

МАГНИТООПТИЧЕСКОЕ СЖАТИЕ АТОМНОГО ПУЧКА

*В. И. Балыкин, В. Г. Миногин**

*Институт спектроскопии Российской академии наук
142190, Троицк, Московская обл., Россия*

Поступила в редакцию 2 июля 2002 г.

Рассмотрено распространение атомного пучка в квадрупольном магнитном поле при поперечном облучении пучка охлаждающим лазерным полем. Охлаждающее лазерное поле выбрано в виде двумерной $\sigma^+ - \sigma^-$ -конфигурации. Показано, что субдоплеровский резонанс в радиационной силе может использоваться для уменьшения поперечного размера атомного пучка до величины порядка 10 мкм. Установлено, что совместные поперечные охлаждение и сжатие атомного пучка позволяют увеличить фазовую плотность пучка до значений порядка $10^{-4} - 10^{-3}$. Анализ дипольного взаимодействия атома с охлаждающим и сжимающим лазерным полем в присутствии квадрупольного магнитного поля дан в простейшей модели (3 + 5)-уровневого атома.

PACS: 32.80.Pj, 42.50.Vk

1. ВВЕДЕНИЕ

В последние годы существует значительный интерес к проблеме сжатия атомных пучков с целью повышения их фазовой плотности. Одной из эффективных схем является сжатие атомного пучка охлаждающим лазерным полем в присутствии неоднородного магнитного поля. Поперечное охлаждение пучка атомов в потенциальной яме, созданной магнитным полем, приводит к понижению амплитуды колебаний атомов в потенциале и, соответственно, к уменьшению поперечного размера атомного пучка. Ранее близкие схемы сжатия экспериментально исследовались в случае поперечного доплеровского [1] и субдоплеровского [2] охлаждения пучков атомов. Использование субдоплеровского охлаждения в принципе может позволить достичь более глубокого сжатия за счет значительного понижения температуры пучка.

Достижение высокой фазовой плотности атомного пучка представляет как самостоятельный интерес в виду широкого применения атомных пучков в прецизионных физических измерениях, так и специальный интерес в связи с разработкой непрерывных атомных лазеров. Как известно, существующие экспериментальные схемы достижения режима квантового вырождения в ансамблях атомов осно-

ваны на использовании метода испарительного охлаждения [3, 4]. Применение этого метода охлаждения возможно для атомных ансамблей достаточно высокой плотности, содержащих большое число атомов и имеющих низкую температуру. Во всех случаях метод испарительного охлаждения применяется к атомным ансамблям, предварительно подготовленным методами лазерного охлаждения. Удовлетворить всем трем указанным выше условиям при лазерном охлаждении атомов сложно: низкие температуры достигаются при низкой атомной плотности, и наоборот, высокие плотности ограничивают получение низких температур. Несмотря на указанные трудности, метод весьма эффективно применяется к атомным ансамблям, локализованным в магнитных или оптических дипольных ловушках. Достаточно большое время жизни атомов в ловушках (порядка 100 с) позволяет уже при умеренной начальной фазовой плотности достигнуть режима квантового вырождения.

Атомный ансамбль в пучковом режиме интересен возможностью реализации непрерывного атомного лазера, однако достижение режима квантового вырождения в пучке является более сложной задачей из-за ограниченного времени приготовления ансамбля атомов, определяемого временем пролета. Это означает, что для применения метода испарительного охлаждения начальная фазовая плотность

*E-mail: minogin@isan.troitsk.ru

атомов в пучках должна быть более высокой, чем в ловушках. В данной работе мы рассматриваем схему лазерного охлаждения, позволяющую значительно повысить фазовую плотность атомного пучка и тем самым сделать возможным последующее испарительное охлаждение атомов пучка с целью достижения режима квантового вырождения.

Влияние магнитного поля на субдоплеровское охлаждение атомов исследовалось ранее как теоретически [5–8], так и экспериментально [9, 10]. Магнитное поле использовалось в экспериментах для экстракции атомных пучков из магнитооптических ловушек [11–13]. Структура однофотонных доплеровских и двухфотонных субдоплеровских резонансов в присутствии магнитного поля исследовалась в работах [14, 15]. Многокомпонентное скоростное распределение атомного облака, создаваемое одно- и двухфотонными резонансами в магнитооптической ловушке (МОЛ), изучалось в [6, 7]. В работах [6, 10] было отмечено, что при определенных условиях магнитное поле может даже приводить к подавлению субдоплеровского охлаждения.

Целью настоящей работы являются нахождение аналитических оценок для предельно возможного сжатия атомного пучка в неоднородном магнитном поле и установление оценки фазовой плотности атомного пучка, достижимой при поперечных субдоплеровских охлаждении и сжатии.

В работе анализируется поперечное сжатие атомного пучка в квадрупольном осесимметричном магнитном поле, на которое наложено охлаждающее лазерное поле. Лазерное поле, выбранное как двумерная $\sigma^+ - \sigma^-$ -конфигурация, производит субдоплеровское охлаждение пучка атомов в поперечном направлении, в то время как магнитное поле создает двумерную потенциальную яму поперек оси атомного пучка. Дипольное взаимодействие атомов с неоднородным магнитным полем и электрическим полем лазерного излучения рассматривается в простейшей модели $(3 + 5)$ -уровневого атома, имеющего полный момент в основном и возбужденном состояниях $F_g = 1, F_e = 2$. Для того чтобы результаты работы могли быть применены к реальным экспериментальным схемам, g -факторы Ланде для основного и возбужденного состояний предполагаются произвольными. В результате проведенного анализа оказывается, что субдоплеровские резонансы в радиационной силе могут использоваться для одновременного поперечного охлаждения до субдоплеровских температур и эффективного сжатия пучка атомов до поперечного размера порядка 10 мкм.

2. СХЕМА СЖАТИЯ И МОДЕЛЬ АТОМА

Схема поперечного субдоплеровского сжатия атомного пучка в квадрупольном магнитном поле показана на рис. 1. В выбранной схеме четыре прямолинейных тока I создают вблизи оси электромагнитной квадрупольной конфигурации магнитное поле $\mathbf{V} = (B_x, B_y)$, компоненты которого определяются стандартными соотношениями [16]:

$$B_y = -ay, B_z = az, \quad (1)$$

где a — градиент магнитного поля на оси квадрупольной магнитной конфигурации, зависящий от величины токов I и расстояния R от оси конфигурации до токов.

Лазерное поле выбрано в виде двух $\sigma^+ - \sigma^-$ -конфигураций, направленных по осям y и z . Каждая

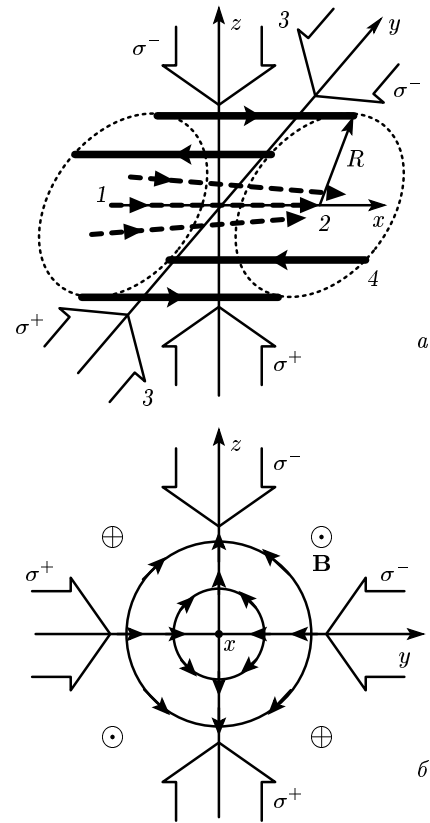


Рис. 1. *a* — Схема лазерного субдоплеровского сжатия атомного пучка в квадрупольном магнитном поле: 1 — входящий атомный пучок, 2 — выходящий атомный пучок, 3 — охлаждающие лазерные лучи, 4 — электрические токи, создающие квадрупольное магнитное поле \mathbf{V} . *б* — Распределение магнитного поля \mathbf{V} в плоскости yz и положения охлаждающих лазерных лучей

