \rho_{32} + i \frac{E_o}{\sqrt{2}\hbar} (d_{31} \rho_{12} - d_{21} \rho_{31}), \quad (6)$$

$$\frac{\partial \rho_{11}}{\partial t} = i \frac{E_o}{\sqrt{2}\hbar} [d_{21} (\rho_{21} - \rho_{12}) + d_{31} (\rho_{31} - \rho_{13})], \quad (7)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho_{22}}{\partial t} &= -i \frac{d_{21} E_o}{\sqrt{2}\hbar} (\rho_{21} - \rho_{12}), \\ \frac{\partial \rho_{33}}{\partial t} &= -i \frac{d_{31} E_o}{\sqrt{2}\hbar} (\rho_{31} - \rho_{13}). \end{aligned} \quad (8)$$

Отсюда видно, что в рассматриваемом случае обыкновенная компонента возбуждает квантовый переход, роль необыкновенной составляющей сводится к динамической модуляции частоты данного перехода, а также, как следует из формулы (6), при $D_{22} \neq D_{33}$ к динамическому снятию вырождения верхнего уровня.

Обыкновенная, P_o , и необыкновенная, P_e , компоненты поляризации, создаваемые данной средой, определяются выражениями

$$P_o = N \left[\frac{d_{21}}{\sqrt{2}} (\rho_{21} + \rho_{21}^*) + \frac{d_{31}}{\sqrt{2}} (\rho_{31} + \rho_{31}^*) \right], \quad (9)$$

$$P_e = N (D_{11} \rho_{11} + D_{22} \rho_{22} + D_{33} \rho_{33}), \quad (10)$$

где N — концентрация атомов.

Дополним соотношения (4)–(10) уравнениями Максвелла для составляющих электрического поля импульса:

$$\frac{\partial^2 E_{o,e}}{\partial x^2} - \frac{n_{o,e}^2}{c^2} \frac{\partial^2 E_{o,e}}{\partial t^2} = \frac{4\pi}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} (P_{o,e} - P_{o,e}^{(0)}). \quad (11)$$

Здесь c — скорость света в вакууме, $n_o(n_e)$ — обыкновенный (необыкновенный) показатель преломления, создаваемый матрицей из нерезонансных дипольных моментов, $P_o^{(0)}$ и $P_e^{(0)}$ — значения поляризационных компонент в отсутствие внешнего поля, причем (см. (9), (10)) $P_o^{(0)} = 0$,

$$P_e^{(0)} = N (D_{11} W_1 + D_{22} W_2 + D_{33} W_3), \quad (12)$$

где W_j ($j = 1, 2, 3$) — начальные заселенности соответствующих квантовых уровней.

Из выражений (10)–(12) следует, что необыкновенные компоненты поляризации и поля определяются динамикой населенностей квантовых уровней (диагональных элементов $\hat{\rho}$). Следовательно, в отличие от обыкновенной составляющей, необыкновенная компонента не обладает несущей частотой.

Учитывая последнее замечание, используем в формулах (4)–(9) и (11) (в уравнении для E_o) приближение ММАФ с помощью представлений

$$\begin{aligned} \rho_{21} &= R_{21} \exp[-i(\omega t - kx + \varphi)], \\ \rho_{31} &= R_{31} \exp[-i(\omega t - kx + \varphi)], \\ E_o &= 2\mathcal{E}_o \cos(\omega t - kx + \varphi), \end{aligned} \quad (13)$$

где ω и $k = \omega n_o/c$ — несущая частота и волновое число обыкновенной компоненты, а амплитуды R_{21} , R_{31} , \mathcal{E}_o и фаза φ являются медленно меняющимися в стандартном смысле [9].

Подставляя выражения (13) в формулы (4)–(8) и пренебрегая слагаемыми, осциллирующими на частоте 2ω , получим систему, совпадающую по форме с (4)–(8) с точностью до замен:

$$\rho_{21} \rightarrow R_{21}, \quad \rho_{31} \rightarrow R_{31}, \quad E_o \rightarrow \mathcal{E}_o,$$

$$\omega_0 \rightarrow \Delta + \frac{\partial \varphi}{\partial t} = \omega_0 - \omega + \frac{\partial \varphi}{\partial t},$$

которая может быть записана следующим образом:

$$\frac{\partial \hat{R}}{\partial t} = i[\hat{\Omega}, \hat{R}]. \quad (14)$$

Здесь эрмитовы матрицы \hat{R} и $\hat{\Omega}$ имеют вид

$$\hat{R} = \begin{pmatrix} \rho_{33} & \rho_{32} & R_{31} \\ \rho_{32}^* & \rho_{22} & R_{21} \\ R_{31}^* & R_{21}^* & \rho_{11} \end{pmatrix},$$

$$\hat{\Omega} = \begin{pmatrix} -\frac{1}{2} \left(\Delta + \frac{\partial \varphi}{\partial t} \right) + \Omega_{33} & 0 & \Omega_{31} \\ 0 & -\frac{1}{2} \left(\Delta + \frac{\partial \varphi}{\partial t} \right) + \Omega_{22} & \Omega_{21} \\ \Omega_{31} & \Omega_{21} & \frac{1}{2} \left(\Delta + \frac{\partial \varphi}{\partial t} \right) + \Omega_{11} \end{pmatrix}, \quad (15)$$

$$\Omega_{\mu\mu} = \frac{D_{\mu\mu} E_e}{\hbar}, \quad \mu = 1, 2, 3,$$

$$\Omega_{\mu 1} = \frac{d_{\mu 1} \mathcal{E}_o}{\sqrt{2} \hbar}, \quad \mu = 2, 3.$$

После подстановки выражений (13) в формулы (9), (11) и пренебрежения вторыми производными от медленных амплитуд и фазы, а также произведениями их первых производных, найдем

$$\frac{\partial \mathcal{E}_o}{\partial x} + \frac{n_o}{c} \frac{\partial \mathcal{E}_o}{\partial t} = i \frac{\pi N \omega}{\sqrt{2} c n_o} \sum_{\mu=2}^3 d_{\mu 1} (R_{\mu 1} - \text{c.c.}), \quad (16)$$

$$\mathcal{E}_o \left(\frac{\partial \varphi}{\partial x} + \frac{n_o}{c} \frac{\partial \varphi}{\partial t} \right) = -\frac{\pi N \omega}{\sqrt{2} c n_o} \sum_{\mu=2}^3 d_{\mu 1} R_{\mu 1} + \text{c.c.} \quad (17)$$

Пусть концентрация резонансных σ -переходов мала, так что выполняется неравенство

$$\Lambda \equiv \frac{\pi d^2 N}{\hbar \omega} \ll 1.$$

В этом случае уравнение (11) для E_e может быть редуцировано по порядку производной с помощью приближения однонаправленного распространения [10–12]. Пренебрегая в нулевом приближении (из-за малости N) правой частью (11), оставим в решении получившегося однородного уравнения лишь волну, распространяющуюся вправо (в глубь среды): $E_e = E_e(t - n_e x/c)$. Затем учтем правую часть, деформировав данное решение путем введения зависимости E_e еще и от «медленной» координаты $\zeta = \Lambda x$: $E_e = E_e(\tau_e, \zeta)$, где $\tau_e = t - n_e x/c$ — «локальное» время. Тогда, пренебрегая членами порядка Λ^2 , будем иметь

$$\frac{\partial}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial \tau_e}, \quad \frac{\partial}{\partial x} = -\frac{n_e}{c} \frac{\partial}{\partial \tau_e} + \Lambda \frac{\partial}{\partial \zeta},$$

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} \approx \frac{n_e^2}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial \tau_e^2} - \frac{2\Lambda n_e}{c} \frac{\partial^2}{\partial \tau_e \partial \zeta}.$$

Отсюда, а также из выражений (10)–(12) после однократного интегрирования по τ_e и возвращения к исходным независимым переменным x и t получим

$$\frac{\partial E_e}{\partial x} + \frac{n_e}{c} \frac{\partial E_e}{\partial t} = -\frac{2\pi N}{n_e c} \frac{\partial}{\partial t} \sum_{\mu=1}^3 D_{\mu\mu} (\rho_{\mu\mu} - W_{\mu}). \quad (18)$$

Подчеркнем, что здесь, в отличие от уравнения (16), величина E_e — не огибающая, а полная необыкновенная компонента поля импульса (как отмечалось выше, E_e не имеет несущей частоты).

Уравнения (14)–(18) образуют самосогласованную нелинейную систему, описывающую распространение импульса, обыкновенная компонента которого резонансно взаимодействует с σ -переходами оптически одноосной среды, а необыкновенная вызывает модуляцию резонансной частоты среды.

