

## КВАНТОВАНИЕ АКУСТОЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ТОКА В БАЛЛИСТИЧЕСКОМ КАНАЛЕ

*В. А. Маргулис\*, М. П. Трушин, А. В. Шорохов*

*Мордовский государственный университет им. Н. П. Огарева  
430000, Саранск, Россия*

Поступила в редакцию 25 декабря 2001 г.

Теоретически исследован наведенный потоком ультразвуковых фононов электрический ток в баллистическом квазидвумерном квантовом канале. Рассмотрены два типа удерживающего потенциала. Найдено аналитическое выражение для акустоэлектрического тока и исследована его зависимость от химического потенциала и величины продольного магнитного поля. Показано, что зависимость акустоэлектрического тока от химического потенциала может иметь экспериментально наблюдаемый ступенчатый характер. Рассмотрена осцилляционная зависимость акустоэлектрического тока от величины магнитного поля в случаях слабого и сильного магнитного квантования.

PACS: 73.23.Ad

### 1. ВВЕДЕНИЕ

Развитие экспериментальной техники позволило в последние годы работать с высокими звуковыми частотами и измерять электрические токи порядка пикоампера. Это сделало возможным исследовать акустоэлектрический (АЭ) эффект в квантовых каналах. Существует ряд экспериментальных исследований АЭ-эффекта в двумерных слоях электронного газа [1–3]. Однако измерения АЭ-тока в квантовом канале не столь многочисленны. Экспериментальное исследование АЭ-эффекта в такой системе впервые опубликовано в работе [4], где обнаружено, что АЭ-ток имеет осцилляционную зависимость от напряжения на затворе, причем максимумы этих осцилляций соответствуют порогам квантования кондактанса в той же структуре.

В последующих экспериментальных работах [5, 6] исследовался квантованный АЭ-ток. В отличие от [4], в [6] применялись акустические волны с более высокой интенсивностью, что соответствует более сильному АЭ-току. Обнаружено, что с увеличением интенсивности ультразвука (т. е. при возрастании АЭ-тока) ступенчатая зависимость АЭ-тока от напряжения на затворе становится более явной.

Существуют два подхода к описанию АЭ-эффекта в квантовых каналах. В одном из них движение электронов описывается уравнением Больцмана [4, 7–10], а в другом используется квантовый подход, т. е. прямое вычисление коэффициентов прохождения электронов через структуру [11, 12]. Отметим, что при исследовании АЭ-тока во втором подходе использовались в основном численные методы, а оценки были сделаны только в некоторых предельных случаях.

Объяснение гигантских квантовых осцилляций в приближении «времени релаксации» было приведено в [4]. Дальнейшее развитие этот подход получил в [7]. Показано, что только в случае, когда уровень Ферми находится вблизи дна какой-либо зоны (т. е. вблизи порога квантования кондактанса), электроны могут эффективно взаимодействовать с акустической волной. При других значениях химического потенциала электроны на уровне Ферми имеют слишком высокую скорость по сравнению со скоростью звука, и в этом случае АЭ-ток минимален. Этот эффект и наблюдался в [4].

АЭ-эффект при баллистическом транспортном режиме был описан в работах [8, 9], где ультразвук представлен как поток фононов. В этих работах было приведено объяснение осцилляций [4], причем показано, что АЭ-ток в баллистическом квазиодномерном канале затухает при частотах ультразвука  $\omega_q$

\*E-mail: margulisva@mrsu.ru

меньших, чем пороговая частота

$$\omega_{th} = 2m^*s^2/\hbar. \quad (1)$$

Здесь  $m^*$  и  $s$  — соответственно электронная эффективная масса и скорость звука в канале. Кроме того, получена удобная для дальнейшего использования формула для АЭ-тока, и в настоящей работе этот метод используется для исследования АЭ-эффекта в квазидвумерном канале.

В недавней работе [10] также изучался АЭ-ток в баллистическом канале, однако ультразвуковая волна была задана как зависящий от времени и координат потенциал, в котором могут двигаться электроны. Отметим, что в [10] приведено подробное сравнение полученных результатов с предыдущими [7, 9].

Во всех приведенных в обзоре теоретических работах изучаются только осцилляции АЭ-тока. В настоящей работе рассмотрен квантованный АЭ-ток в баллистическом канале. В частности, ниже показано, что АЭ-ток может испытывать с изменением химического потенциала как осцилляционную, так и ступенчатую зависимости. Найдены необходимые условия существования ступенек квантования.

Заметим, что магнитное поле создает дополнительные возможности для исследования АЭ-тока в наноструктурах. Это обусловлено тем, что магнитное поле может создавать дополнительный или усиливать имеющийся латеральный конфайнмент в наноструктуре, изменяя, таким образом, периодичность осцилляций АЭ-тока. Однако произвольно направленное магнитное поле может существенно усложнить описание АЭ-эффекта, приведенное в [8]. Это связано с появлением дополнительного слагаемого в кинетическом уравнении, обусловленного силой Лоренца. В настоящей работе рассматривается только продольно направленное магнитное поле. В этом случае индукция магнитного поля параллельна направлению АЭ-тока и кинетическое уравнение имеет вид аналогичный полученному в [8].

Используя подход, предложенный в [8], в реалистическом случае, когда температура удовлетворяет условию  $\hbar\omega_q \ll T$ , можно получить общее выражение для АЭ-тока через квазидвумерный баллистический канал в виде

$$J = \frac{2em^*\Lambda^2SL}{\rho\hbar^3\omega_{th}} \times \times \frac{\partial}{\partial\mu} \sum_{nm} f^F \left( \varepsilon_{nm} + \frac{\hbar\omega_{th}}{4} + \frac{\hbar\omega_q^2}{4\omega_{th}} - \mu \right), \quad (2)$$

где  $S$  — интенсивность ультразвука,  $\Lambda$  — константа деформационного потенциала,  $\varepsilon_{nm}$  — дискретная со-

ставляющая электронного энергетического спектра,  $\mu$  — химический потенциал системы,  $L$  — длина канала,  $e$  — заряд электрона,  $\rho$  — массовая плотность, а  $f^F$  — функция распределения Ферми.

В случае пьезоэлектрического взаимодействия, более характерного для гетероструктур типа AlAs/AlGaAs, АЭ-ток в изотропном случае может быть получен из (2) заменой [8]

$$\Lambda^2 \rightarrow \Lambda_a^2 + \left[ \frac{4\pi e\beta\nu(\mathbf{q}, a)}{q\varepsilon} \right]^2, \quad (3)$$

где  $\Lambda_a$  обозначает константу деформационного потенциала для акустической волны, принадлежащей к ветви колебаний  $a$ ,  $\beta$  — пьезоэлектрический модуль,  $\varepsilon$  — диэлектрическая восприимчивость,  $\nu(\mathbf{q}, a)$  — единичный вектор поляризации, а  $\mathbf{q}$  — волновой вектор фонона.