$\sigma^+ - \sigma^-$ -конфигурация составлена из двух встречных циркулярно поляризованных лазерных волн. В системе координат, показанной на рис. 1, электрическое поле лазерной $\sigma^+ - \sigma^-$ -конфигурации, направленной вдоль оси y , имеет вид

$$\mathbf{E}^{(y)} = \frac{E_0}{2} \times \left[\mathbf{e}_+^y \exp(i(ky - \omega t)) - \mathbf{e}_-^y \exp(-i(ky - \omega t)) \right] - \frac{E_0}{2} \left[\mathbf{e}_+^y \exp(i(ky + \omega t)) - \mathbf{e}_-^y \exp(-i(ky + \omega t)) \right], \quad (2)$$

где

$$\mathbf{e}_\pm^y = \mp \frac{1}{\sqrt{2}} (\mathbf{e}_z \pm i\mathbf{e}_x)$$

— единичные циркулярные векторы, соответствующие оси квантования y , $k = \omega/c$ — величина волнового вектора, ω — частота лазерного поля. Первый член в уравнении (2) описывает волну с поляризацией σ^+ по отношению к оси квантования y , второй член описывает волну с поляризацией σ^- . Электрическое поле лазерной $\sigma^+ - \sigma^-$ -конфигурации, направленной вдоль оси z , в системе координат с осью квантования z имеет вид

$$\mathbf{E}^{(z)} = \frac{E_0}{2} \times \left[\mathbf{e}_+^z \exp(i(kz - \omega t)) - \mathbf{e}_-^z \exp(-i(kz - \omega t)) \right] - \frac{E_0}{2} \left[\mathbf{e}_+^z \exp(i(kz + \omega t)) - \mathbf{e}_-^z \exp(-i(kz + \omega t)) \right], \quad (3)$$

где

$$\mathbf{e}_\pm^z = \mp \frac{1}{\sqrt{2}} (\mathbf{e}_x \pm i\mathbf{e}_y)$$

— единичные циркулярные векторы, отвечающие оси квантования z . Аналогично конфигурации (2) первый член в уравнении (3) описывает волну с поляризацией σ^+ по отношению к оси квантования z , а второй член описывает волну с поляризацией σ^- по отношению к той же оси квантования.

Ниже мы приведем оценки основных параметров сжатого атомного пучка в простейшей одномерной модели взаимодействия, показанной на рис. 2а. В этой модели сжатие пучка атомов осуществляется $\sigma^+ - \sigma^-$ -конфигурацией, распространяющейся вдоль оси z . При выборе оси квантования z данная лазерная конфигурация индуцирует в $(3 + 5)$ -уровневом атоме оптические переходы, показанные на рис. 2б. Отметим сразу, что все приведенные оценки остаются справедливыми и при рассмотрении одномерного сжатия $\sigma^+ - \sigma^-$ -конфигурацией, распространяющейся вдоль оси y .

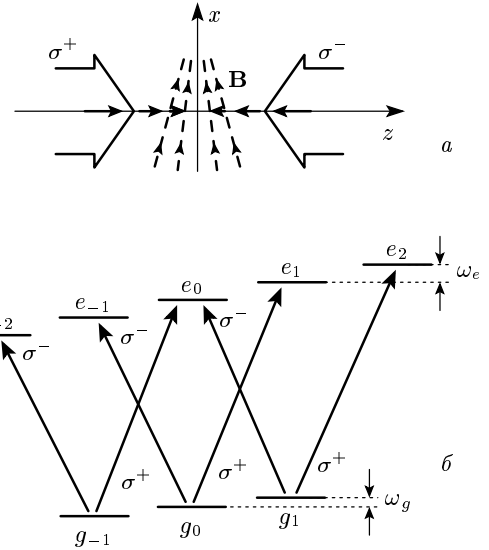


Рис. 2. а — Одномерная схема сжатия пучка атомов в поле лазерной конфигурации $\sigma^+ - \sigma^-$, распространяющейся вдоль оси z . Магнитное поле направлено вдоль оси z , атомный пучок распространяется вдоль оси x . б — Зеемановские уровни энергии для $(3 + 5)$ -уровневого атома в системе с осью квантования z при положительных значениях зеемановских сдвигов, $\omega_g > 0$, $\omega_e > 0$. Стрелки показывают переходы, обусловленные σ^\pm - и π -поляризованными лазерными волнами

3. ИСХОДНЫЕ УРАВНЕНИЯ

Для рассматриваемой схемы взаимодействия гамильтониан может быть записан в виде

$$H = H_0 - \boldsymbol{\mu} \cdot \mathbf{B} - (\hbar^2/2M) \Delta - \mathbf{d} \cdot \mathbf{E}, \quad (4)$$

где гамильтониан H_0 описывает квантованные атомные состояния в отсутствие магнитного поля, а второй и последний члены описывают дипольное взаимодействие атома соответственно с неоднородным магнитным полем $\mathbf{B} = B_z \mathbf{e}_z$ и лазерным полем $\mathbf{E} = \mathbf{E}^{(z)}$.

Естественным подходом к описанию движения атома в выбранной схеме является использование атомной матрицы плотности в представлении Вигнера, $\rho = \rho(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t)$. Ниже мы будем полагать, что матрица плотности $\rho_{\alpha\beta} = \langle \alpha | \rho | \beta \rangle$ определена по не зависящим от времени собственным функциям магнитных состояний $\alpha, \beta = |F, m_F\rangle$. Данным собственным функциям отвечают значения энергии E_{e_m}, E_{g_m} собственно атомного гамильтониана

$$H_a = H_0 - \boldsymbol{\mu} \cdot \mathbf{B}.$$

Для лазерного поля, составленного из плоских монохроматических бегущих волн с частотой ω , близкой к частотам атомных переходов $\omega_{mn} = (E_m - E_n)/\hbar$,

$$\mathbf{E} = \sum_a [\mathbf{E}^a \exp(i(\mathbf{k}_a \cdot \mathbf{r} - \omega t)) + \mathbf{E}^{a*} \exp(-i(\mathbf{k}_a \cdot \mathbf{r} - \omega t))], \quad (5)$$

уравнения движения для элементов атомной матрицы плотности в вигнеровском представлении и приближении вращающейся волны могут быть записаны в виде [17, 18]

$$\begin{aligned} i\hbar \left(\frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \frac{\partial}{\partial \mathbf{r}} \right) \rho_{kl}(\mathbf{r}, \mathbf{p}) &= (E_k - E_l) \rho_{kl}(\mathbf{r}, \mathbf{p}) - \\ &- \sum_{a,m} (\mathbf{d}_{km} \cdot \mathbf{E}^a) \rho_{ml} \left(\mathbf{r}, \mathbf{p} - \frac{1}{2} \hbar \mathbf{k}_a \right) \times \\ &\times \exp(i\mathbf{k}_a \cdot \mathbf{r} - i\omega t) + \\ &+ \sum_{a,n} (\mathbf{d}_{nl} \cdot \mathbf{E}^a) \rho_{kn} \left(\mathbf{r}, \mathbf{p} + \frac{1}{2} \hbar \mathbf{k}_a \right) \times \\ &\times \exp(i\mathbf{k}_a \cdot \mathbf{r} - i\omega t) - \\ &- \sum_{a,m} (\mathbf{d}_{km} \cdot \mathbf{E}^{a*}) \rho_{ml} \left(\mathbf{r}, \mathbf{p} + \frac{1}{2} \hbar \mathbf{k}_a \right) \times \\ &\times \exp(-i\mathbf{k}_a \cdot \mathbf{r} + i\omega t) + \\ &+ \sum_{a,n} (\mathbf{d}_{nl} \cdot \mathbf{E}^{a*}) \rho_{kn} \left(\mathbf{r}, \mathbf{p} - \frac{1}{2} \hbar \mathbf{k}_a \right) \times \\ &\times \exp(-i\mathbf{k}_a \cdot \mathbf{r} + i\omega t) + i\hbar \langle k | \Gamma \rho(\mathbf{r}, \mathbf{p}) | l \rangle, \quad (6) \end{aligned}$$

где $\mathbf{d}_{kl} = \langle k | d | l \rangle$ — матричные элементы оператора дипольного момента атома. В уравнениях (6) предполагается, что все четыре суммы включают члены, отвечающие только положительным значениям атомных частот,

$$\omega_{pq} = \frac{E_p - E_q}{\hbar} > 0.$$

Первая сумма включает члены с частотами

$$\omega_{km} = \frac{E_k - E_m}{\hbar} > 0,$$

вторая сумма — с частотами

$$\omega_{nl} = \frac{E_n - E_l}{\hbar} > 0,$$

третья сумма — с частотами

$$\omega_{mk} = \frac{E_m - E_k}{\hbar} > 0,$$

четвертая сумма — с частотами

$$\omega_{ln} = \frac{E_l - E_n}{\hbar} > 0.$$

Последний член в уравнениях (6) описывает вклады оператора радиационной релаксации Γ .

