

# НЕУСТОЙЧИВОСТЬ ФРОНТА ПЕРЕМАГНИЧИВАНИЯ В АНИЗОТРОПНЫХ СВЕРХПРОВОДНИКАХ

*А. Л. Рахманов*

*Институт теоретической и прикладной электродинамики Российской академии наук  
127412, Москва, Россия*

*Л. М. Фишер\**

*ГНЦ ГУП «Всероссийский электротехнический институт»  
111250, Москва, Россия*

*В. А. Ямпольский*

*Институт радиофизики и электроники им. А. Я. Усикова Национальной академии наук Украины  
61085, Харьков, Украина*

*М. Базилевич\*\*, Т. Х. Иохансен\*\**

*Физический факультет Университета Осло, Норвегия*

Поступила в редакцию 23 апреля 2002 г.

Предложен механизм неустойчивости фронта перемагничивания — границы, разделяющей области существования вихрей со взаимно противоположными ориентациями магнитного потока (области вихрей и антивихрей) в сверхпроводниках второго рода. Нестабильность связывается с анизотропией течения вихревой жидкости, обусловленной планарными дефектами в плоскости  $ab$  высокотемпературных сверхпроводящих монокристаллов системы 1–2–3. Анизотропия динамических свойств вихревой материи приводит к скачку тангенциальной компоненты скорости вихрей на фронте перемагничивания, что, как известно из классической гидродинамики вязких жидкостей, приводит к турбулизации течения. Показано, что гидродинамический подход к описанию течения вихрей позволяет объяснить появление положительного инкремента нарастания флуктуаций вихревой плотности при достаточно сильной анизотропии. Результаты магнитооптических исследований макротурбулентности в вихревой системе монокристалла Y-123 с высокой плотностью границ двойникования качественно подтверждают выводы теории.

PACS: 74.25.Na, 74.60.Ge, 74.60.Jg

## 1. ВВЕДЕНИЕ

Динамика вихревой материи в сверхпроводниках второго рода интенсивно изучается с конца 50-х годов прошлого века, начиная с пионерских работ А. А. Абрикосова. В последующем основное внимание было сосредоточено на жестких сверхпроводниках, магнитные характеристики которых обусловлены наличием центров пиннинга абрикосовских вихрей. Были установлены и изучены основные особенности неоднородного проникновения магнитного по-

тока в такие системы и предложены разнообразные теоретические модели электродинамических процессов в сверхпроводниках. Новый всплеск активности в этой области был инициирован открытием высокотемпературных сверхпроводников. Существенной характерной чертой новых сверхпроводников является их слоистая структура, приводящая к сильной анизотропии токонесущей способности. Кроме того, существование сверхпроводящего состояния при относительно высоких температурах привело к необходимости более последовательного учета тепловых флуктуаций и изучения разнообразных фазовых переходов в вихревой системе. Многие из вновь полу-

\*E-mail: fisher@vei.ru

\*\*M. Baziljevich, T. H. Johansen

ченных результатов представлены в больших обзорах [1, 2].

Использование магнитооптической техники высокого разрешения позволило провести детальное изучение динамики магнитного потока в сверхпроводниках. Одной из важнейших характеристик, выявленных с помощью этого метода, является фрактальная или турбулентная структура термически активированного течения магнитного потока [3–6]. Одним из наиболее ярких явлений такого рода является макротурбулентная неустойчивость магнитного потока на границе фронта перемангничивания, разделяющего области, в которых вихри имеют противоположные направления (вихри и антивихри) [3–5]. Отметим, что макротурбулентность обнаружена только в монокристаллических образцах системы 1–2–3.

Сущность явления макротурбулентности состоит в следующем. Если к сверхпроводнику с захваченным магнитным потоком приложить внешнее магнитное поле противоположного знака, то в образце появляется граница, разделяющая области, занятые вихрями и антивихрями. Здесь и далее, для определенности, мы называем «антивихрями» те вихри, направление которых совпадает с направлением внешнего магнитного поля, а «вихрями» те, которые присутствовали в образце изначально, до включения магнитного поля с отрицательным знаком. В некотором интервале магнитных полей и температур стационарная плоская граница раздела вихрей и антивихрей становится неустойчивой. На фронте перемангничивания возникает неупорядоченное движение магнитного потока, напоминающее турбулентное течение жидкости. Этот процесс быстро развивается во времени и сопровождается появлением каналов проникновения антивихрей в область, занятую вихрями. Иными словами, фронт перемангничивания приобретает «пальцеобразную» форму. На фронте происходит аннигиляция вихрей и антивихрей, и процесс макротурбулентности вскоре завершается полным исчезновением вихрей. Такая картина проникновения магнитного потока качественно отличается от стационарного медленного движения фронта намагничивания при начальном включении магнитного поля, когда в образце присутствуют вихри только одного направления. Следует отметить, что характерные времена развития неустойчивости составляют секунды и более, а возникающие пространственные структуры являются макроскопическими, т. е. содержат большое количество отдельных вихрей.

Обычно в экспериментах по наблюдению макро-

турбулентности используются плоские монокристаллы, помещенные в поперечное магнитное поле, а магнитооптическое изображение дает информацию о распределении нормальной компоненты магнитной индукции. Проникновение электромагнитного поля в сверхпроводник в такой геометрии представляет самостоятельный интерес и изучалось во многих работах (см., например, [7, 8]). Однако турбулентное поведение магнитного потока не является геометрическим эффектом. Оно наблюдалось не только в тонких пластинах в поперечном поле, но и в монокристаллах с небольшим размагничивающим фактором. В работе [5] сообщалось о магнитооптической визуализации развитой макротурбулентности вихревой материи в кристалле Nd-123 размерами  $3.1 \times 2.5 \times 1.3$  мм<sup>3</sup>. В магнитном поле этот образец разделялся на три магнитно-несвязанные области (каждая, соответственно, с меньшими поперечными размерами), в которых независимо развивалась турбулентность. Следует также учитывать, что неустойчивость часто наблюдается в условиях полного проникновения магнитного потока в образец, когда, как показано Брандтом [8], отличие в распределении индукции в продольной и поперечной геометриях оказывается не столь существенным.

