

# ПРОЦЕССЫ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ НЕЙТРИНО С НУКЛОНАМИ ОБОЛОЧКИ КОЛЛАПСИРУЮЩЕЙ ЗВЕЗДЫ С СИЛЬНЫМ МАГНИТНЫМ ПОЛЕМ

*А. А. Гвоздев\*, И. С. Огнев\*\**

*Ярославский государственный университет им. П. Г. Демидова  
150000, Ярославль, Россия*

Поступила в редакцию 29 января 2002 г.

Исследуются процессы взаимодействия нейтрино с нуклонами оболочки остатка коллапсирующей системы с сильным магнитным полем на стадии прохождения основного нейтринного потока. Получены общие выражения для скоростей реакций и энергии–импульса, переданного среде в процессе рассеяния нейтрино на нуклонах и в прямых URCA-процессах. Рассчитаны параметры среды в сильном магнитном поле при условии квазиравновесия с нейтрино. Приводятся численные оценки средних длин свободного пробега нейтрино и плотности силы, действующей на оболочку вдоль направления магнитного поля. Показано, что в сильном магнитном поле тороидальной конфигурации область оболочки, частично прозрачная для нейтрино, может получить достаточно большое угловое ускорение за характерные времена прохождения основного нейтринного потока.

PACS: 95.30.Cq, 13.15.+g, 97.60.Bw

## 1. ВВЕДЕНИЕ

Коллапсирующие системы с быстро вращающимися остатками являются предметом большого интереса в астрофизике. Такие остатки могут образоваться при взрыве сверхновой II типа [1, 2], при слиянии тесной бинарной системы нейтронных звезд [3], а также при коллапсе, индуцированном аккрецией [4]. Известно, что независимо от природы происхождения коллапса около 10 % высвободившейся гравитационной энергии переходит в тепловую энергию остатка и излучается в виде нейтрино [1–5]. За характерные времена порядка секунды в остатке коллапса формируется ядро, вращающееся как твердое тело, и оболочка, вращающаяся с градиентом угловых скоростей. Компактное ядро типичных размеров  $R_c \sim 10$  км, субъядерных плотностей и очень высоких температур  $T \gtrsim 10$  МэВ является непрозрачным для нейтрино. Оболочка, имеющая типичные размеры в несколько десятков километров, будучи менее плотной и горячей ( $T \sim 3$ –6 МэВ), частично прозрачна для нейтрино [2–5]. В течение несколь-

ких секунд после формирования остаток коллапса эффективно остывает за счет излучения нейтрино. Типичные нейтринные светимости в эти времена составляют  $L_\nu \sim 10^{52}$  эрг/с [5] (так называемая стадия прохождения основного нейтринного потока). Такой поток нейтрино мог бы оказать большое влияние на динамику оболочки, в частности, инициировать процесс ее сброса [6]. Как показали детальные расчеты, при сферически-симметричном коллапсе процессы поглощения нейтрино оболочкой недостаточно интенсивны для ее сброса [7]. Однако такой сброс оболочки возможен в случае миллисекундного остатка коллапса с сильным тороидальным магнитным полем (магниторотационная модель взрыва сверхновой [1]).

Вследствие быстрого вращения и большой вязкости в остатке коллапса возникают конвекция, турбулентное динамо и большие градиенты угловых скоростей. Эти процессы могут привести к быстрой (порядка нескольких секунд) генерации сильного полоидального магнитного поля напряженностью вплоть до  $B \sim 3 \cdot 10^{15}$  Гс на длинах когерентности  $L \sim 1$  км в ядре остатка коллапса [8]. Сильное полоидальное поле, возникнув таким образом, может сохраняться

\*E-mail: gvozdev@univ.uniya.ac.ru

\*\*E-mail: ognev@univ.uniya.ac.ru

в молодой нейтронной звезде около  $10^3$ – $10^4$  лет. Такие молодые пульсары были названы авторами работы [8] магнетарами. Есть веские основания предполагать, что магнетары наблюдаются в природе, как «мягкие рентгеновские повторители» (SGRR) [9] или «аномальные рентгеновские пульсары» (AXP) [10]. Градиент угловых скоростей в оболочке приводит к генерации в ней вторичного тороидального магнитного поля по механизму «намотки» силовых линий первичного полоидального поля, «вмороженного» во вращающуюся плазму оболочки. При этом в оболочке миллисекундного остатка коллапса могут возникнуть сильные тороидальные магнитные поля напряженностью  $B \sim 10^{15}$ – $10^{17}$  Гс за типичные времена порядка 1 с [11]. Такие большие поля могут оказать существенное влияние на динамику оболочки даже при условии, что они существуют секунды. Например, при напряженности  $B \sim 10^{17}$  Гс магнитное поле может привести к анизотропному  $\gamma$ -всплеску [12], а также, как уже отмечалось нами, инициировать процесс сброса оболочки сверхновой [1].

Существенно, что такие сильные магнитные поля могут возникнуть в оболочке на стадии прохождения через нее основного нейтринного потока (в течение нескольких секунд после коллапса). Поэтому представляет интерес исследовать возможные динамические эффекты, возникающие при прохождении нейтринного потока через сильно замагниченную среду оболочки. Эффекты такого рода обсуждаются в литературе. Например, в работе [13] оценивалась скорость магнетара за счет нейтринного динамического толчка в случае, когда напряженности магнитных полей на его полушариях существенно различаются. В этом случае толчок возникает вследствие того, что энергия, переданная от нейтрино среде в  $\beta$ -процессах, зависит от напряженности магнитного поля. Однако мы будем обсуждать динамические эффекты другой природы. Как известно, вследствие нарушения  $P$ -четности в слабых процессах, нейтрино излучаются и поглощаются в магнитном поле асимметрично, что может привести к передаче от нейтрино среде макроскопического импульса [14, 15]. Таким образом, область оболочки, заполненная сильным магнитным полем тороидальной конфигурации, может получить большой макроскопический момент вращения при прохождении через нее мощного потока нейтрино [16].

В данной работе оценивается асимметрия передачи импульса от нейтрино среде в процессах взаимодействия нейтрино с нуклонами в условиях оболочки остатка коллапса на стадии основно-

го нейтринного излучения. Работа построена следующим образом. В разд. 2 оговариваются основные физические предположения о параметрах среды, напряженностях магнитного поля, а также вид функции распределения нейтрино. В разд. 3 получены общие выражения для скоростей и компонент энергии–импульса, переданного от нейтрино элементу объема среды в единицу времени в прямых URCA-процессах в случае сильного магнитного поля. В разд. 4 аналогичные величины вычисляются для процессов рассеяния (анти)нейтрино всех сортов на нуклонах замагниченной среды. Численные оценки параметров среды, длин свободного пробега нейтрино, а также плотности силы вдоль направления магнитного поля представлены в разд. 5. В разд. 6 мы сравниваем полученные результаты с результатами аналогичных вычислений и кратко обсуждаем возможные динамические эффекты нарушения  $P$ -четности в оболочке коллапсирующей звезды. В Приложениях А, Б, В изложены детали вычислений основных результатов. Всюду в работе используется система единиц, в которой  $c = \hbar = k_B = 1$ .

## 2. ФИЗИЧЕСКИЕ ПРЕДПОЛОЖЕНИЯ

В настоящей работе мы исследуем основные нейтрино-нуклонные процессы в условиях оболочки остатка коллапса с сильным магнитным полем на стадии основного нейтринного излучения. Мы рассматриваем прямые URCA-процессы

$$n + \nu_e \rightarrow p + e^-, \quad (1)$$

$$p + e^- \rightarrow n + \nu_e, \quad (2)$$

$$p + \tilde{\nu}_e \rightarrow n + e^+, \quad (3)$$

$$n + e^+ \rightarrow p + \tilde{\nu}_e \quad (4)$$

и процессы рассеяния нейтрино всех сортов на нуклонах:

$$N + \nu_i \rightarrow N + \nu_i, \quad (5)$$

$$N + \tilde{\nu}_i \rightarrow N + \tilde{\nu}_i, \quad (6)$$

$$\nu_i = \nu_e, \nu_\mu, \nu_\tau, \quad N = n, p.$$

Заметим, что  $\beta$ -распад в рассматриваемых условиях статистически подавлен. Количественная оценка эффекта асимметрии передачи импульса следует из выражения для энергии–импульса, передаваемого в этих процессах от нейтрино единице объема среды в единицу времени:

$$\begin{aligned} \frac{dP_\alpha}{dt} &= \left( \frac{dQ}{dt}, \mathcal{J} \right) = \\ &= \frac{1}{V} \int \prod_i dn_i f_i \prod_f dn_f (1 - f_f) \frac{|S_{if}|^2}{\mathcal{T}} q_\alpha. \end{aligned} \quad (7)$$

Здесь  $dn_i, dn_f$  — число начальных и конечных состояний в элементе фазового объема,  $f_i, f_f$  — функции распределения начальных и конечных частиц,  $|S_{if}|^2/\mathcal{T}$  — квадрат  $S$ -матричного элемента процесса в единицу времени,  $q_\alpha$  — 4-импульс, переданный среде в единичной реакции. Важной величиной, характеризующей процесс, является также его скорость  $\Gamma$ , определяемая как

$$\Gamma = \frac{1}{V} \int \prod_i dn_i f_i \prod_f dn_f (1 - f_f) \frac{|S_{if}|^2}{\mathcal{T}}. \quad (8)$$

В частности, из этой величины легко определяются средние длины свободного пробега нейтрино:

$$\bar{l}_\nu = \frac{N_\nu}{\Gamma_\nu^{tot}}, \quad (9)$$

где  $N_\nu$  — локальная концентрация нейтрино,  $\Gamma_\nu^{tot}$  — сумма скоростей реакций поглощения и рассеяния нейтрино данного сорта.

В реакциях взаимодействия нейтрино с веществом мы разделяем среду и проходящий через нее поток нейтрино. Под средой мы понимаем свободные электроны, позитроны и нуклоны с равновесной функцией распределения Дирака:

$$f_i = \frac{1}{\exp(E_i/T - \eta_i) + 1},$$

где  $\eta_i = \mu_i/T$ ,  $E_i$  и  $\mu_i$  — энергия и химический потенциал частиц данного сорта. Мы не учитываем влияния вращения оболочки на функции распределения, поскольку скорость вращения остается нерелятивистской даже в случае миллисекундного остатка коллапса. При типичных для оболочки плотностях ( $\rho \sim 10^{11}-10^{12}$  г/см<sup>3</sup>) и температурах ( $T \sim$  несколько МэВ)  $e^+e^-$ -плазма является ультрарелятивистской, а нуклонный газ — бoльцмановским нерелятивистским.

Мы рассматриваем случай сильного магнитного поля, т. е. предполагаем, что параметры среды и напряженность магнитного поля связаны соотношением

$$m_p T \gg 2eB \gtrsim \mu_e^2, \quad T^2 \gg m_e^2, \quad (10)$$

где  $m_p, m_e$  — массы протона и электрона,  $e > 0$  — элементарный заряд. Условие (10) означает, что электроны и позитроны оккупируют, в основном, нижний уровень Ландау, тогда как протоны — много уровней.