Как показано ниже, необходимые условия квантования АЭ-тока слабо зависят от конкретного вида потенциала конфайнмента. Рассматриваются две модели квантового канала с различным удерживающим потенциалом. Ширина канала в обоих случаях моделируется параболическим конфайнментом. Для моделирования толщины слоя в первом случае используется параболический удерживающий потенциал, а во втором — потенциал «жесткой» стенки.

## 2. КВАНТОВЫЙ КАНАЛ С ПОТЕНЦИАЛОМ «МЯГКОЙ» СТЕНКИ

Для моделирования квантового канала в этом разделе используется потенциал «мягкой» стенки. Электронный энергетический спектр в такой модели аналогичен спектру электронов в параболической квантовой проволоке с эллиптическим сечением [13]. В случае, когда к системе приложено продольное магнитное поле с индукцией  $B$ , энергия электронов представляет собой сумму спектров двух гармонических осцилляторов и энергии свободного движения вдоль продольной оси  $z$ :

$$\varepsilon_{nmp} = \hbar\omega_1 \left( n + \frac{1}{2} \right) + \hbar\omega_2 \left( m + \frac{1}{2} \right) + \frac{p^2}{2m^*}, \quad (4)$$

где

$$\omega_{1,2} = \frac{1}{2} \left( \sqrt{\omega_c^2 + (\omega_x + \omega_y)^2} \pm \sqrt{\omega_c^2 + (\omega_x - \omega_y)^2} \right).$$

Здесь  $\omega_x$ ,  $\omega_y$  — характеристические частоты размерного квантования,  $\omega_c$  — циклотронная частота,  $n, m = 0, 1, 2, \dots$

Для вычисления АЭ-тока через такой канал воспользуемся выражением (2). Для выделения из (2) осциллирующих слагаемых преобразуем его с помощью формулы [14]

$$\frac{1}{1+e^x} = \frac{1}{2i} \int_{\gamma-i\infty}^{\gamma+i\infty} \frac{dy e^{-yx}}{\sin \pi y}, \quad 0 < \gamma < 1. \quad (5)$$

После суммирования рядов по  $n$  и  $m$  интеграл по  $y$  легко вычисляется с помощью теории вычетов (с замыканием контура интегрирования в левой полуплоскости). Учитывая, что  $\hbar\omega_{1,2} \gg \hbar\omega_q$ , получим следующую формулу для АЭ-тока в канале:

$$J = \frac{2em^*S\Lambda^2L}{\rho\hbar^5\omega_1\omega_2\omega_{th}}\mu + \frac{4\pi^2em^*TS\Lambda^2L}{\rho\hbar^5\omega_{th}} \times \\ \times \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k k \left[ \frac{1}{\omega_1^2} \frac{\sin(2\pi k\mu/\hbar\omega_1)}{\text{sh}(2\pi^2kT/\hbar\omega_1) \sin(\pi k\omega_2/\omega_1)} + \right. \\ \left. + \frac{1}{\omega_2^2} \frac{\sin(2\pi k\mu/\hbar\omega_2)}{\text{sh}(2\pi^2kT/\hbar\omega_2) \sin(\pi k\omega_1/\omega_2)} \right]. \quad (6)$$

Отметим, что исследование сходимости рядов типа (6) проведено в [15].

Вначале рассмотрим выражение (6) в пределе нулевого магнитного поля (тогда  $\omega_1 = \omega_x$ ,  $\omega_2 = \omega_y$ ) и случай, когда размерное квантование вдоль оси  $x$  существенно сильнее, чем вдоль оси  $y$ , так что  $\omega_x \gg \omega_y$ . Учтем, что вклад гармоник с  $k \gg 1$  в (6) мал, так как при достаточно высокой температуре выражение  $\text{sh}^{-1}(2\pi^2kT/\hbar\omega_{1,2})$  быстро стремится к нулю с возрастанием  $k$ . Для первых нескольких гармоник  $\sin(\pi k\omega_2/\omega_1) \sim \pi k\omega_y/\omega_x$  в силу малости  $\omega_y/\omega_x$ . Учитывая сказанное выше, перепишем (6) в виде

$$J = J^{step} + J^{osc}.$$

Здесь

$$J^{step} = \frac{2em^*S\Lambda^2L}{\rho\hbar^4\omega_{th}\omega_y} \times \\ \times \left[ \frac{\mu}{\hbar\omega_x} + \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k C_k(T) \sin \frac{2\pi k\mu}{\hbar\omega_x} \right], \quad (7)$$

где коэффициенты Фурье имеют вид

$$C_k(T) = \frac{2\pi^2T}{\hbar\omega_x} \frac{1}{\pi} \text{sh}^{-1} \frac{2\pi^2kT}{\hbar\omega_x},$$

а

$$J^{osc} = \frac{4\pi^2em^*TS\Lambda^2L}{\rho\hbar^5\omega_{th}\omega_y^2} \times \\ \times \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^k k \sin(2\pi k\mu/\hbar\omega_y)}{\text{sh}(2\pi^2kT/\hbar\omega_y) \sin(\pi k\omega_x/\omega_y)}. \quad (8)$$