Следуя [6], предположим вначале, что $d_{31} = d_{21} = d$, $D_{33} = D_{22} \neq D_{11}$. В этом случае различие между переходами $1 \leftrightarrow 2$ и $1 \leftrightarrow 3$ стирается, и мы приходим фактически к двухуровневой системе. Действительно, из выражений (14), (15) при отмеченных условиях имеем

$$R_{21} = R_{31}, \quad \rho_{33} = \rho_{22}, \quad \rho_{32} - \rho_{22} = \text{const} = -W_2.$$

Как результат, уравнения (14)–(18) переходят в систему типа Максвелла–Блоха для сред с осевой оптической симметрией:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = -\left(\Delta + \frac{\partial \varphi}{\partial t} + \Omega_e \right) v, \quad (19)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} = \left(\Delta + \frac{\partial \varphi}{\partial t} + \Omega_e \right) u + \Omega_o w, \quad (20)$$

$$\frac{\partial w}{\partial t} = -\Omega_o v, \quad (21)$$

$$\frac{\partial \Omega_o}{\partial x} + \frac{n_o}{c} \frac{\partial \Omega_o}{\partial t} = \alpha v, \quad (22)$$

$$\Omega_o \left(\frac{\partial \varphi}{\partial x} + \frac{n_o}{c} \frac{\partial \varphi}{\partial t} \right) = -\alpha u, \quad (23)$$

$$\frac{\partial \Omega_e}{\partial x} + \frac{n_e}{c} \frac{\partial \Omega_e}{\partial t} = \beta \frac{\partial w}{\partial t}, \quad (24)$$

где

$$u = \frac{R_{21} + R_{21}^*}{\sqrt{2}}, \quad v = \frac{R_{21}^* - R_{21}}{i\sqrt{2}},$$

$$w = \frac{2\rho_{22} - \rho_{11} - W_2}{2}, \quad \Omega_o = \frac{2d\mathcal{E}_o}{\hbar}, \quad \Omega_e = \frac{DE_e}{\hbar},$$

$$\alpha = \frac{4\pi d^2 N \omega}{\hbar c n_o}, \quad \beta = \frac{2\pi D^2 N}{\hbar c n_o},$$

$D = D_{11} - D_{22}$ (ниже именно величину D будем называть постоянным дипольным моментом).

Система (19)–(24) обобщает «скалярную» модель, рассмотренную в [5], на случай наличия у поля двух компонент — обыкновенной и необыкновенной.

Подчеркнем еще раз, что обыкновенная компонента Ω_o частоты Раби определяется огибающей \mathcal{E}_o обыкновенной составляющей поля импульса, а необыкновенная Ω_e — компонентой самого поля E_e . Редукция в полевых уравнениях (22) и (24) от вторых производных к первым также оказалась возможной по разным причинам и при использовании различных приближений: соответственно, ММАФ и однонаправленного распространения. Смысл первого приближения состоит в том, что под огибающей \mathcal{E}_o укладывается большое число оптических колебаний, смысл второго — в медленном изменении профиля E_e в сопутствующей системе координат благодаря малой концентрации резонансных центров (по этой причине приближение однонаправленного распространения иногда называют приближением медленно меняющегося профиля [13]). При этом необыкновенная компонента, в отличие от обыкновенной, вообще говоря, не имеет несущей частоты, т. е. является видеоимпульсом или, по устанавливающейся терминологии [14–17], предельно коротким импульсом. Появление E_e , как видно из уравнения (24) и выражения для β , обусловлено наличием у одноосной среды постоянного дипольного момента.

3. ВОЛНОВЫЕ УРАВНЕНИЯ В РЕЖИМЕ СИЛЬНОЙ НЕЛИНЕЙНОСТИ

Для решения материальных уравнений (19)–(21) при $\Delta = 0$ перепишем эту систему в матричном виде:

$$\frac{\partial \mathbf{r}}{\partial t} = \hat{A} \mathbf{r}, \quad (25)$$

где $\mathbf{r} = (w, u, v)^T$,

$$\hat{A} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -\Omega_o \\ 0 & 0 & -\tilde{\Omega}_e \\ \Omega_o & \tilde{\Omega}_e & 0 \end{pmatrix}. \quad (26)$$

Здесь

$$\tilde{\Omega}_e = \Omega_e + \frac{\partial \varphi}{\partial t}.$$

Записанная в такой форме данная система совпадает с уравнениями для амплитуд вероятностей трехуровневой системы, переходы внутри которой под действием резонансных полей образуют λ -схему [18]. Следуя этой аналогии, совершим преобразование поворота на угол γ в плоскости (ω, u) вокруг компоненты v вектора \mathbf{r} : $\tilde{\mathbf{r}} = \hat{L} \mathbf{r}$, $\tilde{\hat{A}} = \hat{L} \hat{A} \hat{L}^{-1}$, где $\tilde{\mathbf{r}} = (\tilde{w}, \tilde{u}, v)$,

$$\hat{L} = \begin{pmatrix} \cos \gamma & \sin \gamma & 0 \\ -\sin \gamma & \cos \gamma & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Тогда уравнение (25) примет вид

$$\frac{\partial \tilde{\mathbf{r}}}{\partial t} + \hat{L} \frac{\partial}{\partial t} (\hat{L}^{-1}) \tilde{\mathbf{r}} = \tilde{\hat{A}} \tilde{\mathbf{r}}.$$

Выбрав γ таким, что $\text{tg} \gamma = \tilde{\Omega}_e / \Omega_o$, перепишем последнее уравнение в виде системы

$$\begin{aligned} \frac{\partial \tilde{w}}{\partial t} &= -\Omega v + \Omega_- \tilde{u}, \\ \frac{\partial \tilde{u}}{\partial t} &= -\Omega_- \tilde{w}, \quad \frac{\partial \tilde{v}}{\partial t} = \Omega \tilde{w}, \end{aligned} \quad (27)$$

где

$$\Omega = \sqrt{\Omega_o^2 + \tilde{\Omega}_e^2},$$

$$\Omega_- = \frac{\partial \gamma}{\partial t} = \left(\frac{\Omega_o \partial \tilde{\Omega}_e}{\partial t} - \frac{\tilde{\Omega}_e \partial \Omega_o}{\partial t} \right) \frac{1}{\Omega^2}.$$

Пользуясь аналогией с теорией «одетых» квантовых состояний в трехуровневой системе [18, 19], назовем v и

$$\tilde{u} = u \cos \gamma - w \sin \gamma = \frac{\Omega_o}{\Omega} u - \frac{\tilde{\Omega}_e}{\Omega} w, \quad (28)$$

соответственно, «светлой» и «темной» компонентами дипольного момента, а Ω и Ω_- — «светлой» и «темной» частотами Раби.

Очевидно, величина Ω_- характеризует степень рассогласования в динамике обыкновенной, Ω_o , и эффективной необыкновенной, $\tilde{\Omega}_e$, составляющих поля импульса. Предположим, что обе составляющие почти адиабатически следуют друг за другом, так что выполняется условие [18, 19] $\Omega_- \ll \Omega$. Тогда, полагая в системе (27) $\Omega_- = 0$, легко находим ее решение при начальных условиях

$u(-\infty) = v(-\infty) = 0$, $w(-\infty) = w_\infty$, которое для исходных переменных имеет вид

$$\begin{aligned} u &= -2w_\infty \frac{\tilde{\Omega}_e \Omega_o}{\Omega^2} \sin^2 \frac{\theta}{2}, & v &= w_\infty \frac{\Omega_o}{\Omega} \sin \theta, \\ w &= w_\infty \left[1 - 2 \left(\frac{\Omega_o}{\Omega} \right)^2 \sin^2 \frac{\theta}{2} \right], \end{aligned} \quad (29)$$

где

$$\theta = \int_{-\infty}^t \Omega dt'.$$

При сделанном предположении ($\Omega_- \approx 0$), как видно из системы (27), $\partial \tilde{u} / \partial t \approx 0$, т. е. «темный» дипольный момент остается практически неизменным, хотя присутствует внешнее воздействие.

Подставляя выражения (29) в правые части уравнений (22)–(24), получим

$$\frac{\partial \Omega_o}{\partial x} + \frac{n_o}{c} \frac{\partial \Omega_o}{\partial t} = -b_o \frac{\Omega_o}{\Omega} \sin \theta, \quad (30)$$

$$\frac{\partial \varphi}{\partial x} + \frac{n_o}{c} \frac{\partial \varphi}{\partial t} = -2b_o \frac{\Omega_e + \partial \varphi / \partial t}{\Omega^2} \sin^2 \frac{\theta}{2}, \quad (31)$$

$$\frac{\partial \Omega_e}{\partial x} + \frac{n_e}{c} \frac{\partial \Omega_e}{\partial t} = b_e \frac{\partial}{\partial t} \left[\left(\frac{\Omega_o}{\Omega} \right)^2 \sin^2 \frac{\theta}{2} \right]. \quad (32)$$

Здесь $b_o = -\alpha w_\infty$, $b_e = -2\beta w_\infty$.

Сделаем важное замечание, которое будет использовано ниже при рассмотрении более сложного случая. Решения (29), найденные здесь при использовании критерия «адиабатичности», $\Omega_- \ll \Omega$, в точности совпадают с аналогичными решениями системы вида (25), полученными в работе [20] с помощью операторного метода ВКБ [21, 22]. Поэтому можно говорить о формальной идентичности обоих подходов. Общим свойством решений, полученных с помощью асимптотического метода ВКБ, является то, что коэффициенты при периодических функциях значительно медленнее, чем данные функции, изменяются во времени [21, 22]. При условии «адиабатичности» отношения вида $\tilde{\Omega}_e / \Omega$, а следовательно, и коэффициенты при синусах в выражениях (29), являются медленными функциями времени. Данное обстоятельство представляет собой еще один аргумент в пользу сделанного утверждения.

Пусть теперь $d_{31} \neq d_{21}$. В этом случае систему (14), (15) можно приближенно решить с помощью только что упомянутого операторного варианта метода ВКБ [20, 23]. Запишем решение данной системы в виде

$$\hat{R}(t) = \hat{U} \hat{R}(-\infty) \hat{U}^+, \quad (33)$$

где \hat{U} — унитарный оператор эволюции.