Очевидно, что макротурбулентность не может быть понята ни в рамках общепринятых моделей критического состояния [9], ни в существующих моделях релаксации магнитного потока в жестких сверхпроводниках [10]. В то же время это явление имеет очевидную аналогию с турбулентностью в гидродинамике, и поэтому его интерпретация представляет общефизический интерес.

В области гелиевых температур, где теплоемкость сверхпроводников мала, а плотность критического тока велика, к образованию макроскопических нестационарных и неоднородных структур могут приводить неустойчивости, в которых существенную роль играют тепловые эффекты (см., например, [11]). Поэтому в работе [12] была предпринята попытка связать природу макротурбулентности с тепловой волной, которая генерируется на фронте перемангничивания за счет выделения энергии в процессе аннигиляции вихрей и антивихрей. К сожалению, маловероятно, что этот механизм может быть ответствен за макротурбулентность. Действительно, энергия, выделяемая при аннигиляции пары вихрей, имеет порядок  $H_c^2 \xi^2$ , где  $H_c$  — термодинамическое критическое поле, а  $\xi$  — длина когерентности. Тогда, если учесть, что теплоемкость сверхпроводника при температурах 40–70 К имеет порядок  $10^6$ – $10^7$  эрг/см<sup>3</sup> · К,  $H_c \sim 10^3$  Э,  $\xi \sim 10^{-7}$  см, то при

средней магнитной индукции в образце в несколько сотен гаусс он не разогреется более чем на  $10^{-4}$  К, если все вихри в нем аннигилируют в адиабатических условиях. Разогрев составит лишь сотые доли градуса, даже если мы будем считать, что при этом адиабатически выделится вся запасенная в образце магнитная энергия. Если теперь вспомнить, что макротурбулентность развивается медленно и охватывает макроскопическую долю объема монокристалла, а образец в процессе эксперимента интенсивно охлаждается, то предположение о тепловом характере неустойчивости кажется неправдоподобным.

Соображения о другой возможной причине возникновения макротурбулентности высказывались в работе [13]. Авторы этой работы обратили внимание на то, что процесс аннигиляции пары вихрь-антивихрь может сопровождаться образованием пространственных областей, свободных от вихрей (так называемых мейснеровских дыр) и предположили, что наличие таких областей может служить причиной неустойчивости. Однако физическая картина неустойчивости в этой работе не рассматривалась.

В настоящей работе мы обращаем внимание на то, что макротурбулентность наблюдается только в монокристаллах семейства 1–2–3. Эти образцы, в отличие от других сверхпроводников, характеризуются ярко выраженной анизотропией проводимости в плоскости  $ab$ . Анизотропия в этих материалах связана с наличием двух систем взаимно ортогональных границ двойникового, обычно ориентированных под углом  $45^\circ$  к границам монокристалла (см., например, [14]). Именно здесь, на наш взгляд, содержится ключ к разгадке природы макротурбулентности. Благодаря границам двойникового движение вихрей и антивихрей под действием силы Лоренца происходит навстречу друг другу преимущественно вдоль этих «направляющих» границ (так называемый *guiding effect* [15, 16]). В результате на границе, разделяющей области вихрей и антивихрей, происходит разрыв тангенциальной составляющей скорости вихрей. Как известно из классической гидродинамики [17], наличие тангенциальных разрывов скорости приводит к неустойчивости течения жидкости.

Следует отметить, что электромагнитная нестабильность движения вихревой системы в критическом и резистивном состояниях в анизотропных жестких сверхпроводниках изучалась в работах Гуревича [18, 19]. Однако его результаты нельзя непосредственно использовать для объяснения возникновения макротурбулентности.

В настоящей работе показано, что чисто гидродинамический подход, описывающий движение системы вихрей и антивихрей с анизотропной вязкостью, позволяет понять природу возникновения неустойчивости фронта перемагничивания, развитие которой приводит к макротурбулентности. В частности, механизм макротурбулентности, обусловленный анизотропией, дает возможность интерпретировать особенности проявлений неустойчивости в сверхпроводниках с разной плотностью границ двойникового. Краткое сообщение о результатах работы опубликовано ранее [20].

## 2. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ И ОСНОВНЫЕ УРАВНЕНИЯ

Рассмотрим бесконечную сверхпроводящую пластину толщиной  $2d$ , помещенную во внешнее магнитное поле  $\mathbf{H}$ , ориентированное вдоль оси  $z$  перпендикулярно поверхности образца. Ось  $x$  направлена перпендикулярно пластине, начало координат  $x = 0$  находится в центре пластины. Пусть магнитное поле  $H$  сначала увеличивалось так, что магнитный поток в виде вихрей полностью заполнил образец, а затем уменьшалось, прошло через нуль и приняло некоторое отрицательное значение. В таком случае в приповерхностную область пластины с обеих ее сторон проникают вихри с противоположным направлением магнитного потока (антивихри) и в сверхпроводнике возникают три пространственные области. В центральной части находятся вихри, изначально вошедшие в образец. В двух периферийных областях, симметрично расположенных относительно срединной плоскости пластины, находятся антивихри. Из симметрии задачи ясно, что достаточно рассматривать только одну (например, правую,  $0 < x < d$ ) половину образца. Геометрия задачи схематически представлена на рис. 1.

В жестких сверхпроводниках абрикосовские вихри пиннингуются различными дефектами кристаллической решетки так, что в образце устанавливается неоднородное распределение магнитной индукции. При нулевой температуре такая картина называется статической, несмотря на силу Лоренца, действующую на вихри со стороны соседних вихрей. При конечных же температурах благодаря процессам термоактивации происходит медленное течение магнитного потока из-за срыва вихрей с центров пиннинга. Движение вихревой системы может быть рассмотрено в рамках макроскопического подхода в терминах вязкого течения вихревой жидкости.