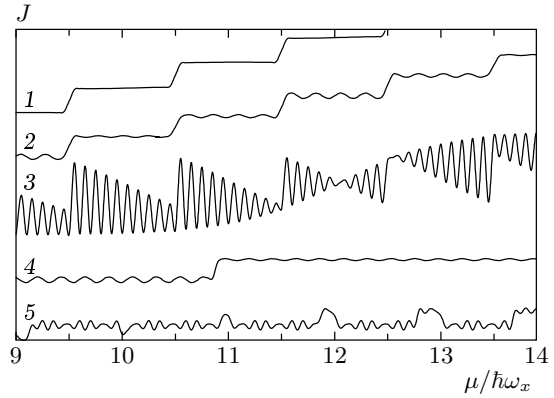


Рис. 1. Влияние магнитного поля, ширины канала и температуры на зависимость АЭ-тока от химического потенциала в квантовом канале с потенциалом «мягкой» стенки: 1 — квантование АЭ-тока в сильно асимметричном канале ( $\omega_x = 10^{13} \text{ с}^{-1}$ ,  $\omega_y = 0.5136 \cdot 10^{12} \text{ с}^{-1}$ ,  $B = 0$ ,  $T = 1.3 \text{ К}$ ); 2 — тонкая структура ступеней квантования АЭ-тока ( $\omega_x = 10^{13} \text{ с}^{-1}$ ,  $\omega_y = 0.6365 \cdot 10^{12} \text{ с}^{-1}$ ,  $B = 0$ ,  $T = 1.3 \text{ К}$ ); 3 — разрушение плато ступеней квантования АЭ-тока ( $\omega_x = 10^{13} \text{ с}^{-1}$ ,  $\omega_y = 0.98765 \cdot 10^{12} \text{ с}^{-1}$ ,  $B = 0$ ,  $T = 0.5 \text{ К}$ ); 4 — влияние магнитного поля на длину ступеней квантования АЭ-тока ( $\omega_x = 10^{13} \text{ с}^{-1}$ ,  $\omega_y = 2 \cdot 10^{12} \text{ с}^{-1}$ ,  $B = 10 \text{ Тл}$ ,  $T = 1.3 \text{ К}$ ); 5 — осцилляции АЭ-тока в квантовом канале при близких частотах параболического конфайнмента ( $\omega_x = 10^{13} \text{ с}^{-1}$ ,  $\omega_y = 9.1234 \cdot 10^{12} \text{ с}^{-1}$ ,  $B = 0$ ,  $T = 1.3 \text{ К}$ )

Таким образом, выражение для АЭ-тока в сильно асимметричном канале распадается на два слагаемых. Как видно из (7), слагаемое  $J^{step}$  представляет собой сумму двух функций. Одна из них имеет линейную, а другая — пилообразную зависимость от химического потенциала. В сумме они дают ступенчатую зависимость  $J^{step}(\mu)$ . Отметим, что высота ступеней не зависит от температуры. Слагаемое  $J^{osc}$  имеет осцилляционную зависимость от химического потенциала с периодом  $\hbar\omega_y$ , причем амплитуда осцилляций сильно зависит от температуры.

Отметим, что существенное влияние на зависимость  $J(\mu)$  в сильно асимметричном канале оказывает соотношение между параметрами размерного квантования и температурой. В случае  $\hbar\omega_y \ll 2\pi^2T \ll \hbar\omega_x$  амплитуда осцилляций  $J^{osc}$  много меньше, чем высота ступеней квантования  $J^{step}$ . При таких параметрах зависимость АЭ-тока от химического потенциала имеет хорошо выраженные ступени квантования, причем длина плато квантования тока  $J(\mu)$  равна  $\hbar\omega_x$  (рис. 1, кри-

вая 1). Если  $\hbar\omega_y \lesssim 2\pi^2T \ll \hbar\omega_x$ , то осциллирующее слагаемое  $J^{osc}$  будет давать тонкую структуру ступеней (рис. 1, кривая 2). Из рис. 1 (кривые 1, 2) и выражения (7) видно, что пороги ступеней на зависимости  $J(\mu)$  соответствуют полуцелые значения  $\mu/\hbar\omega_x$ . С уменьшением температуры слагаемое  $J^{osc}$  возрастает, поэтому при  $T \ll \hbar\omega_y, \hbar\omega_x$  осцилляции разрушают плато ступеней квантования АЭ-тока (рис. 1, кривая 3).

В противоположном случае,  $\hbar\omega_y \ll 2\pi^2T \lesssim \hbar\omega_x$ , существенное влияние на картину квантования АЭ-тока будет оказывать температурное размытие порогов ступеней. Как видно из (7) и (8), с увеличением температуры все слагаемые  $J(\mu)$ , кроме монотонного, убывают, и при  $T \gg \hbar\omega_y, \hbar\omega_x$  зависимость  $J(\mu)$  становится линейной:

$$J = \frac{2em^*S\Lambda^2L}{\rho\hbar^5\omega_1\omega_2\omega_{th}}\mu + o\left(\frac{\hbar\omega_x}{T}, \frac{\hbar\omega_y}{T}\right). \quad (9)$$

Если условие  $\omega_x \gg \omega_y$  не выполняется, то слагаемое  $J^{step}$  вместо ступенек дает осцилляционную зависимость от химического потенциала с периодом  $\hbar\omega_x$ . Поэтому при  $\omega_x \sim \omega_y$  АЭ-ток представляет собой сумму двух осциллирующих слагаемых с близкими периодами. Следовательно, в таком случае осцилляции АЭ-тока носят характер биений (рис. 1, кривая 5).

При численных расчетах АЭ-тока по формуле (2) использовались типичные для структур GaAs-Al<sub>x</sub>Ga<sub>1-x</sub>As значения эффективной массы электрона  $m^* = 0.06m_0$ , скорости звука  $s = 5 \cdot 10^5$  см/с и частоты ультразвуковой волны  $\omega_q = 5 \cdot 10^9$  с<sup>-1</sup>.

Рассмотрим теперь зависимость АЭ-тока (6) от магнитного поля. Очевидно, что зависимость  $J(B)$  будет иметь осциллирующий характер (гигантские квантовые осцилляции [8, 9, 16]), причем периодичность функции  $J(B)$  определяется соотношением между параметрами размерного ( $\omega_x, \omega_y$ ) и магнитного ( $\omega_c$ ) квантований. В случае сильного магнитного квантования,  $\omega_c \gg \omega_y, \omega_x$ , частоты  $\omega_1$  и  $\omega_2$  можно представить в виде

$$\begin{aligned} \omega_1 &= \omega_c \left[ 1 + o\left(\frac{\omega_x^2 + \omega_y^2}{\omega_c^2}\right) \right], \\ \omega_2 &= \frac{\omega_x\omega_y}{\omega_c} + \omega_c o\left(\frac{\omega_x\omega_y}{\omega_c^2}\right)^2. \end{aligned} \quad (10)$$

В этом случае первое осциллирующее слагаемое в (6) дает осцилляции по  $1/B$  с периодом  $\Delta_1(1/B) = e\hbar/m^*c\mu$ , аналогичные осцилляциям коэффициента поглощения звука электронным газом