Используя (15), легко установить, что матрица $\hat{\Omega}$ не коммутирует сама с собой в различные моменты времени, т. е. $[\hat{\Omega}(t), \hat{\Omega}(t')] \neq 0$ при $t \neq t'$. Если, однако, импульсное воздействие является достаточно коротким, то изменение элементов $\hat{\Omega}$ за это время Δt будет незначительным и можно говорить о приближенной коммутативности $\Omega(t)$ и $\Omega(t')$. Тогда оператор эволюции [20, 23]

$$\hat{U} = \lim_{\|\hat{\Omega}\| \rightarrow \infty} \exp \left(i \int_{-\infty}^t \hat{\Omega} dt' \right), \quad (34)$$

$\Delta t \rightarrow 0$

где $\|\dots\|$ — норма оператора.

В выражении (34) принято во внимание, что с укорочением длительности импульса его амплитуда возрастает, и система (14), (15) принимает вид линейных уравнений с большими переменными коэффициентами. Именно последнее обстоятельство позволяет говорить здесь о применимости подхода ВКБ [21].

Если все собственные значения матрицы

$$\hat{\theta} \equiv \int_{-\infty}^t \hat{\Omega} dt'$$

различны, то экспоненту в выражении (34) можно вычислить с помощью формулы Сильвестра [24]

$$\exp(i\hat{\theta}) = \sum_j \prod_{k \neq j} \frac{\hat{\theta} - \lambda_k \hat{I}}{\lambda_j - \lambda_k} \exp(i\lambda_j), \quad (35)$$

где \hat{I} — единичная матрица, $\{\lambda_k\}$ — множество собственных значений $\hat{\theta}$. Поскольку $\|\hat{\Omega}\| \rightarrow \infty$, собственные значения λ_k также стремятся к бесконечности. Неопределенности перед экспонентами в (35) можно раскрыть по правилу Лопиталья, полагая в пределе $\Delta t \rightarrow 0$

$$\hat{\theta} \approx \hat{\Omega} \Delta t, \quad \lambda_k \approx p_k \Delta t \approx \int_{-\infty}^t p_k dt,$$

где $\{p_k\}$ — спектр собственных значений оператора $\hat{\Omega}$. Тогда из формул (33)–(35) найдем приближенные выражения для оператора эволюции в пределе, соответствующем условию применимости метода ВКБ [20]:

$$\hat{U} = \sum_j \exp \left(i \int_{-\infty}^t p_j dt' \right) \prod_{k \neq j} \frac{\hat{\Omega} - p_k \hat{I}}{p_j - p_k}. \quad (36)$$

Уравнение для собственных значений p матрицы $\hat{\Omega}$ имеет вид

$$\left(\Omega_{33} - \frac{1}{2} \frac{\partial \varphi}{\partial t} - p\right) \times \\ \times \left[\left(\Omega_{22} - \frac{1}{2} \frac{\partial \varphi}{\partial t} - p\right) \left(\Omega_{11} + \frac{1}{2} \frac{\partial \varphi}{\partial t} - p\right) - \Omega_{21}^2 \right] - \\ - \Omega_{31}^2 \left(\Omega_{22} - \frac{1}{2} \frac{\partial \varphi}{\partial t} - p\right) = 0.$$

В общем случае это уравнение третьего порядка. Однако, если сохранить одно из сделанных выше предположений, $D_{33} = D_{22}$, его корни находятся без труда:

$$p_1 = \Omega_{22} - \frac{1}{2} \frac{\partial \varphi}{\partial t}, \quad p_{2,3} = \frac{\Omega_{11} + \Omega_{22} \pm \Omega}{2}. \quad (37)$$

Здесь

$$\Omega = \sqrt{\left(\Omega_{11} - \Omega_{22} + \frac{\partial \varphi}{\partial t}\right)^2 + 4(\Omega_{21}^2 + \Omega_{31}^2)} = \sqrt{\tilde{\Omega}_e^2 + \Omega_o^2}, \\ \tilde{\Omega}_e = \frac{DE_e}{\hbar} + \frac{\partial \varphi}{\partial t}, \quad \Omega_o = \frac{2d\varepsilon_o}{\hbar},$$

в данном случае

$$d^2 = \frac{d_{21}^2 + d_{31}^2}{2}.$$

Заметим, что выражение для Ω_o переходит в рассмотренное выше при $d_{21} = d_{31} = d$, а выражение для $\tilde{\Omega}_e$ осталось без изменений, так как предположение $D_{33} = D_{22}$ сохранено.

Положим, что до импульсного воздействия ($t = -\infty$) заселено только основное состояние, т.е. отличен от нуля лишь один элемент $\hat{R}(-\infty)$: $\rho_{11}(-\infty) = 1$. Тогда из формул (33), (36) и (37) находим:

$$\rho_{11} = 1 - \left(\frac{\Omega_o}{\Omega}\right)^2 \sin^2 \frac{\theta}{2}, \\ \rho_{\mu\mu} = 4 \left(\frac{\Omega_{\mu 1}}{\Omega}\right)^2 \sin^2 \frac{\theta}{2}, \quad (38) \\ R_{\mu 1} = i \frac{\Omega_{\mu 1}}{\Omega} \sin \theta + 2 \frac{\tilde{\Omega}_e \Omega_{\mu 1}}{\Omega^2} \sin^2 \frac{\theta}{2}, \quad \mu = 2, 3,$$

где θ определяется, как в (29).

Легко видеть, что при $d_{31} = d_{21} = d$ решения (38) после соответствующего введения переменных u , v и w переходят в решения (29), найденные другим способом. Таким образом, вновь подтверждается вывод об эквивалентности обоих подходов. Малость «темной» частоты Раби, Ω_- , в сравнении со «светлой»,

Ω , означает медленное изменение отношений типа $\Omega_{\mu 1}/\Omega$, $\tilde{\Omega}_e/\Omega$ по сравнению с изменением самих величин $\Omega_{\mu 1}$, $\tilde{\Omega}_e$, Ω . Именно эти отношения образуют коэффициенты при тригонометрических функциях в выражениях (38), а медленность их изменения со временем находится в согласии с общими свойствами решений, найденных с помощью метода ВКБ.

Подстановка выражений (38) в правые части (16)–(18) приводит к системе нелинейных волновых уравнений вида (30)–(32), где теперь

$$b_o = \frac{\pi N \omega (d_{21}^2 + d_{31}^2)}{\hbar c n_o}, \quad b_e = \beta.$$

Таким образом, анализ распространения импульса сводится к исследованию системы нелинейных волновых уравнений (30)–(32).

В отсутствие постоянного дипольного момента $b_e = 0$. Тогда, как видно из (32) и (31), если на входе в среду $\Omega_e = \partial \varphi / \partial t = 0$, то эти равенства сохраняются и в самой среде. В этом случае $\Omega = \Omega_o$ и уравнение (30) сводится к уравнению синус-Гордона

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial x \partial \tau} = -b_o \sin \theta, \quad (39)$$

где $\tau = t - n_o x / c$, описывающему хорошо известный режим СИП [3, 4] при точном резонансе поля со средой.

Наличие же постоянного дипольного момента неизбежно приводит к формированию необыкновенной составляющей, не имеющей несущей частоты, а также к фазовой модуляции обыкновенной компоненты импульса (см. (32) и (31)), чем обеспечивается динамический выход последней из резонанса с атомной подсистемой. Таким образом, посредством среды происходит нелинейное взаимодействие между коротковолновой обыкновенной и длинноволновой необыкновенной компонентами оптического импульса. Очевидно, данное взаимодействие будет наиболее эффективным при $n_o = n_e$ (см. (30)–(32)). Последнее равенство соответствует условию резонанса длинных и коротких волн (резонанса Захарова–Бенни [25, 26]). Если высокочастотная составляющая волнового поля не находится в резонансе с атомной подсистемой, последняя возбуждается незначительно. Режим резонанса Захарова–Бенни в этом случае описывается системой Захарова, обладающей слабой (степенной) нелинейностью [25]. Однонаправленным вариантом уравнений Захарова является интегрируемая система Ядзимы–Ойкавы [17, 27, 28]. В нашем же случае из-за резонанса обыкновенной компоненты с атомной подсистемой происходит, вообще

говоря, сильное взаимодействие поля со средой. Поэтому нелинейность системы (30)–(32) имеет ярко выраженный (нестепенной) характер.