Отметим, что в уравнениях (6) опущены малые магнитодипольные силы

$$\mathbf{f}_\alpha = \partial \langle \alpha | \boldsymbol{\mu} \cdot \mathbf{B} | \alpha \rangle / \partial \mathbf{r},$$

которые не играют заметной роли в динамике атома.

Зеемановские сдвиги магнитных состояний рассматриваются ниже в простейшем линейном приближении по величине магнитного поля. Для подуровней основного состояния

$$\langle F_g, m_g | -\boldsymbol{\mu} \cdot \mathbf{B} | F_g, m_g \rangle = \mu_B g_g B_z m_g, \quad (7)$$

для подуровней возбужденного состояния

$$\langle F_e, m_e | -\boldsymbol{\mu} \cdot \mathbf{B} | F_e, m_e \rangle = \mu_B g_e B_z m_e, \quad (8)$$

где μ_B — магнетон Бора, величины g_g, g_e — g -факторы Ланде для основного и возбужденного состояний, $F_g = 1, m_g = -1, 0, 1; F_e = 2, m_e = -2, -1, 0, 1, 2$.

Ниже мы приведем явный вид уравнений (6) для (3+5)-уровневого атома в практически важном случае слабого насыщения атомных переходов. В этом случае достаточно принять во внимание уравнения только для диагональных элементов матрицы плотности, недиагональных однофотонных элементов, описывающих оптические когерентности, и для одного недиагонального двухфотонного элемента, описывающего когерентность между подуровнями g_{-1}, g_1 основного состояния g . Одновременно мы исключим из уравнений явную зависимость от времени и координаты следующими простыми заменами:

$$\begin{aligned} \rho_{g_{-1}e_{-2}} &= \sigma_{g_{-1}e_{-2}} \exp(i\omega t + ikz), \\ \rho_{g_{-1}e_0} &= \sigma_{g_{-1}e_0} \exp(i\omega t - ikz), \\ \rho_{g_0e_{-1}} &= \sigma_{g_0e_{-1}} \exp(i\omega t + ikz), \\ \rho_{g_0e_1} &= \sigma_{g_0e_1} \exp(i\omega t - ikz), \\ \rho_{g_1e_0} &= \sigma_{g_1e_0} \exp(i\omega t + ikz), \\ \rho_{g_1e_2} &= \sigma_{g_1e_2} \exp(i\omega t - ikz), \\ \rho_{g_{-1}g_1} &= \sigma_{g_{-1}g_1} \exp(-2ikz). \end{aligned}$$

После данных изменений уравнения для элементов атомной матрицы плотности, описывающие дипольное взаимодействие (3+5)-уровневого атома с лазерным полем $\mathbf{E} = \mathbf{E}^{(z)}$ в присутствии неоднородного магнитного поля $\mathbf{B} = B_z \mathbf{e}_z$, в приближении слабого насыщения имеют вид

$$\begin{aligned}
\frac{d}{dt}\rho_{g-1g-1} &= i\Omega \left(\sigma_{e-2g-1}^{(-)} - \sigma_{g-1e-2}^{(-)} \right) + \\
&+ \frac{i\Omega}{\sqrt{6}} \left(\sigma_{e_0g-1}^{(+)} - \sigma_{g-1e_0}^{(+)} \right) + \\
&+ \gamma \int \left(2\Phi_\sigma(\mathbf{n}) \rho_{e-2e-2}^{(\mathbf{n})} + \Phi_\pi(\mathbf{n}) \rho_{e-1e-1}^{(\mathbf{n})} + \right. \\
&\left. + \frac{1}{3}\Phi_\sigma(\mathbf{n}) \rho_{e_0e_0}^{(\mathbf{n})} \right) d^2n, \\
\frac{d}{dt}\rho_{g_0g_0} &= \frac{i\Omega}{\sqrt{2}} \left(\sigma_{e-1g_0}^{(-)} - \sigma_{g_0e-1}^{(-)} + \sigma_{e_1g_0}^{(+)} - \sigma_{g_0e_1}^{(+)} \right) + \\
&+ \gamma \int \left(\Phi_\sigma(\mathbf{n}) \rho_{e-1e-1}^{(\mathbf{n})} + \right. \\
&\left. + \frac{4}{3}\Phi_\pi(\mathbf{n}) \rho_{e_0e_0}^{(\mathbf{n})} + \Phi_\sigma(\mathbf{n}) \rho_{e_1e_1}^{(\mathbf{n})} \right) d^2n, \\
\frac{d}{dt}\rho_{g_1g_1} &= i\Omega \left(\sigma_{e_2g_1}^{(+)} - \sigma_{g_1e_2}^{(+)} \right) + \\
&+ \frac{i\Omega}{\sqrt{6}} \left(\sigma_{e_0g_1}^{(-)} - \sigma_{g_1e_0}^{(-)} \right) + \\
&+ \gamma \int \left(\frac{1}{3}\Phi_\sigma(\mathbf{n}) \rho_{e_0e_0}^{(\mathbf{n})} + \Phi_\pi(\mathbf{n}) \rho_{e_1e_1}^{(\mathbf{n})} + \right. \\
&\left. + 2\Phi_\sigma(\mathbf{n}) \rho_{e_2e_2}^{(\mathbf{n})} \right) d^2n, \\
\frac{d}{dt}\rho_{e-2e-2} &= i\Omega \left(\sigma_{g-1e-2}^{(+)} - \sigma_{e-2g-1}^{(+)} \right) - 2\gamma\rho_{e-2e-2}, \\
\frac{d}{dt}\rho_{e-1e-1} &= \frac{i\Omega}{\sqrt{2}} \left(\sigma_{g_0e-1}^{(+)} - \sigma_{e-1g_0}^{(+)} \right) - \\
&- 2\gamma\rho_{e-1e-1}, \\
\frac{d}{dt}\rho_{e_0e_0} &= \frac{i\Omega}{\sqrt{6}} \left(\sigma_{g-1e_0}^{(-)} - \sigma_{e_0g-1}^{(-)} + \rho_{g_1e_0}^{(+)} - \rho_{e_0g_1}^{(+)} \right) - \\
&- 2\gamma\rho_{e_0e_0}, \\
\frac{d}{dt}\rho_{e_1e_1} &= \frac{i\Omega}{\sqrt{2}} \left(\sigma_{g_0e_1}^{(-)} - \sigma_{e_1g_0}^{(-)} \right) - 2\gamma\rho_{e_1e_1}, \\
\frac{d}{dt}\rho_{e_2e_2} &= i\Omega \left(\sigma_{g_1e_2}^{(-)} - \sigma_{e_2g_1}^{(-)} \right) - 2\gamma\rho_{e_2e_2}, \\
\frac{d}{dt}\rho_{g-1e-2} &= i\Omega \left(\rho_{e-2e-2}^{(-)} - \rho_{g-1g-1}^{(+)} \right) - \\
&- (\gamma - i(\omega_g - 2\omega_e - \delta_1)) \sigma_{g-1e-2}, \\
\frac{d}{dt}\rho_{g-1e_0} &= -\frac{i\Omega}{\sqrt{6}} \left(\rho_{g-1g-1}^{(-)} + \sigma_{g-1g_1}^{(+)} - \rho_{e_0e_0}^{(+)} \right) - \\
&- (\gamma - i(\omega_g - \delta_1)) \sigma_{g-1e_0}, \\
\frac{d}{dt}\rho_{g_0e-1} &= -\frac{i\Omega}{\sqrt{2}} \left(\rho_{g_0g_0}^{(+)} - \rho_{e-1e-1}^{(-)} \right) - \\
&- (\gamma + i(\omega_e + \delta_1)) \sigma_{g_0e-1}, \\
\frac{d}{dt}\rho_{g_0e_1} &= -\frac{i\Omega}{\sqrt{2}} \left(\rho_{g_0g_0}^{(-)} - \rho_{e_1e_1}^{(+)} \right) - \\
&- (\gamma - i(\omega_e - \delta_1)) \sigma_{g_0e_1},
\end{aligned} \tag{9}$$