в квантующем магнитном поле [16]. Из (10) видно, что в случае сильного магнитного квантования всегда выполняется соотношение  $\omega_1 \gg \omega_2$ . Следовательно, при ненулевой температуре и достаточно сильном магнитном поле второе осциллирующее слагаемое в (6) существенно меньше первого. На рис. 2а видно, что оно создает тонкую структуру осцилляций АЭ-тока в сильных полях. Из (10) следует, что второе осциллирующее слагаемое в (6) периодически по магнитному полю с периодом

$$\Delta_2(B) = \frac{m^*c}{e}\omega_y \frac{\hbar\omega_x}{\mu}. \quad (11)$$

В обратном случае,  $\omega_c \ll \omega_y, \omega_x$ , ситуация усложняется. Если наложить дополнительное условие  $\omega_x \gg \omega_y$ , то оценочные формулы для частот  $\omega_1, \omega_2$  примут вид

$$\begin{aligned} \omega_1 &= \omega_x \left[ 1 + \frac{\omega_c^2}{\omega_x^2} + o\left(\frac{\omega_c^2 + \omega_y^2}{\omega_x^2}\right)^2 \right], \\ \omega_2 &= \omega_y \left[ 1 - \frac{\omega_c^2}{2\omega_x^2} + o\left(\frac{\omega_y^2}{\omega_x^2}\right) + o\left(\frac{\omega_c^4}{\omega_x^4}\right) \right]. \end{aligned} \quad (12)$$

В таком случае выражение для АЭ-тока представляет собой сумму двух периодических по  $B^2$  слагаемых с периодами

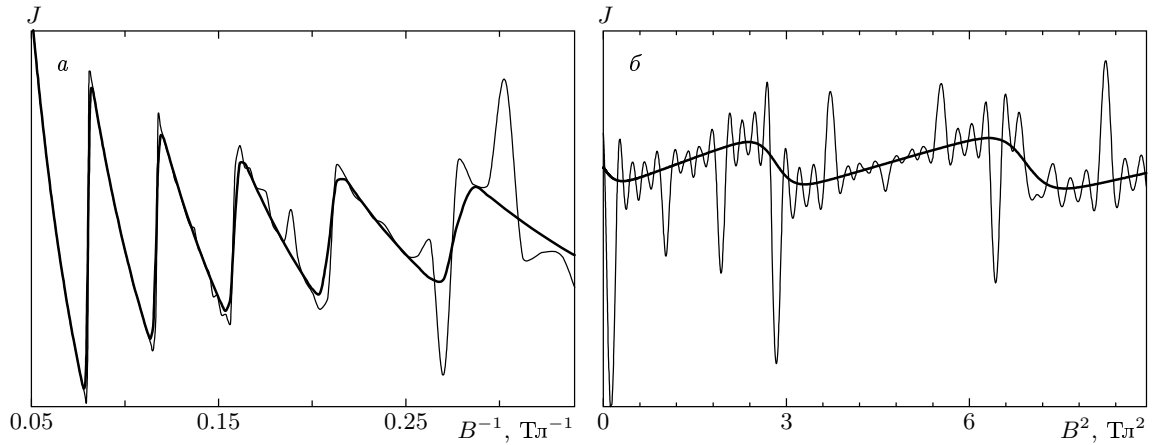
$$\begin{aligned} \Delta_1(B^2) &= \left(\frac{cm^*\omega_x}{e}\right)^2 \frac{\hbar\omega_x}{\mu}, \\ \Delta_2(B^2) &= 2 \left(\frac{cm^*\omega_x}{e}\right)^2 \frac{\hbar\omega_y}{\mu}. \end{aligned} \quad (13)$$

Отметим, что и в этом случае в области достаточно высоких температур,  $2\pi^2T \gg \hbar\omega_2$ , первое осциллирующее слагаемое в (6) существенно больше второго (рис. 2б), причем  $\Delta_1(B^2) \gg \Delta_2(B^2)$ . Если гибридные частоты  $\omega_{1,2}$  близки друг к другу, то осцилляции АЭ-тока от магнитного поля носят характер биений.

Важно отметить, что, как следует из (10) и (12), продольное магнитное поле всегда усиливает асимметрию параболического канала. Таким образом, магнитное поле улучшает картину квантования АЭ-тока (рис. 3). В случае сильного магнитного квантования длина плато ступеней на зависимости  $J(\mu)$  пропорциональна индукции  $B$  и равна  $\hbar\omega_1$  (рис. 1, кривая 4).

### 3. КВАНТОВЫЙ КАНАЛ С ПОТЕНЦИАЛОМ «ЖЕСТКОЙ» СТЕНКИ

Рассмотрим АЭ-эффект в квазидвумерном квантовом канале с потенциалом «жесткой» стенки. В



**Рис. 2.** Влияние температуры на гигантские квантовые осцилляции АЭ-тока в квазидвумерном квантовом канале с параметрами  $\omega_x = 10^{13} \text{ с}^{-1}$ ,  $\omega_y = 0.7778 \cdot 10^{12} \text{ с}^{-1}$ ,  $\mu = 10^{-13} \text{ эрг}$  ( $T = 1 \text{ К}$  — тонкие линии,  $T = 4 \text{ К}$  — жирные): *a* —  $J(B^{-1})$  в случае сильного магнитного квантования; *б* — осцилляции  $J(B^2)$  в случае слабого магнитного квантования

Рассмотрим случай, когда движение вдоль оси  $y$  по-прежнему ограничено потенциалом «мягкой» стенки  $U = m^* \omega_0 y^2 / 2$ , а для моделирования конечной толщины  $d$  квантового канала наложим на волновую функцию нулевые граничные условия вдоль оси  $x$  так, что  $\psi(0, y, z) = \psi(d, y, z) = 0$ . Выбирая векторный потенциал в виде  $\mathbf{A} = (-By, 0, 0)$ , получим, что электронный энергетический спектр квазидвумерного канала представляет собой сумму спектров гармонического осциллятора с частотой  $\omega = \sqrt{\omega_0^2 + \omega_c^2}$ , спектра одномерной потенциальной ямы с «жесткой» стенкой и редуцирующим множителем  $\omega_0^2 / \omega^2$  и, наконец, энергии свободного движения вдоль направления поля:

$$\varepsilon_{nmp} = \hbar \omega \left( n + \frac{1}{2} \right) + \varepsilon_0 \frac{\omega_0^2}{\omega^2} m^2 + \frac{p^2}{2m^*}. \quad (14)$$

Здесь энергия размерного конфинемента  $\varepsilon_0 = \pi^2 \hbar^2 / 2m^* d^2$ ,  $n = 0, 1, \dots$ ,  $m = 1, 2, \dots$

Используя спектр (14), найдем АЭ-ток в квазидвумерном канале, если концентрация электронов в канале достаточно велика, так что  $\mu \gg \hbar \omega$ . Тогда, используя результаты работы [17], в случае низких температур,  $T \ll \hbar \omega$ , получим

$$\sum_{nm} f^F(\varepsilon_{nm} - \mu) \approx \sum_{m=1}^N \left( \frac{\mu}{\hbar \omega} - \frac{\varepsilon_0 \omega_0^2}{\hbar \omega^3} m^2 \right) + \frac{2\pi T}{\hbar \omega} \sum_{m=1}^N \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k \sin \left[ 2\pi k \left( \frac{\mu}{\hbar \omega} - \frac{\varepsilon_0 \omega_0^2}{\hbar \omega^3} m^2 \right) \right] \times \text{sh}^{-1} \left( \frac{2\pi^2 k T}{\hbar \omega} \right), \quad (15)$$

**Рис. 3.** Влияние магнитного поля на ступени квантования АЭ-тока в канале с потенциалом «мягкой» стенки ( $\omega_x = 10^{13} \text{ с}^{-1}$ ,  $\omega_y = 1.012 \cdot 10^{12} \text{ с}^{-1}$ ,  $T = 1.7 \text{ К}$ )

этом случае ситуация несколько меняется по сравнению с предыдущей. В частности, продольное магнитное поле может разрушать ступени квантования.