4. САМОИНДУЦИРОВАННАЯ И НЕОБЫКНОВЕННАЯ ПРОЗРАЧНОСТИ

Будем искать решение системы (30)–(32) в виде уединенных стационарных бегущих волн, предполагая зависимость величин Ω_o , Ω_e и φ от аргумента $t - x/V$, где V — скорость распространения рассматриваемых волн. Тогда, учитывая, что $\Omega_o, \Omega_e, \theta \rightarrow 0$ при $t \rightarrow -\infty$, из уравнений (30)–(32) будем иметь

$$\begin{aligned} \Omega'_o &= g_o \frac{\Omega_o}{\Omega} \sin \theta, \\ \varphi' &= 2g_o(\Omega_e + \varphi') \left(\frac{1}{\Omega} \sin \frac{\theta}{2} \right)^2, \\ \Omega_e &= -g_e \left(\frac{\Omega_o}{\Omega} \right)^2 \sin^2 \frac{\theta}{2}, \end{aligned} \quad (40)$$

где

$$g_{o,e} = b_{o,e} \left(\frac{1}{V} - \frac{n_{o,e}}{c} \right)^{-1},$$

а штрих над Ω_o и φ обозначает производную по $t - z/V$. Предположим вначале, что роль необыкновенной составляющей относительно мала: $\Omega_o^2 \gg \tilde{\Omega}_e^2$. Это приближение соответствует генерации видеоимпульса необыкновенной волны при подаче на вход среды квазимонохроматической обыкновенной компоненты (см. (32)). Тогда в выражениях (40) можно положить $\Omega = \theta' \approx \Omega_o$, после чего первое уравнение принимает вид

$$\theta'' = g_o \sin \theta$$

и имеет решение типа уединенной волны:

$$\Omega_o = \Omega_{om} \operatorname{sch} \frac{t - x/V}{\tau_p}, \quad (41)$$

где $\Omega_{om} = 2/\tau_p$. При этом связь между длительностью и скоростью V выражается соотношением

$$\frac{1}{V} = \frac{n_o}{c} + b_o \tau_p^2. \quad (42)$$

Подставляя данное выражение в два других уравнения, получим

$$\Omega_e = \varphi' = -\Omega_{em} \operatorname{sch}^2 \frac{t - x/V}{\tau_p}, \quad (43)$$

где

$$\Omega_{em} = \frac{b_e}{(n_o - n_e)/c + b_o \tau_p^2}. \quad (44)$$

В этом приближении, как видно из формул (38),

$$\rho_{11} = 1 - \left[\left(\frac{2\Omega_{em}}{\Omega_{om}} \right)^2 + \operatorname{ch}^2 \frac{t - x/V}{\tau_p} \right]^{-1}. \quad (45)$$

Решение (41)–(45) соответствует режиму СИП. Действительно, при распространении солитоноподобного импульса (41) в резонансной атомной подсистеме происходит почти полная инверсия (так как $(2\Omega_{em}/\Omega_{om})^2 \ll 1$) с последующим возвратом в исходное состояние. Порожденная за счет постоянного дипольного момента необыкновенная составляющая (42) выводит атомы из резонанса (см. (4), (5)) с обыкновенной компонентой, при этом оказывает влияние на последнюю. Согласно принципу Ле-Шателье–Брауна, импульс на данное воздействие отвечает фазовой модуляцией, как бы стремясь остаться в резонансе со средой. Из формулы (43) видно, что рассматриваемая компенсация в данном приближении оказывается полной: динамическое понижение частоты атомного перехода сопровождается таким же синхронным уменьшением несущей частоты обыкновенной компоненты импульса. Таким образом, среда остается в резонансе с полем обыкновенной волны, чем и объясняется ее практически полная инверсия в месте расположения импульсного максимума.

Используя явное выражение для b_o , знаменатель соотношения (44) можно переписать в виде

$$\frac{(n_o - n_e) + (\Lambda/n_o)(\omega\tau_p)^2}{c}.$$

С одной стороны, $\Lambda \ll 1$, с другой, $(\omega\tau_p)^2 \gg 1$. Поэтому оба слагаемых в числителе могут быть сравнимы по величине. Для сред с отрицательным двулучепреломлением ($n_o - n_e > 0$) при укорочении длительности импульса амплитуда его необыкновенной компоненты растет и наоборот. В случае же положительного двулучепреломления ($n_o - n_e < 0$) возможны два варианта: при $(\Lambda/n_o)(\omega\tau_p)^2 > n_e - n_o$ ситуация качественно схожа с только что рассмотренной, если же $(\Lambda/n_o)(\omega\tau_p)^2 < n_e - n_o$, во-первых, необыкновенная составляющая изменяет полярность, во-вторых, с укорочением τ_p значение амплитуды Ω_e уменьшается. Если оба показателя преломления матрицы совпадают ($n_o = n_e$), что соответствует резонансу Захарова–Бенни, то $\Omega_{em} = b_e/b_o\tau_p^2$. В этом случае генерация необыкновенного видеоимпульса происходит наиболее эффективно. При $(\Lambda/n_o)(\omega_0\tau_p)^2 = n_e - n_o$ в знаменателе (44) возникает особенность. Однако в этом случае нарушается исходное предположение о доминировании обыкновенной компоненты. Поэтому при положительном

двулучепреломлении рассматриваемое решение может иметь физический смысл только вдали от этой особенности. При $|n_o - n_e|/c \ll b_o \tau_p^2$ отношение

$$\left| \frac{\Omega_e}{\Omega_o} \right|^2 \sim \frac{(D/d)^4}{(\omega \tau_p)^2},$$

и исходное условие $\tilde{\Omega}_e^2 \ll \Omega_o^2$ хорошо выполняется для квазимонохроматической обыкновенной компоненты. Если $|n_o - n_e|/c \gg b_o \tau_p^2$, упомянутое условие выполняется еще лучше, так как, согласно выражению (41), амплитуда обыкновенной составляющей всегда возрастает с укорочением ее длительности, в то время как величина Ω_{em} стремится к предельному значению $cb_e/|n_o - n_e|$.

Рассмотрим теперь противоположный случай: $\tilde{\Omega}_e^2 \gg \Omega_o^2$. Тогда $\Omega = \theta' \approx \tilde{\Omega}_e$. Умножая в этих условиях первое уравнение (40) на Ω_o , будем иметь

$$(\Omega_o^2)' = \frac{2}{\theta'} g_o \Omega_o^2 \sin \theta. \quad (46)$$

Складывая второе уравнение с третьим, запишем

$$\theta' = \frac{1}{\theta'^2} (2g_o \theta' - g_e \Omega_o^2) \sin^2 \frac{\theta}{2}.$$

Выражая отсюда Ω_o^2 , после подстановки получившегося выражения в формулу (46) получим

$$\left[\theta' \left(2g_o - \frac{\theta'^2}{\sin^2(\theta/2)} \right) \right]' = 2g_o \left(2g_o - \frac{\theta'^2}{\sin^2(\theta/2)} \right) \sin \theta. \quad (47)$$

Выбрав анзац

$$\theta' = B \sin \frac{\theta}{2}, \quad (48)$$

где B — подлежащая определению постоянная, перепишем выражение (47) в виде

$$\theta'' = 2g_o \sin \theta.$$

Дифференцируя (48) и сравнивая с последним уравнением, найдем $B^2 = 8g_o$. После интегрирования (48) будем иметь

$$\tilde{\Omega}_e = \pm \frac{2}{\tau_p} \operatorname{sch} \frac{t - z/V}{\tau_p}. \quad (49)$$

Здесь связь между V и τ_p выражается соотношением (42) с точностью до замены $b_o \rightarrow 2b_o$.

Используя найденное решение и второе уравнение (40) в приближении $\Omega \approx \tilde{\Omega}_e$, найдем

$$\Omega_e = 3\varphi' = \frac{3\tilde{\Omega}_e}{4},$$

после чего из последнего уравнения (40) в том же приближении получим

$$\Omega_o = \sqrt{-\frac{8g_o \Omega_e}{g_e}}$$

(отсюда видно, что значения Ω_e и $\tilde{\Omega}_e$ отрицательны). В результате

$$\Omega_o = \Omega_{om} \operatorname{sch}^{1/2} \frac{t - x/V}{\tau_p}, \quad (50)$$

$$\Omega_e = -\Omega_{em} \operatorname{sch} \frac{t - x/V}{\tau_p}, \quad (51)$$

$$\varphi' = -\varphi'_m \operatorname{sch} \frac{t - x/V}{\tau_p}, \quad (52)$$

где $\Omega_{em} = 3/2\tau_p$, $\varphi'_m = 1/2\tau_p$,

$$\Omega_{om} = 2\frac{d}{D} \sqrt{\frac{3\omega}{\tau_p} \left(1 + \frac{n_o - n_e}{2b_o c \tau_p^2} \right)}.$$

Подставляя (50) и (51) в (38), найдем

$$\rho_{11} = 1 - \left(\frac{3\Omega_{om}}{4\Omega_{em}} \right)^2 \operatorname{sch} \frac{t - x/V}{\tau_p}. \quad (53)$$

Выражение для скорости при $n_e = n_o$ можно записать в виде

$$\frac{1}{V} = \frac{n_o}{c} + 2b_o \tau_p^2 = \frac{n_o}{c} \left[1 + \Lambda \left(\frac{3\omega}{n_o \Omega_{em}} \right)^2 \right]. \quad (54)$$

Согласно данному выражению, а также приближению $(\Omega_{om}/\Omega_{em})^2 \ll 1$, при котором оно получено, населенности квантовых уровней среды по мере прохождения в ней связанного состояния импульсов вида (50), (51) практически не изменяются. В рассматриваемом пределе, как видно из формулы (28), «темная» компонента дипольного момента $u' \approx -w$. По своему смыслу в приближении ВКБ $u' \approx \text{const}$, поэтому и $w \approx \text{const}$, что согласуется с (53).