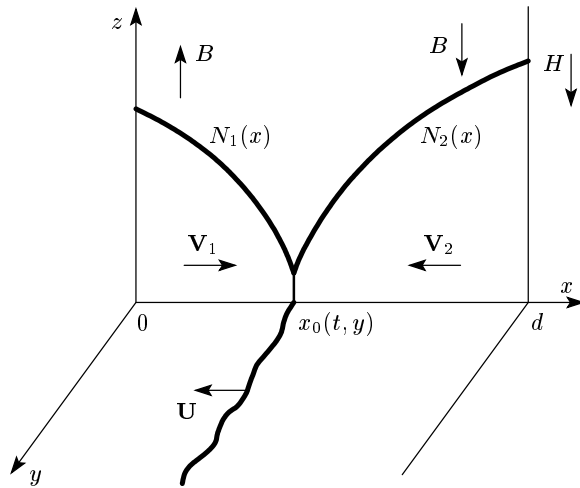


Рис. 1. Распределения плотности вихрей,  $N_1(x)$ , и антивихрей,  $N_2(x)$ , в правой половине ( $0 < x \leq d$ ) пластины

Такое описание использовалось, например, в работе [12]. В изучаемой ситуации движению магнитного потока способствует также процесс аннигиляции вихрей и антивихрей, происходящий на границе  $x = x_0$ , разделяющей области их существования (см. рис. 1). Это явление приводит к дополнительному входу антивихрей с поверхности пластины в неизменном внешнем магнитном поле  $H$  и уменьшению общего числа вихрей в центральной части образца. В результате граница раздела  $x = x_0$  медленно движется со скоростью  $\mathbf{U}$  в глубь образца (рис. 1).

Обозначим плотности вихрей и антивихрей соответственно через  $N_1(x)$  и  $N_2(x)$ . Связь между вихревой плотностью  $N_\alpha(x, y)$  ( $\alpha = 1, 2$ ) и магнитной индукцией  $B(x, y)$  в соответствующей области сверхпроводника очевидна:

$$N_\alpha(x, y) = \frac{s_\alpha B(x, y)}{\Phi_0}, \tag{1}$$

где  $\Phi_0$  — квант магнитного потока,  $s_1 = 1$ ,  $s_2 = -1$ . Плотности вихрей и антивихрей должны удовлетворять уравнению непрерывности,

$$\frac{\partial N_\alpha}{\partial t} + \text{div}(N_\alpha \mathbf{V}_\alpha) = 0, \tag{2}$$

где  $\mathbf{V}_\alpha$  — гидродинамические скорости вихрей и антивихрей.

Вторым уравнением для функций  $N_\alpha$  и  $\mathbf{V}_\alpha$  служит уравнение динамики вихревой жидкости. Поскольку мы связываем неустойчивость фронта перемагничивания с анизотропией движения магнитного потока, будем считать коэффициент вязкости

симметричным тензором второго порядка  $\eta_{ik}$ . Запишем связь вихревой скорости  $V_{\alpha k}$  с движущей вихри силой Лоренца  $F_{Li}$  в форме

$$\eta_{ik} N_\alpha V_{\alpha k} = F_{Li}, \quad \mathbf{F}_L = \frac{1}{c} \mathbf{B} \times \mathbf{J}, \tag{3}$$

плотность тока  $\mathbf{J}$  связана с магнитной индукцией уравнением Максвелла:

$$\mathbf{J} = \frac{c}{4\pi} \text{rot } \mathbf{B}. \tag{4}$$

Феноменологическое описание динамики вихревой материи с помощью системы гидродинамических уравнений (2), (3) справедливо, если характерное межвихревое расстояние  $a$  много меньше всех пространственных масштабов задачи, в частности, меньше характерного пространственного масштаба макротурбулентности.

Уравнение (3) можно переписать следующим образом:

$$V_{\alpha i} = -\frac{\Gamma \Phi_0^2}{4\pi} \gamma_{ik} \frac{\partial N_\alpha}{\partial x_k}, \tag{5}$$

где  $\gamma_{ik}$  — безразмерный тензор обратной вязкости ( $\eta_{ik}^{-1} = \Gamma \gamma_{ik}$ ), а коэффициент  $\Gamma$  выбирается так, чтобы главные значения тензора  $\gamma_{ik}$  были равны единице и  $\varepsilon$ ,  $0 < \varepsilon < 1$ . Случай предельно сильной анизотропии соответствует  $\varepsilon \rightarrow 0$ . Отметим, что  $\Gamma$  — величина обратная вязкости — быстро растет с увеличением температуры вследствие термически активированного депиннинга. В уравнениях (3) и (5) опущены инерционные члены, поскольку в интересующем нас случае малых скоростей они несущественны [21].

Для решения задачи необходимо сформулировать граничные условия на поверхности образца, а также на границе раздела областей, занятых вихрями и антивихрями. Сначала обсудим условия на границах образца. Пренебрегая скачком индукции на поверхности (это можно делать при достаточно больших значениях  $H$ , превышающих первое критическое поле  $H_{c1}$ ), имеем

$$N_2(d) = N_2(-d) = H/\Phi_0. \tag{6}$$

Поскольку мы рассматриваем только правую часть образца, заменим условие  $N_2(-d) = H/\Phi_0$  на требование

$$V_\alpha(0) = 0, \tag{7}$$

которое непосредственно следует из симметрии задачи и условия (6).

