

ЭЛЕКТРОМАГНИТНО-ИНДУЦИРОВАННАЯ ПРОЗРАЧНОСТЬ В ВЫРОЖДЕННЫХ ДВУХУРОВНЕВЫХ СИСТЕМАХ

И. В. Зеленский, В. А. Миронов*

*Институт прикладной физики Российской академии наук
603950, Нижний Новгород, Россия*

Поступила в редакцию 23 декабря 2001 г.

В рамках формализма векторов состояний исследована эволюция электромагнитной волны с медленно-меняющейся поляризацией, резонансно взаимодействующей со средой из вырожденных двухуровневых атомов в условиях электромагнитно-индуцированной прозрачности. Показано, что амплитуда волнового поля распространяется в такой среде со скоростью света. Для параметра поляризации получено уравнение, допускающее решение в виде простой волны. Найдена длина опрокидывания. Показано, что скорость распространения волны поляризации может быть существенно меньше скорости света. Предложенный подход является общим для двухуровневых систем с произвольным вырождением. Детально исследован случай системы, вырожденной по магнитным подуровням. Найдена зависимость скорости распространения поляризационной структуры от амплитуды и поляризации при произвольной кратности вырождения уровней. Обсуждается эволюция поляризационной структуры в такой среде.

PACS: 42.50.Gy, 42.25.Ja

1. ВВЕДЕНИЕ

Открытие когерентного пленения населенности и связанной с ним электромагнитно-индуцированной прозрачности [1–3] стимулировало развитие новых тенденций в оптике резонансных сред. Формирование окна прозрачности при резонансном взаимодействии волновых полей в многоуровневых системах сопровождается, очевидно, заметным удлинением трассы распространения лазерного излучения. Сильная дисперсия в условиях электромагнитно-индуцированной прозрачности приводит к аномально сильному замедлению сигнального импульса в поле волны накачки. При специальном режиме управления излучением возможна и «остановка света», т. е., фактически, реализация оптической памяти [4, 5]. Сочетание малой скорости распространения волнового пакета и удлинения трассы взаимодействия полей в резонансных условиях делает режим электромагнитно-индуцированной прозрачности перспективным для исследования нелинейных эффектов. Особый интерес приобретает исследова-

ние соответствующих процессов при малом числе фотонов [6].

Теоретическое рассмотрение этого режима обычно проводится на основе скалярных уравнений для поля. Влияние поляризации электромагнитных волн на вероятности переходов довольно очевидно, и проявляется, естественно, при экспериментальном исследовании электромагнитно-индуцированной прозрачности в «трехуровневых» системах. Роль поляризации становится определяющей в системах с вырождением. При этом поведение системы начинает существенно зависеть от взаимной ориентации поляризаций оптических полей [7–9]. Это связано с пленением населенности в темном состоянии — не взаимодействующей с полем суперпозиции подуровней. Существование темного состояния и пленение населенности в нем является общим свойством вырожденных систем и хорошо изучено. В частности, когерентное пленение населенности в двухуровневой системе, вырожденной по магнитным подуровням, взаимодействующей с поляризованным излучением, детально исследовано в первых работах по теории этого явления [10, 11].

Таким образом, для исследования особенностей поляризационных эффектов на первом этапе

*E-mail: zelensky@appl.sci-nnov.ru

естественно рассмотреть режим электромагнитно-индуцированной прозрачности в рамках простой модели двухуровневой вырожденной системы. В этом случае каналы возбуждения разделяются за счет различных поляризаций, действующих на систему электромагнитных волн, а возникающие конфигурации определяются правилами отбора для переходов между подуровнями. Важно отметить, что близость, а в случае точного резонанса даже равенство, частот используемых полей в таких схемах позволяет в случае спутного распространения фактически свести к нулю доплеровское уширение соответствующего электромагнитно-индуцированной прозрачности двухфотонного перехода. Кроме того, возможность использования общего источника взаимодействующих волн позволяет существенно улучшить когерентность возбуждающих воздействий, что оказывает положительное влияние на наблюдаемые характеристики. Это делает вырожденные системы удобными для наблюдения электромагнитно-индуцированной прозрачности. В частности, так называемая остановка света [4] получена на переходе $5s_{1/2}, F = 2 \leftrightarrow 5p_{1/2}, F = 1$ для ^{87}Rb с использованием поляризованного излучения. Следует отметить, что явление электромагнитно-индуцированной прозрачности в системах, вырожденных по магнитному квантовому числу, предлагается использовать в спектроскопических приложениях [8], а также для измерения слабых магнитных полей [12]. Особый интерес представляет использование такой модели для исследования возбуждения поляризационно сжатого состояния света [13].

При изучении электромагнитно-индуцированной прозрачности, как правило, рассматривается поведение слабой сигнальной волны в присутствии сильной волны накачки. В вырожденной системе такой подход модифицируется следующим образом. Поле любой заданной поляризации можно рассматривать как накачку, а его изменение как сигнальную волну. Целью данной работы является исследование эволюции волнового поля с медленноменяющейся поляризацией, резонансно взаимодействующего со средой из вырожденных двухуровневых атомов. При этом предлагается исследовать поведение интенсивности и параметра поляризации при распространении волны через такую среду. Предложенный подход оказался удобным для описания двухуровневых вырожденных систем независимо от числа и конкретной структуры подуровней. Работа построена следующим образом. В разд. 2 приведены основные уравнения и обсуждаются приближения использу-

емой в работе модели. Раздел 3 посвящен анализу процессов в Λ -схеме с поляризационным разделением нижних уровней. В разд. 4 рассматривается произвольная многократно вырожденная двухуровневая система. В разд. 5 развитый в работе общий подход применяется к важному частному случаю двухуровневой системы, вырожденной по магнитным подуровням. В Заключении приводится краткая сводка и обсуждение полученных результатов.

2. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ. ОСНОВНЫЕ УРАВНЕНИЯ

Рассмотрим двухуровневую вырожденную систему (см. рис. 1), резонансно взаимодействующую с полем

$$\mathbf{E}(z, t) = \boldsymbol{\varepsilon}(z, t) \exp(-i\omega t + ikz) + \text{с.с.}, \quad (2.1)$$

где ω — частота перехода, $\boldsymbol{\varepsilon}(z, t)$ — медленная амплитуда. Волновую функцию системы будем искать в виде

$$\psi(\mathbf{r}, t) = \sum_{i=1}^N a_i \psi_i(\mathbf{r}) + \sum_{j=1}^M b_j \chi_j(\mathbf{r}) \exp(-i\omega t + ikz), \quad (2.2)$$

здесь за начало отсчета выбрана энергия нижнего уровня, $\{\psi_1(\mathbf{r}), \dots, \psi_N(\mathbf{r})\}$, $\{\chi_1(\mathbf{r}), \dots, \chi_M(\mathbf{r})\}$ — некоторые ортонормированные базисы соответственно на нижнем и верхнем уровнях, a_i, b_j — нестационарные амплитуды вероятностей.

Система уравнений для амплитуд вероятностей a_i, b_j , дополненная учетом спонтанного распада верхнего уровня, запишется как

$$\dot{a}_i = \frac{i}{\hbar} \sum_{j=1}^M b_j (\mathbf{d}_{ij} \cdot \boldsymbol{\varepsilon})^*, \quad (2.3)$$

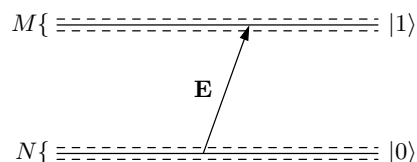


Рис. 1. Двухуровневая вырожденная система, резонансно взаимодействующая с полем \mathbf{E} , M и N — кратности вырождения, соответственно, верхнего и нижнего уровней

$$\dot{b}_j = \frac{i}{\hbar} \sum_{i=1}^N a_i (\mathbf{d}_{ij} \cdot \boldsymbol{\varepsilon}) - \gamma b_j, \quad (2.4)$$

$\mathbf{d}_{ij} = \int \psi_i^* \mathbf{d} \chi_j d^3r$ — дипольные моменты соответствующих переходов, γ — константа распада, член $-\gamma b_j$ введен для описания процесса релаксации населенности верхнего уровня, точкой обозначена частная производная по времени.

Для описания пространственно-временной эволюции поля воспользуемся укороченным волновым уравнением

$$\left[\frac{\partial}{\partial z} + \frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} \right] \boldsymbol{\varepsilon} = i\nu \sum_{i,j} a_i^* b_j \mathbf{d}_{ij}, \quad (2.5)$$

где $\nu = 2\pi N\omega/c$, N — концентрация атомов.

Для дальнейшего анализа удобно разложить медленную амплитуду поля $\boldsymbol{\varepsilon}$ по некоторому ортонормированному базису $\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2$ в плоскости, перпендикулярной направлению распространения:

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \varepsilon_1 \mathbf{e}_1 + \varepsilon_2 \mathbf{e}_2. \quad (2.6)$$

В результате (2.3)–(2.5) перепишутся в виде

$$\left[\frac{\partial}{\partial z} + \frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} \right] \varepsilon_1 = i\nu (\mathbf{a} \cdot \hat{D}_1 \mathbf{b}), \quad (2.7)$$

$$\left[\frac{\partial}{\partial z} + \frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} \right] \varepsilon_2 = i\nu (\mathbf{a} \cdot \hat{D}_2 \mathbf{b}), \quad (2.8)$$

$$\dot{\mathbf{a}} = \frac{i}{\hbar} (\varepsilon_1^* \hat{D}_1 + \varepsilon_2^* \hat{D}_2) \mathbf{b}, \quad (2.9)$$

$$\dot{\mathbf{b}} = \frac{i}{\hbar} (\varepsilon_1 \hat{D}_1^+ + \varepsilon_2 \hat{D}_2^+) \mathbf{a} - \gamma \mathbf{b}, \quad (2.10)$$

где $(\hat{D}_1)_{ij} = (\mathbf{e}_1 \cdot \mathbf{d}_{ij})$, $(\hat{D}_2)_{ij} = (\mathbf{e}_2 \cdot \mathbf{d}_{ij})$ (скалярное произведение введено здесь как $(\mathbf{p} \cdot \mathbf{q}) = p_i^* q_i$).

Отсюда для стационарного поля ($\varepsilon_1 = \text{const}$, $\varepsilon_2 = \text{const}$) можно сделать следующий вывод. Если кратность вырождения нижнего уровня превышает кратность вырождения верхнего, то на нижнем уровне всегда найдется состояние, не взаимодействующее с полем — так называемое темное состояние, удовлетворяющее соотношению

$$(\varepsilon_1 \hat{D}_1^+ + \varepsilon_2 \hat{D}_2^+) \mathbf{a} = 0. \quad (2.11)$$

Этому соотношению соответствует незаселенный верхний уровень

$$\mathbf{b} = 0. \quad (2.12)$$

При этом правые части в уравнениях для поля (2.7), (2.8) приравниваются нулю, т. е. среда не взаимодействует с полем. Процессы релаксации в системе обеспечивают устойчивость темного состояния.

Таким образом, в случае стационарных полей в системе возникнет когерентное пленение населенности в темном состоянии и связанная с ним электромагнитно-индуцированная прозрачность. В дальнейшем при описании эволюции волнового поля, медленного на временах установления когерентного пленения населенности, воспользуемся адиабатическим приближением для анализа отклика среды.

Отметим, что в рамках предложенного подхода к описанию эволюции квантовой системы с упрощенным учетом релаксации нельзя корректно описать процессы глубокой перестройки населенности в системе и связанное с ним установление когерентного пленения населенности. Действительно, член $-\gamma \mathbf{b}$ в уравнении (2.10) описывает, по сути, отток населенности из системы. При этом не учитывается как релаксация населенности с верхнего уровня на нижний, так и процессы релаксации внутри «уровней». Однако рассмотрение соответствующих процессов в системах Λ -типа на основе формализма матрицы плотности приводит к следующему выводу [1]. Если в начальный момент времени система находится в состоянии когерентного пленения населенности, медленное (в масштабе времени релаксации) изменение полей сопровождается адиабатической перестройкой темного состояния. Точнее, при поле больше порогового для когерентного пленения населенности эволюция системы протекает независимо от величины констант релаксации.