Амплитуда эффективной отстройки обыкновенной компоненты от резонанса с атомной подсистемой, согласно (19), (20), (51) и (52), равна

$$|\varphi' + \Omega_e|_{t=z/V} = \frac{2\Omega_{em}}{3}$$

и по крайней мере в несколько раз превышает обыкновенную частоту Раби Ω_o . Таким образом, квазимонохроматическая обыкновенная составляющая импульса эффективно выводится из резонанса со средой необыкновенной составляющей, не имеющей

несущей частоты. Следовательно, в данном случае реализуется режим прозрачности, отличный от СИП. Отталкиваясь от приведенного выше анализа, физическое явление, лежащее в основе решений (49)–(53), можно назвать необыкновенной прозрачностью (НП). Тем самым в данном эффекте подчеркивается ключевая роль видеоимпульса необыкновенной волны. Отметим, что общая площадь A импульса вида (49)–(52), как и в случае СИП, равна 2π . Действительно,

$$A = \int_{-\infty}^{\infty} \Omega dt \approx \int_{-\infty}^{\infty} |\tilde{\Omega}_e| dt = 2\pi$$

(см. (49)). Площадь же импульса обыкновенной волны

$$A_o \equiv \int_{-\infty}^{\infty} \Omega_o dt \ll 2\pi.$$

В то же время скорость распространения импульса замедляется, согласно (54), и по порядку величины имеет такое же значение, как и солитоны СИП. Здесь напрашивается некоторая аналогия с эффектом электромагнитно-индуцированной прозрачности [29, 30], при котором резкое просветление среды в центре линии резонансного поглощения сопровождается значительным (гораздо более сильным, чем в случае СИП) уменьшением групповой скорости сигнала. Данный эффект реализуется в системе трехуровневых атомов с λ -схемой разрешенных переходов и инициируется мощной резонансной накачкой на переходе $2 \leftrightarrow 3$. При этом атомы все время остаются в основном состоянии. В нашем же случае пленение атомов в основном состоянии достигается за счет видеоимпульса необыкновенной волны, возникающего из-за наличия постоянного дипольного момента в анизотропной среде и распространяющегося вместе с квазимонохроматическим обыкновенным импульсом с замедленной скоростью (54). С одной стороны, $\Lambda \ll 1$, с другой, $(\omega/\Omega_{em})^2 \sim (\omega\tau_p)^2 \gg 1$, поэтому значение скорости сильно зависит от параметров среды и импульса и может изменяться в широких пределах.

Механизм замедления в случае НП проще всего понять на основе спектрального анализа.

В силу условия квазимонохроматичности $\omega\tau_p \gg 1$ обыкновенной волны имеем $|\varphi'| \sim 1/\tau_p \ll \omega$, т. е. уширение спектра, обусловленное фазовой модуляцией, является не столь значительным и приближение ММАФ остается в силе.

Интегрируя (52), находим

$$\varphi = -\arctg \frac{\exp(t - x/V)}{\tau_p}.$$

Тогда выражение для E_o , согласно (13) и (50), можно переписать в виде

$$\frac{dE_o}{\hbar} = \frac{\Omega_{om}}{\sqrt{2}} \operatorname{sch} \frac{\tau}{\tau_p} \left[\exp\left(-\frac{\tau}{2\tau_p}\right) \cos(\omega t - kx) + \exp\left(\frac{\tau}{2\tau_p}\right) \sin(\omega t - kx) \right], \quad (55)$$

где $\tau = t - x/V$, $k = n_o\omega/c$.

Применив к (55) преобразование Фурье,

$$G_o(\nu) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dE_o}{\hbar} e^{i\nu\tau} d\tau,$$

после усреднения по x и учета условия квазимонохроматичности $\omega\tau_p \gg 1$, найдем

$$|G_o(\nu)|^2 = \left(\frac{\pi\Omega_{om}\tau_p}{2}\right)^2 (1 + e^{-\eta} \operatorname{sch} \eta) \operatorname{sch} \eta, \quad (56)$$

где $\eta = \pi(\nu - \omega)\tau_p$.

Для фурье-образа необыкновенной компоненты после исследования выражения (51) имеем

$$|G_e(\nu)|^2 = \left| \int_{-\infty}^{\infty} \Omega_e \exp(i\nu\tau) d\tau \right|^2 = \frac{9\pi^2}{4} \operatorname{sch}^2 \frac{\pi\nu\tau_p}{2}. \quad (57)$$

Зависимость (56) представлена на рис. 2, который можно интерпретировать следующим образом. На развитой стадии НП высокочастотные фотоны обыкновенной волны за счет механизма резонанса Захарова–Бенни передают часть своей энергии в низкочастотную необыкновенную компоненту, испытывая при этом «покраснение»: из рис. 2 видно, что спектр обыкновенной составляющей центрирован на частоте $\nu_m < \omega$, соответствующей $\eta = \eta_m < 0$. Анализ формулы (56) показывает, что $\eta_m = -0.38$. Отсюда находим $\nu_m = \omega - 0.12/\tau_p$. Кроме того, спектральная ширина $\delta\omega_{ET}$ импульса НП (50) оказывается шире спектра $\delta\omega_{SIT}$ солитона СИП (41): $\delta\omega_{ET} = 0.74/\tau_p$, $\delta\omega_{SIT} = 0.57/\tau_p$. Здесь спектральные ширины определяются значениями частот на уровне половины максимальных значений $|G_o(\nu)|^2$.

Полагая в уравнении (30) $\Omega_o, \Omega \sim \exp(i\delta\omega t - i\delta kx)$, после линеаризации ($\sin \theta \approx \theta = -i\Omega/\delta\omega$) придем к дисперсионному соотношению

$$k = \frac{n_o\delta\omega}{c} - \frac{b}{\delta\omega}.$$

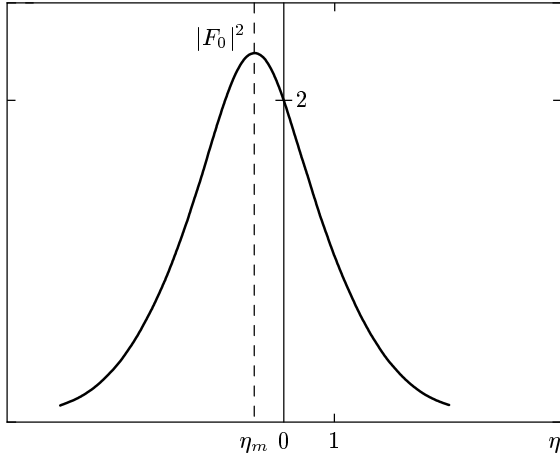


Рис. 2. Спектральное распределение энергии обыкновенной компоненты импульса при необыкновенной прозрачности; $|G_o|^2 = (\pi\Omega_{om}\tau_p/2)^2|F_o|^2$

Отсюда получим для групповой скорости:

$$\frac{1}{V} = \frac{d\delta k}{d\delta\omega} = \frac{n_o}{c} + \frac{b_o}{(\delta\omega)^2}.$$

Взяв в качестве ширины спектральной линии $\delta\omega \sim \delta\omega_{ET}$, придем к выражению (54). Таким образом, модификация закона дисперсии необыкновенной волны вблизи резонанса приводит к замедлению скорости распространения импульса. Заметим, что порождение видеоимпульса необыкновенной волны за счет резонанса Захарова–Бенни вдали от атомно-полевого резонанса, напротив, приводит к увеличению скорости распространения [17].

В работе [6] рассмотрены солитоны, практически не вызывающие изменения населенностей квантовых состояний. Однако в ней, в отличие от нашего случая, исследована скалярная (однокомпонентная) модель. В работе [20] проанализированы акустические уединенные импульсы в разбавленном парамагнетике, также не изменяющие населенностей квантовых состояний, но испытывающие замедление скорости. Роль продольной компоненты акустического импульса аналогична роли необыкновенной составляющей лазерного сигнала [20]. Поперечная же компонента упругого импульса, как и обыкновенная составляющая оптического, вызывает квантовые переходы.

Амплитуда необыкновенной компоненты рассматриваемых импульсов, как и скорость распространения, монотонно растет с уменьшением длительности τ_p . Таким же свойством обладает и амплитуда обыкновенной составляющей в среде с отрицательным двулучепреломлением ($n_o > n_e$)

и при $n_o = n_e$. При положительном же двулучепреломлении ($n_o < n_e$) величина Ω_{om} растет с уменьшением τ_p вплоть до

$$\tau_p = \tau_c \equiv \sqrt{\frac{3\hbar n_o(n_e - n_o)}{4\pi d^2 N\omega}},$$