$$\begin{aligned}
\frac{d}{dt}\sigma_{g_1e_0} &= -\frac{i\Omega}{\sqrt{6}} \left(\rho_{g_1g_1}^{(+)} + \sigma_{g_1g-1}^{(-)} - \rho_{e_0e_0}^{(-)} \right) - \\
&- (\gamma + i(\omega_g + \delta_1)) \sigma_{g_1e_0}, \\
\frac{d}{dt}\sigma_{g_1e_2} &= -i\Omega \left(\rho_{g_1g_1}^{(-)} - \rho_{e_2e_2}^{(+)} \right) - \\
&- (\gamma + i(\omega_g - 2\omega_e + \delta_{-1})) \sigma_{g_1e_2}, \\
\frac{d}{dt}\sigma_{g-1g_1} &= \frac{i\Omega}{\sqrt{6}} \left(\sigma_{e_0g_1}^{(+)} - \sigma_{g-1e_0}^{(-)} \right) + \\
&+ 2i(\omega_g + kv) \sigma_{g-1g_1}.
\end{aligned}$$

Выше для элементов матрицы плотности использованы следующие обозначения:

$$\begin{aligned}
\rho_{ab} &= \langle a | \rho(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t) | b \rangle, \\
\rho_{ab}^{(\pm)} &= \langle a | \rho \left(\mathbf{r}, \mathbf{p} \pm \frac{1}{2}\hbar\mathbf{k}, t \right) | b \rangle, \\
\rho_{ab}^{(\mathbf{n})} &= \langle a | \rho(\mathbf{r}, \mathbf{p} + \mathbf{n}\hbar\mathbf{k}, t) | b \rangle,
\end{aligned}$$

где $\mathbf{k} = k\mathbf{e}_z$, \mathbf{n} — единичный вектор, определяющий направление спонтанного испускания фотонов. Полная производная по времени есть

$$\frac{d}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \frac{\partial}{\partial \mathbf{r}}. \tag{10}$$

Частота Раби Ω и скорость спонтанного распада верхних магнитных подуровней 2γ определены как

$$\Omega = \frac{\|d\|E_0}{2\sqrt{5}\hbar}, \quad 2\gamma = W_{sp} = \frac{4}{3} \frac{\|d\|^2\omega_0^3}{\hbar c^3}, \tag{11}$$

где $\|d\|$ — приведенный матричный элемент. Основная δ и две доплеровски смещенные расстройки $\delta_{\pm 1}$ определяются соотношениями

$$\delta = \omega - \omega_0, \quad \delta_{\pm 1} = \omega - \omega_0 \pm kv, \tag{12}$$

где $v = v_z$ — проекция скорости на ось z . Частоты

$$\omega_g = \mu_B g_g a z / \hbar, \quad \omega_e = \mu_B g_e a z / \hbar \tag{13}$$

определяют зеемановские сдвиги магнитных подуровней, которые зависят от координаты атома и могут иметь любые знаки. Функции $\Phi_\sigma(\mathbf{n})$ и $\Phi_\pi(\mathbf{n})$ определяют угловую анизотропию спонтанного испускания:

$$\Phi_\sigma(\mathbf{n}) = \frac{3}{16\pi} (1+n_z^2), \quad \Phi_\pi(\mathbf{n}) = \frac{3}{8\pi} (1-n_z^2), \tag{14}$$

где $n_z = \cos\theta$ — проекция единичного вектора \mathbf{n} на ось квантования z . Интегрирование в членах радиационного прихода осуществляется по направлениям спонтанного испускания, определяемым единичным вектором \mathbf{n} , $d^2n = \sin\theta d\theta d\phi$.

4. КИНЕТИЧЕСКОЕ УРАВНЕНИЕ

Анализ разностных дифференциальных уравнений (9), которые не включают явной зависимости от координаты и времени, может быть сделан обычным способом [19]. При условии, что время взаимодействия атома с полем превышает время спонтанного распада, $\tau_{int} \gg \tau_{sp} = 1/2\gamma$, импульсная ширина элементов атомной матрицы плотности может считаться превышающей импульс фотона $\hbar k$. Данное предположение, которое всегда выполняется ниже, позволяет разложить элементы атомной матрицы плотности по степеням импульса фотона $\hbar k$. Рассматривая далее разложенные уравнения в последовательно возрастающих порядках по импульсу фотона $\hbar k$, можно заключить, что диагональные ρ_{aa} и недиагональные σ_{ab} элементы матрицы плотности являются функционалами вигнеровской функции распределения $w(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t)$,

$$w = \sum \rho_{g_\alpha g_\alpha} + \sum \rho_{e_\beta e_\beta}, \quad (15)$$

где $\alpha = -1, 0, 1$; $\beta = -2, -1, 0, 1, 2$.

Общая структура функциональной зависимости может быть найдена непосредственно из структуры разложенных уравнений:

$$\begin{aligned} \rho_{aa} &= \left(R_{aa}^0 + \frac{1}{2} \hbar k R_{aa}^1 + \dots \right) w + \\ &+ \frac{1}{2} \hbar k (Q_{aa}^1 + \dots) \frac{\partial w}{\partial p_z} + \dots, \\ \sigma_{ab} &= \left(S_{ab}^0 + \frac{1}{2} \hbar k S_{ab}^1 + \dots \right) w + \\ &+ \frac{1}{2} \hbar k (T_{ab}^1 + \dots) \frac{\partial w}{\partial p_z} + \dots, \end{aligned} \quad (16)$$

где $R_{aa}^0, R_{aa}^1, Q_{aa}^1, \dots, S_{ab}^0, S_{ab}^1, T_{ab}^1, \dots$ — функции импульса \mathbf{p} (или скорости $\mathbf{v} = \mathbf{p}/M$), которые определяются процедурой решения. В соответствии с определением функции распределения (15) неизвестные диагональные функции удовлетворяют условиям нормировки

$$\sum R_{g_\alpha g_\alpha}^0 + R_{e_\beta e_\beta}^0 = 1, \quad (17)$$

$$\sum R_{g_\alpha g_\alpha}^1 + R_{e_\beta e_\beta}^1 = 0, \quad (18)$$

$$\sum Q_{g_\alpha g_\alpha}^1 + Q_{e_\beta e_\beta}^1 = 0. \quad (19)$$

Учитывая далее структуру решения (16), из разложенных уравнений можно видеть, что вигнеровская функция $w(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t)$ удовлетворяет замкнутому уравнению. До второго порядка по импульсу фотона $\hbar k$

замкнутое уравнение для функции распределения является уравнением Фоккера–Планка:

$$\frac{\partial w}{\partial t} + \mathbf{v} \frac{\partial w}{\partial \mathbf{r}} = - \frac{\partial}{\partial p_z} (Fw) + \sum \frac{\partial^2}{\partial p_i^2} (D_{ii}w), \quad (20)$$

где $i = x, y, z$. В уравнении (20) кинетические коэффициенты F и D_{ii} определяют радиационную силу и тензор импульсной диффузии:

$$\begin{aligned} F &= \hbar k \Omega \left[i \left(S_{g_1 e_2}^0 - S_{e_2 g_1}^0 + S_{e_{-2} g_{-1}}^0 - S_{g_{-1} e_{-2}}^0 \right) + \right. \\ &+ \frac{i}{\sqrt{2}} \left(S_{g_0 e_1}^0 - S_{e_1 g_0}^0 + S_{e_{-1} g_0}^0 - S_{g_0 e_{-1}}^0 \right) + \\ &\left. + \frac{i}{\sqrt{6}} \left(S_{g_{-1} e_0}^0 - S_{e_0 g_{-1}}^0 + S_{e_0 g_1}^0 - S_{g_1 e_0}^0 \right) \right], \quad (21) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} D_{ii} &= \hbar^2 k^2 \gamma \left[\alpha_{ii}^\sigma \left(R_{e_{-2} e_{-2}}^0 + \right. \right. \\ &+ \frac{1}{2} R_{e_{-1} e_{-1}}^0 + \frac{1}{3} R_{e_0 e_0}^0 + \frac{1}{2} R_{e_1 e_1}^0 + R_{e_2 e_2}^0 \left. \right) + \\ &+ \alpha_{ii}^\pi \left(\frac{1}{2} R_{e_{-1} e_{-1}}^0 + \frac{2}{3} R_{e_0 e_0}^0 + \frac{1}{2} R_{e_1 e_1}^0 \right) \left. \right] + \\ &+ \frac{1}{2} \delta_{iz} \hbar^2 k^2 \Omega \left[i \left(T_{g_{-1} e_{-2}}^1 - T_{e_{-2} g_{-1}}^1 + T_{e_2 g_1}^1 - T_{g_1 e_2}^1 \right) + \right. \\ &+ \frac{i}{\sqrt{2}} \left(T_{g_0 e_{-1}}^1 - T_{e_{-1} g_0}^1 + T_{e_1 g_0}^1 - T_{g_0 e_1}^1 \right) + \\ &\left. + \frac{i}{\sqrt{6}} \left(T_{e_0 g_{-1}}^1 - T_{g_{-1} e_0}^1 + T_{g_1 e_0}^1 - T_{e_0 g_1}^1 \right) \right]. \quad (22) \end{aligned}$$