Теперь обратимся к условиям на границе, разделяющей области существования вихрей и антивихрей, которая движется с некоторой скоростью к середине образца вследствие процесса аннигиляции. Положение этой границы, вообще говоря, зависит не только от времени  $t$ , но и от координаты  $y$ . Действительно, как станет ясно из настоящей работы, в процессе развития неустойчивости плоская граница между вихрями и антивихрями начинает извиваться, приобретая форму «стиральной доски». Таким образом, граница раздела определяется уравнением  $x = x_0(y, t)$ . Соответственно, скорость ее движения задается формулой

$$\begin{aligned} U_x &= \frac{\partial x_0}{\partial t} \frac{1}{\sqrt{1 + (\partial x_0 / \partial y)^2}}, \\ U_y &= -\frac{\partial}{\partial t} \frac{\partial x_0 / \partial y}{\sqrt{1 + (\partial x_0 / \partial y)^2}}. \end{aligned} \quad (8)$$

Вообще говоря, скорость  $\mathbf{U}$ , так же как и  $x_0(y, t)$ , зависит и от времени, и от координаты  $y$ ,  $\mathbf{U} = \mathbf{U}(y, t)$ .

Первое из условий на границе раздела состоит в том, что в движущейся вместе с ней системе отсчета нормальные компоненты потоков вихрей и антивихрей равны по модулю и противоположны по знаку:

$$N_1 (\mathbf{V}_1 - \mathbf{U})_n + N_2 (\mathbf{V}_2 - \mathbf{U})_n = 0. \quad (9)$$

Здесь индекс « $n$ » служит для обозначения нормальной компоненты вектора. Единичный вектор  $\nu$  нормали к границе раздела задается очевидными формулами:

$$\begin{aligned} \nu_x &= \frac{1}{\sqrt{1 + (\partial x_0 / \partial y)^2}}, \\ \nu_y &= -\frac{\partial x_0 / \partial y}{\sqrt{1 + (\partial x_0 / \partial y)^2}}. \end{aligned} \quad (10)$$

Второе граничное условие определяется скоростью аннигиляции вихрей и антивихрей. Очевидно, что эта скорость обращается в нуль, если плотность вихрей или антивихрей на разделяющей их границе равна нулю. Тогда, следуя обычному подходу к описанию таких кинетических процессов, удобно представить скорость аннигиляции пропорциональной произведению плотностей вихрей и антивихрей:

$$N_1 (\mathbf{V}_1 - \mathbf{U})_n = RN_1 N_2. \quad (11)$$

Подобная модель аннигиляционного процесса была использована в [12]. Однако в этой работе предполагалось, что параметр аннигиляции  $R$  пропорционален разности скоростей  $|V_1 - V_2|$ . В таком случае в образце может возникнуть макроскопическая область

сосуществования вихрей и антивихрей, т. е. вихревая и антивихревая области могут проникать друг в друга. В отличие от авторов работы [12], мы учитываем, что сила взаимного притяжения вихрей и антивихрей вблизи границы раздела очень велика. Она определяется током индивидуальных вихрей, который значительно превышает усредненный макроскопический ток  $J$ . Поэтому относительная скорость вихрей и антивихрей в области их аннигиляции во много раз больше, чем гидродинамическая скорость  $V_\alpha$ . В результате область сосуществования вихрей и антивихрей оказывается по порядку величины равной параметру вихревой решетки  $a$ . В гидродинамическом приближении этим масштабом следует пренебрегать. Поэтому мы считаем, что аннигиляция происходит не в области конечных размеров, а на плоскости  $x = x_0(y, t)$ .

В принципе параметр аннигиляции  $R$  может зависеть от плотностей и скоростей вихрей. Однако плотности вихрей на границе должны рассматриваться как сравнительно малые, и мы можем считать правую часть равенства (11) первым неисчисляющим членом разложения более общего выражения для скорости аннигиляции в ряд по плотностям вихрей. Предположение о малости вихревой скорости  $V_\alpha$  по сравнению с «микроскопической» скоростью аннигилирующих вихрей и антивихрей позволяет пренебречь зависимостью  $R$  и от скорости  $V_\alpha$ .

Наконец, мы предполагаем, что средняя магнитная индукция в окрестности границы раздела равна нулю, т. е.

$$N_1 = N_2 \quad (12)$$

в точке  $x = x_0(y, t)$ . Нетрудно показать, что это условие непосредственно следует из уравнения (2) и соотношения (9), если оно выполнялось в первый момент появления в образце антивихрей. В нашем случае  $N_1 = N_2 = 0$  в момент, когда внешнее магнитное поле, уменьшаясь, принимало значение  $H = 0$ .

Сформулированные уравнения и граничные условия позволяют, в принципе, провести полный анализ поведения вихревой системы во времени. Схема решения поставленной нами задачи состоит в нахождении невозмущенного базового распределения вихревой плотности  $N_\alpha(x, t)$  и поля скоростей  $V_\alpha(x, t)$ , а затем в исследовании на устойчивость линеаризованной системы уравнений для флуктуаций  $\delta(N_\alpha(x, y, t))$  и  $\delta(V_\alpha(x, y, t))$ . Следующий раздел посвящен анализу базового профиля.

### 3. БАЗОВЫЙ ПРОФИЛЬ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ПЛОТНОСТИ ВИХРЕЙ

На первый взгляд может показаться, что задача о нахождении базового профиля довольно проста, поскольку положение границы раздела, ее скорость, плотности вихрей и антивихрей, а также их скорости не зависят от координаты  $y$ . Однако при этом приходится решать нелинейную систему дифференциальных уравнений в частных производных (2), (4) и (5). Особую сложность представляет использование граничных условий (9)–(12) на движущейся границе, положение которой должно находиться самосогласованно. Следует также иметь в виду, что у поставленной задачи нет простых автомодельных решений с  $U = \text{const} \neq 0$ .