3. ПОЛЯРИЗАЦИОННАЯ Λ -СХЕМА

Для иллюстрации особенностей задачи рассмотрим сначала случай, когда нижний уровень двукратно вырожден, а верхний невырожден, т. е. так называемую Λ -схему энергетических уровней с поляризационным разделением каналов возбуждения. В этом случае нетрудно получить явное выражение для темного состояния. Пусть для простоты дипольные моменты переходов между нижними подуровнями равны и ортогональны ($|\mathbf{d}_1| = |\mathbf{d}_2| = d$, $(\mathbf{d}_1 \cdot \mathbf{d}_2) = 0$). В проекциях на ортогональные направления

$$\mathbf{e}_1 = \frac{\mathbf{d}_1}{d}, \quad \mathbf{e}_2 = \frac{\mathbf{d}_2}{d} \quad (3.1)$$

уравнения (2.7)–(2.10) перепишутся в виде

$$\left[\frac{\partial}{\partial z} + \frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} \right] \varepsilon_1 = i\nu d a_1^* b, \quad (3.2)$$

$$\left[\frac{\partial}{\partial z} + \frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} \right] \varepsilon_2 = i\nu d a_2^* b, \quad (3.3)$$

$$\dot{a}_1 = \frac{id}{\hbar} \varepsilon_1^* b, \quad (3.4)$$

$$\dot{a}_2 = \frac{id}{\hbar} \varepsilon_2^* b, \quad (3.5)$$

$$\dot{b} = \frac{id}{\hbar} (\varepsilon_1 a_1 + \varepsilon_2 a_2) b - \gamma b. \quad (3.6)$$

В случае стационарных полей система материальных соотношений (3.4)–(3.6) имеет собственные значения $\lambda_1 = 0$, $\lambda_{2,3} = -\gamma/2 \pm \sqrt{\gamma^2/4 - d^2|\varepsilon|^2/\hbar^2}$, где $|\varepsilon|^2 = |\varepsilon_1|^2 + |\varepsilon_2|^2$. Видно, что $\text{Re} \lambda_{2,3} < 0$. Таким образом, за время $\tau_R = 1/\min(|\text{Re} \lambda_{2,3}|)$ будет устанавливаться темное не взаимодействующее с полем состояние, отвечающее нулевому собственному значению, для которого

$$a_1 \varepsilon_1 + a_2 \varepsilon_2 = 0, \quad b = 0. \quad (3.7)$$

Для полей, много меньших насыщающих переход $\Omega \ll \gamma$ ($\Omega = |d/\hbar - \text{частота Раби}$), время установления темного состояния равно

$$\tau_R = \gamma/\Omega^2. \quad (3.8)$$

Следует отметить, что в более реальных моделях необходимо учитывать процессы релаксации внутри нижнего уровня, приводящие, в конечном счете, к разрушению когерентного пленения населенности (3.7). В этом случае время жизни темного состояния можно оценить как

$$\tau_s = \Gamma^{-1}, \quad (3.9)$$

где Γ — константа релаксационных процессов внутри нижнего уровня.

Из сравнения (3.8) и (3.9) видно, что индуцированный полем процесс установления состояния (3.7) преобладает над его «спонтанным» разрушением (3.9) при полях

$$\Omega^2 \gg \Gamma\gamma. \quad (3.10)$$

Именно такое пороговое (на величину поля) условие когерентного пленения населенности возникает при корректном учете релаксации на основе формализма матрицы плотности в системах Λ -типа [1].

Для полей, много больших порогового (3.10) и плавных на масштабах τ_R , можно считать в нулевом приближении (по медленности) квазистационарные соотношения (3.7) выполненными. Поскольку в уравнения для поля (3.2), (3.3) входят произведения $a_1^* b$, $a_2^* b$, будем интересоваться нестационарной поправкой только к населенности верхнего уровня. Отметим, что из (3.4), (3.5) и (3.7) следует сохранение населенности в системе, которую естественно нормировать на единицу:

$$|a_1|^2 + |a_2|^2 = 1. \quad (3.11)$$

С учетом (3.11) в нулевом порядке теории возмущений имеем

$$a_1^{(0)} = \kappa \varepsilon_2 / \varepsilon, \quad a_2^{(0)} = -\kappa \varepsilon_1 / \varepsilon, \quad b^{(0)} = 0, \quad (3.12)$$

где κ — некоторый фазовый множитель, $|\kappa| = 1$.

Подставляя $a_1^{(0)}$, $a_2^{(0)}$ в уравнения (3.4), (3.5), нетрудно найти нестационарную поправку к b :

$$b = \frac{\hbar k}{id|\varepsilon|^3} \left(\varepsilon_1 \frac{\partial}{\partial t} \varepsilon_2 - \varepsilon_2 \frac{\partial}{\partial t} \varepsilon_1 \right). \quad (3.13)$$

Окончательно приходим к следующим самосогласованным уравнениям для поля:

$$\left[\frac{\partial}{\partial z} + \frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} \right] \varepsilon_1 = \frac{\hbar \nu}{|\varepsilon|^4} \left(\varepsilon_1 \frac{\partial}{\partial t} \varepsilon_2 - \varepsilon_2 \frac{\partial}{\partial t} \varepsilon_1 \right) \varepsilon_2^*, \quad (3.14)$$

$$\left[\frac{\partial}{\partial z} + \frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} \right] \varepsilon_2 = -\frac{\hbar \nu}{|\varepsilon|^4} \left(\varepsilon_1 \frac{\partial}{\partial t} \varepsilon_2 - \varepsilon_2 \frac{\partial}{\partial t} \varepsilon_1 \right) \varepsilon_1^*. \quad (3.15)$$

В приложении к трехуровневой Λ -схеме система уравнений (3.2)–(3.6) описывает взаимодействие бихроматического излучения в резонансной среде [14–17]. Аналитическое и численное исследования особенностей динамики спутного взаимодействия рамановского типа проведено в работах [14–16]. В частности, было показано, что адиабатическое приближение (3.14), (3.15) очень хорошо описывает эволюцию центральной части импульсов.