В данных уравнениях коэффициенты $\alpha_{ii}^\sigma, \alpha_{ii}^\pi$ учитывают угловую анизотропию спонтанного испускания фотонов,

$$\alpha_{ii}^\sigma = \int \Phi_\sigma(\mathbf{n}) n_i^2 d^2 n, \quad \alpha_{ii}^\pi = \int \Phi_\pi(\mathbf{n}) n_i^2 d^2 n. \quad (23)$$

В явном виде коэффициенты угловой анизотропии равны

$$\begin{aligned} \alpha_{xx}^\sigma &= \alpha_{yy}^\sigma = \frac{3}{10}, & \alpha_{zz}^\sigma &= \frac{2}{5}, \\ \alpha_{xx}^\pi &= \alpha_{yy}^\pi = \frac{2}{5}, & \alpha_{zz}^\pi &= \frac{1}{5}. \end{aligned} \quad (24)$$

Сила F и тензор диффузии D_{ii} могут быть явно определены из решения стационарных уравнений, которые следуют из разложенных уравнений для элементов атомной матрицы плотности, рассматриваемых отдельно в нулевом и первом порядках по импульсу фотона $\hbar k$. Стационарные уравнения, определяющие функции R_{aa}^0 и S_{ab}^0 , а также функции Q_{aa}^1 и T_{ab}^1 при слабом насыщении переходов приведены в Приложениях А и В.

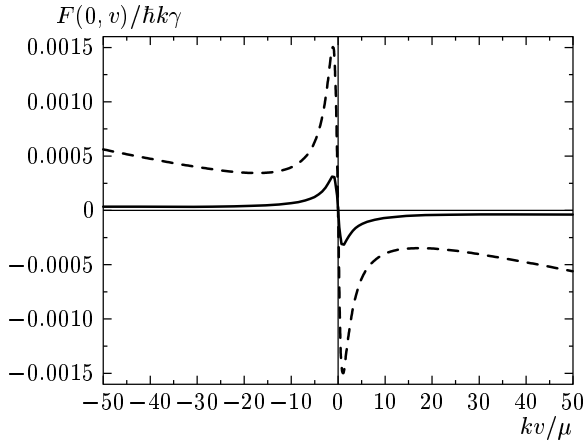


Рис. 3. Зависимости радиационной силы от скорости при $z = 0$, расстройке $\delta = -10\gamma$ и параметре насыщения $G = 0.1$ (сплошная линия) и 0.5 (штриховая линия). Выбранным значениям расстройки и параметра насыщения отвечают значения полуширины линии субдоплеровского резонанса $\mu = 0.18\gamma$ (сплошная линия) и 0.90γ (штриховая линия)

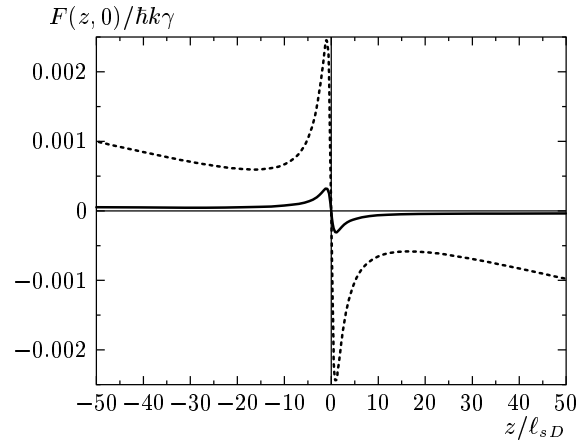


Рис. 4. Зависимости радиационной силы от координаты при нулевой скорости, расстройке $\delta = -10\gamma$ и параметре насыщения $G = 0.1$ (сплошная линия) и 0.5 (пунктирная линия) для факторов Ланде $g_g = 1/3$, $g_e = 1/2$. В качестве характерного масштаба длины выбрано значение l_{sD} , определенное формулой (30)

5. СИЛЫ, ДЕЙСТВУЮЩИЕ НА АТОМ

Радиационная сила, действующая на атом в рассматриваемой схеме, зависит как от скорости, так и от координаты атома. В рассматриваемом приближении слабого насыщения в силу дают вклад однофотонные оптические процессы, описываемые когерентностями между подуровнями g_α и $e_{\alpha\pm 1}$, и двухфотонные процессы, описываемые когерентностью между подуровнями g_{-1} и g_1 основного состояния.

Ниже мы рассмотрим радиационную силу в практически важном случае больших отрицательных расстроек ($-\delta \gg \gamma$), когда радиационная сила осуществляет наиболее глубокое субдоплеровское охлаждение атомного пучка [20, 21]. Ограничиваясь далее случаем малых скоростей ($kv \ll \gamma$) и малых зеемановских сдвигов ($|\omega_g|, |\omega_e| \ll \gamma$), для радиационной силы вблизи оси сжимающей конфигурации ($z = 0$) можно получить приближенное выражение, сводящееся к сумме сил за счет однофотонных и двухфотонных процессов (рис. 3):

$$F(0, v) = -\frac{25}{11} \hbar k \gamma \frac{G \gamma^2}{\delta^2} \frac{(88/85) + (kv/\mu)^2}{1 + (kv/\mu)^2} \frac{kv}{|\delta|} - \frac{60}{17} \hbar k \gamma \frac{kv/|\delta|}{1 + (kv/\mu)^2}, \quad (25)$$

где

$$G = \frac{2\Omega^2}{\gamma^2} = \frac{1}{10} \left(\frac{||d||E_0}{\hbar\gamma} \right)^2 \quad (26)$$

— безразмерный параметр насыщения, а

$$\mu = \frac{1}{4} \sqrt{\frac{17}{33}} \frac{G \gamma^2}{|\delta|} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{17}{33}} \frac{\Omega^2}{|\delta|} \quad (27)$$

— полуширина субдоплеровского резонанса при $|\delta| \gg \gamma$.

При тех же условиях сила на неподвижный атом также определяется суммой сил, обусловленных однофотонными и двухфотонными процессами (рис. 4):

$$F(z, 0) = -\frac{5}{11} \hbar k \gamma \frac{G \gamma^2}{|\delta|^3} \times \frac{(44/17)(3\omega_e - \omega_g) + (8\omega_e - 3\omega_g)(\omega_g/\mu)^2}{1 + (\omega_g/\mu)^2} - \frac{60}{17} \hbar k \gamma \frac{\omega_g/|\delta|}{1 + (\omega_g/\mu)^2}. \quad (28)$$

Напомним, что зеемановские сдвиги ω_g, ω_e пропорциональны координате z .

Широкие части скоростной и координатной зависимостей радиационной силы обусловлены однофотонным поглощением (испусканием), слабо возмущенным двухфотонными процессами. В рассматриваемом случае больших расстроек ($|\delta| \gg \gamma \gg \mu$) широкая скоростная зависимость происходит от двух резонансов однофотонного поглощения (испускания), которые расположены при скоростях $kv_{res} = \pm\delta$. Широкая пространственная зависи-

мость радиационной силы обусловлена однофотонными резонансами, связанными с зеемановскими частотными сдвигами.