где  $N$  — целая часть величины  $(\omega\sqrt{\mu/\varepsilon_0})/\omega_0$ .

Преобразуем конечные суммы (15) в ряды Фурье [17]. Тогда выражение для АЭ-тока  $J$  можно представить в виде суммы двух слагаемых:

$$J = J_1 + J_2,$$

где

$$J_1 = \frac{2em^* \Lambda^2 SL}{\rho \hbar^4 \omega_{th} \omega_0} \left( \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon_0}} - \frac{1}{2} \right) + \frac{2em^* \Lambda^2 SL}{\pi \rho \hbar^4 \omega_{th} \omega} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k} \sin \left( 2\pi k \frac{\omega}{\omega_0} \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon_0}} \right) + o \left( \frac{\hbar \omega}{\mu}, \frac{T^2}{\hbar^2 \omega^2} \right), \quad (16)$$

$$J_2 = \frac{4\pi em^* \Lambda^2 SL}{\rho \hbar^4 \omega_{th} \omega} \sqrt{\frac{\hbar \omega}{\varepsilon_0}} \times \sum_{k=1}^{\infty} \left[ C_k^+(T) \cos \left( \frac{2\pi k \mu}{\hbar \omega} \right) + C_k^-(T) \sin \left( \frac{2\pi k \mu}{\hbar \omega} \right) \right] + \frac{8\pi^2 em^* \Lambda^2 SL}{\rho \hbar^4 \omega_{th} \omega} \sum_{k=1}^{\infty} C_k^0(T) \cos \left( \frac{2\pi k \mu}{\hbar \omega} \right) + o \left( \frac{\hbar \omega}{\mu}, \frac{T^2}{\hbar^2 \omega^2} \right). \quad (17)$$

Здесь коэффициенты Фурье имеют вид

$$C_k^0(T) = \frac{(-1)^{k+1} k T}{\hbar \omega \operatorname{sh}(2\pi^2 k T / \hbar \omega)},$$

$$C_k^{\pm}(T) = \frac{\pm (-1)^k \sqrt{k} T}{\hbar \omega_0 \operatorname{sh}(2\pi^2 k T / \hbar \omega)} \times \int_0^{\infty} \left[ \sin \left( \frac{\hbar \omega^3 x^2}{8\pi k \varepsilon_0 \omega_0^2} \right) \pm \cos \left( \frac{\hbar \omega^3 x^2}{8\pi k \varepsilon_0 \omega_0^2} \right) \right] \times \left[ \frac{\sin(Nx)}{2} \operatorname{ctg} \left( \frac{x}{2} \right) + \cos^2(Nx) \right] dx. \quad (18)$$

Рассмотрим АЭ-ток через канал в отсутствие магнитного поля. В таком случае  $\omega = \omega_0$ , а сумма ряда в (16) легко вычисляется [18]. Тогда получим следующее простое выражение для  $J_1$ :

$$J_1 = \frac{2em^* \Lambda^2 SL}{\rho \hbar^4 \omega_{th} \omega_0} N_0 + o \left( \frac{\hbar \omega}{\mu}, \frac{T^2}{\hbar^2 \omega^2} \right), \quad (19)$$

где  $N_0$  — целая часть величины  $\sqrt{\mu/\varepsilon_0}$ .

Интересно отметить, что в этом случае  $J_1$  (в отличие от  $J_2$ ) является ступенчатой функцией химического потенциала. Отметим также, что  $J_1$  очень слабо зависит от температуры, тогда как  $J_2$  быстро

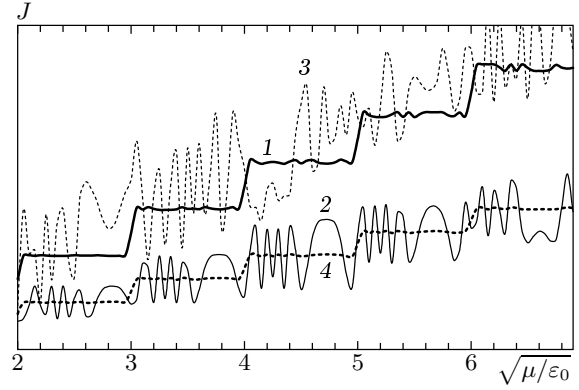
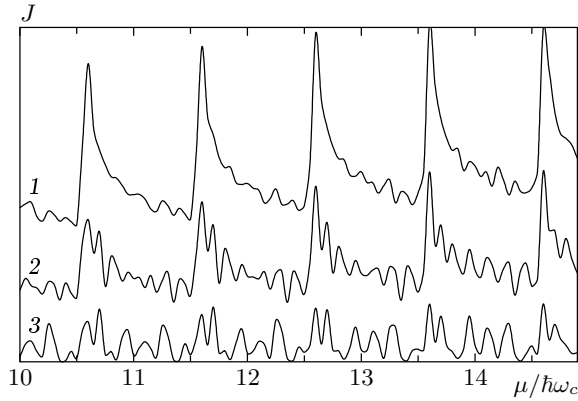


Рис. 4. Влияние магнитного поля, ширины канала и температуры на зависимость АЭ-тока от химического потенциала в канале с удерживающим потенциалом «жесткой» стенки: кривые 1 — квантование АЭ-тока в сильно асимметричном канале ( $T = 1.3$  К,  $d = 3 \cdot 10^{-6}$  см,  $\omega_0 = 0.5 \cdot 10^{12}$  с $^{-1}$ ,  $B = 0$ ); 2 — разрушение плато ступеней квантования АЭ-тока низкой температурой ( $T = 1.3$  К,  $d = 3 \cdot 10^{-6}$  см,  $\omega_0 = 1 \cdot 10^{12}$  с $^{-1}$ ,  $B = 0$ ); 3 — разрушение плато ступеней квантования АЭ-тока магнитным полем ( $T = 1.3$  К,  $d = 3 \cdot 10^{-6}$  см,  $\omega_0 = 10^{12}$  с $^{-1}$ ,  $B = 1$  Тл); 4 — квантование АЭ-тока при сравнительно высокой температуре ( $T = 3$  К,  $d = 3 \cdot 10^{-6}$  см,  $\omega_0 = 10^{12}$  с $^{-1}$ ,  $B = 0$ )