Как известно [17], величина (7) равна нулю в случае теплового равновесия нейтрино со средой. Однако мы рассматриваем область оболочки, где функция распределения нейтрино отклоняется от равновесной. В модели сферически-симметричного коллапса локальное распределение (анти)нейтрино без учета магнитного поля может быть «подогнано» следующим образом [5, 18]:

$$f_\nu = \frac{\Phi_\nu(r, \chi)}{\exp(\omega/T_\nu - \eta_\nu) + 1}. \quad (11)$$

Здесь  $\chi$  — косинус угла между импульсом нейтрино и радиальным направлением,  $\omega$  — энергия нейтрино,  $T_\nu$  — его спектральная температура,  $\eta_\nu$  — параметр подгонки. В настоящей работе мы пренебрегаем влиянием магнитного поля на функцию распределения нейтрино. Такое приближение является достаточно хорошим, когда длины свободного пробега нейтрино больше или порядка области, занятой сильным магнитным полем. В модели, рассматриваемой в [11], эта область не превышает нескольких километров, тогда как длины свободного пробега нейтрино разных сортов составляют, по нашим оценкам, 2–5 км. Таким образом, в дальнейших вычислениях мы использовали функцию распределения нейтрино вида (11). Мы вернемся к обсуждению этого вопроса в разд. 5 настоящей работы.

### 3. ПРЯМЫЕ URCA-ПРОЦЕССЫ

При вычислении  $S$ -матричного элемента прямых URCA-процессов мы использовали стандартный низкоэнергетический лагранжиан слабого взаимодействия нейтрино с нуклонами. Детали вычисления квадрата  $S$ -матричного элемента подробно изложены в Приложении А. В пределе сильного магнитного поля, когда электроны и позитроны заполняют лишь основной уровень Ландау, нами получено следующее выражение:

$$\begin{aligned} \frac{|S_{if}|^2}{\mathcal{T}} &= \frac{G_F^2 \cos^2 \theta_c \pi^3}{2L_y L_z V^2 \omega \varepsilon} \exp\left(-\frac{Q_\perp^2}{2eB}\right) \times \\ &\times \left[ \sum_{n=0}^{\infty} \frac{|M_+|^2}{n!} \left(\frac{Q_\perp^2}{2eB}\right)^n \delta^{(3)} + \right. \end{aligned}$$

$$+ \sum_{n=1}^{\infty} \frac{|M_-|^2}{(n-1)!} \left( \frac{Q_{\perp}^2}{2eB} \right)^{n-1} \delta^{(3)}, \quad (12)$$

$$|M_+|^2 = 4 \left( \varepsilon + p_{\parallel} \right) \times \left[ (1 + g_a)^2 (\omega + k_{\parallel}) + 4g_a^2 (\omega - k_{\parallel}) \right], \quad (13)$$

$$|M_-|^2 = 4 (1 - g_a)^2 (\varepsilon + p_{\parallel}) (\omega + k_{\parallel}). \quad (14)$$

Здесь  $\delta^{(3)}$  — дельта-функция от сохраняющихся в реакциях энергии, импульса вдоль магнитного поля и одной из его поперечных компонент,  $Q_{\perp}^2$  — квадрат переданного импульса поперек магнитного поля в соответствующей реакции,  $n$  — индекс суммирования по уровням Ландау протона,  $\varepsilon$ ,  $p_{\parallel}$ ,  $\omega$ ,  $k_{\parallel}$  — энергия и компонента импульса вдоль направления магнитного поля соответственно электрона и нейтрино,  $\mathcal{T}L_xL_yL_z$  — нормировочный 4-объем,  $g_a$  — аксиальная константа заряженного нуклонного тока ( $g_a \approx 1.26$  в низкоэнергетическом пределе),  $G_F$  — постоянная Ферми,  $\theta_c$  — угол Кабиббо.

Отметим, что приведенное выражение для  $|S_{if}|^2$  было получено нами в работе [16]. Оно совпадает с результатом работы [19], а также работы [20] при исправлении в ней ошибочного знака у аксиальной константы  $g_a$  (формальной замене  $g_a \rightarrow -g_a$ ). Однако в работе [21], в которой вычислялся лишь член  $n = 0$  в квадрате  $S$ -матричного элемента, содержится отличие в выражении (13). Чтобы получить результат работы [21] для  $S^2$ , нужно заменить в первом члене амплитуды (13) множитель  $(1 + g_a)^2$  на  $(1 + g_a^2)$ .

Для удобства будем вычислять переданный среде 4-импульс  $dP_{\alpha}/dt$  в прямых URCA-процессах с участием нейтрино (1), (2) и антинейтрино (3), (4) по отдельности. Используя  $T$ -инвариантность квадрата  $S$ -матричного элемента этих процессов, а также явный вид функций распределения частиц среды, величину (7) можно представить в виде

$$\frac{dP_{\alpha}^{(\nu, \bar{\nu})}}{dt} = \int \frac{d^3k}{(2\pi)^3} k_{\alpha} \mathcal{K}^{(\nu, \bar{\nu})} \times \left[ \left( 1 + \exp \left( -\frac{\omega}{T} \pm \delta\eta \right) \right) f_{\nu, \bar{\nu}} - \exp \left( -\frac{\omega}{T} \pm \delta\eta \right) \right]. \quad (15)$$

Здесь  $\delta\eta = (\mu_e + \mu_p - \mu_n)/T$ ,  $k_{\alpha}$  — 4-импульс (анти)нейтрино,  $\mathcal{K}^{(\nu, \bar{\nu})}$  — коэффициент абсорбции в ре-

акции поглощения (анти)нейтрино, определяемый следующим образом:

$$\mathcal{K}^{(\nu, \bar{\nu})} = \int dn_p dn_n dn_e \frac{|S_{if}|^2}{\mathcal{T}} \times \left\{ \begin{array}{l} f_n(1 - f_p)(1 - f_{e-}) \\ f_p(1 - f_n)(1 - f_{e+}) \end{array} \right\}. \quad (16)$$

Заметим, что в условиях  $\beta$ -равновесия, когда

$$\eta_{\nu} = \delta\eta = \frac{\mu_e + \mu_p - \mu_n}{T}$$

выражение (15) для переданного импульса имеет вид

$$\frac{dP_{\alpha}^{(\nu, \bar{\nu})}}{dt} = \int \frac{d^3k}{(2\pi)^3} k_{\alpha} \left( 1 + \exp \left( \frac{-\omega}{T} \pm \eta_{\nu} \right) \right) \times \mathcal{K}^{(\nu, \bar{\nu})} \delta f^{\nu, \bar{\nu}}, \quad (17)$$

где  $\delta f^{\nu, \bar{\nu}}$  — отклонение функции распределения нейтрино от равновесной. Таким образом, передаваемый от нейтрино среде 4-импульс отличен от нуля лишь в частично прозрачной для нейтрино оболочке и исчезает в плотном  $\beta$ -равновесном ядре остатка.

Коэффициент абсорбции (16) вычислялся нами в пределе сильного поля (10) в предположении невырожденности нуклонного газа. В этом случае техника вычисления резко упрощается по сравнению с более общим случаем. По этой причине мы обсуждаем детали вычисления коэффициента абсорбции в Приложении Б. Приведем лишь окончательный результат, опубликованный нами ранее без пояснения деталей вычисления [16]:

$$\mathcal{K}^{(\nu, \bar{\nu})} = \frac{G_F^2 \cos^2 \theta_c}{2\pi} eB N_{(n,p)} \times \left( \left( 1 + 3g_a^2 \right) - \frac{k_{\parallel}}{\omega} (g_a^2 - 1) \right) \times \left( 1 + \exp \left( \pm a - \frac{\omega}{T} \right) \right)^{-1}, \quad (18)$$

где отброшены члены порядка  $eB/m_p T$ . Здесь  $N_n$ ,  $N_p$ ,  $m_n$ ,  $m_p$  — концентрации и массы нейтронов и протонов,

$$a = \frac{\mu_e - \Delta}{T}, \quad \Delta = m_n - m_p.$$

Отметим, что полученное выражение совпадает с результатом, приведенным в работе [19].

В целях полноты изложения приведем выражения для плотности энергии  $dQ/dt$  и скоростей  $\Gamma$  прямых URCA-процессов (1)–(4):

$$\left\{ \begin{array}{l} \Gamma \\ dQ/dt \end{array} \right\}_{n+\nu_e \rightarrow p+e^-} = \mathcal{A} J_\nu \frac{N_n}{N_B} \left\{ \begin{array}{l} T^3 C_2(a, T_\nu, \eta_\nu) \\ T^4 C_3(a, T_\nu, \eta_\nu) \end{array} \right\}, \quad (19)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \Gamma \\ dQ/dt \end{array} \right\}_{p+e^- \rightarrow n+\nu_e} = \mathcal{A} \frac{N_p}{N_B} e^{\Delta/T} \times \left\{ \begin{array}{l} T^3 B_2(a) - T^3 J_\nu D_2(a, T_\nu, \eta_\nu) \\ -T^4 B_3(a) + T^4 J_\nu D_3(a, T_\nu, \eta_\nu) \end{array} \right\}, \quad (20)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \Gamma \\ dQ/dt \end{array} \right\}_{p+\bar{\nu}_e \rightarrow n+e^+} = \mathcal{A} J_{\bar{\nu}} \frac{N_p}{N_B} \left\{ \begin{array}{l} T^3 C_2(-a, T_{\bar{\nu}}, \eta_{\bar{\nu}}) \\ T^4 C_3(-a, T_{\bar{\nu}}, \eta_{\bar{\nu}}) \end{array} \right\}, \quad (21)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \Gamma \\ dQ/dt \end{array} \right\}_{n+e^+ \rightarrow p+\bar{\nu}_e} = \mathcal{A} \frac{N_n}{N_B} e^{-\Delta/T} \times \left\{ \begin{array}{l} T^3 B_2(-a) - T^3 J_{\bar{\nu}} D_2(-a, T_{\bar{\nu}}, \eta_{\bar{\nu}}) \\ -T^4 B_3(-a) + T^4 J_{\bar{\nu}} D_3(-a, T_{\bar{\nu}}, \eta_{\bar{\nu}}) \end{array} \right\}, \quad (22)$$

где размерный коэффициент  $\mathcal{A}$  определяется как

$$\mathcal{A} = \frac{2G_F^2 \cos^2 \theta_c}{(2\pi)^3} \left( 1 + 3g_a^2 \right) e B N_B, \\ N_B = N_n + N_p.$$

Введенные нами функции  $B_n, C_n, D_n$  выражаются через интегралы следующим образом:

$$B_n(a) = \int_0^\infty \frac{Z^n dZ}{\exp(Z - a) + 1},$$

$$C_n(a, T_\nu, \eta_\nu) = \int_0^\infty \frac{Z^n dZ}{\left( \exp(a - Z) + 1 \right) \left( \exp\left( \frac{ZT}{T_\nu} - \eta_\nu \right) + 1 \right)},$$

$$D_n(a, T_\nu, \eta_\nu) = \int_0^\infty \frac{Z^n dZ}{\left( \exp(Z - a) + 1 \right) \left( \exp\left( \frac{ZT}{T_\nu} - \eta_\nu \right) + 1 \right)}.$$

Параметр

$$J_\nu = \left( \int f_\nu d^3k \right) \times \left( \int \left( 1 + \exp\left( \frac{\omega}{T_\nu} - \eta_\nu \right) \right)^{-1} d^3k \right)^{-1} \quad (23)$$

имеет смысл отношения реальной локальной концентрации нейтрино к концентрации с распределением Ферми–Дирака при той же спектральной температуре  $T_\nu$ .