Первым шагом будет расчет стационарного базового профиля другой системы, в которой скорость границы раздела равна нулю. Стационарный профиль реализуется, например, в сверхпроводящей пластине при пропускании через нее постоянного транспортного тока, заполняющего все сечение сверхпроводника. В этом случае с обеих сторон пластины проникают вихри с противоположными направлениями магнитного потока. Эти вихри встречаются и аннигилируют на неподвижной границе, находящейся посередине пластины. В такой постановке задача легко решается. Действительно, полагая в формуле (2), что  $\partial N_1/\partial t = \partial N_2/\partial t = 0$ , из соотношений (2)–(6) и (9)–(12) находим профили распределений  $N_1(x)$  и  $N_2(x)$ , симметрично расположенных относительно точки  $x_0$ :

$$\begin{aligned} N_1(x) &= N_2(d) \left( \frac{x_0 + d/2r - x}{d + d/2r - x_0} \right)^{1/2}, \\ N_2(d) &= \frac{H}{\Phi_0}, \\ N_2(x) &= N_2(d) \left( \frac{x + d/2r - x_0}{d + d/2r - x_0} \right)^{1/2}, \\ r &= \frac{4\pi R d}{\Gamma \Phi_0^2 \gamma_{xx}}. \end{aligned} \tag{13}$$

Далее для простоты будем считать безразмерный параметр  $r$  много большим единицы, т. е. примем, что скорость аннигиляции  $R$  и коэффициент вязкости  $\Gamma^{-1}$  достаточно велики. Тогда из распределений (13) видно, что вихревая плотность на границе раздела сравнительно мала,  $N_1 = N_2 \sim N_2(d)r^{-1/2}$ . В то же время пространственные производные вблизи нее возрастают:

$$N_2' = -N_1' = \frac{N_1 r}{d}, \quad N_2'' = N_1'' = -N_1 \left( \frac{r}{d} \right)^2. \tag{14}$$

Нетрудно показать, что скорости  $V_{\alpha x, y}(x = x_0)$  относительно велики, поскольку они пропорциональны  $r^{1/2}$ :

$$V_{1x, y} = \frac{\gamma_{xx, y}}{\gamma_{xx}} N_1 R \sim \frac{\Gamma \Phi_0}{4\pi d} H r^{1/2}. \tag{15}$$

Легко показать, что соотношения (14) на базовом профиле справедливы во всех случаях, когда граница раздела областей, занятых вихрями с противоположными направлениями магнитного потока, остается неподвижной. В интересующем нас случае количество вихрей уменьшается с течением времени и граница раздела движется к середине образца. Учет этого движения в соответствии с уравнением (2) и граничным условием (11) приводит к изменению выражений для производных от плотностей вихрей:

$$\begin{aligned} N_1' &= -N_1 \frac{r}{d} - \frac{4\pi}{\Gamma \Phi_0^2 \gamma_{xx}} U, \\ N_2' &= N_1 \frac{r}{d} - \frac{4\pi}{\Gamma \Phi_0^2 \gamma_{xx}} U, \end{aligned} \tag{16}$$

$$\begin{aligned} N_1'' &= -N_1 \left( \frac{r}{d} \right)^2 - \frac{8\pi r}{\Gamma \Phi_0^2 \gamma_{xx} d} U, \\ N_2'' &= -N_1 \left( \frac{r}{d} \right)^2 + \frac{8\pi r}{\Gamma \Phi_0^2 \gamma_{xx} d} U. \end{aligned} \tag{17}$$

Очевидно, что скорость  $U$  движения фронта перемагничивания меньше гидродинамической скорости вихрей  $V_\alpha$ . Поэтому в дальнейшем для простоты примем справедливым условие  $U \ll V_\alpha \sim N_1 R$ . Это позволяет считать, что базовый профиль мало отличается от стационарного.

### 4. ИССЛЕДОВАНИЕ УСТОЙЧИВОСТИ ФРОНТА ПЕРЕМАГНИЧИВАНИЯ

Исследование стабильности движения фронта перемагничивания удобно проводить в следующих безразмерных переменных:

$$\begin{aligned} n_\alpha &= \frac{N_\alpha}{N_\alpha(x_0)}, \quad \tau = \frac{t}{t_0}, \quad t_0 = \frac{\Gamma \Phi_0^2 \gamma_{xx}}{4\pi R^2 N_\alpha(x_0)}, \\ \xi &= \frac{x}{L}, \quad \zeta = \frac{y}{L}, \quad L = \frac{\Gamma \Phi_0^2 \gamma_{xx}}{4\pi R} = \frac{d}{r}. \end{aligned} \tag{18}$$

Нормировка на зависящую от времени вихревую плотность  $N_\alpha(x_0(t))$  допустима, поскольку мы предполагаем, что неустойчивость развивается за относительно короткие времена и в системе не успевают произойти заметные изменения базового профиля. Представим выражение для плотности вихрей

$n_\alpha(\xi, \tau)$  в виде суммы невозмущенного слагаемого  $n_{(0)\alpha}$  и флуктуационного члена:

$$n_\alpha = n_{(0)\alpha} + f_\alpha(\xi - \xi_0(\tau)) \exp(\lambda\tau + ik\zeta). \quad (19)$$

Линеаризованные граничные условия должны быть записаны на возмущенной границе

$$\xi = \xi_0(\zeta, \tau) = \xi_0(\tau) + \delta\xi \exp(ik\zeta + \lambda\tau) \quad (20)$$

с единичным вектором нормали  $\nu = (1, -ik\delta\xi(\zeta, \tau))$ . Из граничного условия (12) непосредственно следует, что

$$\delta\xi = \frac{f_1 - f_2}{2}. \quad (21)$$

Подставляя (19) в выражение (2), получаем следующее обыкновенное дифференциальное уравнение с переменными коэффициентами для функции  $f_\alpha(\xi - \xi_0(\tau))$ :

$$f''_\alpha + f'_\alpha(u + 2\alpha ik + 2n'_{(0)\alpha}) - (\lambda + \beta k^2 - 2\alpha ik n'_{(0)\alpha} - n''_{(0)\alpha}) = 0, \quad (22)$$