где достигает своего наибольшего значения. При дальнейшем укорочении длительности амплитуда Ω_{om} уменьшается и при $\tau_p = \tau_c/\sqrt{3}$ обращается в нуль. Нижний предел τ_p соответствует максимальному значению амплитуды необыкновенной волны: $\Omega_{em} = 3\sqrt{3}/2\tau_c$. Найдем условие, при котором можно наблюдать явление НП. Для простоты рассмотрим случай резонанса Захарова–Бенни: $n_o = n_e$. Тогда, используя формулы (50)–(52), условие $\Omega_{om}^2 \ll \tilde{\Omega}_{em}^2$ перепишем в виде

$$1 \ll \omega\tau_p \ll \frac{1}{3} \left(\frac{D}{d}\right)^2. \tag{58}$$

Левая часть неравенства (58) соответствует условию квазимонохроматичности обыкновенной компоненты. К настоящему времени созданы полупроводниковые кристаллы GaAs/Al_{0.14}Ga_{0.86} с запирающими барьерами из Al_{0.3}Ga_{0.3}As, в которых $D/d \approx 7$ [6, 7], чего недостаточно для удовлетворения обеим частям (58). С другой стороны, в кристаллах указанного типа может с успехом наблюдаться отмеченная выше генерация видеоимпульса необыкновенной волны с помощью обыкновенного квазимонохроматического импульса, а также режим СИП для двухкомпонентных импульсов. Справедливое для последнего случая условие $\Omega_o^2 \gg \tilde{\Omega}_e^2$, как следует из формул (41) и (44), при $n_e = n_o$ имеет вид $(\omega\tau_p)^2 \gg (D/d)^4$. При отмеченном выше значении отношения D/d последнему условию легко удовлетворить для импульса длительностью $\tau_p \sim 0.1$ пс, обыкновенная компонента которого имеет несущую частоту $\omega \sim 10^{15} \text{ с}^{-1}$ и при $d \sim 10^{-18}$ ед. СГСЭ интенсивность

$$I_o \sim \frac{c}{4\pi} \left(\frac{\hbar}{d\tau_p}\right)^2 \sim 10^{10} \text{ Вт/см}^2.$$

Тогда интенсивность видеоимпульса необыкновенной составляющей

$$I_e \sim \frac{c}{4\pi} \left(\frac{\hbar\Omega_e}{D}\right)^2 \sim I_o \left(\frac{D}{d}\right)^2 \frac{1}{(\omega\tau_p)^2} \sim 10^6 \text{ Вт/см}^2.$$

Что касается выполнения условий (5), при которых можно наблюдать эффект НП, то современные технологии позволяют увеличить отношение

D/d [6, 7]. При $D/d \approx 20$ можно будет говорить о выполнении условия (58), а следовательно, и о возможности наблюдения НП в экспериментальных условиях.

Рассмотрим теперь решение системы (40) при произвольном соотношении между амплитудами обыкновенной и необыкновенной компонент импульса. После сложения второго уравнения с третьим найдем

$$\sin^2 \frac{\theta}{2} = \frac{\tilde{\Omega}_e \Omega^2}{2g_o \tilde{\Omega}_e - g_e \Omega_o^2}. \quad (59)$$

Учитывая, что

$$\Omega'_o = \frac{d\Omega_o}{d\theta} \theta' = \frac{\Omega d\Omega_o}{d\theta},$$

после интегрирования первого уравнения (40) получим

$$\int_0^{\Omega_o} \frac{\Omega^2 d\Omega_o}{\Omega_o} = g_o \int_0^{\Omega_o} \sin \theta d\theta = 2g_o \sin^2 \frac{\theta}{2}.$$

При интегрировании приняты естественные условия на бесконечности: $\Omega_o \rightarrow 0$ при $\theta \rightarrow 0$. Отсюда и из (59) после дифференцирования по Ω_o имеем

$$\frac{\Omega^2}{\Omega_o^2} = \frac{d}{d\Omega_o} \frac{2g_o \tilde{\Omega}_e \Omega^2}{2g_o \tilde{\Omega}_e - g_e \Omega_o^2}.$$

Введя новые безразмерные переменные X и Y согласно соотношениям $\Omega_o^2 = 4\sigma^2 X$, $\tilde{\Omega}_e = -2\sigma Y$, где $\sigma = 2g_o/g_e$, придем к дифференциальному уравнению, выражающему связь между обеими составляющими импульса в режиме бегущей волны:

$$\frac{dY}{dX} = \frac{(X + Y^2)(Y + 2X)^2 + 2XY^2(2Y - 1)}{4X[X(X + Y^2) + Y^2(Y + 2X)]}. \quad (60)$$

Из первого уравнения системы (40) с учетом (59) и вновь введенных переменных найдем

$$\frac{dX}{d\xi} = \pm 2X \sqrt{\frac{2Y}{Y + 2X} \left[1 - 2g \frac{Y(X + Y^2)}{Y + 2X} \right]}, \quad (61)$$

где

$$\xi = \frac{t - x/V}{\tau_p}, \quad g = \frac{4g_o}{g_e^2},$$

знаки «-» и «+» относятся, соответственно, к областям $X < X_{max}$ и $X > X_{max}$.

Заметим, что при условии резонанса Захарова-Бенни ($n_e = n_o$)

$$g = 4 \left(\frac{d}{D} \right)^4 (\omega \tau_p)^2.$$

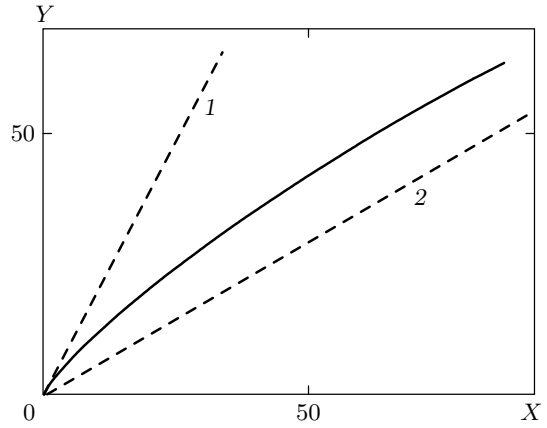


Рис. 3. Зависимость $Y(X)$, построенная на основе численного решения уравнения (60); начальный участок прямой 1 (в окрестности $X = 0$) соответствует режиму СИП, прямая 2 при $X \gg 1$ — режиму НП

Здесь введена длительность τ_p согласно соотношению (42).

Используя соотношения (38), (40) и (59), найдем

$$\Omega_o = 2\sigma \sqrt{X}, \quad \Omega_e = -4\sigma \frac{XY}{Y + 2X}, \quad (62)$$

$$\varphi' = -2\sigma \frac{Y^2}{Y + 2X}, \quad \rho_{11} = 1 - 2g \frac{XY}{Y + 2X}.$$

Таким образом, решив систему (60) и (61), с помощью выражений (62) можно найти физические параметры среды и распространяющегося в ней импульса.

Первый разобранный здесь случай, $\tilde{\Omega}_e^2 \ll \Omega_o^2$, соответствует условию $Y^2 \ll X, 1$. Тогда уравнение (60) приближенно запишется в виде

$$\frac{dY}{dX} = 1 + \frac{Y}{2X} - \frac{1}{2} \left(\frac{Y}{2X} \right)^2,$$

имеющем интересующее нас (удовлетворяющее условию $Y(0) = 0$) решение $Y = 2X$. Используя далее формулы (61) и (62), приходим к выражениям (41)–(45), описывающим режим СИП.

При $Y^2 \gg X, 1$ (или $\tilde{\Omega}_e^2 \gg \Omega_o^2$) выражение (57) имеет вид

$$\frac{dY}{dX} = \frac{(2 + Y/X)^2 + 4Y/X}{4(3 + Y/X)},$$

решение которого $Y = 2X/3$, как легко видеть из формул (58) и (59), соответствует режиму НП (соотношениям (49)–(53)).

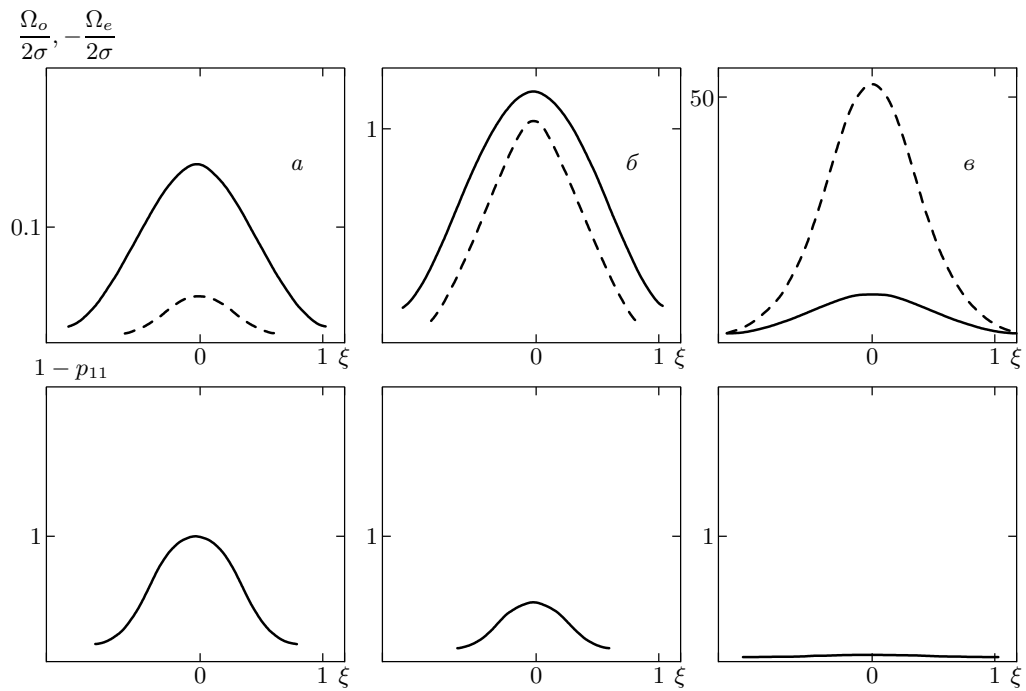


Рис. 4. Результаты численного решения системы (60)–(62): $g = 40.6$ (а), 0.38 (б), $3.2 \cdot 10^{-4}$ (в). На верхних рисунках сплошные линии соответствуют обыкновенным компонентам (Ω_o), штриховые — необыкновенным ($-\Omega_e$)

Промежуточный между СИП и НП случай не поддается аналитическому исследованию. Здесь уравнение (60) необходимо решать численно. Результат соответствующего анализа представлен на рис. 3. На рис. 4 изображены профили бегущего импульса и изменение населенности основного состояния при различных соотношениях между амплитудами Ω_o и Ω_e . В двух предельных случаях, соответствующих СИП (а) и НП (в), также наблюдается хорошее согласие между численными расчетами и аналитическими решениями, приведенными выше. Рисунок 5 иллюстрирует структуру двухкомпонентного импульса с учетом фазовой модуляции обыкновенной волны.