Как показали вычисления компонент импульса (15), передаваемого среде при переизлучении нейтрино, возникающая радиальная сила гораздо слабее гравитационной и не может существенно повлиять на динамику оболочки. Таким образом, интерес представляет компонента силы, действующая вдоль магнитного поля. В случае поля тороидальной конфигурации плотность этой силы может быть представлена в виде

$$\mathcal{J}_{\parallel}^{urca} = \frac{1}{6} \frac{g_a^2 - 1}{3g_a^2 + 1} \mathcal{A} T^4 \left[ \frac{N_p}{N_B} \left( 3\langle \chi_\nu^2 \rangle - 1 \right) e^{\Delta/T} B_3(a) + \frac{N_n}{N_B} \left( 3\langle \chi_{\bar{\nu}}^2 \rangle - 1 \right) e^{-\Delta/T} B_3(-a) \right] - \frac{1}{2} \frac{g_a^2 - 1}{3g_a^2 + 1} \left[ \left( 1 - \langle \chi_\nu^2 \rangle \right) \frac{dQ_\nu}{dt} + \left( 1 - \langle \chi_{\bar{\nu}}^2 \rangle \right) \frac{dQ_{\bar{\nu}}}{dt} \right]. \quad (24)$$

Здесь

$$\langle \chi_\nu^2 \rangle = \left( \int \chi^2 \omega f_\nu d^3k \right) \left( \int \omega f_\nu d^3k \right)^{-1}, \quad (25)$$

где  $\langle \chi_\nu^2 \rangle$  — средний квадрат косинуса угла между импульсом нейтрино и радиальным направлением. Как следует из этого выражения, асимметрия в переданном импульсе отлична от нуля по двум причинам: либо распределение нейтрино анизотропно ( $\langle \chi^2 \rangle \neq 1/3$ ), либо в URCA-процессах (1)–(4) среде передается энергия ( $dQ_{\nu, \bar{\nu}}/dt \neq 0$ ). Интересно отметить, что при изотропном распределении нейтрино плотность силы направлена по полю при остывании среды и против поля при ее нагревании за счет URCA-процессов.

#### 4. РАССЕЯНИЕ НЕЙТРИНО НА НУКЛОНАХ

При вычислении  $S$ -матричного элемента в реакциях рассеяния (анти)нейтрино на нуклонах (5), (6)

мы использовали нерелятивистские вакуумные волновые функции нуклонов с определенной проекцией спина на направление магнитного поля. Детали вычисления излагаются в Приложении В, здесь мы приводим лишь окончательное выражение для квадрата  $S$ -матричного элемента процесса рассеяния нейтрино на нуклонах:

$$\begin{aligned} \frac{|S_{if}|^2}{\mathcal{T}} &= \frac{(2\pi)^4 G_F^2}{2V^3 \omega \omega'} \delta^{(4)} \times \\ &\times \left[ (c_v^2 + 3c_a^2) \omega \omega' + (c_v^2 - c_a^2) \mathbf{k} \cdot \mathbf{k}' + \right. \\ &+ 2c_v c_a (\omega k'_{\parallel} + \omega' k_{\parallel}) (S + S') - \\ &- 2c_a^2 (\omega k'_{\parallel} - \omega' k_{\parallel}) (S - S') + \\ &\left. + (c_v^2 - c_a^2) (\omega \omega' + \mathbf{k} \cdot \mathbf{k}') S S' + 4c_a^2 k_{\parallel} k'_{\parallel} S S' \right]. \quad (26) \end{aligned}$$

Выражение для  $|S_{if}|^2/\mathcal{T}$  процесса рассеяния антинейтрино на нуклонах получается из (26) заменой  $k \leftrightarrow k'$ :

$$|S_{if}|^2_{\bar{\nu}}(k, k') = |S_{if}|^2_{\nu}(k', k). \quad (27)$$

Здесь  $c_v, c_a$  — векторная и аксиальная константы нейтрального нуклонного тока. В низкоэнергетическом пределе [22]

$$\begin{aligned} c_v &= -\frac{1}{2}, \quad c_a \approx -\frac{0.91}{2} \quad \text{для нейтронов,} \\ c_v &= \frac{0.07}{2}, \quad c_a \approx \frac{1.09}{2} \quad \text{для протонов.} \end{aligned} \quad (28)$$

Сохранение энергии–импульса определяется как

$$\delta^{(4)} = \delta^{(4)}(\mathcal{P} + k - \mathcal{P}' - k'),$$

где  $k = (\omega, \mathbf{k})$ ,  $k' = (\omega', \mathbf{k}')$ ,  $\mathcal{P}, \mathcal{P}'$  — 4-импульсы соответственно начальных и конечных нейтрино и нуклонов,  $k_{\parallel}, k'_{\parallel}$  — проекции импульсов начального и конечного нейтрино на направление магнитного поля,  $S, S'$  — проекции векторов поляризации начального и конечного нуклонов на направление магнитного поля ( $S = \pm 1$ ).

Анализ кинематики процесса рассеяния нейтрино на нуклонах показывает, что энергия, передаваемая в этих реакциях элементу среды, пренебрежимо мала по сравнению с энергией, передаваемой в URCA-процессах. В этом можно убедиться и непосредственным вычислением, используя технику, подробно изложенную в Приложении В. Поэтому в дальнейшем мы будем интересоваться только импульсом, переданным от нейтрино среде вдоль магнитного поля. Такая компонента возникает за счет

того, что в поле нуклонный газ частично поляризуется, так как нуклоны с разной поляризацией имеют разную энергию:

$$E_N = m_N + \frac{\mathcal{P}^2}{2m_N} - g_N S \frac{eB}{2m_N},$$

где  $g_N$  — магнитный фактор нуклона (для нейтрона  $g_n \approx -1.91$ , для протона  $g_p \approx 2.79$ ). Учитывая энергию взаимодействия магнитного момента нуклона с магнитным полем, мы получили для плотности силы вдоль направления магнитного поля в процессах рассеяния нейтрино одного сорта на нейтронах или протонах следующее выражение (детали вычисления см. в Приложении В):

$$\begin{aligned} \mathcal{J}_{\parallel}^{(\nu_i)} &= -\frac{G_F^2 g_N}{2\pi} \frac{eB}{m_N T} N_N N_{\nu} \times \\ &\times \left\{ \left( c_v c_a \langle \omega_{\nu}^3 \rangle + c_a^2 T \langle \omega_{\nu}^2 \rangle \right) \left( \langle \chi_{\nu}^2 \rangle - \frac{1}{3} \right) - \right. \\ &- c_a^2 \left( \langle \omega_{\nu}^3 \rangle - 5T \langle \omega_{\nu}^2 \rangle \right) \left( \frac{5}{3} - \langle \chi_{\nu}^2 \rangle \right) + \\ &\left. + 2c_a^2 J_{\nu} \left( \langle \omega_{\nu}^3 \rangle - 5T_{\nu} \langle \omega_{\nu}^2 \rangle \right) \left( 1 - \langle \chi_{\nu}^2 \rangle \right) \right\}, \quad (29) \end{aligned}$$

где

$$\langle \omega_{\nu}^n \rangle = \left( \int \omega^n f_{\nu} d^3k \right) \left( \int f_{\nu} d^3k \right)^{-1}, \quad (30)$$

$J_{\nu}, \langle \chi_{\nu}^2 \rangle$  — величины, определяемые так же, как в URCA-процессах,  $N_{\nu}$  — локальная концентрация нейтрино. В процессе рассеяния антинейтрино (6) импульс, передаваемый среде в единицу времени дается выражением (29) с формальной заменой  $c_a^2 \rightarrow -c_a^2$ :

$$\mathcal{J}_{\parallel}^{(\bar{\nu}_i)}(c_a^2) = \mathcal{J}_{\parallel}^{(\nu_i)}(-c_a^2). \quad (31)$$

В случае больцмановского распределения нейтрино, когда

$$f_{\nu} = \Phi_{\nu}(r, \chi) \exp\left(-\frac{\omega}{T_{\nu}}\right),$$

выражение (29) может быть упрощено:

$$\begin{aligned} \mathcal{J}_{\parallel}^{(\nu_i)} &= -\frac{6G_F^2 g_N}{\pi} \frac{eB}{m_N} N_N N_{\nu} T_{\nu}^2 \left\{ 4c_a^2 \left( 2 - \langle \chi_{\nu}^2 \rangle \right) + \right. \\ &\left. + \frac{5T_{\nu}}{T} \left[ c_v c_a \left( \langle \chi_{\nu}^2 \rangle - \frac{1}{3} \right) - c_a^2 \left( \frac{5}{3} - \langle \chi_{\nu}^2 \rangle \right) \right] \right\}. \quad (32) \end{aligned}$$

Отметим также, что в условиях оболочки остатка коллапса параметры функций распределения нейтрино и антинейтрино сорта  $\mu$  и  $\tau$  практически идентичны [23]. Это позволяет записать простое выражение для суммарной (нейтрино плюс антинейтрино данного сорта) плотности силы вдоль направления магнитного поля:

$$\mathcal{J}_{\parallel}^{(\nu_i)} = -\frac{G_F^2 c_v c_a g_N}{\pi} \times \frac{eB}{m_N T} N_N N_\nu \langle \omega_\nu^3 \rangle \left( \langle \chi_\nu^2 \rangle - \frac{1}{3} \right). \quad (33)$$

Как можно увидеть из формул (29), (31)–(33), асимметрия передачи импульса по направлению магнитного поля, как и в URCA-процессах, имеет место либо при анизотропном распределении нейтрино ( $\langle \chi^2 \rangle \neq 1/3$ ), либо при отличии спектральной температуры нейтрино от температуры среды ( $T_\nu \neq T$ ). Интересно отметить, что плотности силы вдоль поля  $\mathcal{J}_{\parallel}^{(\nu_i)}$  в процессах рассеяния на нейтронах и протонах направлены в противоположные стороны. Это следует из того, что выражение для плотности силы пропорционально магнитному фактору  $g$  нуклона (напомним, что  $g_n \approx -1.91$  для нейтрона,  $g_p \approx 2.79$  для протона). В реальных условиях оболочки остатка коллапса обычно предполагается, что  $N_p/N_B \ll 1$ . Из выражений (29), (31) видно, что плотность силы пропорциональна концентрации нуклонов. Таким образом, основной вклад в величину  $\mathcal{J}_{\parallel}$  дают процессы рассеяния на нейтронах.

В целях полноты изложения, мы приводим ниже выражения для доминирующего вклада (в пренебрежении членами порядка  $eB/m_N T$  и  $\sqrt{T/m_N}$ ) в скорость (8) реакции рассеяния (анти)нейтрино любого сорта на нуклонах:

$$\Gamma^{sc} = \frac{G_F^2}{\pi} \left( c_v^2 + 3c_a^2 \right) N_N N_\nu \langle \omega_\nu^2 \rangle \times \left[ 1 - J_\nu \left( 1 - \frac{4T_\nu \langle \omega_\nu \rangle}{\langle \omega_\nu^2 \rangle} \right) \right]. \quad (34)$$

Напомним, что  $c_v, c_a$  — векторная и аксиальная константы нейтрального нуклонного тока, которые изменяются лишь при изменении сорта нуклона (см. (28)) в реакциях рассеяния. Заметим, что скорости реакций рассеяния, а следовательно, и длины свободного пробега нейтрино в этих процессах практически не зависят от магнитного поля.

## 5. ЧИСЛЕННЫЕ ОЦЕНКИ

Для численных оценок плотности силы вдоль направления магнитного поля, генерируемой в процессах взаимодействия нейтрино с нуклонами (1)–(6), необходимо задать параметры среды и нейтринного излучения. Напомним, что мы рассматриваем достаточно плотную ( $\rho \sim 10^{11}$ – $10^{12}$  г/см<sup>3</sup>) и горячую ( $T$  порядка несколько МэВ) область оболочки, частично прозрачную для нейтринного излучения. Предполагаем, что часть такой оболочки характерных размеров в 1–3 км заполнена сильным тороидальным магнитным полем с типичной напряженностью  $B \gtrsim 10^{16}$  Гс. При таких параметрах оболочки и значениях напряженности магнитного поля выполняется условие (10) и, следовательно, справедливы все полученные нами выражения. Напомним, что мы использовали локальную неравновесную функцию распределения нейтрино (11), не учитывая влияние на нее магнитного поля. Мы проверим корректность такого приближения ниже, оценивая длины свободного пробега нейтрино разных сортов и сравнивая их с размером области, заполненной сильным магнитным полем. При подгонке параметров нейтринного излучения мы использовали результаты работы [23]. В ней получено численное решение для функции распределения нейтрино на стадии основного нейтринного излучения после сферически-симметричного коллапса.