где  $u = Ut_0/L$ ,  $\alpha = \gamma_{xy}/\gamma_{xx}$ ,  $\beta = \gamma_{yy}/\gamma_{xx}$ . Будем считать, что возмущение вихревой плотности затухает по мере удаления от фронта  $\xi = \xi_0(\tau)$  на расстояние, которое значительно меньше толщины образца  $d$ . Это позволяет заменить переменные коэффициенты  $n'_{(0)\alpha}(\xi)$  и  $n''_{(0)\alpha}(\xi)$  их значениями  $n'_\alpha$  и  $n''_\alpha$  на фронте перемагничивания. В безразмерных переменных легко получить из выражений (16) и (17) уравнения

$$n'_1 = -1 - u, \quad n'_2 = 1 - u, \quad (23)$$

$$n''_1 = -1 - 2u, \quad n''_2 = -1 + 2u. \quad (24)$$

Решение уравнений (22) определяет экспоненциальное поведение возмущений  $f_1$  и  $f_2$ :

$$\begin{aligned} f_1(\xi - \xi_0) &= f_1 \exp[p_1(\xi - \xi_0)], \\ f_2(\xi - \xi_0) &= f_2 \exp[-p_2(\xi - \xi_0)]. \end{aligned} \quad (25)$$

Параметры  $p_1$  и  $p_2$ , которые являются решениями соответствующего квадратного характеристического уравнения, равны:

$$p_{1,2} = \pm 1 - \alpha ik + \frac{u}{2} \pm \Omega_{1,2}, \quad (26)$$

$$\Omega_{1,2} = \sqrt{\lambda + \epsilon k^2 + \alpha ik u + 2 \pm 3u}, \quad \text{Re } \Omega_{1,2} > 0. \quad (27)$$

Здесь верхние знаки относятся к коэффициенту  $p_1$ , а нижние — к  $p_2$ .

Подстановка выражений (19)–(27) в граничные условия (9), (11) дает следующую систему двух линейных однородных алгебраических уравнений для амплитуд  $f_1, f_2$ :

$$\begin{aligned} f_1[2\Omega_1 + 2\lambda + 2\alpha ik u + u] + \\ + f_2[-2\Omega_2 - 2\lambda - 2\alpha ik u + u] &= 0, \\ f_1[2\Omega_1 + \lambda + \alpha ik(1 + u) + 2 - 2u] + \\ + f_2[-\lambda - \alpha ik(1 + u) + 2 + 3u] &= 0. \end{aligned} \quad (28)$$

Приравнивая детерминант системы к нулю и пренебрегая малыми членами порядка  $u^2$ , получаем дисперсионное уравнение, определяющее зависимость инкремента нарастания флуктуаций  $\lambda$  от волнового числа  $k$ :

$$\lambda = \Omega^2 - \epsilon \kappa^2 - 2i\sigma\kappa - 2, \quad (29)$$

где

$$\kappa = \frac{k|\alpha u|}{2}, \quad \epsilon = \frac{4\epsilon}{(\alpha u)^2}, \quad \sigma = \text{sign}(\alpha u),$$

а  $\Omega$  обладающий положительной действительной частью корень уравнения

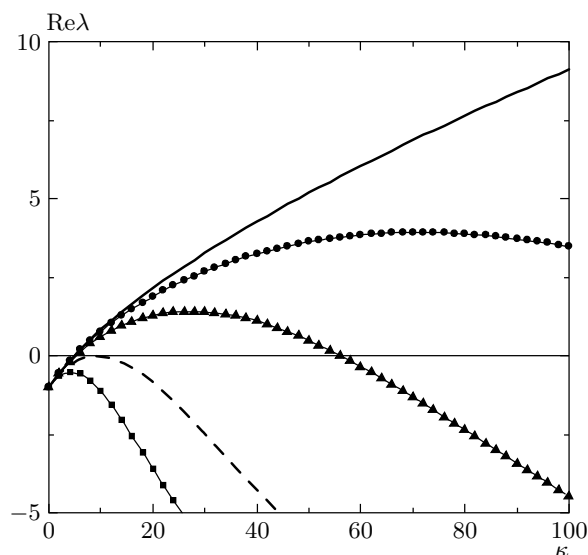
$$\begin{aligned} \Omega^4 + 3\Omega^3 + \Omega^2(-\epsilon\kappa^2) - \\ - \Omega(2\epsilon\kappa^2 + i\sigma\kappa + 4) - 3i\sigma\kappa = 0. \end{aligned} \quad (30)$$

На рис. 2 представлена зависимость инкремента  $\text{Re } \lambda$  от безразмерного волнового числа  $\kappa$  при различных значениях параметра анизотропии  $\epsilon$ . На рисунке видно, что при достаточно малых  $\epsilon < \epsilon_c \approx 0.019$  существует область волновых чисел, в которой инкремент положителен. Это означает, что плоский фронт перемагничивания становится неустойчивым и возникающее возмущение нарастает с течением времени. Временной масштаб нарастания определяется максимальным значением  $\text{Re } \lambda$ , равным  $\lambda_m$ , которое соответствует конечному значению  $\kappa = \kappa_m$ . Соответственно, пространственный масштаб неустойчивости определяется величиной  $1/\kappa_m$ . При малых  $\epsilon$  величина  $\kappa_m$  значительно превышает единицу. Из (30) легко увидеть, что

$$\lambda_m = 1/(4\sqrt{\epsilon}) - 2, \quad \kappa_m = 1/\sqrt{2}\epsilon^{3/4}. \quad (31)$$

Таким образом, неустойчивость возникает, если анизотропия достаточно велика, т. е.  $\epsilon < \epsilon_c$ . В размерных переменных это неравенство можно переписать в форме

$$\epsilon < \epsilon_c \left[ \frac{U \text{tg } \theta}{2RN_1(x_0)} \right]^2. \quad (32)$$



**Рис. 2.** Зависимость  $\text{Re } \lambda(\kappa)$  при различных значениях параметра  $\varepsilon$ :  $\varepsilon = 0$  (сплошная линия),  $\varepsilon = 0.0015$  (точки),  $\varepsilon = 0.005$  (треугольники),  $\varepsilon = \varepsilon_c = 0.019$  (штриховая линия),  $\varepsilon = 0.05$  (квадраты)

Здесь  $\theta$  — угол между границей раздела и главным направлением тензора анизотропной вязкости (направлением границ двойникования). Теперь можно понять, почему макротурбулентность наблюдается только в сверхпроводниках системы 1–2–3, которые характеризуются сильной анизотропией в плоскости  $ab$  за счет присутствия границ двойникования.