Узкие резонансы в силе обусловлены двухфотонными процессами. Для атома, движущегося в нулевом магнитном поле, т. е. при $z = 0$, двухфотонные процессы эффективны при скоростях двухфотонного резонанса

$$(\omega \pm kv) - (\omega \mp kv) \approx 0,$$

т. е. при скоростях $v \approx 0$. Для неподвижного атома ($v = 0$) двухфотонные резонансы эффективны при условии

$$(\omega \pm \omega_g) - (\omega \mp \omega_g) \approx 0,$$

т. е. при $\omega_g \approx 0$ или при $z \approx 0$ (рис. 4).

Характерный скоростной масштаб изменения силы за счет субдоплеровского резонанса определяется характерной скоростью $v_{sD} = \mu/k$, которая при слабом насыщении и при большой отрицательной расстройке есть

$$v_{sD} = \frac{1}{4} \sqrt{\frac{17}{33}} \frac{G\gamma}{|\delta|} \frac{\gamma}{k}. \quad (29)$$

Характерный пространственный масштаб изменения силы за счет субдоплеровского резонанса определяется длиной l_{sD} , на которой зеемановское расщепление подуровней основного состояния совпадает с шириной двухфотонного резонанса. При слабом насыщении и при большой отрицательной расстройке условие $\omega_g = \mu$ определяет характерную длину

$$l_{sD} = \frac{\hbar\mu}{\mu B g_g a}. \quad (30)$$

Для определенности мы приведем оценки степени сжатия пучка для атомов ^{85}Rb , взаимодействующих с лазерным излучением на дипольном переходе $5^2S_{1/2}(F=3) - 5^2P_{3/2}(F=4)$ с длиной волны $\lambda = 780$ нм. Данная схема, вообще говоря, описывается моделью (7+9)-уровневого атома. Поскольку, однако, многофотонные процессы высшего порядка дают малые вклады в радиационную силу, простейшая (3+5)-уровневая модель может использоваться для оценок основных эффектов. Для рассматриваемого оптического перехода имеем $g_g = 1/3$, $g_e = 1/2$. Если, например, выбрать параметр насыщения $G = 0.5$ и расстройку $\delta = -10\gamma$, то характерный скоростной интервал будет $v_{sD} = 2.1$ см/с. При умеренном градиенте магнитного поля $a = 10$ Гс/см характерный пространственный масштаб составляет величину $l_{sD} = 50$ мкм.

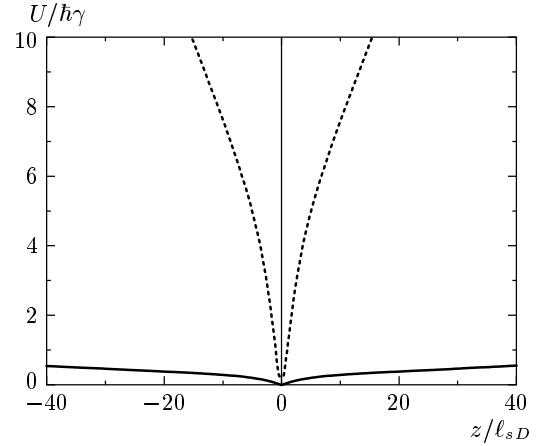


Рис. 5. Потенциальная яма для атома при таких же параметрах, как на рис. 4

6. СЖАТИЕ ПУЧКА

Радиационная сила (28) создает потенциальную яму поперек оси атомного пучка:

$$U(z) = - \int F(z, 0) dz,$$

которая при больших расстройках ($|\delta| \gg \gamma$) и значениях факторов Ланде $g_g = 1/3$, $g_e = 1/2$ описывается приближенным выражением

$$U(z) \approx \frac{15}{22} \hbar\gamma \frac{G\gamma^3}{|\delta|^3} \frac{k}{z_m} z^2 + \frac{15}{88} \hbar\gamma \frac{G^2\gamma^3}{|\delta|^3} k z_m \times \ln \left(1 + \frac{176}{51} \left(\frac{\delta}{G\gamma} \right)^2 \left(\frac{z}{z_m} \right)^2 \right), \quad (31)$$

где введена характеристическая длина, на которой зеемановский сдвиг частоты совпадает с естественной шириной линии,

$$z_m = \frac{\hbar\gamma}{\mu B a}. \quad (32)$$

Форма потенциальной ямы (31) вблизи дна определяется двухфотонным субдоплеровским резонансом, крылья потенциальной ямы (31) определяются доплеровскими резонансами (рис. 5). При градиенте магнитного поля $a = 10$ Гс/см для рассматриваемого перехода в изотопе ^{85}Rb , имеющем естественную полуширину линии $\gamma/2\pi = 2.95$ МГц, характеристическое расстояние $z_m \approx 2.1$ мм.

Частота осцилляций атома вблизи дна потенциальной ямы, где эффективен субдоплеровский резонанс, есть

$$\omega_v = \left(\frac{\gamma}{|\delta|} \right)^{1/2} \sqrt{\frac{40}{17} \frac{\lambda}{2\pi z_m} \gamma \omega_r}, \quad (33)$$

где $\omega_r = \hbar k^2 / 2M$ — частота отдачи. При тех же значениях расстройки $\delta = -10\gamma$ и градиенте магнитного поля $a = 10$ Гс/см для выбранного перехода, характеризуемого частотой отдачи $\omega_r / 2\pi = 3.8$ кГц, частота осцилляций $\omega_v \approx 400$ Гц.

Оценим теперь параметры сжатого атомного пучка. При отрицательной расстройке ($\delta < 0$) радиационная сила (25) сводится к силе трения

$$F = -M\beta v$$

с коэффициентом трения β , который при больших расстройках ($|\delta| \gg \gamma, \Omega$) пропорционален частоте отдачи ω_r :

$$\beta = \frac{120}{17} \frac{\gamma}{|\delta|} \omega_r. \quad (34)$$

Скоростная зависимость тензора импульсной диффузии также включает двухфотонный субдоплеровский резонанс, локализованный при нулевой скорости. Для наших целей достаточно использовать значение коэффициента диффузии D_{zz} при нулевой скорости и нулевой координате, $D_0 = D_{zz}(0, 0)$. Это значение коэффициента диффузии совместно с коэффициентом трения β определяет температуру атомов вблизи оси квадрупольной конфигурации согласно стационарному решению уравнения Фоккера–Планка:

$$T = \frac{D_0}{M\beta}.$$

Коэффициент импульсной диффузии D_0 при больших расстройках ($|\delta| \gg \gamma, \Omega$) оценивается как

$$D_0 = \frac{23}{17} \hbar^2 k^2 \gamma \frac{G\gamma^2}{\delta^2}. \quad (35)$$

Соответственно поперечное скоростное распределение пучка атомов, рассматриваемое вблизи оси квадрупольной конфигурации, описывается максвелловским распределением с характерной температурой

$$T = \frac{D_0}{M\beta} = \frac{23}{60} \frac{\hbar\gamma}{k_B} \frac{G\gamma}{|\delta|}. \quad (36)$$

Пространственное распределение описывается больцмановским распределением

$$W(z) = \text{const} \cdot \exp\left(-\frac{U(z)}{k_B T}\right). \quad (37)$$

Поскольку потенциал имеет вид (31), размер пучка вблизи дна потенциальной ямы оказывается зависящим только от параметра насыщения G и харак-

теристического расстояния z_m . При выбранных значениях факторов Ланде ширина пучка оценивается как

$$\Delta z = \sqrt{8k_B T / M\omega_v^2} = \sqrt{\frac{391}{150}} G \frac{\lambda z_m}{2\pi}. \quad (38)$$

При расстройке $\delta = -10\gamma$, параметре насыщения $G = 0.5$ и градиенте магнитного поля $a = 10$ Гс/см температура имеет значение 3 мкК, а размер пучка есть 18 мкм.

Следует особо подчеркнуть, что приведенные выше оценки сохраняют свое значение и при рассмотрении сжатия пучка вдоль любого другого направления. Так, для описания сжатия пучка атомов по оси y замена в исходных уравнениях лазерного поля (3) на поле (2) не изменяет найденные выше оценки. Оценки сжатия для любых других направлений включают дополнительные геометрические факторы порядка единицы.