В приложении к нашему случаю уравнения (3.14), (3.15) удобно переписать в терминах параметра поляризации

$$q = \varepsilon_1 / \varepsilon_2 \quad (3.16)$$

и интенсивности $|\varepsilon|^2$. Окончательно имеем

$$\left[\frac{\partial}{\partial z} + \frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} \right] |\varepsilon|^2 = 0, \quad (3.17)$$

$$\left[\frac{\partial}{\partial z} + \left(\frac{1}{c} + \frac{\hbar \nu}{|\varepsilon|^2} \right) \frac{\partial}{\partial t} \right] q = 0. \quad (3.18)$$

Отсюда видно, что энергия электромагнитной волны распространяется в системе со скоростью света (как в обычной Λ -схеме), а волна поляризации с некоторой эффективной скоростью

$$V_{eff} = \left(\frac{1}{c} + \frac{\hbar \nu}{|\varepsilon|^2} \right)^{-1} = c \left(1 + \frac{W_{max}}{4W_E} \right)^{-1}, \quad (3.19)$$

где $W_{max} = N\hbar\omega$ — максимальная плотность энергии, которую можно «накачать» в среду, $W_E = |\varepsilon|^2/8\pi$ — плотность электромагнитной энергии. Таким образом, при $W_{max} \gg W_E$ скорость волны поляризации оказывается существенно меньше скорости света.

Отметим, что выражение (3.19) совпадает с выражением для скорости сигнальной волны в условиях электромагнитно-индуцированной прозрачности в присутствии мощной волны накачки с интенсивностью много больше пороговой (3.10), полученным в рамках формализма матрицы плотности [18]. Это вполне очевидно при малом изменении поляризации, которое можно рассматривать как слабую сигнальную волну. В случае сильного изменения поляризации происходящие процессы можно трактовать как резонансное рамановское рассеяние электромагнитной волны одной поляризации в другую на наведенной в среде низкочастотной когерентности. Условие адиабатичности накладывает ограничение на длину фронта перестройки L_F :

$$L_F \gg L_{min} = \tau_R V_{eff}. \quad (3.20)$$

Для полей много меньших насыщающего

$$L_{min} = \frac{\gamma \hbar c}{2\pi N \omega d^2}, \quad (3.21)$$

или в случае радиационной релаксации $\gamma = 4\omega^3 d^2 / 3\hbar c^3$ получаем

$$L_{min} = \frac{8\pi}{3\lambda^2 N}, \quad (3.22)$$

где λ — длина волны.

В частности, для экспериментов с рубидием (линии $D1$, $D2$) имеем $L_{min}(T = 300 \text{ K}) \approx 4 \cdot 10^{-1} \text{ см}$, $L_{min}(T = 350 \text{ K}) \approx 4 \cdot 10^{-3} \text{ см}$.

4. ДВУХУРОВНЕВАЯ СИСТЕМА С МНОГОКРАТНЫМ ВЫРОЖДЕНИЕМ УРОВНЕЙ

Обобщим полученные выше в адиабатическом приближении соотношения на двухуровневую многократно вырожденную систему. Будем считать, что атомная система в нулевом приближении находится в темном состоянии, т. е. выполняются соотношения (2.11), (2.12). Как и в предыдущем разделе, найдем нестационарные поправки к населенности верхнего уровня. Отметим, что из (2.9) и (2.11) следует условие сохранения населенности в системе, аналогичное (3.11):

$$|\mathbf{a}|^2 = 1. \quad (4.1)$$

Пространственно-временную эволюцию волнового поля будем описывать в терминах параметра поляризации q и интенсивности $|\varepsilon|^2$. С помощью (2.7), (2.8) и (2.11) нетрудно получить, что поведение последней описывается, как и в случае Λ -схемы, уравнением (3.17).

Перепишем уравнения (2.7)–(2.9), (2.11), выделяя параметр поляризации в явном виде:

$$\left[\frac{\partial}{\partial z} + \frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} \right] q = -\frac{i\nu}{\varepsilon_2} \left(q (\mathbf{a} \cdot \hat{D}_2 \mathbf{b}) - (\mathbf{a} \cdot \hat{D}_1 \mathbf{b}) \right), \quad (4.2)$$

$$\dot{\mathbf{a}} = \frac{i}{\hbar} \varepsilon_2^* \left(q^* \hat{D}_1 + \hat{D}_2 \right) \mathbf{b}, \quad (4.3)$$

$$\left(q \hat{D}_1^+ + \hat{D}_2^+ \right) \mathbf{a} = 0. \quad (4.4)$$

В случае, когда уравнение (4.4) имеет одномерное пространство решений, с учетом сохранения населенности (4.1) имеем

$$\mathbf{a} = \kappa \mathbf{a}_0, \quad (4.5)$$

$\mathbf{a}_0(q)$ — некоторое нормированное решение уравнения (4.4), κ — произвольный фазовый множитель, $|\kappa| = 1$.

Для нахождения поправок к населенности верхнего уровня, связанных с процессами перестройки темного состояния (4.5), продифференцируем соотношение (4.4) по времени:

$$\dot{q} \hat{D}_1^+ \mathbf{a} + \left(q \hat{D}_1^+ + \hat{D}_2^+ \right) \dot{\mathbf{a}} = 0 \quad (4.6)$$

и с учетом уравнения (4.3) получим

$$\mathbf{b} = \frac{i\hbar}{\varepsilon_2^*} \dot{q} T^{-1} \hat{D}_1^+ \mathbf{a}, \quad (4.7)$$

где

$$T(q) = \left(q \hat{D}_1^+ + \hat{D}_2^+ \right) \left(q^* \hat{D}_1 + \hat{D}_2 \right). \quad (4.8)$$

Подставляя полученное выражение (4.7) в уравнение для параметра поляризации (4.2) и используя соотношение (4.4), получим

$$\left[\frac{\partial}{\partial z} + \frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} \right] q = -\frac{\hbar\nu}{|\varepsilon|^2} (1 + |q|^2) \times \\ \times \frac{\partial q}{\partial t} \left(\left(\hat{D}_1^+ \mathbf{a}, T^{-1} \hat{D}_1^+ \mathbf{a} \right) + \left(\hat{D}_2^+ \mathbf{a}, T^{-1} \hat{D}_2^+ \mathbf{a} \right) \right). \quad (4.9)$$