Проведенный здесь анализ справедлив в случае анизотропии с осью симметрии первого порядка. Такая симметрия соответствует структуре двойникования с единственным выделенным направлением границ. В реальных кристаллах системы 1–2–3 обычно существуют домены с характерным размером  $\Delta$  порядка 100 мкм со взаимно ортогональным направлением границ двойникования — «твидовая» структура (см. рис. 3). Наши расчеты справедливы, если характерное значение волнового числа  $k$  достаточно велико, т. е.  $1/k \ll \Delta$ .

## 5. МАГНИТООПТИЧЕСКИЕ НАБЛЮДЕНИЯ И ОБСУЖДЕНИЕ

Магнитооптические наблюдения макротурбулентности проводились на оптимально допированном монокристалле YBCO, содержащем значительное количество границ двойникования (см. рис. 3). Кристалл имел прямоугольную форму

**Рис. 3.** Изображение в поляризованном свете участка поверхности монокристаллического образца. Отчетливо видны домены со взаимно ортогональными направлениями границ двойникования. Изображенный масштаб соответствует 50 мкм

в плоскости  $ab$ , его максимальный размер составлял примерно 1 мм.

Магнитооптическая картина распределения нормальной компоненты магнитного потока в образце во внешнем магнитном поле  $H = 1$  кЭ показана на рис. 4. Монокристалл был предварительно охлажден в нулевом магнитном поле до температуры  $T = 45$  К. Более светлые участки соответствуют большим значениям магнитной индукции. На рисунке видно, что проникновение магнитного потока анизотропно в плоскости  $ab$ . Ось анизотропии преимущественно совпадает с направлением больших границ двойникования, составляющих угол примерно  $45^\circ$  с границами образца. Темные участки в средней части изображения — это области, куда поле не проникает из-за экранировки сверхпроводящими то-



**Рис. 4.** Магнитооптическое изображение распределения нормальной компоненты магнитной индукции  $B_n$  на поверхности монокристалла. Более светлые участки изображения соответствуют большей величине  $B_n$ . Внешнее магнитное поле  $H = 1000$  Э,  $T = 45$  К

ками. Следует отметить, что такая картина распределения магнитной индукции является квазиравновесной и хорошо воспроизводимой.

Далее в эксперименте температура образца повышалась до 67 К. Изменение температуры приводило к более глубокому проникновению магнитного потока вплоть до середины образца. Затем внешнее магнитное поле выключалось. В результате в образце оставался замороженный магнитный поток. Картина его распределения изображена на рис. 5. Силовые линии замороженного магнитного потока должны замыкаться. Поэтому в окрестности границы образца возникает область, в которой нормальная компонента магнитной индукции имеет направление, противоположное захваченному потоку. Ей соответствует светлая «аура» вокруг образца на рис. 5. Как видно на рисунке, область с отрицательным направлением магнитного потока (антивихрями) существует и в образце вблизи его краев. Таким образом, в данной геометрии для появления фронта перемагничивания не требуется присутствие внешнего магнитного поля противоположного знака.

На рис. 5 отчетливо видна темная линия, про-

ходящая вдоль границы образца. Эта линия, разделяющая два противоположно ориентированных магнитных домена (с вихрями и антивихрями), представляет собой зону аннигиляции. Начало развития макротурбулентности проявляется в виде появления меандра на фронте перемагничивания. Появление меандра сопровождается возникновением вблизи фронта перемагничивания участков с повышенной плотностью магнитного потока. Такие участки отчетливо видны в правой части рисунка, на которой представлено увеличенное изображение области, отмеченной прямоугольным контуром. Измерения с временным разрешением показывают, что форма фронта перемагничивания быстро меняется, что сопровождается резким перераспределением магнитного потока. Включение внешнего магнитного поля с противоположным по отношению к замороженному магнитному потоку направлением приводит к продвижению фронта перемагничивания в глубину образца. При этом динамическая картина макротурбулентности становится еще более впечатляющей.

Макротурбулентное поведение магнитного потока в изученном кристалле наблюдается в широком температурном интервале 25–75 К. Повышение температуры способствует более быстрому развитию турбулентности. Однако выше 75 К макротурбулентность исчезает.

Обсудим соответствие результатов теоретического рассмотрения с данными экспериментов. К сожалению, количественное сравнение теории с экспериментом затруднено вследствие наличия в теории нескольких феноменологических параметров, о которых нет достаточной информации. Важнейшим из таких параметров является параметр аннигиляции  $R$ . Его оценка представляет самостоятельный интерес. Тем не менее обсудим некоторые особенности явления турбулентности, которые находят естественное качественное объяснение в рамках развитой выше модели.