Таким образом, СИП переходит в НП при плавном увеличении амплитуды необыкновенной компоненты импульса. При этом увеличивается фазовая модуляция в центре обыкновенной составляющей.

Двухкомпонентный бегущий импульс в виде связанного состояния обыкновенной высокочастотной составляющей и видеоимпульса необыкновенной компоненты (взаимно ортогональных друг другу) может быть создан различными способами перед подачей в резонансную среду. Один из механизмов обсуждался в разд. 3 настоящей работы. Он связан с генерацией видеоимпульса необыкновенной волны

более длинным квазимонохроматическим обыкновенным импульсом из-за ненулевых диагональных матричных элементов дипольного момента. Может возникнуть естественный вопрос об устойчивости исследованных стационарных режимов распространения. Пусть, например, как высокочастотная, так и низкочастотная компоненты имеют обе составляющие: обыкновенную и необыкновенную. Выше отмечалось, что при распространении импульса перпендикулярно оптической оси обыкновенная составляющая вызывает σ -, а необыкновенная — π -переходы (см. (2)).

Характерные частоты резонансных σ -переходов $\omega_\sigma \sim \omega \sim 10^{15} \text{ с}^{-1}$. Длительность же двухкомпонентного импульса исходя из требований квазимонохроматичности высокочастотной составляющей не может быть меньше 10 фс. Следовательно, максимальные спектральные ширины обеих составляющих имеют порядок 10^{14} с^{-1} . Поскольку спектр видеоимпульса имеет максимум на нулевой частоте (см. рис. 5), в его спектре отсутствуют фурье-компоненты, резонансные σ -переходам. Поэтому низкочастотная обыкновенная составляющая будет слабо взаимодействовать со средой и не может обладать способностью сколь-либо значительно повлиять на параметры двухкомпонент-

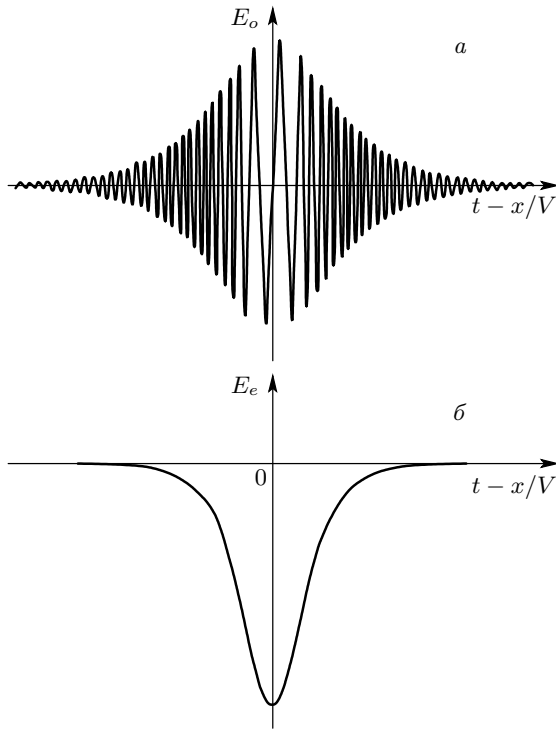


Рис. 5. Схематический вид обыкновенной (а) и перпендикулярной ей необыкновенной (б) составляющих импульса, распространяющихся в режиме резонанса Захарова–Бенни

ного импульса, испытывающего замедление в скорости распространения из-за сильной резонансной связи с σ -переходами среды. Аналогичные рассуждения приводят к выводу, что высокочастотная необыкновенная компонента также не способна деформировать рассмотренные выше стационарные бегущие импульсы, если ее спектральная ширина (по порядку величины равная частоте Раби) остается меньшей частотного интервала между рассмотренным нами σ -переходом и ближайшим к нему π -переходом. Последнее ограничение представляется важным, так как необыкновенные компоненты способны возбуждать π -переходы, если в их спектре есть соответствующие резонансные частоты.

5. О ДРУГИХ ПОДХОДАХ ПРИ ТОЧНОМ РЕЗОНАНСЕ ЗАХАРОВА–БЕННИ

Случай $n_e = n_o$ позволяет использовать несколько иной подход к исследованию поставленных в настоящей работе задач, восходящий к работам [31, 32]. Домножая уравнение (22) на $2\Omega_o$ и используя (21) и (24), после интегрирования с учетом усло-

вий на бесконечности ($\Omega_o, \Omega_e \rightarrow 0$ при $x, t \rightarrow \infty$) получим

$$\Omega_e = -\frac{\beta}{2\alpha}\Omega_o^2. \tag{63}$$

Дальнейшее исследование сводится к решению системы (19)–(23) с учетом (63).

Фазовая модуляция обыкновенной волны, определяемая уравнением (23), в рамках ММАФ может быть учтена неявно в комплексной огибающей \mathcal{E}_o поля E_o , определенной как

$$E_o = \mathcal{E}_o \exp [i(\omega t - kx)] + \text{с.с.}$$

а также в огибающих для ρ_{21} и ρ_{31} .

Тогда в случае $d_{31} = d_{21} = d$ и $D_{33} = D_{22}$ легко приходим к системе

$$\frac{\partial s}{\partial t} = i(\Delta + \Omega_e)s + i\Omega_o w, \tag{64}$$

$$\frac{\partial w}{\partial t} = \frac{i}{2}(\Omega_o^* s - \Omega_o s^*), \tag{65}$$

$$\frac{\partial \Omega_o}{\partial x} + \frac{n_o}{c} \frac{\partial \Omega_o}{\partial t} = -i\alpha s, \tag{66}$$

где $s = u + iv$, а частота Раби $\Omega_o = 2d\mathcal{E}_o/\hbar$ в данном случае является комплексной величиной.

Уравнение для Ω_e совпадает с (24), а выражение (63) принимает вид

$$\Omega_e = -\frac{\beta}{2\alpha}|\Omega_o|^2.$$

Подстановка данного выражения в уравнение (64) приводит систему (64)–(66) к интегрируемой модели, исследованной в работе [32].

Ниже наряду с выражением (63) используем приближенную систему (30)–(32), полученную из (19)–(23) путем исключения материальных переменных с помощью асимптотического метода ВКБ. Легко видеть, что при выполнении (63) из уравнений (31) и (32) при $n_e = n_o$ следует требование $\partial\varphi/\partial t = \Omega_e$. Рассмотрим подробнее случай НП, соответствующий условию $\tilde{\Omega}_e \gg \Omega_o$. Тогда

$$\Omega \approx |\tilde{\Omega}_e| = \frac{\beta}{\alpha}\Omega_o^2.$$

Домножая уравнение (30) на $(2\beta/\alpha)\Omega_o$ и переходя к локальному времени τ , получим уравнение синус-Гордона вида (39) с учетом замены $b_o \rightarrow 2b_o$. При этом «площадь»

$$\theta = \frac{\beta}{\alpha} \int_{-\infty}^{\tau} \Omega_o^2 dt' = \int_{-\infty}^{\tau} |\tilde{\Omega}_e| dt'.$$

Любопытно отметить, что к этому же уравнению мы приходим из формулы (32) с учетом (63), если в правой части (32) в соответствии с отмеченными выше свойствами решений, найденных методом ВКБ, пренебрежем производной от «медленной» переменной $(\Omega_o/\Omega)^2$. Тогда

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \left[\left(\frac{\Omega_o}{\Omega} \right)^2 \sin^2 \frac{\theta}{2} \right] &\approx \\ &\approx \left(\frac{\Omega_o}{\Omega} \right)^2 \frac{\partial}{\partial t} \left(\sin^2 \frac{\theta}{2} \right) = \frac{\Omega_o^2}{2\Omega} \sin \theta \end{aligned}$$

и соотношение (63) следует из уравнений (30) и (32) автоматически.

После чего, используя (63), снова приходим к уравнению (39) при учете замены $b_o \rightarrow 2b_o$. Решая его, получаем выражения типа (49)–(52). Скорость же определяется соотношением (54). Разница между выражениями (54) и (42) находится в строгом соответствии с указанным выше отличием в коэффициентах обоих уравнений синус-Гордона.

Таким образом, сделанные приближения позволяют говорить, что оба режима, СИП и НП, описываются уравнением синус-Гордона. Следовательно, 2π -импульсы НП при $n_e = n_o$ с поправкой на использованные приближения можно считать солитонами, как и 2π -импульсы СИП. Различие между обоими типами солитонов состоит в степени их воздействия на среду: солитоны СИП полностью инвертируют атомы с последующим их возвратом в основное состояние, солитоны же НП оставляют населенности уровней среды практически неизменными.