При подстановке в уравнение (4.9) \mathbf{a} в виде (4.5) оказывается, что в выражение входит лишь модуль фазового множителя κ , который равен единице. Окончательно имеем

$$\left[\frac{\partial}{\partial z} + \left(\frac{1}{c} + \frac{\hbar\nu}{|\varepsilon|^2} u(q) \right) \frac{\partial}{\partial t} \right] q = 0, \quad (4.10)$$

где

$$u(q) = (1 + |q|^2) \left(\left(\hat{D}_1^+ \mathbf{a}_0, T^{-1} \hat{D}_1^+ \mathbf{a}_0 \right) + \left(\hat{D}_2^+ \mathbf{a}_0, T^{-1} \hat{D}_2^+ \mathbf{a}_0 \right) \right), \quad (4.11)$$

$\mathbf{a}_0(q)$ — некоторое (любое) нормированное решение уравнения (4.4).

Отсюда следует, что поляризационная структура поля распространяется с некоторой эффективной скоростью, зависящей от интенсивности и в общем случае от направления поляризации:

$$V_{eff} = c \left(1 + \frac{W_{max}}{4W_E} u(q) \right)^{-1}. \quad (4.12)$$

Таким образом, задача исследования эволюции волнового поля свелась к определению зависимости фактора замедления $u(q)$ от поляризации волны.

5. ПОВЕДЕНИЕ ПОЛЯРИЗАЦИИ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЙ ВОЛНЫ В УСЛОВИЯХ ЭЛЕКТРОМАГНИТНО-ИНДУЦИРОВАННОЙ ПРОЗРАЧНОСТИ В ДВУХУРОВНЕВОЙ КВАНТОВОЙ СИСТЕМЕ, ВЫРОЖДЕННОЙ ПО МАГНИТНОМУ КВАНТОВОМУ ЧИСЛУ

В качестве приложения теории, развитой в предыдущем пункте, рассмотрим резонансное взаимодействие поляризованного излучения с квантовой системой, вырожденной по магнитным подуровням. Пусть нижний и верхний уровни рассматриваемой двухуровневой системы соответствуют состояниям с моментами импульса соответственно L_0 и L_1 , тогда в отсутствие магнитного поля они оказываются $2L_0 + 1$ - и $2L_1 + 1$ -кратно вырождены по проекции момента импульса (так называемое зеемановское вырождение или вырождение по магнитному квантовому числу). Данный пример является практически важным, в частности, для переходов между подуровнями сверхтонкой структуры, широко используемых для получения электромагнитно-индуцированной прозрачности. В соответствии с правилами отбора возможны переходы с

$$\Delta L = L_1 - L_0 = -1, 0, +1. \quad (5.1)$$

Анализ когерентного пленения населенности в данной ситуации проведен в [10]. В приложении к рассматриваемой нами задаче результаты [10] можно представить в следующем виде. Система подуровней

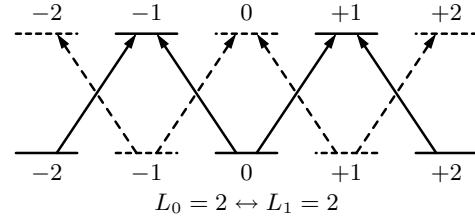
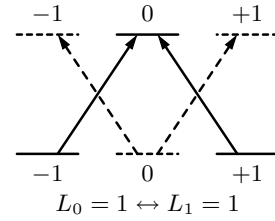


Рис. 2. Схемы некоторых из переходов с $\Delta L = 0$ и целым моментом импульса. Подсистемы, в которых возможно когерентное пленение населенности (Λ -тип), изображены сплошными линиями, подсистемы, в которых оно невозможно (V -тип) — штриховыми

распадается на две невзаимодействующие (без учета процессов релаксации между подуровнями) подсистемы. При этом при

а) $\Delta L = +1$ в обеих подсистемах когерентное пленение населенности невозможно.

б) $\Delta L = 0$ в системах с полуцелым моментом в обеих системах когерентное пленение населенности для произвольной поляризации поля невозможно; в системах с целым моментом, кроме особого случая $L_0 = 0 \leftrightarrow L_1 = 0$, когда переход запрещен, в одной из систем когерентное пленение населенности невозможно (система V -типа), в другой возможно (система Λ -типа).

в) $\Delta L = -1$ в обеих подсистемах когерентное пленение населенности возможно (системы Λ -типа). В этом случае подсистемы дают аддитивный вклад в уравнение для поля и, соответственно, в выражение для фактора замедления. (Особый случай $L_0 = 1 \leftrightarrow L_1 = 0$: Λ -схема + «карман» $|L_0 = 1, L_{0z} = 0\rangle$, не взаимодействующий с полем любой поляризации).

В рамках предложенного подхода оказывается возможным рассматривать подсистемы отдельно. Их отклики аддитивно входят в уравнение для поля и, соответственно, в выражение для фактора замедления (4.11). В результате выражение для последнего переписывается как