Анализ численных значений  $\langle \omega_\nu \rangle, \langle \omega_\nu^2 \rangle$ , приведенных в этой работе, показывает, что функции распределения нейтрино различных сортов хорошо аппроксимируются параметрами

$$\begin{aligned} T_{\nu_e} &\approx 3.3 \text{ МэВ}, & T_{\bar{\nu}_e} &\approx 4.5 \text{ МэВ}, \\ T_{\nu_{\mu,\tau}} &\approx T_{\bar{\nu}_{\mu,\tau}} &&\approx 6.6 \text{ МэВ}, \\ \eta_{\nu_e} &\approx 2.8, & \eta_{\bar{\nu}_e} &\approx 2.0, & \eta_{\nu_{\mu,\tau}} &\approx \eta_{\bar{\nu}_{\mu,\tau}} \approx 2.2. \end{aligned} \quad (35)$$

Для численных оценок мы выбрали область оболочки с типичной плотностью среды  $\rho \approx 5 \cdot 10^{11}$  г/см<sup>3</sup> и считали напряженность магнитного поля в ней  $B \approx 4 \cdot 10^{16}$  Гс. Локальные концентрации нейтринного излучения в этой области составляют

$$\begin{aligned} N_{\nu_e} &\approx 9 \cdot 10^{32} \text{ см}^{-3}, & N_{\bar{\nu}_e} &\approx 3 \cdot 10^{32} \text{ см}^{-3}, \\ N_{\nu_{\mu,\tau}} &\approx N_{\bar{\nu}_{\mu,\tau}} &&\approx 2.7 \cdot 10^{32} \text{ см}^{-3}. \end{aligned} \quad (36)$$

Таким концентрациям соответствуют следующие значения введенных нами параметров  $J_\nu$ :

$$J_{\nu_e} \approx 0.23, \quad J_{\bar{\nu}_e} \approx 0.05, \quad J_{\nu_{\mu,\tau}} \approx J_{\bar{\nu}_{\mu,\tau}} \approx 0.01. \quad (37)$$

Соответственно, средний квадрат косинуса угла

между импульсом нейтрино и радиальным направлением

$$\langle \chi_{\nu_i}^2 \rangle \approx \langle \chi_{\bar{\nu}_i}^2 \rangle \approx 0.385. \quad (38)$$

На стадии основного нейтринного излучения (время около 1–3 с после коллапса) изменение параметров среды за счет гидродинамических процессов становится медленным по сравнению с характерными временами порядка  $10^{-2}$ – $10^{-3}$  секунд установления квазиравновесия за счет доминирующих URCA-процессов. По этой причине мы полагаем среду находящейся в состоянии квазиравновесия:

$$\Gamma_{n \rightarrow p} = \Gamma_{p \rightarrow n}, \quad (39)$$

$$\frac{dQ}{dt} = 0, \quad (40)$$

где  $\Gamma_{n \rightarrow p}$ ,  $\Gamma_{p \rightarrow n}$  — сумма скоростей процессов с переходом соответственно нейтрона в протон и протона в нейтрон,  $dQ/dt$  — суммарное количество энергии, переданное в нейтринных процессах единице объема среды в единицу времени. Напомним, что в рассматриваемых условиях оболочки доминирующий вклад в установление равновесия дают URCA-процессы. Вместе с условием электронейтральности,

$$\frac{N_p}{N_B} = \frac{eB\mu_e}{2\pi^2 N_B}, \quad (41)$$

уравнения квазиравновесия среды (39), (40) позволяют считать свободными параметрами лишь плотность среды и напряженность магнитного поля. Численное решение этой системы уравнений приводит к значениям

$$T \approx 3.8 \text{ МэВ}, \quad a \approx 2.8, \quad \frac{N_p}{N_B} \approx 0.07. \quad (42)$$

При этих параметрах длины свободного пробега нейтрино (9) оцениваются нами как

$$\begin{aligned} \bar{l}_{\nu_e} &\approx 3 \text{ км}, & \bar{l}_{\bar{\nu}_e} &\approx 5 \text{ км}, \\ \bar{l}_{\nu_{\mu, \nu_{\tau}}} &\approx \bar{l}_{\bar{\nu}_{\mu, \bar{\nu}_{\tau}}} &\approx 2.5 \text{ км}. \end{aligned} \quad (43)$$

Сравнение длин свободного пробега нейтрино с размером области порядка 1–3 км, заполненной сильным магнитным полем, показывает, что магнитное поле не может существенно влиять на функции распределения нейтрино.

Отметим, что процесс рассеяния нейтрино на нуклонах дает сравнимый с URCA-процессом вклад в длину свободного пробега  $\nu_e$  и доминирующий вклад в длину пробега  $\bar{\nu}_e$ . Таким образом, длины

свободных пробегов  $\bar{\nu}_e$ ,  $\nu_{\mu}$  и  $\nu_{\tau}$  практически не зависят от напряженности магнитного поля.

Интересно сравнить вклады в передаваемый вдоль магнитного поля импульс в URCA-процессах и процессах рассеяния нейтрино на нуклонах. Доминирующий вклад в плотность силы в реакциях (5), (6) дает рассеяние (анти)нейтрино сортов  $\mu$  и  $\tau$  на нейтронах (см. формулу (33)), тогда как в процессах (1)–(4) — реакции с электронным нейтрино (см. формулу (24) в условиях квазиравновесия). С учетом этого отношение плотностей силы может быть представлено в виде

$$\frac{\mathcal{J}_{\parallel}^{(scat)}}{\mathcal{J}_{\parallel}^{(urca)}} \approx \frac{4c_v c_a g_n}{g_a^2 - 1} \frac{B_5(\eta\nu_x)}{B_3(a)} \frac{J_{\nu_x}}{Y} \frac{T_{\nu_x}}{m_n} \left( \frac{T_{\nu_x}}{T} \right)^5, \quad (44)$$

где  $\nu_x = \nu_{\mu}, \nu_{\tau}$ ,  $Y = N_p/(N_p + N_n)$  — параметр химического состава среды. Подставляя в это выражение численные значения параметров среды и нейтрино, нетрудно убедиться, что оно имеет величину порядка единицы, несмотря на малость отношения  $T_{\nu_x}/m_n$ .

В условиях квазиравновесия среды (39), (40) выражение для плотности силы в направлении магнитного поля в URCA-процессах (24) сильно упрощается. Ее численная оценка при указанных параметрах составляет

$$\mathcal{J}_{\parallel}^{(urca)} \approx 1.4 \cdot 10^{20} \frac{\text{дин}}{\text{см}^3} \left( \frac{B}{4.4 \cdot 10^{16} \text{ Гс}} \right). \quad (45)$$

Как и ожидалось, процесс рассеяния нейтрино всех сортов на нейтронах дает численно большую оценку для суммарной (по всем сортам (анти)нейтрино) плотности силы, чем в URCA-процессах:

$$\begin{aligned} \mathcal{J}_{\parallel}^{(scat)} &\approx 3.0 \cdot 10^{20} \frac{\text{дин}}{\text{см}^3} \times \\ &\times \left( \frac{B}{4.4 \cdot 10^{16} \text{ Гс}} \right) \left( \frac{\rho}{5 \cdot 10^{11} \text{ г/см}^3} \right). \end{aligned} \quad (46)$$

Нами проведен численный анализ условий квазиравновесия в области оболочки, задаваемой интервалом плотностей среды  $2 \cdot 10^{11} \text{ г/см}^3 \leq \rho \leq 10^{12} \text{ г/см}^3$ , с нейтринными параметрами при данной плотности из работы [23]. Он показал, что плотность силы изменяется достаточно плавно с ростом плотности среды. В процессах рассеяния плотность силы растет практически по линейному закону, в URCA-процессах монотонный рост сменяется убыванием при  $\rho \approx 8 \cdot 10^{11} \text{ г/см}^3$ . Выбранное нами для оценок значение  $\rho = 5 \cdot 10^{11} \text{ г/см}^3$  действительно является «точкой» со средним значением плотности



силы в приведенном интервале плотностей среды. Отметим, что сила, генерируемая в обоих процессах, направлена по полю (т. е. эффект во всех процессах взаимодействия нейтрино с нуклонами накапливается) и достаточно велика. Интересно также отметить, что в условиях квазиравновесия плотность силы в URCA-процессах полностью, а в процессе рассеяния в основном, определяется анизотропией функции распределения нейтрино по углам.

Для обсуждения возможных макроскопических эффектов воздействия нейтринного излучения на замагниченную среду оболочки мы приводим ниже оценку углового ускорения, возникающего у элемента среды оболочки под действием суммарной плотности силы «нейтринной раскрутки»:

$$\dot{\Omega} \sim 10^3 \text{ с}^{-2} \left( \frac{B}{4.4 \cdot 10^{16} \text{ Гс}} \right) \left( \frac{R}{10 \text{ км}} \right), \quad (47)$$

где  $R$  — расстояние от элемента оболочки до центра остатка коллапса. При получении этой оценки мы считали, что макроскопический импульс передается всей среде элемента оболочки. Отметим, что это угловое ускорение достаточно велико, чтобы раскрутить область оболочки, заполненную сильным магнитным полем, до миллисекундных периодов вращения за времена порядка 1 с.

## 6. ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

В нашей работе исследуются возможные динамические эффекты нарушения  $P$ -четности в процессах взаимодействия нейтрино с нуклонами оболочки коллапсирующей звезды с сильным магнитным полем. Как известно, такие эффекты исчезают в условиях оптически плотной для нейтрино среды [19], когда длины свободного пробега нейтрино много меньше характерных размеров оболочки остатка коллапса (см. разд. 5). Это определяет область рассматриваемых в работе плотностей и температур оболочки.

Другой важный вопрос — при каких напряженностях магнитных полей следует ожидать их существенного влияния на рассматриваемые процессы. Влияние поля на отдельные нейтрино-нуклонные процессы интенсивно изучается в настоящее время. В частности, в работе [21] вычислялась светимость нейтрино в прямых URCA-процессах в условиях ядра нейтронной звезды (сильно вырожденная нуклонная среда с типичными плотностью  $\rho > \rho_{nucl} = 2.8 \cdot 10^{14} \text{ г/см}^3$  и температурой  $T \sim 0.1 \text{ МэВ}$ ). Утверждается, что магнитное поле существенно влияет на светимость лишь при достиже-

нии громадной напряженности  $B \gtrsim 7 \cdot 10^{17} \text{ Гс}$ . В работе [20] показано, что прямые URCA-процессы могут иметь нейтринные светимости, большие чем модифицированные URCA-процессы, при напряженности  $B \gtrsim 10^{16} \text{ Гс}$ . Вычисление средних по Росселанду коэффициентов абсорбции нейтрино в условиях оболочки коллапсирующей звезды показало, что для изменения этих коэффициентов хотя бы на 5% необходимы поля  $B \gtrsim 4 \cdot 10^{15} \text{ Гс}$  [24]. В продолжение этих исследований, в работе [19] вычислен интеграл столкновений основных нейтрино-нуклонных процессов в уравнении Больцмана для функции распределения нейтрино и его первые моменты. Оценка  $P$ -нечетных членов в моментах интеграла столкновений показала, что эффекты асимметрии передачи импульса по направлению магнитного поля в условиях оболочки коллапсирующей звезды могут быть существенны лишь при достижении напряженностей  $B \gtrsim 10^{16} \text{ Гс}$ . Появление именно таких по порядку величины магнитных полей при оценке  $P$ -нечетных эффектов естественно. Действительно, вклад в  $P$ -нечетную часть коэффициентов абсорбции прямых URCA-процессов дают лишь электроны и позитроны, находящиеся на основном уровне Ландау. Значительные динамические эффекты, связанные с нарушением  $P$ -четности, имеют место при высокой концентрации  $e^+e^-$ -плазмы на основном уровне Ландау, что обеспечивается условиями (10).