убывает с ее увеличением. Поэтому при сравнительно высоких температурах (рис. 4, кривая 4) или при сравнительно слабом параболическом конфайнменте  $\omega_0 \sim 2\pi^2 T / \hbar$  (рис. 4, кривая 1) слагаемое  $J_1$  будет давать наиболее существенный вклад в общий АЭ-ток  $J$ . Тогда суммарный АЭ-ток  $J(\mu)$  имеет ступенчатую зависимость от химического потенциала, причем слагаемое  $J_2(\mu)$  обуславливает тонкую структуру ступеней (рис. 4, кривая 1). С уменьшением температуры амплитуда осцилляций тока  $J_2(\mu)$  будет возрастать, и при  $\hbar \omega_0 \gg 2\pi^2 T$  зависимость АЭ-тока от химического потенциала будет носить характер гигантских квантовых осцилляций (рис. 4, кривая 2). Подчеркнем, что физический смысл имеет только сумма  $J = J_1 + J_2$ , а разделение АЭ-тока на два слагаемых удобно исключительно для анализа.

Отметим, что высота ступенек квантования АЭ-тока (19) зависит от частоты параболического конфайнмента, а ширина плато ступеней — от толщины канала  $d$ . Из (19) следует, что с уменьшением частоты  $\omega_0$  (т.е. с ростом ширины канала) и уменьшением толщины  $d$  слоя электронного газа увеличиваются высота и длина плато ступеней.



**Рис. 5.** Гигантские осцилляции АЭ-тока в магнитном поле  $B_z = 3$  Тл при  $T = 1$  К,  $\omega_0 = 10^{12}$  с $^{-1}$  в зависимости от химического потенциала в каналах с различной толщиной, заданной потенциалом «жесткой» стенки:  $d = 3.1 \cdot 10^{-5}$  см (кривая 1),  $d = 1.6 \cdot 10^{-5}$  см (2),  $d = 3.14 \cdot 10^{-6}$  см (3)

Таким образом, асимметричность канала обуславливает существование хорошо выраженных ступенек квантования АЭ-тока. Отметим, что ступенчатая зависимость АЭ-тока от напряжения на затворе экспериментально наблюдалась в [6].

В случае приложенного к системе продольного магнитного поля АЭ-ток определяется выражениями (16), (17). При этом характер зависимости  $J(\mu)$  резко меняется. Из (16) и рис. 4 (кривая 3) видно, что магнитное поле разрушает ступени квантования и зависимость  $J_1(\mu)$  (и вместе с тем  $J(\mu)$ ) имеет осциллирующий характер.

В сильных полях слагаемое  $J_2$  будет давать определяющий вклад в общий АЭ-ток  $J$ . Зависимость  $J_2$  от химического потенциала существенно определяется толщиной  $d$  канала. В случае  $\varepsilon_0 \ll \hbar\omega$ , что соответствует большой толщине квантового слоя и сильному магнитному полю, коэффициенты Фурье (18) не дают существенного вклада в зависимость  $J(\mu)$ . Тогда расстояние между максимумами гигантских осцилляций АЭ-тока при изменении химического потенциала равно  $\hbar\omega$ . Если магнитное поле достаточно сильное ( $\omega_c \gg \omega_0$ ), то расстояния между пиками на кривой  $J(\mu)$  линейно зависят от величины магнитного поля и с точностью до членов порядка  $o(\omega_0^2/\omega_c^2)$  равны  $\hbar\omega_c$  (рис. 5, кривая 1), причем АЭ-ток максимален при полуцелых значениях  $\mu/\hbar\omega_c$ . Однако при уменьшении толщины канала на гигантские осцилляции АЭ-тока накладываются дополнительные осцилляции, обусловленные размерным квантованием вдоль оси  $x$  (рис. 5, кривые 2 и 3).

Зависимость АЭ-тока в квантовом канале от магнитного поля также в значительной степени определяется соотношением между параметрами  $\omega_c, \omega_0, \varepsilon_0$ . Если  $\omega_c \gg \omega_0, \varepsilon_0/\hbar$ , то  $J_2 \gg J_1$  и АЭ-ток испытывает гигантские квантовые осцилляции по обратному полю с периодом

$$\Delta\left(\frac{1}{B}\right) = \frac{e\hbar}{m^*c\mu}$$

(рис. 6а). Природа осцилляций такого типа аналогична происхождению гигантских квантовых осцилляций коэффициента поглощения звука в металлах [16]. Если условие  $\hbar\omega \gg \varepsilon_0$  не выполняется, то коэффициенты Фурье (18) дают заметный осцилляционный вклад в суммарный АЭ-ток и зависимость  $J(B)$  имеет более сложный вид. Отметим, что особенности осцилляций АЭ-тока при изменении магнитного поля в квантовом канале полностью аналогичны особенностям магнитного отклика в квантовом кольце ненулевой ширины [19]. Так, в случае слабого магнитного квантования,  $\omega_c \ll \omega_0, \varepsilon_0/\hbar$ , АЭ-ток  $J$  представляет собой сумму двух осциллирующих по  $B^2$  слагаемых,  $J_1$  и  $J_2$ , причем если  $\hbar\omega \lesssim 2\pi^2T$ , то  $J_1 \gg J_2$ . В [19] найдены периоды этих осцилляций. Для осцилляций первого типа,  $J_1$ , имеем

$$\Delta_1(B^2) = 2 \left(\frac{m^*c}{e}\right)^2 \omega_0^2 \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu}}. \quad (20)$$

Для слагаемого  $J_2$  период осцилляций имеет вид

$$\Delta_2(B^2) = 2 \left(\frac{m^*c}{e}\right)^2 \omega_0^2 \frac{\hbar\omega_0}{\mu}. \quad (21)$$

На рис. 6б показано наложение осцилляций  $J_2(B^2)$  с малой амплитудой и периодом (21) на  $J_1(B^2)$  с периодом (20).