$$u(q) = n_a u_a(q) + n_b u_b(q). \quad (5.2)$$

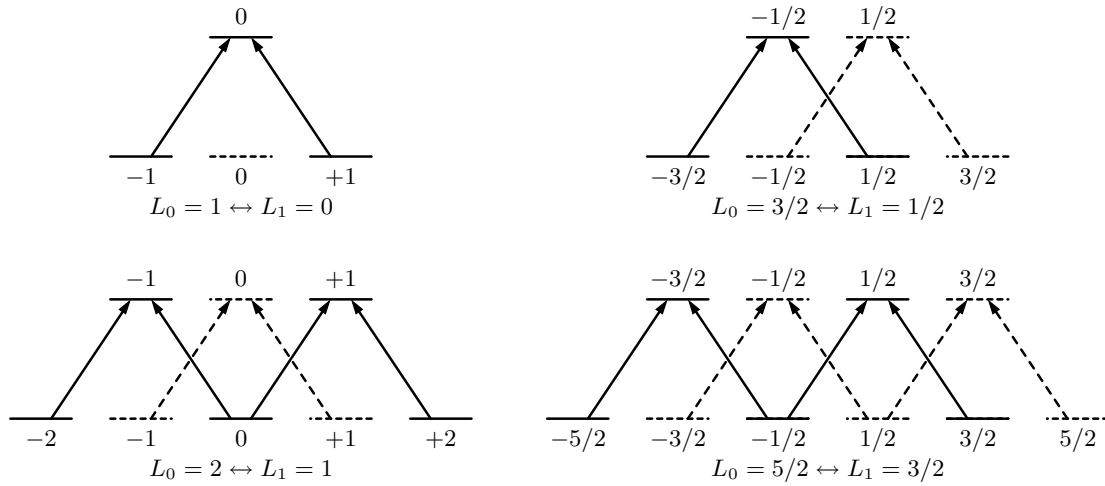


Рис. 3. Схемы некоторых из переходов с $\Delta L = -1$. В обеих подсистемах (изображены сплошными и штриховыми линиями) возможно когерентное пленение населенности (Λ -тип). Особый случай $L_0 = 1 \leftrightarrow L_1 = 0$. Данный переход распадается на Λ -схему (сплошная линия) и «карман» — изолированный подуровень $|L_0 = 1, L_{0z} = 0\rangle$ (штриховая линия)

Здесь $u_a(q), u_b(q)$ — факторы замедления, n_a, n_b — населенности соответственно подсистем a и b . Заметим, что в соответствии с (4.1) величины n_a и n_b сохраняются.

Приведем для иллюстрации схемы некоторых переходов, в которых возможно когерентное пленение населенности (рис. 2, 3). На приведенных рисунках цифрами обозначены проекции момента импульса, соответствующие подуровням. Ось квантования выбрана вдоль направления распространения волны, следовательно, поле не имеет проекции на ось квантования. Переходы с $\Delta L_z = -1$ соответствуют левой круговой поляризации σ_- , а $\Delta L_z = +1$ — правой σ_+ . Важно отметить, что во всех рассматриваемых подсистемах, в которых существует темное состояние (системы Λ -типа), число нижних подуровней на единицу превышает число верхних, и размерность темного состояния равна единице.

Воспользуемся далее подходом, развитым нами для систем с одномерным темным состоянием, для анализа двухуровневых систем, вырожденных по магнитным подуровням.

При описании переходов между магнитными подуровнями удобно выбрать в качестве базисных поляризаций правую и левую циркулярные поляризации электрического поля:

$$\mathbf{e}_1 = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ i \end{pmatrix}, \quad (5.3)$$

$$\mathbf{e}_2 = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ -i \end{pmatrix}. \quad (5.4)$$

В этом случае для дипольных моментов переходов получаем

$$\begin{aligned} (\hat{D}_1)_{ij} &= \mathbf{e}_1 \cdot \mathbf{d}_{ij} = \frac{1}{\sqrt{2}} \hat{d}_{-ij} = \\ &= \frac{1}{\sqrt{2}} \int \psi_i^* \hat{d}_- \chi_j d^3r, \end{aligned} \quad (5.5)$$

$$\begin{aligned} (\hat{D}_2)_{ij} &= \mathbf{e}_2 \cdot \mathbf{d}_{ij} = \frac{1}{\sqrt{2}} \hat{d}_{+ij} = \\ &= \frac{1}{\sqrt{2}} \int \psi_i^* \hat{d}_+ \chi_j d^3r, \end{aligned} \quad (5.6)$$

где

$$\hat{d}_+ = \hat{d}_x + i\hat{d}_y, \quad (5.7)$$

$$\hat{d}_- = \hat{d}_x - i\hat{d}_y. \quad (5.8)$$

Оказывается, что при таком выборе фактор замедления зависит только от модуля поляризационного параметра

$$u(q) = u(|q|). \quad (5.9)$$

Это, по-видимому, связано с аксиальной симметрией собственных функций магнитных подуровней относительно оси квантования (которую мы выбрали

Рис. 4. Зависимость фактора замедления от параметра поляризации для одной из подсистем перехода $L_0 = 2 \leftrightarrow L_1 = 1$ (соответствует подсистеме, изображенной сплошной линией на рис. 3)

совпадающей с направлением распространения волны, z). Для иллюстрации на рис. 4 приведен график $u(q)$, рассчитанный по формулам (4.11), (4.8), (4.4) для одной из двух подсистем Λ -типа, образованной тремя подуровнями нижнего уровня и двумя верхнего перехода $L_0 = 2 \leftrightarrow L_1 = 1$ (рис. 3, подсистема, изображенная сплошной линией). Радиальная симметрия $u(q)$ подтверждает сделанный вывод (5.9). Кроме того, оказалось, что фактор замедления зависит не от абсолютной величины дипольного момента, а только от соотношений моментов переходов между различными подуровнями. Это легко объяснить следующим образом. Если умножить матрицы \hat{D}_1 и \hat{D}_2 на некоторый множитель, то при подстановке в формулы (4.8), (4.11) он сократится. Очевидно также, что, так как фактор замедления зависит только от модуля q , он не изменится при умножении одной из матриц \hat{D} на число по модулю равное единице. Действительно, такое изменение матрицы дипольных моментов эквивалентно умножению поляризационного параметра q в выражениях для нахождения $u(q)$ (4.4), (4.8), (4.11) на соответствующий фазовый множитель. Отличные от нуля матричные элементы переходов между магнитными

подуровнями равны [19]:

$$\begin{aligned} & \langle n', L, M - 1 | \hat{d}_- | n, L, M \rangle = \\ & = \sqrt{\frac{(L - M + 1)(L + M)}{L(L + 1)(2L + 1)}} \langle n', L \| \hat{d} \| n, L \rangle, \end{aligned} \quad (5.10)$$

$$\begin{aligned} & \langle n', L, M - 1 | \hat{d}_- | n, L - 1, M \rangle = \\ & = \sqrt{\frac{(L - M + 1)(L - M)}{L(2L - 1)(2L + 1)}} \times \\ & \quad \times \langle n', L \| \hat{d} \| n, L - 1 \rangle, \end{aligned} \quad (5.11)$$

$$\begin{aligned} & \langle n', L - 1, M - 1 | \hat{d}_- | n, L, M \rangle = \\ & = -\sqrt{\frac{(L + M - 1)(L + M)}{L(2L - 1)(2L + 1)}} \times \\ & \quad \times \langle n', L - 1 \| \hat{d} \| n, L \rangle, \end{aligned} \quad (5.12)$$

$$\begin{aligned} & \langle n', L', M' | \hat{d}_+ | n, L, M \rangle = \\ & = \langle n, L, M | \hat{d}_- | n', L', M' \rangle^*, \end{aligned} \quad (5.13)$$