Общее свойство устойчивости солитонов уравнения синус-Гордона позволяет говорить об устойчивости распространения двухкомпонентных импульсов в исследованных здесь режимах СИП и НП по отношению к небольшим шевелениям профилей обоих компонент.

С другой стороны, схема метода обратной задачи рассеяния, детально разработанная для уравнений синус-Гордона, может позволить исследовать динамику формирования двухкомпонентных импульсов в обоих режимах по мере эволюции запущенного в среду входного сигнала.

Следуя [31], можно предложить также подход, не использующий ММАФ, а предполагающий лишь малую плотность среды ($\Lambda \ll 1$). В этом случае уравнение (11) для E_o может быть редуцировано подобно тому, как это было сделано выше для необыкновенной составляющей. Систему материальных уравнений (4)–(8) используем здесь, как и при получении

(64)–(66), в случае $d_{31} = d_{32} = d$, $D_{33} = D_{22}$. В результате найдем

$$\frac{\partial q}{\partial t} = i(\omega_o + \Omega_e)q + i\tilde{\Omega}_o w, \quad (67)$$

$$\frac{\partial w}{\partial t} = -\tilde{\Omega}_o \text{Im} q, \quad (68)$$

$$\frac{\partial \tilde{\Omega}_o}{\partial x} + \frac{n_o}{c} \frac{\partial \tilde{\Omega}_o}{\partial t} = -i\tilde{\alpha} \frac{\partial}{\partial t} \text{Re} q, \quad (69)$$

где

$$\tilde{\alpha} = 2\omega\alpha, \quad \tilde{\Omega}_o = \frac{2dE_o}{\hbar}, \quad q = \sqrt{2}\rho_{21}.$$

Уравнение для Ω_e имеет вид (24).

При $n_e = n_o$ система (67)–(69), (24), как показано в работе [31], имеет интеграл движения, связывающий в нашем случае обыкновенную и необыкновенную составляющие друг с другом. При естественных условиях на бесконечности данный интеграл может быть записан в виде

$$\tilde{\Omega}_o^2 = -\frac{\tilde{\alpha}}{2\beta} (\Omega_e^2 + 2\omega_o \Omega_e). \quad (70)$$

Отсюда следует, в частности, что $\Omega_e < 0$.

В данном случае ($n_e = n_o$) система (67)–(69), (24) является интегрируемой [31]. Она может рассматриваться как обобщение редуцированной системы Максвелла–Блоха [10, 11] на случай анизотропной среды.

6. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Проведенное в настоящей работе исследование выявляет существенное влияние видеоимпульса необыкновенной волны на распространение обыкновенного импульса огибающей в оптически одноосной резонансной среде. При распространении поперек оптической оси роли обеих составляющих импульса строго дифференцированы: обыкновенная волна возбуждает резонансные σ -переходы, а необыкновенная динамическим образом сдвигает частоту этих переходов. Следствием данного обстоятельства является появление нового механизма резонансной прозрачности, суть которого состоит в следующем. Подаваемый на вход одноосной резонансной среды импульс с ярко выраженной несущей частотой за счет постоянного дипольного момента порождает видеоимпульс необыкновенной волны, в результате чего среда выходит из резонанса с входным импульсом, одновременно вызывая фазовую модуляцию последнего. Данный механизм назван в работе необыкновенной прозрачностью,

чтобы подчеркнуть решающую роль в его формировании порождаемой в среде необыкновенной компоненты. Населенности квантовых уровней среды при этом практически не изменяются, однако скорость распространения импульса уменьшается согласно выражению (54) и не зависит от величины постоянного дипольного момента. Отметим, что солитоны, не изменяющие населенности квантовых уровней, в рамках скалярной (однокомпонентной) модели для поля рассмотрены в работе [6], а в работе [20] исследованы акустические двухкомпонентные солитоноподобные импульсы, также сохраняющие населенности неизменными. В рамках двухкомпонентной модели, рассмотренной в работе [6], в отличие от нашего случая, обе полевые составляющие вызывают σ -переходы.

Двухкомпонентная система Максвелла–Блоха (19)–(24), на наш взгляд, может представить самостоятельный интерес с точки зрения исследования ее математической структуры.

Рассмотренный здесь операторный вариант асимптотического метода ВКБ для разрешения материальных уравнений позволил, в отличие от предыдущих работ, рассмотреть среду с вырожденным верхним уровнем при $d_{31} \neq d_{21}$. В этом случае самосогласованная система, описывающая динамику поля и среды, не сводится к системе (19)–(24), но приближенные волновые уравнения после исключения материальных переменных в обоих случаях ($d_{31} = d_{21}$ и $d_{31} \neq d_{21}$) имеют вид (30)–(32).

Являясь неинтегрируемой, данная система получена при меньших ограничениях на параметры среды, чем те, которые приводят к интегрируемым моделям.

Уравнение Максвелла для необыкновенной компоненты приведено к редуцированному до первых производных виду благодаря предположению о малой плотности резонансных центров. Для целей настоящей работы это предположение не является обязательным. Если сохранить соответствующее уравнение в исходном (нередуцированном) варианте

$$\frac{\partial^2 \Omega_e}{\partial x^2} - \frac{n_e^2}{c^2} \frac{\partial^2 \Omega_e}{\partial t^2} = \frac{4\pi D^2 N}{\hbar c^2} \frac{\partial^2 w}{\partial t^2},$$

то рассмотренные здесь решения типа бегущих связанных образований импульса огибающей обыкновенной волны и необыкновенного видеоимпульса сохраняют свой вид с точностью до замены

$$g_e \rightarrow \frac{cb_e}{2n_o} \left(\frac{1}{V^2} - \frac{n_e^2}{c^2} \right)^{-1}.$$

Однако для нахождения более сложных решений, в том числе с помощью численных методов, редуцированный вариант уравнения для Ω_e в виде (24), скорее всего, более предпочтителен.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (грант № 02-02-17710а).

ЛИТЕРАТУРА

1. S. L. McCall and E. L. Hahn, Phys. Rev. Lett. **18**, 908 (1967).
2. S. L. McCall and E. L. Hahn, Phys. Rev. **183**, 457 (1969).
3. G. L. Lamb, Rev. Mod. Phys. **43**, 99 (1971).
4. A. I. Maimistov and A. M. Basharov, *Nonlinear Optical Waves*, Kluwer Acad. Publ., Dordrecht (1999).
5. M. Agrotis, N. M. Ercolani, S. A. Glasgow, and J. V. Moloney, Physica D **138**, 134 (2000).
6. А. А. Заболотский, ЖЭТФ **121**, 1012 (2002).
7. S. Kócinac, Z. Ikonjić, and V. Milanović, Opt. Comm. **140**, 89 (1997).
8. И. И. Собельман, *Введение в теорию атомных спектров*, Наука, Москва (1977).
9. Л. Аллен, Дж. Эберли, *Оптический резонанс и двухуровневые атомы*, Мир, Москва (1978).
10. J. D. Gibbon, P. J. Caudrey, J. K. Eilbeck, and R. K. Bullough, J. Phys. A: Math. Gen. **6**, 1237 (1973).
11. P. J. Caudrey, J. K. Eilbeck, J. D. Gibbon, and R. K. Bullough, Let. Nuovo Cimento **8**, 775 (1973).
12. S. V. Sazonov and E. V. Trifonov, J. Phys. B: Atom. Mol. Opt. Phys. **27**, L7 (1994).
13. М. Б. Виноградова, О. В. Руденко, А. П. Сухоруков, *Теория волн*, Наука, Москва (1990).
14. С. А. Козлов, С. В. Сазонов, ЖЭТФ **111**, 404 (1997).
15. А. И. Маймистов, КЭ **30**, 287 (2000).
16. А. М. Желтиков, УФН **172**, 743 (2002).
17. С. В. Сазонов, А. Ф. Соболевский, Письма в ЖЭТФ **75**, 746 (2002).
18. J. H. Eberly, Quant. Semiclass. Opt. **7**, 373 (1995).
19. M. Fleischhauer, Phys. Rev. A **54**, 794 (1996).
20. С. В. Воронков, С. В. Сазонов, ЖЭТФ **120**, 269 (2001).

21. Н. Н. Моисеев, *Асимптотические методы нелинейной механики*, Наука, Москва (1981).
22. А. Найфэ, *Введение в методы возмущений*, Мир, Москва (1984).
23. А. Ю. Пархоменко, С. В. Сазонов, *КЭ* **27**, 139 (1999).
24. В. А. Якубович, В. М. Старжинский, *Параметрический резонанс в линейных системах*, Наука, Москва (1987).
25. В. Е. Захаров, *ЖЭТФ* **62**, 1745 (1972).
26. Р. Додд, Дж. Эйлбек, Дж. Гиббон, Х. Моррис, *Солитоны и нелинейные волновые уравнения*, Мир, Москва (1988).
27. N. Yadjima and M. Oikawa, *Progr. Theor. Phys.* **56**, 1719 (1976).
28. С. В. Сазонов, *ЖЭТФ* **118**, 20 (2000).
29. K. J. Boller, A. Imamoglu, and S. E. Harris, *Phys. Rev. Lett.* **66**, 2593 (1991).
30. О. Kocharovskaya, *Phys. Rep.* **219**, 175 (1992).
31. А. А. Заболотский, *Письма в ЖЭТФ* **76**, 709 (2002).
32. А. А. Zabolotskii, *Phys. Lett. A* **124**, 500 (1987).