При предположении, что электроны и позитроны плазмы находятся лишь на основном уровне Ландау, нами получены простые аналитические выражения для плотности силы вдоль направления магнитного поля (24), скорости и энергии, передаваемых единице объема среды в единицу времени (19)–(22) в URCA-процессах, а также общие выражения для плотности силы (29) и скорости (34) процесса рассеяния нейтрино любого сорта на нуклонах. Асимметрия передачи импульса вдоль направления поля в этих процессах отлична от нуля лишь в области оболочки, частично прозрачной для нейтрино ( $\langle \chi^2 \rangle \neq 1/3$ ,  $T_\nu \neq T$ ). В предположении, что среда находится в состоянии квазиравновесия за счет доминирующих URCA-процессов, задаваемом уравнениями (39), (40), находим равновесные параметры среды. Численные оценки плотности силы вдоль направления поля (45), (46) при равновесных параметрах среды показывают, что в сумме процессов взаимодействия нейтрино с нуклонами происходит накопление асимметрии передачи импульса, и эта асимметрия достаточно велика количественно (47).

Целесообразно сравнить полученные нами оценки с результатами вычисления аналогичных вели-

чин в процессах взаимодействия нейтрино с сильно замагниченной  $e^+e^-$ -плазмой [25]. Важно отметить, что плотность силы вдоль направления поля в этих процессах направлена по полю и по величине может быть того же порядка, что и в нейтрино-нуклонных процессах. Таким образом, накопление асимметрии в передаче импульса вдоль направления поля за счет нарушения  $P$ -четности происходит во всех значимых процессах взаимодействия нейтрино со средой. Отметим, однако, что авторы [25] использовали ферми-дираковскую функцию распределения со спектральной температурой  $T_\nu$ . Это приводит к существенному завышению числа нейтринных состояний в реальных условиях оболочки, частично прозрачной для нейтрино. Действительно, введенный нами параметр  $J_\nu$  в области оболочки с рассматриваемыми плотностями и температурами много меньше единицы (см. оценку (37)). Таким образом, в этой области оболочки плотность силы в процессах взаимодействия нейтрино с замагниченной  $e^+e^-$ -плазмой мала по сравнению с аналогичной величиной в процессах взаимодействия нейтрино с нуклонами.

Асимметрия передачи импульса вдоль направления тороидального поля приводит к возникновению углового ускорения (47) области оболочки, заполненной таким сильным полем. Оно достаточно велико, чтобы раскрутить эту область оболочки до миллисекундных периодов вращения за времена порядка 1 с. Это большое по величине и локальное (зависящее от координаты) угловое ускорение может привести к быстрому изменению градиента угловых скоростей в оболочке, что, в свою очередь, может изменить механизм дальнейшей генерации тороидального магнитного поля. Действительно, при наличии дополнительного углового ускорения в оболочке тороидальное поле может расти во времени существенно быстрее, чем по линейному закону [11]. Такая перестройка тороидального поля может повлиять на механизмы сброса оболочки сверхновой [1], формирования анизотропного  $\gamma$ -всплеска в «несостоявшейся» сверхновой [26], а также инициировать появление МГД-неустойчивостей [27]. Однако исследование влияния эффекта «нейтринной раскрутки» на динамику оболочки и механизма генерации тороидального поля требует анализа полной системы МГД-уравнений. Это сложная задача, далеко выходящая за рамки данной работы. Мы надеемся, что она найдет своих исследователей.

Авторы благодарны Н. В. Михееву за обсуждение практически всех принципиальных вопросов данной работы, С. И. Блиникову за постоянный ин-

терес и консультации по важным пунктам работы, Г. С. Бисноватому-Когану, В. М. Липунову, В. Б. Семикозу, М. Е. Прохорову, М. В. Чистякову, а также участникам Общественного семинара астрофизиков (ОСА, ГАИШ, МГУ) за ценные замечания.

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке РФФИ (проект № 01-02-17334) и Министерства образования Российской Федерации (грант № Е0011-11.0-5).

## ПРИЛОЖЕНИЕ А

### Вычисление $|S|^2$ прямых URCA-процессов

В низкоэнергетическом пределе эффективный  $S$ -матричный элемент URCA-процессов (1)–(4) может быть представлен в виде [5]

$$S_{if} = \frac{G_F \cos \theta_c}{\sqrt{2}} \int d^4x \left[ \bar{\Psi}_{p\sigma'}^{(n)} \gamma_\alpha (1 + g_a \gamma_5) \Psi_{n\sigma'} \right] \times \left[ \bar{\Psi}_e \gamma_\alpha (1 + \gamma_5) \Psi_\nu \right] \quad (\text{A.1})$$

(мы используем  $\gamma$ -матрицы в спинорном представлении с другим знаком  $\gamma_5$  [28]). Здесь  $\Psi_e$ ,  $\Psi_\nu$ ,  $\Psi_{n\sigma'}$  и  $\Psi_{p\sigma'}^{(n)}$  — волновые функции, соответственно, электрона, нейтрино, нейтрона и протона (на  $n$ -уровне Ландау),  $\theta_c$  — угол Кабиббо,  $g_a$  — аксиальная константа заряженного нуклонного тока ( $g_a \approx 1.26$  в низкоэнергетическом пределе),  $\sigma, \sigma'$  — проекции удвоенного спина протона и нейтрона на направление магнитного поля. Вычисления проводились в системе координат, где  $\mathbf{B} = (0, 0, B)$  в калибровке  $A_\mu = (0, 0, Bx, 0)$ . В случае, когда  $e^+e^-$ -плазма занимает лишь основной уровень Ландау, волновые функции релятивистских электронов могут быть выбраны в следующем виде:

$$\begin{aligned} \Psi_e &= \frac{\exp[-i(\varepsilon t - p_2 y - p_3 z)] \chi_0(\eta') U_e}{\sqrt{2\varepsilon \bar{L}_y \bar{L}_z}}, \\ \eta' &= \sqrt{eB} \left( x + \frac{p_2}{eB} \right), \\ U_e &= \sqrt{\varepsilon + m_e} \begin{pmatrix} U \\ -p_3/(\varepsilon + m_e)U \end{pmatrix}, \\ U &= \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \end{aligned} \quad (\text{A.2})$$

где  $p = (\varepsilon, p_1, p_2, p_3)$  — 4-импульс электрона, а  $\varepsilon = \sqrt{p_3^2 + m_e^2}$  — его энергия. Здесь и ниже

$$\chi_n(x) = \frac{(eB)^{1/4} e^{-\eta'^2/2}}{\sqrt{2^n n! \sqrt{\pi}}} H_n(x), \quad (\text{A.3})$$

$H_n(x)$  — полиномы Эрмита,

$$V = L_x L_y L_z \quad (\text{A.4})$$

— нормировочный объем.

Волновая функция нерелятивистских протонов на  $n$ -уровне Ландау выбиралась в виде

$$\begin{aligned} \Psi_{p\sigma}^{(n)} &= \frac{\exp[-i(E_p t - P_2 y - P_3 z)] \Phi_\sigma^{(n)}}{\sqrt{2E_p L_y L_z}}, \\ \eta &= \sqrt{eB} \left( x - \frac{P_2}{eB} \right), \\ \Phi_\sigma^{(n)} &= \sqrt{E_p + m_p} \begin{pmatrix} V_\sigma \\ 0 \end{pmatrix}, \\ V_{\sigma=+1} &= \begin{pmatrix} \chi_n(\eta) \\ 0 \end{pmatrix}, \\ V_{\sigma=-1} &= \begin{pmatrix} 0 \\ \chi_{n-1}(\eta) \end{pmatrix}, \end{aligned} \quad (\text{A.5})$$

где  $P = (E_p, P_1, P_2, P_3)$  — 4-импульс протонов,

$$E_p = m_p + \frac{P_3^2}{2m_p} + \frac{eBn}{m_p}$$

— нерелятивистская энергия заряженной частицы на  $n$ -уровне Ландау. Волновая функция нейтронов имеет стандартный вид:

$$\begin{aligned} \Psi_{n\sigma'} &= \frac{\exp[-i(E_n t - q_1 x - q_2 y - q_3 z)]}{\sqrt{2E_n V}} \times \\ &\times \sqrt{E_n + m_n} \begin{pmatrix} W_{\sigma'} \\ 0 \end{pmatrix}, \\ W_{\sigma'}^+ W_{\sigma'} &= 1, \end{aligned} \quad (\text{A.6})$$

где  $q = (E_n, q_1, q_2, q_3)$  — 4-импульс нейтронов,

$$E_n = m_n + \frac{\mathbf{q}^2}{2m_n}.$$

Мы полагаем нейтрино стандартной безмассовой дираковской частицей левой спиральности, волновая функция которой имеет вид [28]

$$\begin{aligned} \Psi_\nu &= \frac{\exp[-i(\omega t - k_1 x - k_2 y - k_3 z)]}{\sqrt{2\omega V}} \sqrt{\omega} \begin{pmatrix} W \\ -W \end{pmatrix}, \\ W^+ W &= 1, \end{aligned} \quad (\text{A.7})$$

где  $k = (\omega, k_1, k_2, k_3)$  — 4-импульс нейтрино. Возведение  $S_{if}$  в квадрат, интегрирование по  $d^4 x$  и сумми-

рование по уровням Ландау и поляризациям частиц приводит к результату

$$\begin{aligned} \frac{|S_{if}|^2}{\mathcal{T}} &= \frac{G_F^2 \cos^2 \theta_c \pi^3}{2L_y L_z V^2 \omega \varepsilon} \exp\left(-\frac{Q_\perp^2}{2eB}\right) \times \\ &\times \left[ \sum_{n=0}^{\infty} \frac{|M_+|^2}{n!} \left(\frac{Q_\perp^2}{2eB}\right)^n \delta^{(3)} + \right. \\ &\left. + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{|M_-|^2}{(n-1)!} \left(\frac{Q_\perp^2}{2eB}\right)^{n-1} \delta^{(3)} \right]. \end{aligned} \quad (\text{A.8})$$

Здесь  $\delta^{(3)}$  — дельта-функция от сохраняющихся в реакциях энергии, импульса вдоль магнитного поля и одной из его поперечных компонент,  $Q_\perp^2$  — квадрат переданного импульса поперек магнитного поля в соответствующей реакции,  $n$  — индекс суммирования по уровням Ландау протона. Величины  $|M_+|^2$ ,  $|M_-|^2$  определяются как

$$|M_\sigma|^2 = \frac{1}{4m_p m_n} \sum_{\sigma'=-1}^1 L_{\alpha\beta} N_{\alpha\beta}^{\sigma\sigma'}, \quad (\text{A.9})$$

$$L_{\alpha\beta} = \text{Sp} \left[ \rho_\nu \gamma_\alpha (1 + \gamma_5) \rho_e \gamma_\beta (1 + \gamma_5) \right], \quad (\text{A.10})$$

$$N_{\alpha\beta}^{\sigma\sigma'} = \text{Sp} \left[ \rho_{n\sigma'} \gamma_\alpha (1 + g_a \gamma_5) \rho_{p\sigma} \gamma_\beta (1 + g_a \gamma_5) \right]. \quad (\text{A.11})$$

Ниже мы приводим соответствующие волновым функциям матрицы плотности нейтрино, электрона, нейтрона и протона:

$$\begin{aligned} \rho_\nu &= \frac{\hat{k}(1 - \gamma_5)}{2}, \quad \rho_e = (\hat{p}_\parallel + m_e) \Pi_-, \\ \rho_{n\sigma'} &= m_n (1 + \hat{u}) \Pi_{\sigma'}, \quad \rho_{p\sigma} = m_p (1 + \hat{u}) \Pi_\sigma, \\ \hat{k} &= k_\alpha \gamma_\alpha, \quad \hat{u} = u_\alpha \gamma_\alpha, \quad \hat{p}_\parallel = p_0 \gamma_0 - p_3 \gamma_3, \\ \Pi_\sigma &= \frac{1 + \sigma i \gamma_1 \gamma_2}{2}. \end{aligned} \quad (\text{A.12})$$

Здесь  $\Pi_\sigma$  — проекционный оператор матрицы плотности заряженного фермиона в магнитном поле (напомним, что  $\sigma, \sigma' = \pm 1$  — проекции удвоенного спина протона и нейтрона на направление магнитного поля). В целях ковариантности вычисления мы ввели в матрицу плотности нуклонов  $u_\mu = (1, 0, 0, v)$  — 4-скорость «движение среды по направлению поля» (в конце вычислений мы будем полагать  $v = 0$ ).