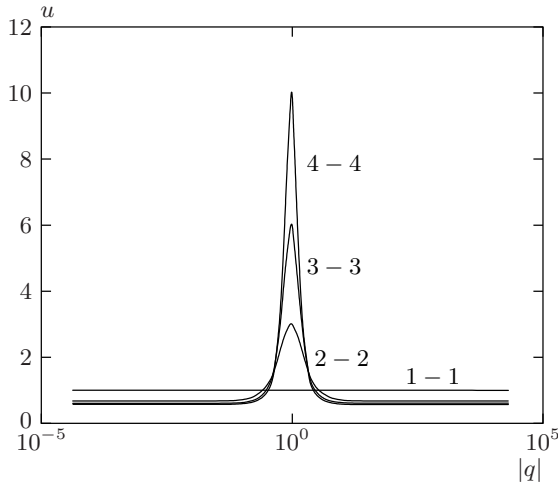


Рис. 5. Зависимость фактора замедления от модуля параметра поляризации для некоторых переходов с $\Delta L = 0$ и целым моментом импульса

где $\langle n', L' || \hat{d} || n, L \rangle = \langle n, L || \hat{d} || n', L' \rangle^*$ — приведенные матричные элементы.

Из сказанного выше следует, что фактор замедления $u(q)$ не зависит от величин приведенных матричных элементов. Таким образом, поведение волнового поля в адиабатическом приближении будет одинаковым для различных веществ, независимо от дипольного момента перехода.

Далее приведем результаты расчета фактора замедления $u(q)$ на основе (5.10)–(5.13) для различных переходов в условиях когерентного пленения населенности.

а) $\Delta L = 0$, L — целый. В этом случае будем считать, что в процессе установления когерентного пленения населенности происходит оптическая откачка населенности из подсистемы, не обладающей темным состоянием (см. рис. 2). Отклик среды в этом случае определяется подсистемой с когерентным пленением населенности. Вид фактора замедления, соответствующего таким подсистемам, для некоторых небольших значений момента импульса приведен на рис. 5. Видно, что фактор замедления обладает симметрией относительно замены левой круговой поляризации на правую и наоборот (что соответствует замене $q \rightarrow 1/q$). Данная симметрия согласуется с исходной симметрией системы (см. рис. 3). Для перехода $L_0 = 1 \leftrightarrow L_1 = 1$ величина $u(|q|) = 1$. Для остальных максимум фактора замедления и, следовательно, минимум скорости волны поляризации соответствует линейной поляризации ($|q| = 1$), минимум фактора замедления и максимум скорости — круговым ($|q| = 0, |q| = \infty$).

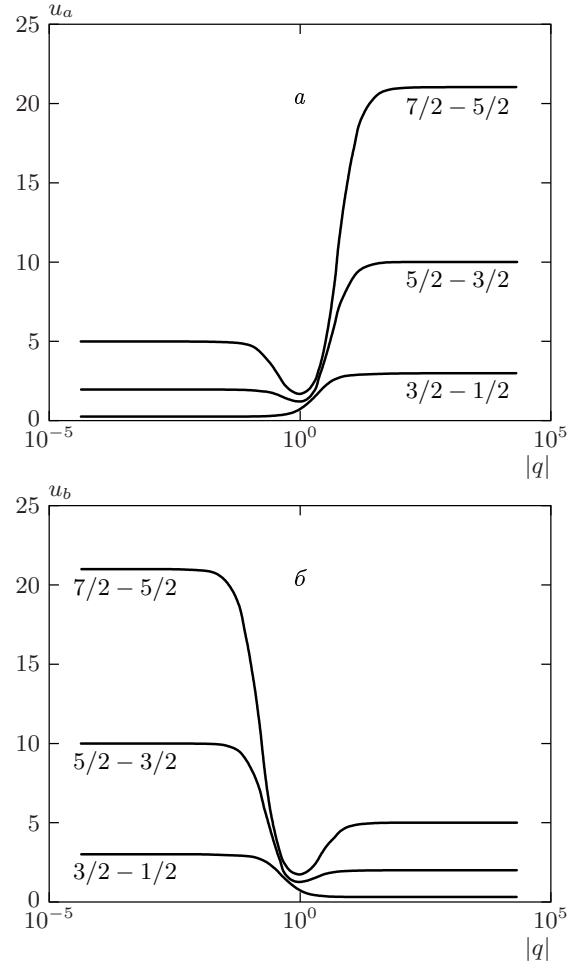


Рис. 6. Факторы замедления одной из подсистем для некоторых переходов с $\Delta L = -1$ и полуцелым моментом импульса: *a* соответствует сплошным линиям на рис. 3, *б* — штриховым

б) $\Delta L = -1$. В этом случае обе подсистемы (см. рис. 3) дают аддитивный вклад в замедление (5.2). Зависимости фактора замедления от модуля параметра поляризации для двух различных подсистем некоторых переходов с полуцелым моментом импульса приведены соответственно на рис. 6*а* и 6*б*. Видно, что при замене правой круговой поляризации на левую ($q \rightarrow 1/q$) рис. 6*а* переходит в рис. 6*б*, что соответствует исходной симметрии подсистем. На рис. 3 видно, что для полуцелого момента импульса при такой замене одна подсистема переходит в другую и наоборот.