#### 4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе исследован АЭ-ток в баллистическом квантовом канале, помещенном в продольное магнитное поле. Рассмотрены две модели удерживающего потенциала: «мягкой» и «жесткой» стенок. Установлено, что в обоих рассматриваемых случаях при определенных значениях параметров системы возможно возникновение как ступенек АЭ-тока в зависимости от химического потенциала, так и гигантских квантовых осцилляций в зависимости АЭ-тока от магнитного поля.

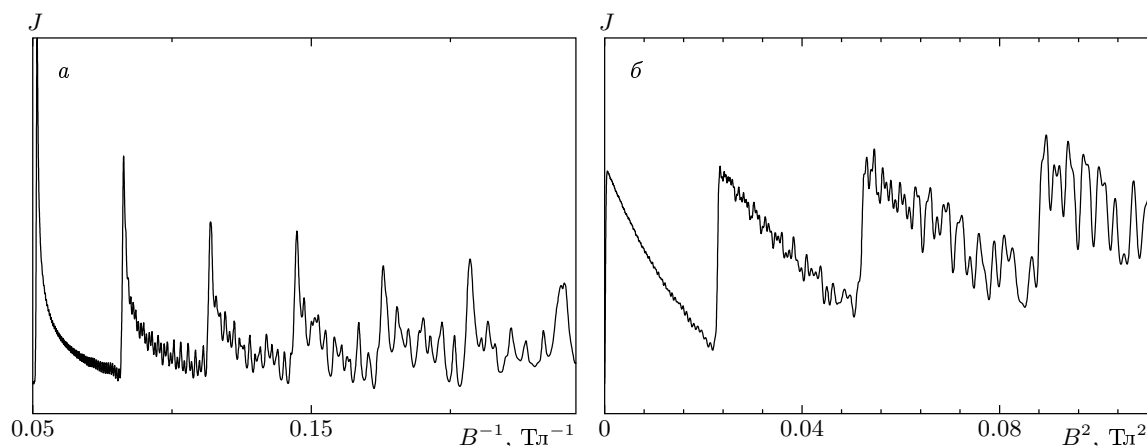


Рис. 6. Гигантские квантовые осцилляции АЭ-тока в квазидвумерном квантовом канале толщиной  $d = 3 \cdot 10^{-6}$  см и с химическим потенциалом  $\mu = 10^{-13}$  эрг при  $T = 2$  К в зависимости от  $B^{-1}$  при  $\omega_0 = 10^{12}$  с $^{-1}$  (а) и  $B^2$  при  $\omega_0 = 0.5 \cdot 10^{12}$  с $^{-1}$  (б)

Характер поведения АЭ-тока в случаях как потенциала «мягкой» стенки, так и потенциала «жесткой» стенки сильно зависит от соотношения характеристических частот параболического потенциала конфинмента и температуры (в случае нулевого магнитного поля). Так, для потенциала «мягкой» стенки в случае  $\hbar\omega_y \ll 2\pi^2T \ll \hbar\omega_x$  зависимость АЭ-тока от химического потенциала носит ступенчатый характер. Такое поведение кривой  $J(\mu)$  обусловлено заполнением уровней со вторым квантовым числом  $m$ . С повышением температуры,  $\hbar\omega_y \ll 2\pi^2T \lesssim \hbar\omega_x$ , зависимость постепенно переходит в линейную. С понижением температуры,  $\hbar\omega_y \gtrsim 2\pi^2T \ll \hbar\omega_x$ , на ступенях квантования начинает возникать тонкая структура, и при температуре  $T \ll \hbar\omega_x$ ,  $\hbar\omega_y$  квантование полностью разрушается. Такое поведение квантования АЭ-тока обусловлено конкуренцией двух факторов. Во-первых, температура должна быть достаточно высокой, чтобы при соответствующих параметрах системы осцилляции АЭ-тока, которые могут разрушать ступени квантования, подавлялись температурой. А во-вторых, температура не должна быть настолько высокой, чтобы размывать пороги ступеней. Отметим, что для существования квантования АЭ-тока важную роль играет асимметричность системы. В частности, условие  $\omega_y \ll \omega_x$  может соответствовать условию квазидвумерности канала. В случае, когда  $\omega_x$  одного порядка с  $\omega_y$ , осцилляции будут иметь характер биений. Важно заметить, что в случае потенциала «мягкой» стенки магнитное поле улучшает картину квантования АЭ-тока, тогда как в случае потенциа-

ла «жесткой» стенки даже сравнительно слабое магнитное поле ( $\omega_c \sim \omega_0$ ) разрушает квантование. Это обстоятельство может дать возможность определения профиля потенциала конфинмента по экспериментальным данным о поведении АЭ-тока в магнитном поле.

Зависимость АЭ-тока от магнитного поля при использовании потенциала «мягкой» стенки будет иметь характер гигантских квантовых осцилляций, причем периодические свойства функции  $J(B)$  будут сильно зависеть от соотношения магнитного и размерного квантований. В частности, для сильно асимметричного канала в случае сильного магнитного квантования зависимость АЭ-тока от магнитного поля будет иметь характер осцилляций Шубникова–де Гааза с тонкой структурой, обусловленной осцилляциями Ааронова–Бома. В противоположном случае сильного размерного квантования зависимость АЭ-тока от магнитного поля представляет собой наложение двух осцилляционных слагаемых, периодичных по квадрату поля.

Характер поведения АЭ-тока в случае потенциала «жесткой» стенки, как уже упоминалось выше, также определяется соотношением между геометрическими параметрами системы и температурой. Так, ступеньки АЭ-тока возникают при достаточно высокой температуре или слабом параболическом потенциале конфинмента. С уменьшением температуры (или увеличением частоты потенциала конфинмента) зависимость АЭ-тока от химического потенциала имеет характер гигантских квантовых осцилляций. Интересно, что высота ступеней квантования



АЭ-тока сильно зависит от частоты параболического потенциала (геометрии по оси  $y$ ), а ширина плато квантования АЭ-тока сильно зависит от толщины канала (геометрии по оси  $x$ ). Это справедливо также для канала с потенциалом «мягкой» стенки, описанного в разд. 2 работы.

Зависимость АЭ-тока от химического потенциала в присутствии магнитного поля будет сильно зависеть от степени асимметричности канала и величины магнитного поля. Так, в случае большой толщины канала и сильного поля расстояние между максимумами гигантских осцилляций будет равно  $\hbar\omega_c$ . При уменьшении толщины канала на гигантские осцилляции накладываются дополнительные осцилляции, обусловленные размерными эффектами вдоль оси  $x$ .