Нетрудно объяснить, например, тот факт, что неустойчивость наблюдается лишь в некотором температурном интервале [5, 22]. При понижении температуры вязкость вихревого движения экспоненциально возрастает. Соответственно, пространственный масштаб  $L$  флуктуаций в формуле (18) уменьшается и становится равным или меньшим, чем характерное расстояние между границами двойникования. В этом случае значительные участки фронта перемагничивания, на которых «укладывается» большое число длин волн, оказываются расположенными вдали от границ двойникования и перестают

**Рис. 5.** То же, что на рис. 4, после повышения температуры до 67 К и последующего выключения внешнего магнитного поля. Справа изображен увеличенный участок фрагмента, выделенного светлым прямоугольным контуром

испытывать их влияние. В результате анизотропия эффективно ослабляется, и неустойчивость исчезает. С другой стороны, при повышении температуры анизотропия ослабляется вследствие термоактивационного движения вихрей. Неустойчивость исчезает по той же причине. Замечательно, что в исследованном в настоящей работе кристалле с высокой плотностью двойниковых границ температурное окно существования макротурбулентности существенно расширено в сторону низких температур по сравнению с другими образцами со слабым двойникованием [5, 22]. Этот факт также согласуется с предложенной моделью.

Цель данной работы состоит в выявлении главной причины неустойчивости фронта перемангничивания, которую мы связываем с анизотропией динамических свойств вихревой материи. Следует, однако, обратить внимание на то, что выбранная нами модель анизотропного вязкого течения магнитного потока является упрощенной. Она соответствует линейной ВАХ, наблюдающейся

в реальных сверхпроводниках только при весьма больших плотностях тока. Такие плотности, безусловно, не реализуются в экспериментах по наблюдению макротурбулентности. Отражением грубости модели является тот факт, что условие возникновения неустойчивости (32) требует нереалистично сильную анизотропию вязкости. Ясно, что более последовательный подход к изучению макротурбулентности должен быть основан на использовании анизотропной нелинейной ВАХ. Предварительный анализ показывает, что в теории со степенной ВАХ с показателем  $m$  роль параметра  $\varepsilon$  играет  $\varepsilon^m$ . При больших значениях  $m$  порядка 10 условие возникновения неустойчивости становится значительно более мягким.

Авторы выражают признательность Г. И. Гарасько за полезные обсуждения работы. Работа выполнена при финансовой поддержке ИНТАС (грант № 02–2282), РФФИ (проекты 00-02-17145 и 00-02-18032) и Исследовательского Совета Норве-

гии, а также в рамках Российской Федеральной целевой программы по сверхпроводимости (контракт 40.012.1.1.11.46).

## ЛИТЕРАТУРА

1. G. Blatter, M. V. Feigel'man, V. B. Geshkenbein, A. I. Larkin, and V. M. Vinokur, *Rev. Mod. Phys.* **66**, 1125 (1994).
2. E. H. Brandt, *Rep. Prog. Phys.* **58**, 1465 (1995).
3. V. K. Vlasko-Vlasov, V. I. Nikitenko, A. A. Polyanskii, G. W. Grabtree, U. Welp, and B. W. Veal, *Physica C* **222**, 361 (1994).
4. M. V. Indenbom, Th. Schuster, M. R. Koblischka, A. Forkl, H. Kronmüller, L. A. Dorosinskii, V. K. Vlasko-Vlasov, A. A. Polyanskii, R. L. Prozorov, and V. I. Nikitenko, *Physica C* **209**, 259 (1993).
5. T. Frello, M. Baziljevich, T. H. Johansen, N. H. Andersen, Th. Wolf, and M. R. Koblischka, *Phys. Rev. B* **59**, R6639 (1999).
6. T. H. Johansen, M. Baziljevich, D. V. Shantsev, P. E. Goa, Y. M. Galperin, W. N. Kang, H. J. Kim, E. M. Choi, M. S. Kim, and S. I. Lee, submitted to *Phys. Rev. Lett.* (2002).
7. A. V. Gurevich, *Int. J. Mod. Phys. B* **9**, 1045 (1995).
8. E. H. Brandt, *Phys. Rev. Lett.* **76**, 4030 (1996).
9. C. P. Bean, *Phys. Rev. Lett.* **8**, 250 (1962).
10. Y. Yeshurun, A. P. Malozemoff, and A. Shaulov, *Rev. Mod. Phys.* **68**, 911 (1996).
11. А. Вл. Гуревич, Р. Г. Минц, А. Л. Рахманов, *Физика композитных сверхпроводников*, Наука, Москва (1987).
12. F. Bass, B. Ya. Shapiro, I. Shapiro, and M. Shvartser, *Phys. Rev. B* **58**, 2878 (1998).
13. V. K. Vlasko-Vlasov, U. Welp, G. W. Crabtree, D. Gunter, V. Kabanov, and V. I. Shvartser, *Phys. Rev. B* **56**, 5622 (1997).
14. И. Ф. Волошин, А. В. Калинов, К. И. Кугель, А. Л. Рахманов, Л. М. Фишер, *ЖЭТФ* **111**, 2158 (1997).
15. A. K. Niessen and C. H. Weijnsfeld, *J. Appl. Phys.* **40**, 384 (1969).
16. H. Pastoriza, S. Candia, and G. Nieva, *Phys. Rev. Lett.* **83**, 1026 (1999).
17. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, *Гидродинамика*, Наука, Москва (1976), с. 152.
18. A. V. Gurevich, *Phys. Rev. Lett.* **65**, 3197 (1990).
19. A. V. Gurevich, *Phys. Rev. B* **46**, 3638 (1992).
20. L. M. Fisher, P. E. Goa, M. Baziljevich, T. H. Johansen, A. L. Rakhmanov, and V. A. Yampol'skii, *Phys. Rev. Lett.* **87**, 247005-1 (2001).
21. E. B. Sonin, V. B. Geshkenbein, A. van Otterlo, and G. Blatter, *Phys. Rev. B* **57**, 575 (1998).
22. M. R. Koblischka, T. H. Johansen, M. Baziljevich, H. Hauglin, H. Bratsberg, and B. Ya. Shapiro, *Europhys. Lett.* **41**, 419 (1998).