Найденные выше значения ширин скоростного и пространственного распределений могут быть применены для оценки фазовой плотности сжатого пучка атомов. Мы приведем оценку безразмерной фазовой плотности [22]:

$$\Lambda = \frac{N_a \hbar^3}{(\Delta r \Delta p)^3}, \quad (39)$$

где N_a — число атомов в пучке, $(\Delta r \Delta p)^3$ — фазовый объем, занимаемый атомами. В случае пучка атомов фазовую плотность удобно выразить через среднюю плотность атомов n_a и выделить ширины импульсного распределения атомов вдоль Δp_l и поперек Δp_{tr} оси пучка:

$$\Lambda = \frac{n_a \hbar^3}{\Delta p_l (\Delta p_{tr})^2}. \quad (40)$$

Плотность атомов в рассматриваемой магнитной системе ограничивается диполь-дипольным взаимодействием атомов, отталкивательным потенциалом, создаваемым рассеянным лазерным излучением, и потенциалом притяжения, обусловленным поглощением лазерного излучения. Все эти факторы достаточно подробно исследованы в связи с их важной ролью в магнитооптических ловушках [23–26]. Наиболее важным из них является перепоглощение фотонов внутри атомного ансамбля. Многократное перепоглощение фотонов приводит к уменьшению как силы трения, так и сжимающей силы. Характерной особенностью осесимметричной магнитной системы является ее малый поперечный размер. Это обстоятельство показывает, что атомная среда может оста-

ваться оптически прозрачной в поперечном направлении при относительно высокой плотности. Стандартная оценка для плотности атомов $n_a = 1/\sigma\Delta z$ (где σ — сечение резонансного поглощения), а также известные данные по плотности атомов в магнитооптических ловушках показывают, что максимальная плотность атомов в пучке ограничена значением порядка $n_a = 10^{12} \text{ см}^{-3}$. Если принять для ширины продольного импульсного распределения реалистическое доплеровское значение $\Delta p_l = M\gamma/k$, а для ширины поперечного импульсного распределения — субдоплеровское значение, отвечающее температуре 3 мкК, то для фазовой плотности пучка атомов ^{85}Rb получим оценку $\Lambda = 5 \cdot 10^{-4}$.

7. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Проведенный анализ показывает, что субдоплеровские резонансы в радиационной силе позволяют осуществлять сжатие атомных пучков до значений порядка десятков микрон. Такое значительное сжатие, естественно, возможно для медленных атомных пучков, когда время пролета атомов достаточно для понижения температуры атомов до субдоплеровского значения.

Таким образом, мы нашли, что в неоднородном магнитном поле атомный пучок может быть сжат до поперечного размера в несколько десятков микрон, а фазовая плотность может быть повышена до значения порядка 10^{-4} – 10^{-3} . Столь высокая ожидаемая фазовая плотность атомов в сжатом пучке может позволить дальнейшее испарительное охлаждение атомов вплоть до квантового вырождения при реалистичной длине магнитной удерживающей системы [27]. Реализация такой возможности в свою очередь может позволить создать непрерывный атомный лазер.

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке РФФИ (проекты 01-02-16337, 02-02-17014) и INTAS (грант № 479).

ПРИЛОЖЕНИЕ А

Приведем систему уравнений, определяющую стационарные значения функций $R_{g_\alpha g_\alpha}^0 = N_\alpha$, $R_{e_\alpha e_\alpha}^0 = n_\alpha$, $S_{ab}^0 = c_{ab}$:

$$\sum N_\alpha + \sum n_\alpha = 1, \quad (\text{A.1})$$

$$\begin{aligned} & i\Omega (c_{e_{-2}g_{-1}} - c_{g_{-1}e_{-2}}) + \frac{i\Omega}{\sqrt{6}} (c_{e_0g_{-1}} - c_{g_{-1}e_0}) + \\ & + \gamma \left(2n_{-2} + n_{-1} + \frac{1}{3}n_0 \right) = 0, \\ & \frac{i\Omega}{\sqrt{2}} (c_{e_{-1}g_0} - c_{g_0e_{-1}} + c_{e_1g_0} - c_{g_0e_1}) + \\ & + \gamma \left(n_{-1} + \frac{4}{3}n_0 + n_1 \right) = 0, \\ & i\Omega (c_{e_2g_1} - c_{g_1e_2}) + \frac{i\Omega}{\sqrt{6}} (c_{e_0g_1} - c_{g_1e_0}) + \\ & + \gamma \left(\frac{1}{3}n_0 + n_1 + 2n_2 \right) = 0, \\ & i\Omega (c_{g_{-1}e_{-2}} - c_{e_{-2}g_{-1}}) - 2\gamma n_{-2} = 0, \\ & \frac{i\Omega}{\sqrt{2}} (c_{g_0e_{-1}} - c_{e_{-1}g_0}) - 2\gamma n_{-1} = 0, \\ & \frac{i\Omega}{\sqrt{6}} (c_{g_{-1}e_0} - c_{e_0g_{-1}} + c_{g_1e_0} - c_{e_0g_1}) - \\ & - 2\gamma n_0 = 0, \\ & \frac{i\Omega}{\sqrt{2}} (c_{g_0e_1} - c_{e_1g_0}) - 2\gamma n_1 = 0, \\ & i\Omega (c_{g_1e_2} - c_{e_2g_1}) - 2\gamma n_2 = 0, \\ & i\Omega (n_{-2} - N_{-1}) - \\ & - (\gamma + i(\delta_1 - \omega_g + 2\omega_e)) c_{g_{-1}e_{-2}} = 0, \\ & \frac{i\Omega}{\sqrt{6}} (N_{-1} + c_{g_{-1}g_1} - n_0) + \\ & + (\gamma + i(\delta_{-1} - \omega_g)) c_{g_{-1}e_0} = 0, \\ & \frac{i\Omega}{\sqrt{2}} (N_0 - n_{-1}) + \\ & + (\gamma + i(\delta_1 + \omega_e)) c_{g_0e_{-1}} = 0, \\ & \frac{i\Omega}{\sqrt{2}} (N_0 - n_1) + \\ & + (\gamma + i(\delta_{-1} - \omega_e)) c_{g_0e_1} = 0, \\ & \frac{i\Omega}{\sqrt{6}} (N_1 + c_{g_1g_{-1}} - n_0) + \\ & + (\gamma + i(\delta_1 + \omega_g)) c_{g_1e_0} = 0, \\ & i\Omega (N_1 - n_2) + \\ & + (\gamma + i(\delta_{-1} + \omega_g - 2\omega_e)) c_{g_1e_2} = 0, \\ & \frac{i\Omega}{\sqrt{6}} (c_{e_0g_1} - c_{g_{-1}e_0}) + 2i(\omega_g + kv) c_{g_{-1}g_1} = 0. \end{aligned} \quad (\text{A.2})$$

Уравнения (A.2) получены из уравнений (9), рассмотренных в нулевом порядке по импульсу фотона. В качестве первого уравнения системы (A.1) записано условие нормировки (17).

ПРИЛОЖЕНИЕ В

Приведем систему уравнений для функций $Q_{g_\alpha g_\alpha}^1 = Q_\alpha$, $Q_{e_\alpha e_\alpha}^1 = q_\alpha$, $T_{ab}^1 = t_{ab}$:

$$\sum Q_\alpha + \sum q_\alpha = 0, \quad (\text{B.1})$$

$$\begin{aligned} & i\Omega (t_{e_{-2}g_{-1}} - t_{g_{-1}e_{-2}}) + \frac{i\Omega}{\sqrt{6}} (t_{e_0g_{-1}} - t_{g_{-1}e_0}) + \\ & + \gamma \left(2q_{-2} + q_{-1} + \frac{1}{3}q_0 \right) = \\ & = i\Omega (c_{e_{-2}g_{-1}} - c_{g_{-1}e_{-2}}) - \\ & - \frac{i\Omega}{\sqrt{6}} (c_{e_0g_{-1}} - c_{g_{-1}e_0}) - fN_{-1}, \\ & \frac{i\Omega}{\sqrt{2}} (t_{e_{-1}g_0} - t_{g_0e_{-1}} + t_{e_1g_0} - t_{g_0e_1}) + \\ & + \gamma \left(q_{-1} + \frac{4}{3}q_0 + q_1 \right) = \\ & = \frac{i\Omega}{\sqrt{2}} (c_{e_{-1}g_0} - c_{g_0e_{-1}} - c_{e_1g_0} + c_{g_0e_1}) - fN_0, \\ & i\Omega (t_{e_2g_1} - t_{g_1e_2}) + \frac{i\Omega}{\sqrt{6}} (t_{e_0g_1} - t_{g_1e_0}) + \\ & + \gamma \left(\frac{1}{3}q_0 + q_1 + 2q_2 \right) = \\ & = i\Omega (c_{g_1e_2} - c_{e_2g_1}) + \frac{i\Omega}{\sqrt{6}} (c_{e_0g_1} - c_{g_1e_0}) - fN_1, \\ & i\Omega (t_{g_{-1}e_{-2}} - t_{e_{-2}g_{-1}}) - 2\gamma q_{-2} = \\ & = i\Omega (c_{e_{-2}g_{-1}} - c_{g_{-1}e_{-2}}) - fn_{-2}, \\ & \frac{i\Omega}{\sqrt{2}} (t_{g_0e_{-1}} - t_{e_{-1}g_0}) - 2\gamma q_{-1} = \\ & = \frac{i\Omega}{\sqrt{2}} (c_{e_{-1}g_0} - c_{g_0e_{-1}}) - fn_{-1}, \\ & \frac{i\Omega}{\sqrt{6}} (t_{g_{-1}e_0} - t_{e_0g_{-1}} + t_{g_1e_0} - t_{e_0g_1}) - 2\gamma q_0 = \\ & = \frac{i\Omega}{\sqrt{6}} (c_{g_{-1}e_0} - c_{e_0g_{-1}} - c_{g_1e_0} + c_{e_0g_1}) - fn_0, \\ & \frac{i\Omega}{\sqrt{2}} (t_{g_0e_1} - t_{e_1g_0}) - 2\gamma q_1 = \\ & = \frac{i\Omega}{\sqrt{2}} (c_{g_0e_1} - c_{e_1g_0}) - fn_1, \\ & i\Omega (t_{g_1e_2} - t_{e_2g_1}) - 2\gamma q_2 = \\ & = i\Omega (c_{g_1e_2} - c_{e_2g_1}) - fn_2, \\ & i\Omega (q_{-2} - Q_{-1}) - \\ & - (\gamma + i(\delta_1 - \omega_g + 2\omega_e)) t_{g_{-1}e_{-2}} = \\ & = i\Omega (N_{-1} + n_{-2}) - fc_{g_{-1}e_{-2}}, \end{aligned} \quad (\text{B.2})$$

$$\begin{aligned} & \frac{i\Omega}{\sqrt{6}} (Q_{-1} - q_0 + t_{g_{-1}g_1}) + \\ & + (\gamma + i(\delta_{-1} - \omega_g)) t_{g_{-1}e_0} = \\ & = \frac{i\Omega}{\sqrt{6}} (N_{-1} + n_0 - c_{g_{-1}g_1}) + fc_{g_{-1}e_0}, \\ & \frac{i\Omega}{\sqrt{2}} (q_{-1} - Q_0) - (\gamma + i(\delta_1 + \omega_e)) t_{g_0e_{-1}} = \\ & = \frac{i\Omega}{\sqrt{2}} (N_0 + n_{-1}) - fc_{g_0e_{-1}}, \\ & \frac{i\Omega}{\sqrt{2}} (q_1 - Q_0) - (\gamma + i(\delta_{-1} - \omega_e)) t_{g_0e_1} = \\ & = -\frac{i\Omega}{\sqrt{2}} (N_0 + n_1) - fc_{g_0e_1}, \\ & \frac{i\Omega}{\sqrt{6}} (q_0 - Q_1 - t_{g_1g_{-1}}) - (\gamma + i(\delta_1 + \omega_g)) t_{g_1e_0} = \\ & = \frac{i\Omega}{\sqrt{6}} (N_1 + n_0 - c_{g_1g_{-1}}) - fc_{g_1e_0}, \\ & i\Omega (q_2 - Q_1) - (\gamma + i(\delta_{-1} + \omega_g - 2\omega_e)) t_{g_1e_2} = \\ & = -i\Omega (N_1 + n_2) - fc_{g_1e_2}, \\ & \frac{i\Omega}{\sqrt{6}} (t_{e_0g_1} - t_{g_{-1}e_0}) + 2i(\omega_g + kv) t_{g_{-1}g_1} = \\ & = -\frac{i\Omega}{\sqrt{6}} (c_{e_0g_1} + c_{g_{-1}e_0}) - fc_{g_{-1}g_1}. \end{aligned}$$

Уравнения (B.2) получены из уравнений (9), рассмотренных в первом порядке по импульсу фотона. Первое уравнение (B.1) есть условие нормировки (19). Величина $f = F/\hbar k \gamma$ — нормированная сила.

ЛИТЕРАТУРА

1. J. Nellesen, J. Werner, and W. Ertmer, *Opt. Commun.* **78**, 300 (1990).
2. M. Schiffer, M. Christ, G. Wokurka, and W. Ertmer, *Opt. Commun.* **134**, 423 (1997).
3. W. Ketterle and N. J. van Druten, in: *Advances in Atomic, Molecular and Optical Physics*, ed. by B. Bederson and H. Walther, Academic Press, San Diego (1996), vol. 37, p. 181.
4. J. T. M. Walraven, in: *Quantum Dynamics of Simple Systems*, ed. by G. L. Oppo and S. M. Barnett, Institute of Physics Publ., London (1996), p. 315.
5. G. Nienhuis, P. van der Straten, and S.-Q. Shang, *Phys. Rev. A* **44**, 462 (1991).
6. M. Walhout, J. Dalibard, S. L. Rolston, and W. D. Phillips, *J. Opt. Soc. Amer. B* **9**, 1997 (1992).
7. J. Werner, H. Wallis, and W. Ertmer, *Opt. Commun.* **94**, 525 (1992).

8. P. van der Straten, S.-Q. Shang, B. Sheehy et al., Phys. Rev. A **47**, 4160 (1993).
9. C. Valentin, M.-C. Gagne, J. Yu, and P. Pillet, Europhys. Lett. **17**, 133 (1992).
10. M. Walhout, U. Sterr, and S. L. Rolston, Phys. Rev. A **54**, 2275 (1996).
11. S. Weyers, E. Aucouturier, C. Valentin, and N. Dimarcq, Opt. Comm. **143**, 30 (1997).
12. P. Berthoud, A. Joyet, G. Dudle et al., Europhys. Lett. **41**, 141 (1998).
13. Y. Fukuyama, H. Kanou, V. I. Balykin, and K. Shimizu, Appl. Phys. B **70**, 561 (2000).
14. S-Q. Shang, B. Sheehy, P. van der Straten, and H. Metcalf, Phys. Rev. Lett. **65**, 317 (1990).
15. S-Q. Shang, B. Sheehy, P. van der Straten et al., Phys. Rev. Lett. **67**, 1094 (1991).
16. R. Golub and Pendlebury, Rep. Progr. Phys. **42**, 439 (1979).
17. С. Г. Раутиан, Г. И. Смирнов, А. М. Шалагин, *Нелинейные резонансы в спектрах атомов и молекул*, Наука, Новосибирск (1979).
18. S. Chang and V. Minogin, Phys. Rep. **365/2**, 65 (2002).
19. V. G. Minogin and V. S. Letokhov, *Laser Light Pressure on Atoms*, Gordon and Breach, New York (1987).
20. S. Chang, T. Y. Kwon, Ho S. Lee, and V. Minogin, Phys. Rev. A **60**, 2308 (1999).
21. S. Chang, T. Y. Kwon, Ho S. Lee, and V. G. Minogin, Phys. Rev. A **60**, 3148 (1999).
22. F. Lison, P. Schuh, D. Haubrich, and D. Meshede, Phys. Rev. A **61**, 013405 (1999).
23. D. W. Sesko, T. G. Walker, and C. E. Wieman, J. Opt. Soc. Amer. B **8**, 946 (1991).
24. A. M. Steane, M. Chowdhury, and C. J. Foot, J. Opt. Soc. Amer. B **9**, 2142 (1992).
25. M. Drewsen, P. Laurent, A. Nadir et al., Appl. Phys. B **59**, 283 (1994).
26. C. G. Townsend, N. H. Edwards, C. J. Cooper et al., Phys. Rev. A **52**, 1423 (1995).
27. E. Mandonnet, A. Minguzzi, R. Dum et al., Eur. Phys. J. D **10**, 9 (2000).