При дальнейших вычислениях мы использовали следующие свойства проекционного оператора:

$$\begin{aligned} \Pi_\sigma^2 &= \Pi_\sigma, \quad \Pi_\sigma \Pi_{-\sigma} = 0, \quad \Pi_\sigma \gamma_{\alpha\parallel} = \gamma_{\alpha\parallel} \Pi_\sigma, \\ \Pi_\sigma \gamma_{\alpha\perp} &= \gamma_{\alpha\perp} \Pi_{-\sigma}, \quad \Pi_\sigma \gamma_5 = \gamma_5 \Pi_\sigma, \end{aligned} \quad (\text{A.13})$$

где  $\gamma_{\alpha\parallel} = \gamma_{1,2}$ ,  $\gamma_{\alpha\perp} = \gamma_{0,3}$ . Так как вектор скорости среды  $u$  имеет лишь продольные компоненты, то нуклонный шпур (А.11) может быть приведен к виду

$$N_{\alpha\beta}^{\sigma\sigma'} = m_p m_n \text{Sp} [\Pi_{\sigma'} \gamma_{\alpha} \Pi_{\sigma} \gamma_{\beta} (1 - g_a^2)] + m_p m_n \text{Sp} [\Pi_{\sigma'} \gamma_{\alpha} \Pi_{\sigma} \hat{u}_{\parallel} \gamma_{\beta} \hat{u}_{\parallel} (1 + g_a^2 - 2g_a \gamma_5)]. \quad (\text{A.14})$$

При дальнейшем вычислении этого выражения удобно выделить вклады от одинаковых и разных поляризаций нуклонов. В случае  $\sigma = \sigma'$  матрицы  $\gamma_{\alpha}$ ,  $\gamma_{\beta}$  имеют только продольные компоненты ( $\gamma_{\alpha} = \gamma_{\alpha\parallel}$ ,  $\gamma_{\beta} = \gamma_{\beta\parallel}$ ), а в случае  $\sigma = -\sigma'$  — лишь поперечные ( $\gamma_{\alpha} = \gamma_{\alpha\perp}$ ,  $\gamma_{\beta} = \gamma_{\beta\perp}$ ). Это легко получить из свойств поляризационного оператора (А.13). Для вычисления нуклонного шпура нам потребуются следующие выражения:

$$\text{Sp} [\gamma_{\alpha\parallel} \gamma_{\beta\parallel} \Pi_{\sigma}] = 2\tilde{\Lambda}_{\alpha\beta}, \quad (\text{A.15})$$

$$\text{Sp} [\gamma_{\alpha\parallel} \gamma_{\beta\parallel} \gamma_5 \Pi_{\sigma}] = 2\sigma \tilde{\varphi}_{\alpha\beta}, \quad (\text{A.16})$$

$$\begin{aligned} \text{Sp} [\gamma_{\mu\parallel} \gamma_{\nu\parallel} \gamma_{\rho\parallel} \gamma_{\delta\parallel} \Pi_{\sigma}] &= \\ &= 2(\tilde{\Lambda}_{\mu\nu} \tilde{\Lambda}_{\rho\delta} + \tilde{\Lambda}_{\mu\delta} \tilde{\Lambda}_{\nu\rho} - \tilde{\Lambda}_{\mu\rho} \tilde{\Lambda}_{\nu\delta}), \end{aligned} \quad (\text{A.17})$$

$$\begin{aligned} \text{Sp} [\gamma_{\mu\parallel} \gamma_{\nu\parallel} \gamma_{\rho\parallel} \gamma_{\delta\parallel} \gamma_5 \Pi_{\sigma}] &= \\ &= 2\sigma(\tilde{\Lambda}_{\mu\nu} \tilde{\varphi}_{\rho\delta} + \tilde{\Lambda}_{\rho\delta} \tilde{\varphi}_{\mu\nu}), \end{aligned} \quad (\text{A.18})$$

$$\Pi_{\sigma} \gamma_{\alpha\perp} \gamma_{\beta\perp} \Pi_{\sigma} = -(\Lambda_{\alpha\beta} - i\sigma\varphi_{\alpha\beta}) \Pi_{\sigma}. \quad (\text{A.19})$$

Здесь и далее  $\Lambda_{\mu\nu} = (\varphi\varphi)_{\mu\nu}$ ,  $\tilde{\Lambda}_{\mu\nu} = (\tilde{\varphi}\tilde{\varphi})_{\mu\nu}$ , где  $\varphi_{\mu\nu} = F_{\mu\nu}/B$  и  $\tilde{\varphi}_{\mu\nu} = \tilde{F}_{\mu\nu}/B$  — приведенные к безразмерному виду тензор и дуальный тензор внешнего электромагнитного поля. Результат вычисления нуклонного шпура может быть приведен к виду

$$\begin{aligned} N_{\alpha\beta}^{\sigma\sigma'} \Big|_{\sigma=\sigma'} &= 2m_p m_p \times \\ &\times \left[ (1 - g_a^2) \tilde{\Lambda}_{\alpha\beta} + (1 + g_a^2) \left( 2(u\tilde{\Lambda})_{\alpha} (u\tilde{\Lambda})_{\beta} - u^2 \tilde{\Lambda}_{\alpha\beta} \right) - \right. \\ &\quad \left. - 2g_a \sigma \left( (u\tilde{\Lambda})_{\alpha} (\tilde{\varphi}u)_{\beta} + (\tilde{\varphi}u)_{\alpha} (u\tilde{\Lambda})_{\beta} \right) \right], \end{aligned} \quad (\text{A.20})$$

$$\begin{aligned} N_{\alpha\beta}^{\sigma\sigma'} \Big|_{\sigma=-\sigma'} &= 2m_p m_p \times \\ &\times (\Lambda_{\alpha\beta} + i\sigma\varphi_{\alpha\beta}) \left[ - (1 - g_a^2) + (1 + g_a^2) (u\tilde{\Lambda}u) + \right. \\ &\quad \left. + 2g_a \sigma (u\tilde{\varphi}u) \right]. \end{aligned} \quad (\text{A.21})$$

Так как тензор (А.20) имеет только продольные компоненты, а (А.21) — только поперечные, то лептонный шпур удобно разбить на такие же структуры. При свертке его с нуклонным шпуром ненулевой ответ дадут лишь полностью продольная и полностью поперечная части лептонного шпура:

$$\begin{aligned} L_{\alpha\beta} N_{\alpha\beta}^{\sigma\sigma'} &= \\ &= N_{\alpha\beta}^{\sigma\sigma'} \Big|_{\sigma=\sigma'} L_{\alpha\beta}^{\parallel} + N_{\alpha\beta}^{\sigma\sigma'} \Big|_{\sigma=-\sigma'} L_{\alpha\beta}^{\perp}. \end{aligned} \quad (\text{A.22})$$

После небольших преобразований с использованием свойств поляризационного оператора (А.13) соответствующие конструкции могут быть приведены к виду

$$L_{\alpha\beta}^{\parallel} = 2 \text{Sp} [\gamma_{\beta\parallel} \hat{k}_{\parallel} \gamma_{\alpha\parallel} \hat{p}_{\parallel} (1 - \gamma_5) \Pi_{-}], \quad (\text{A.23})$$

$$L_{\alpha\beta}^{\perp} = 2 \text{Sp} [\gamma_{\beta\perp} \hat{k}_{\parallel} \gamma_{\alpha\perp} \hat{p}_{\parallel} (1 - \gamma_5) \Pi_{-}]. \quad (\text{A.24})$$

Эти выражения с помощью приведенных выше свойств (А.15)–(А.19) могут быть легко вычислены и представлены в виде

$$\begin{aligned} L_{\alpha\beta}^{\parallel} &= 4 \left( (p\tilde{\Lambda})_{\alpha} (k\tilde{\Lambda})_{\beta} + (k\tilde{\Lambda})_{\alpha} (p\tilde{\Lambda})_{\beta} - \tilde{\Lambda}_{\alpha\beta} (p\tilde{\Lambda}k) \right) + \\ &+ 4 \left( (\tilde{\varphi}p)_{\alpha} (k\tilde{\Lambda})_{\beta} + (p\tilde{\Lambda})_{\alpha} (\tilde{\varphi}k)_{\beta} \right), \end{aligned} \quad (\text{A.25})$$

$$L_{\alpha\beta}^{\perp} = 4 \left( \Lambda_{\alpha\beta} - i\varphi_{\alpha\beta} \right) \left( (k\tilde{\Lambda}p) + (k\tilde{\varphi}p) \right). \quad (\text{A.26})$$

В целях полноты изложения приведем результат свертки нуклонного и лептонного шпуров в ковариантном виде:

$$\begin{aligned} N_{\alpha\beta}^{\sigma\sigma'} \Big|_{\sigma=\sigma'} L_{\alpha\beta}^{\parallel} &= 8m_p m_n \times \\ &\times \left[ 2(1 + g_a^2) ((up)_{\parallel} (uk)_{\parallel}) + 4g_a \sigma (u\tilde{\varphi}p) (u\tilde{\varphi}k) + \right. \\ &\quad \left. + 2(1 + \sigma g_a)^2 \times \right. \\ &\quad \left. \times ((up)_{\parallel} (uk)_{\parallel} + (up)_{\parallel} (u\tilde{\varphi}k) + (uk)_{\parallel} (u\tilde{\varphi}p)) \right], \end{aligned} \quad (\text{A.27})$$

$$\begin{aligned} N_{\alpha\beta}^{\sigma\sigma'} \Big|_{\sigma=-\sigma'} L_{\alpha\beta}^{\perp} &= 16m_p m_n (1 + \sigma) \times \\ &\times \left[ (1 + g_a^2) (u\tilde{\Lambda}u) - (1 - g_a^2) \right] \left[ (k\tilde{\Lambda}p) + (k\tilde{\varphi}p) \right]. \end{aligned} \quad (\text{A.28})$$

В избранной системе отсчета, где нуклонная среда покоится ( $u = (1, 0, 0, 0)$ ,  $(kp)_{\parallel} = (k\tilde{\Lambda}p) = = k_0 p_0 - k_3 p_3$ ), эти же выражения имеют вид

$$\begin{aligned} N_{\alpha\beta}^{\sigma\sigma'} \Big|_{\sigma=\sigma'} L_{\alpha\beta}^{\parallel} &= \\ &= 16m_p m_n (1 + \sigma g_a)^2 (p_0 + p_3) (k_0 + k_3), \end{aligned} \quad (\text{A.29})$$

$$N_{\alpha\beta}^{\sigma\sigma'} \Big|_{\sigma=-\sigma'} L_{\alpha\beta}^{\perp} = 32m_p m_n (1 + \sigma) g_a^2 (p_0 + p_3) (k_0 - k_3). \quad (\text{A.30})$$

Отсюда легко получить окончательное выражение для квадрата амплитуды (A.9) вычисляемого процесса:

$$|M_{\sigma}|^2 = 4(p_0 + p_3) \times [(1 + \sigma g_a)^2 (k_0 + k_3) + 2(1 + \sigma) g_a^2 (k_0 - k_3)]. \quad (\text{A.31})$$

Заметим, что в рассматриваемом случае нерелятивистских нуклонов квадрат амплитуды зависит лишь от продольных компонент импульсов электрона и нейтрино.