Отметим, что поведение АЭ-тока в зависимости от магнитного поля в случае потенциала «жесткой» стенки будет аналогично поведению магнитного момента двумерного квантового кольца, рассмотренного авторами в [19]. В частности, найденные в этой работе периоды осцилляций магнитного отклика совпадают с периодами осцилляций АЭ-тока.

Интересной особенностью АЭ-эффекта в квазидвумерном канале с потенциалом «жесткой» стенки является слабое температурное размытие порогов квантования АЭ-тока в нулевом магнитном поле. Такая особенность связана с квадратичной зависимостью электронного энергетического спектра от квантового числа  $m$ .

Как следует из сказанного выше, необходимо выполнение двух условий для существования ступеней акустоэлектрического тока. Первое — сильная асимметрия системы, т. е. толщина квантового слоя должна быть существенно меньше, чем ширина квантового канала. Важно отметить, что это условие может быть выполнено только для квазидвумерного канала. Покажем, что ступенчатая зависимость АЭ-тока в канале есть следствие его квазидвумерности. Для этого рассмотрим предельный переход от квазидвумерного канала к квазиодномерному. Пусть  $B = 0$ , тогда выражение (15) для АЭ-тока в квазидвумерном канале толщиной  $d$  имеет вид

$$J = \frac{2em^* \Lambda^2 SL}{\rho \hbar^4 \omega_{th} \omega_0} \left\{ N_0 + \frac{4\pi^2 T}{\hbar \omega_0} \times \sum_{m=1}^{N_0} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^k k \cos [2\pi k (\mu - \varepsilon_0 m^2) / \hbar \omega_0]}{\text{sh} (2\pi^2 k T / \hbar \omega_0)} \right\}. \quad (22)$$

Отметим, что осциллирующая часть в (22) представляет собой сумму  $N_0$  слагаемых, соответствующих АЭ-току в квазиодномерном канале. Таким образом,

выражение (22) для АЭ-тока в квазидвумерном канале состоит из двух частей. Одна из них дает слабо размывающиеся температурой ступени квантования АЭ-тока, а другая — сумму осциллирующих слагаемых.

Пусть толщина  $d$  слоя электронного газа так мала, что  $1 \leq \mu/\varepsilon_0 < 2$ . Отметим, что электронный слой можно считать двумерным, если его толщина  $d \sim \pi \hbar / \sqrt{2m^* \mu}$ . Тогда  $N_0 = 1$  и (22) принимает следующий вид:

$$J = \frac{2em^* \Lambda^2 SL}{\rho \hbar^4 \omega_{th} \omega_0} \left[ 1 + \frac{4\pi^2 T}{\hbar \omega_0} \times \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k k \cos \left( 2\pi k \frac{\mu - \varepsilon_0}{\hbar \omega_0} \right) \text{sh}^{-1} \left( \frac{2\pi^2 k T}{\hbar \omega_0} \right) \right]. \quad (23)$$

Таким образом, АЭ-ток в квазиодномерном канале имеет осцилляционную зависимость от химического потенциала.

Второе условие зависит от параметров системы и должно быть наложено на температуру так, что каждая ступень на кривой  $J(\mu)$  соответствует включению новых электронных мод в слой шириной  $T$  вблизи уровня Ферми.

Важно отметить, что ступенчатая зависимость АЭ-тока и гигантские квантовые осцилляции в квантовом канале наблюдались в эксперименте (например, [6]). Оценим высоту ступеней квантования АЭ-тока. Для этого воспользуемся выражением (7) или (19) и параметрами из [20]. Тогда при интенсивности ультразвука  $S \sim 0.001$  ед. СГС получим в случае деформационного взаимодействия, что высота порога ступени порядка наноампера, что согласуется с экспериментом [6]. Используя (3) и значение пьезоэлектрического коэффициента из [8], получим, что в случае пьезоэлектрического взаимодействия ток будет на один-два порядка больше (в зависимости от частоты фононов), чем в случае чисто деформационного взаимодействия.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ и Федеральной целевой программы «Интеграция».

## ЛИТЕРАТУРА

1. A. Esslinger, A. Wixforth, R. W. Winkler et al., Sol. St. Comm. **84**, 939 (1992).
2. J. M. Shilton, D. R. Mace, V. I. Talyanskii et al., Phys. Rev. B **51**, 14770 (1995).

3. J. M. Shilton, D. R. Mace, V. I. Talyanskii et al., *J. Phys.: Condens. Matter* **7**, 7675 (1995).
4. J. M. Shilton, D. R. Mace, V. I. Talyanskii et al., *J. Phys.: Condens. Matter* **8**, L337 (1996).
5. J. M. Shilton, V. I. Talyanskii, M. Pepper et al., *J. Phys.: Condens. Matter* **8**, L531 (1996).
6. V. I. Talyanskii, J. M. Shilton, M. Pepper et al., *Phys. Rev. B* **56**, 15180 (1997).
7. H. Totland and Yu. M. Galperin, *Phys. Rev. B* **54**, 8814 (1996).
8. V. L. Gurevich, V. B. Pevzner, and G. J. Iafrate, *Phys. Rev. Lett.* **77**, 3881 (1996).
9. V. L. Gurevich, V. I. Kozub, and V. B. Pevzner, *Phys. Rev. B* **58**, 13088 (1998).
10. O. Entin-Wohlman, Y. Levinson, and Yu. M. Galperin, *Phys. Rev. B* **62**, 7283 (2000).
11. F. A. Maaø and Yu. M. Galperin, *Phys. Rev. B* **56**, 4028 (1997).
12. Y. Levinson, O. Entin-Wohlman, and P. Wölfle, *Phys. Rev. Lett* **85**, 634 (2000).
13. V. A. Geyler and V. A. Margulis, *Phys. Rev. B* **61**, 1716 (2000).
14. Н. Г. Галкин, В. А. Гейлер, В. А. Маргулис, *ЖЭТФ* **117**, 593 (2000).
15. V. A. Geyler and V. A. Margulis, *Phys. Rev. B* **55**, 2543 (1997).
16. В. Л. Гуревич, В. Г. Скобов, Ю. А. Фирсов, *ЖЭТФ* **40**, 786 (1961).
17. V. A. Margulis, A. V. Shorokhov, and M. P. Trushin, *Phys. Lett. A* **276**, 180 (2000).
18. А. П. Прудников, Ю. А. Брычков, О. И. Маричев, *Интегралы и ряды*, Наука, Москва (1981).
19. V. A. Margulis, A. V. Shorokhov, and M. P. Trushin, *Physica E* **10**, 518 (2001).
20. T. Brandes and A. Kawabata, *Phys. Rev. B* **54**, 4444 (1996).