### ПРИЛОЖЕНИЕ Б

#### Коэффициент абсорбции нейтрино

Ниже мы приводим детали вычисления коэффициента абсорбции  $\mathcal{K}^{(\nu)}$  (16) для процесса (1) с участием нейтрино. Мы использовали стандартные выражения для элементов фазового объема:

$$dn^{(e)} = \frac{dp_2^{(e)} dp_3^{(e)} L_y L_z}{(2\pi)^2}$$

— для заряженных частиц и

$$dn = \frac{d^3 p V}{(2\pi)^3}$$

— для незаряженных частиц, а также полагали функцию распределения протонов бoльцмановской. Исключая интегрирование по импульсу протона за счет  $\delta^{(3)}$ -функции, замечаем, что коэффициент абсорбции не зависит от  $p_2$ -компоненты импульса электрона. Учитывая то, что в магнитном поле  $p_2 = eBx_c$  ( $x_c$  — координата центра распределения волновой функции электрона поперек магнитного поля), мы можем исключить интеграл по  $p_2$ -компоненте импульса электрона:

$$\int dp_2 = eBL_x.$$

Оставшаяся  $\delta$ -функция по энергии может быть упрощена. Так как электроны и нейтрино являются ультрарелятивистскими частицами, а нуклоны — нерелятивистскими, их импульсы имеют порядок  $P^2 \sim Tm$  (для нуклонов),  $p^2 \sim T^2$  (для ультрарелятивистских частиц). Считая массы нуклонов одина-

ковыми (там, где это не вызывает недоразумений), получаем

$$\begin{aligned} & \delta(E_n - E_p^{(n)} + \omega - \varepsilon) = \\ & = \delta\left(\frac{\mathbf{q}^2}{2m_n} - \frac{(q_{\parallel} + k_{\parallel} - p_{\parallel})^2}{2m_p} - \frac{eBn}{m_p} + \omega - \varepsilon + (m_n - m_p)\right) \approx \\ & \approx \delta\left(\frac{q_{\perp}^2}{2m_n} - \frac{eBn}{m_p} + \omega - \varepsilon + (m_n - m_p)\right), \quad (\text{B.1}) \end{aligned}$$

где  $q_{\perp}$ ,  $q_{\parallel}$  — компоненты импульса частицы соответственно поперек и вдоль магнитного поля. Поскольку безразмерный параметр

$$b = \frac{eB}{2m_p T} \ll 1,$$

можно пренебречь таким членом в одной из  $\delta$ -функций в выражении для квадрата  $S$ -матричного элемента (12), объединив обе суммы. При этом выражение для коэффициента абсорбции упрощается и может быть представлено в виде

$$\begin{aligned} \mathcal{K}^{(\nu)} & = \frac{2G_F^2 \cos^2 \theta_c}{(2\pi)^4} eB \times \\ & \times \left( (1 + 3g_a^2) + \frac{(1 - g_a^2)k_{\parallel}}{\omega} \right) \int f_n F(q_{\perp}^2, b) d^3 q, \quad (\text{B.2}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} F(q_{\perp}^2, b) & = \int_0^{\infty} \frac{dy}{1 + \exp(\eta_e - y)} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!} \left(\frac{x}{b}\right)^n \times \\ & \times \exp\left(-\frac{x}{b}\right) \delta\left(x - bn - y + \frac{\omega + m_n - m_p}{T}\right). \end{aligned}$$

Здесь  $x = q_{\perp}^2/2m_n T$ ,  $y = \varepsilon/T$ . Заметим, что функция  $F(q_{\perp}^2, b)$  имеет достаточно простую асимптотику при  $b \rightarrow 0$ ,  $bn$  — конечное число. Последнее условие следует из того, что при уменьшении магнитного поля число уровней Ландау, дающих вклад в рассматриваемую сумму, увеличивается обратно пропорционально напряженности поля. В данном случае мы можем заменить сумму по уровням Ландау протона на интеграл. Можно также показать, что в этом пределе

$$\lim_{\substack{b \rightarrow 0 \\ bn \neq 0}} \left[ \frac{1}{n! b} \left(\frac{x}{b}\right)^n \exp\left(-\frac{x}{b}\right) \right] = \delta(x - bn), \quad (\text{B.3})$$

где  $\delta$  —  $\delta$ -функция Дирака. Отсюда легко получить, что

$$\begin{aligned} \lim_{\substack{b \rightarrow 0 \\ bn \neq 0}} [F(q_{\perp}^2, b)] & = \\ & = \frac{1}{1 + \exp(\eta_e - (\omega + m_n - m_p)/T)}. \quad (\text{B.4}) \end{aligned}$$

Поскольку в рассматриваемом пределе функция  $F(q_{\perp}^2, b)$  не зависит от  $q_{\perp}^2$ , интегрирование (Б.2) может быть доведено до конца. С учетом определения концентрации нейтронов

$$N_n = \frac{2}{(2\pi)^3} \left( \int f_n d^3 q \right)$$

получаем окончательное выражение для коэффициента абсорбции нейтрино в рассматриваемом пределе:

$$\mathcal{K}^{(\nu)} = \frac{G_F^2 \cos^2 \theta_c}{2\pi} eBN_n \times \frac{(1 + 3g_a^2) + (1 - g_a^2)k_{\parallel}/\omega}{1 + \exp(\eta_e - (\omega + m_n - m_p)/T)}. \quad (\text{Б.5})$$

Вычисление коэффициента абсорбции для процесса (3) с участием антинейтрино может быть проведено аналогично. Оно приводит к следующему результату:

$$\mathcal{K}^{(\bar{\nu})} = \frac{G_F^2 \cos^2 \theta_c}{2\pi} eBN_p \times \frac{(1 + 3g_a^2) + (1 - g_a^2)k_{\parallel}/\omega}{1 + \exp(-\eta_e - (\omega - m_n + m_p)/T)}. \quad (\text{Б.6})$$

## ПРИЛОЖЕНИЕ В

### Плотность силы вдоль направления магнитного поля в процессах рассеяния нейтрино на нуклонах

В низкоэнергетическом пределе эффективный лагранжиан процесса рассеяния нейтрино на нуклонах имеет вид [5]

$$\mathcal{L} = \frac{G_F}{\sqrt{2}} \left( \bar{U}_N(\mathcal{P}') \gamma_{\alpha} (c_v + c_a \gamma_5) U_N(\mathcal{P}) \right) \times \left( \bar{U}_{\nu}(k') \gamma_{\alpha} (1 + \gamma_5) U_{\nu}(k) \right). \quad (\text{Б.1})$$

Здесь  $U_N, U_{\nu}$  — дираковские биспиноры нуклона и нейтрино,  $c_v, c_a$  — векторная и аксиальная константы нуклонного нейтрального тока. При низких энергиях [22]  $c_v = -1/2$ ,  $c_a \approx -0.91/2$  — для нейтронов,  $c_v = 0.07/2$ ,  $c_a \approx 1.09/2$  — для протонов. Используя нерелятивистскую матрицу плотности поляризованных нуклонов,  $\rho = m_N (1 + \boldsymbol{\xi} \cdot \boldsymbol{\sigma})$ , где  $\boldsymbol{\xi} = \pm \mathbf{B}/B$  — вектор поляризации нуклона вдоль магнитного поля,  $\boldsymbol{\sigma}$  — матрицы Паули, нетрудно получить следующее выражение для квадрата  $S$ -матричного элемен-

та процесса рассеяния нейтрино на нуклоне в единицу времени:

$$\begin{aligned} \frac{|S_{if}|_{\nu}^2}{\mathcal{T}} &= \frac{(2\pi)^4 G_F^2}{2V^3 \omega \omega'} \delta^{(4)}(\mathcal{P} + k - \mathcal{P}' - k') \times \\ &\times \left[ (c_v^2 + 3c_a^2) \omega \omega' + (c_v^2 - c_a^2) \mathbf{k} \cdot \mathbf{k}' + \right. \\ &+ 2c_v c_a (S + S') (\omega k'_{\parallel} + \omega' k_{\parallel}) - 2c_a^2 (S - S') (\omega k'_{\parallel} - \omega' k_{\parallel}) + \\ &\left. + (c_v^2 - c_a^2) S S' (\omega \omega' + \mathbf{k} \cdot \mathbf{k}') + 4c_a^2 S S' k_{\parallel} k'_{\parallel} \right]. \quad (\text{Б.2}) \end{aligned}$$

Здесь  $k = (\omega, \mathbf{k})$ ,  $k' = (\omega', \mathbf{k}')$  — 4-импульсы начального и конечного нейтрино,  $k_{\parallel}, k'_{\parallel}$  — проекции векторов этих импульсов на направление магнитного поля,  $S, S' = \pm 1$  ( $S = \boldsymbol{\xi} \cdot \mathbf{B}/B$  — проекция векторов поляризации начального и конечного нуклонов на направление магнитного поля). Квадрат  $S$ -матричного элемента процесса рассеяния антинейтрино на нуклоне получается из (Б.2) заменой  $k \leftrightarrow k'$ :

$$|S_{if}|_{\bar{\nu}}^2 = |S_{if}|_{\nu}^2 (k \leftrightarrow k'). \quad (\text{Б.3})$$

Мы рассматриваем процесс рассеяния нейтрино на нуклонах в случае сильного магнитного поля, поэтому для дальнейших вычислений необходимо учесть вклад в энергию нуклонов от взаимодействия их магнитного момента с магнитным полем:

$$E_N = m_N + \frac{\mathcal{P}^2}{2m_N} - \frac{g_N S e B}{2m_N},$$

где  $g_N$  — магнитный фактор нуклона (для нейтрона  $g_n \approx -1.91$ , для протона  $g_p \approx 2.79$ ).

Далее мы можем упростить  $\delta$ -функцию по энергии. Пользуясь тем, что  $\mathcal{P}, \mathcal{P}' \sim \sqrt{m_N T}$ , а  $k, k' \sim T$ , и пренебрегая всюду членами порядка  $\sqrt{T}/m_N$ , получаем

$$\begin{aligned} \delta(\omega - \omega' + E_N - E'_N) &= \\ &= \delta \left( \omega - \omega' + \frac{\mathcal{P}^2}{2m_N} - g_N (S - S') \frac{eB}{2m_N} - \right. \\ &\quad \left. - \frac{(\mathcal{P} + \mathbf{k} + \mathbf{k}')^2}{2m_N} \right) \approx \\ &\approx \delta \left( \omega - \omega' - g_N (S - S') \frac{eB}{2m_N} \right). \quad (\text{Б.4}) \end{aligned}$$

Дальнейшие вычисления удобно проводить, выделяя отдельно вклады от  $S = S'$  и  $S = -S'$ . Интегрируя по импульсу конечного нуклона с учетом  $\delta$ -функции и учитывая, что все члены, линейные по  $k_{\parallel}$  или  $k'_{\parallel}$ , дают нулевой вклад, получаем следующее выражение для плотности силы вдоль магнитного поля:

$$\mathcal{J}_{\parallel}^{(\nu)} = \sum_S \left( \mathcal{J}_{\parallel}^{(\nu)} \Big|_{S=S'} + \mathcal{J}_{\parallel}^{(\nu)} \Big|_{S=-S'} \right),$$

$$\mathcal{J}_{\parallel}^{(\nu)} \Big|_{S=S'} = \frac{2G_F^2 c_v c_a}{(2\pi)^8} \int d^3\mathcal{P} f_N(\mathcal{P}) \times \int d^3k f_\nu(k) \int d^3k' (1 - f_\nu(k')) \times \times \frac{S}{\omega\omega'} (\omega' k_{\parallel}^2 - \omega k_{\parallel}'^2) \delta(\omega - \omega'), \quad (\text{B.5})$$

$$\mathcal{J}_{\parallel}^{(\nu)} \Big|_{S=-S'} = \frac{2G_F^2 c_a^2}{(2\pi)^8} \int d^3\mathcal{P} f_N(\mathcal{P}) \times \int d^3k f_\nu(k) \int d^3k' (1 - f_\nu(k')) \times \times \frac{S}{\omega\omega'} (\omega' k_{\parallel}^2 + \omega k_{\parallel}'^2) \delta\left(\omega - \omega' - \frac{g_N S e B}{m_N}\right). \quad (\text{B.6})$$

Здесь мы воспользовались тем, что нуклонный газ является бoльцмановским, а значит  $1 - f_N \approx 1$ .

Поскольку параметр  $eB/m_N T \ll 1$ , функцию распределения начальных нуклонов можно записать в виде

$$f_N(\mathcal{P}) \approx \left(1 + \frac{g_N S e B}{2m_N T}\right) \exp\left(-\frac{\mathcal{P}^2}{2m_N T} + \eta_N\right), \quad (\text{B.7})$$

где  $\eta_N$  — нерелятивистский параметр вырождения нуклонов. Интегрируя по импульсу начальных нуклонов и пользуясь тем, что концентрация нуклонов

$$N_N \approx \frac{2}{(2\pi)^3} \int \exp\left(-\frac{\mathcal{P}^2}{2m_N T} + \eta_N\right) d^3\mathcal{P}, \quad (\text{B.8})$$

получаем для (B.5), (B.6) следующие выражения:

$$\mathcal{J}_{\parallel}^{(\nu)} \Big|_{S=S'} = \frac{G_F^2 c_v c_a}{(2\pi)^5} N_N T^6 S \left(1 + g_N S \frac{eB}{2m_N T}\right) I_1, \quad (\text{B.9})$$

$$I_1 = \int_0^\infty y^2 dy \int_0^\infty y'^2 dy' \int_{-1}^1 d\chi \int_0^{2\pi} d\varphi \int_{-1}^1 d\chi' \times \times \int_0^{2\pi} d\varphi' f_\nu(y, \chi) \left(1 - f_\nu(y', \chi')\right) \times \times \left(y(1 - \chi^2) \cos^2 \varphi - y'(1 - \chi'^2) \cos^2 \varphi'\right) \times \times \delta(y - y'), \quad (\text{B.10})$$

$$\mathcal{J}_{\parallel}^{(\nu)} \Big|_{S=-S'} = \frac{G_F^2 c_a^2}{(2\pi)^5} N_N T^6 S \left(1 + g_N S \frac{eB}{2m_N T}\right) I_2, \quad (\text{B.11})$$

$$I_2 = \int_0^\infty y^2 dy \int_0^\infty y'^2 dy' \int_{-1}^1 d\chi \times \times \int_0^{2\pi} d\varphi \int_{-1}^1 d\chi' \int_0^{2\pi} d\varphi' f_\nu(y, \chi) \left(1 - f_\nu(y', \chi')\right) \times \times \left(y(1 - \chi^2) \cos^2 \varphi + y'(1 - \chi'^2) \cos^2 \varphi'\right) \times \times \delta\left(y - y' - g_N S \frac{eB}{m_N T}\right). \quad (\text{B.12})$$

Здесь  $y = \omega/T$ ,  $y' = \omega'/T$ ,  $\chi = \cos\theta$ ,  $\chi' = \cos\theta'$ , где  $\theta, \theta'$  — углы между импульсами начального, конечного нейтрино и радиальным направлением,  $\varphi, \varphi'$  — азимутальные углы. Так как квадрат  $S$ -матричного элемента для процесса с участием антинейтрино получается заменой  $k \leftrightarrow k'$ , нетрудно заметить, что выражение для импульса, передаваемого вдоль магнитного поля в процессе рассеяния антинейтрино на нуклоне, дается формальной заменой  $c_a^2 \rightarrow -c_a^2$ :

$$\mathcal{J}_{\parallel}^{(\bar{\nu})}(c_a^2) = \mathcal{J}_{\parallel}^{(\nu)}(-c_a^2). \quad (\text{B.13})$$

Для вычисления интегралов (B.10), (B.12) необходимо использовать явный вид функции распределения нейтрино. Мы выбираем ее в виде (11):

$$f_\nu(k) = \Phi_\nu(r, \chi) F_\nu(\omega),$$

где

$$F_\nu(\omega) = \left[1 + \exp\left(\frac{\omega}{T_\nu} - \eta_\nu\right)\right]^{-1},$$

$\eta_\nu$  — подгоночный параметр.

Окончательный результат удобно выразить в терминах средних параметров нейтринного потока (23), (25), (30). При используемой функции распределения эти параметры могут быть представлены в виде

$$J_\nu = (4\pi)^{-1} \int \Phi_\nu(r, \chi) d\Omega, \quad (\text{B.14})$$

$$\langle \chi_\nu^2 \rangle = \left(\int \chi^2 \Phi_\nu(r, \chi) d\Omega\right) \times \times \left(\int \Phi_\nu(r, \chi) d\Omega\right)^{-1}, \quad (\text{B.15})$$

$$\langle \omega_\nu^n \rangle = \left(\int \omega^{n+2} F_\nu(\omega) d^3\omega\right) \times \times \left(\int \omega^2 F_\nu(\omega) d^3\omega\right)^{-1}. \quad (\text{B.16})$$

В целях полноты изложения мы приводим результат вычисления вкладов в плотность силы от разных поляризаций нуклонов отдельно:

$$\sum_S \mathcal{J}_{\parallel}^{(\nu)} \Big|_{S=S'} = -\frac{G_F^2 g_N c_v c_a}{2\pi} \times \times \frac{eB}{m_N T} N_N N_\nu \langle \omega_\nu^3 \rangle \left( \langle \chi_\nu^2 \rangle - \frac{1}{3} \right), \quad (\text{B.17})$$

$$\sum_S \mathcal{J}_{\parallel}^{(\nu)} \Big|_{S=-S'} = -\frac{G_F^2 g_N c_a^2}{2\pi} \frac{eB}{m_N T} N_N N_\nu \times \times \left[ T \langle \omega_\nu^2 \rangle \left( \langle \chi_\nu^2 \rangle - \frac{1}{3} \right) - \left( \langle \omega_\nu^3 \rangle - 5T \langle \omega_\nu^2 \rangle \right) \times \times \left( \frac{5}{3} - \langle \chi_\nu^2 \rangle \right) + 2J_\nu \left( \langle \omega_\nu^3 \rangle - 5T_\nu \langle \omega_\nu^2 \rangle \right) \times \times \left( 1 - \langle \chi_\nu^2 \rangle \right) \right]. \quad (\text{B.18})$$

Нетрудно убедиться, что каждое из этих выражений равно нулю в случае теплового равновесия нейтрино со средой ( $T_\nu = T$ ,  $J_\nu = 1$ ,  $\langle \chi_\nu^2 \rangle = 1/3$ ), как следует из фундаментальных физических принципов.

### ЛИТЕРАТУРА

1. Г. С. Бисноватый-Коган, *Астрон. ж.* **47**, 813 (1970); Г. С. Бисноватый-Коган, *Физические проблемы теории звездной эволюции*, Наука, Москва (1989).
2. S. E. Woosley, *Astrophys. J.* **405**, 473 (1993); A. MacFadyen and S. E. Woosley, *Astrophys. J.* **524**, 262 (1999).
3. M. Ruffert and H.-T. Janka, *Astron. and Astrophys.* **338**, 535 (1998).
4. H. C. Spruit, *Astron. and Astrophys.* **341**, L1 (1999).
5. G. G. Raffelt, *Stars as Laboratories for Fundamental Physics*, Univ. of Chicago Press (1996).
6. S. A. Colgate and R. H. White, *Astrophys. J.* **143**, 626 (1966).
7. D. K. Nadyozhin, *Astrophys. Space Sci.* **49**, 399 (1977); **51**, 283 (1977); **53**, 131 (1978).
8. R. C. Duncan and C. Thompson, *Astrophys. J.* **392**, L9 (1992).
9. C. Kouveliotou, T. Strohmayer, K. Hurley et al., *Nature* **393**, 235 (1998).
10. X.-D. Li and E. P. J. van den Heuvel, *Astrophys. J.* **513**, L45 (1999).
11. Г. С. Бисноватый-Коган, С. Г. Моисеенко, *Астрон. ж.*, **69**, 563 (1992).
12. W. Kluzniak and M. Ruderman, *Astrophys. J.* **508**, L113 (1998).
13. G. S. Bisnovatyi-Kogan, *Astron. Astrophys. Transactions* **3**, 287 (1993).
14. Н. Н. Чугай, *Письма в Астрон. ж.* **10**, 210 (1984).
15. О. Ф. Дорофеев, В. Н. Родионов, И. М. Тернов, *Письма в ЖЭТФ* **40**, 159 (1984).
16. А. А. Гвоздев, И. С. Огнев, *Письма в ЖЭТФ* **69**, 337 (1999).
17. A. Kusenko, G. Segre, and A. Vilenkin, *Phys. Lett. B* **437**, 359 (1998).
18. S. J. Hardy and D. B. Melrose, *Astrophys. J.* **480**, 705 (1997).
19. F. Arras and D. Lai, *Phys. Rev. D* **60**, 043001 (1999).
20. D. A. Baiko and D. G. Yakovlev, *Astron. and Astrophys.* **342**, 192 (1999).
21. L. B. Leinson and A. Perez, *JHEP* 9809:20 (1998).
22. G. Raffelt and D. Seckel, *Phys. Rev. D* **52**, 1780 (1995).
23. S. Yamada, H.-T. Janka, and H. Suzuki, *Astron. and Astrophys.* **344**, 533 (1999).
24. D. Lai and Y.-Z. Qian, *Astrophys. J.* **505**, 844 (1998).
25. А. В. Кузнецов, Н. В. Михеев, *ЖЭТФ* **118**, 863 (2000).
26. R. Popham, S. E. Woosley, and C. Fryer, *Astrophys. J.* **518**, 356 (1999).
27. H. C. Spruit, *Astron. and Astrophys.* **349**, 189 (1999).
28. В. Б. Берестецкий, Е. М. Лифшиц, Л. П. Пятаевский, *Квантовая электродинамика*, Наука, Москва (1989).