Аналогичные зависимости для переходов с целым моментом импульса приведены на рис. 7*а* и 7*б*, в этом случае подсистемы (см. рис. 3) и соответствующие им факторы замедления оказываются

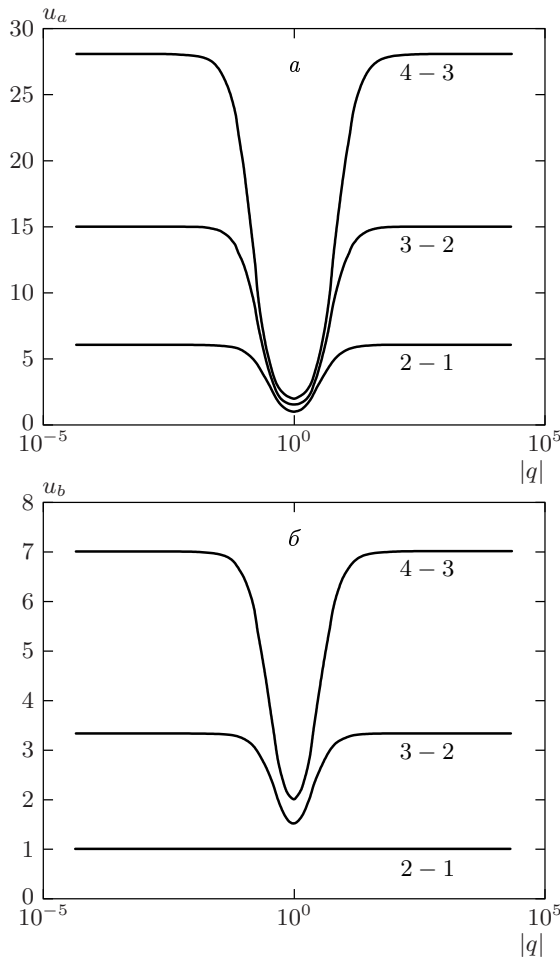


Рис. 7. Факторы замедления одной из подсистем для некоторых переходов с $\Delta L = -1$ и целым моментом импульса: *a* соответствует сплошным линиям на рис. 3, *б* — штриховым

симметричными относительно замены правой круговой поляризации на левую. Особо следует отметить переход $L_0 = 1 \leftrightarrow L_1 = 0$, не отображенный на рис. 7*a, б*, он распадается на (см. рис. 3) Λ -схему, для которой $u_\Lambda(q) = 1$, и «карман» — подуровень $|L_0 = 1, L_{0,z} = 0\rangle$, не взаимодействующий с полем любой поляризации.

В соответствии с (5.2), для получения суммарного фактора замедления соответствующего перехода необходимо сложить факторы замедления входящих в него подсистем с весовыми коэффициентами, представляющими собой населенности этих подсистем. Естественно предположить, что населенность разделится между подсистемами пропорционально числу подуровней на их нижнем уровне. Полученная при таком предположении зависимость фактора

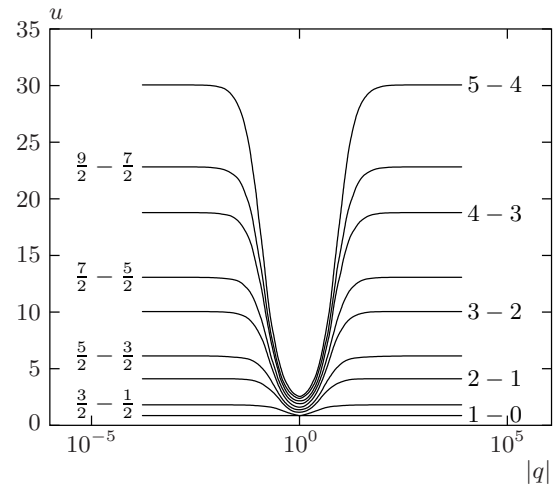


Рис. 8. Зависимость суммарного фактора замедления от модуля параметра поляризации для некоторых переходов с $\Delta L = -1$

замедления от модуля параметра поляризации приведена на рис. 8. Суммарный фактор замедления, как и в случае переходов с $\Delta L = 0$, симметричен относительно замены левой круговой поляризации на правую и наоборот ($q \rightarrow 1/q$), что соответствует исходной симметрии квантовой системы. Для перехода $L_0 = 1 \leftrightarrow L_1 = 0$ имеем $u(|q|) = \text{const.}$ Для остальных максимум фактора замедления и, следовательно, минимум скорости волны поляризации соответствуют круговым поляризациям ($|q| = 0, |q| = \infty$), минимум фактора замедления и максимум скорости — линейной ($|q| = 1$).

Таким образом, получаем, что для переходов, кроме $L_0 = 1 \leftrightarrow L_1 = 0$ и $L_0 = 1 \leftrightarrow L_1 = 1$, фактор замедления зависит от направления поляризации, в этом случае кроме замедления распространения поляризационного импульса будет происходить изменение его формы. Для дальнейшего анализа рассмотрим случай, когда замедление существенно, т. е. $W_E = W_{max}$. Отметим, что такая ситуация наиболее важна для практической реализации предсказанных эффектов. В этом случае единицей в выражении для скорости волны поляризации (4.12) и, соответственно, $1/c$ в уравнении (4.10) можно пренебречь. С учетом этого уравнение для параметра поляризации (4.10) перепишется как

$$\left[\frac{\partial}{\partial z} + \frac{W_{max}}{4W_E} u(q) \frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} \right] q = 0. \quad (5.14)$$

В случае постоянной интенсивности поля уравнение

(5.14) допускает решение в виде простой волны:

$$q = q \left(z - \frac{4W_E}{W_{max}u(q)} ct \right). \quad (5.15)$$

Для переходов с $\Delta L = 0$ максимум $u(q)$ соответствует линейной поляризации ($|q| = 1$), а минимум — круговой ($|q| = 0$, $|q| = \infty$), для переходов с $\Delta L = -1$ — наоборот. Рассмотрим для определенности переход с $\Delta L = -1$, тогда фронт перестройки линейной поляризации на круговую будет растягиваться по мере распространения, а с круговой на линейную, наоборот, сжиматься.

Длину опрокидывания можно оценить, как расстояние, на котором «быстрая» поляризация догонит «медленную»

$$L = \frac{4W_E}{W_{max}} \frac{1}{u_{max} - u_{min}} cT, \quad (5.16)$$

где T — время изменения поляризации на входе в среду.

На трассах больше длины опрокидывания необходимо учитывать дисперсионные и диссипативные эффекты.

6. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе исследована эволюция электромагнитной волны с медленно меняющейся поляризацией при резонансном взаимодействии со средой из вырожденных двухуровневых атомов в условиях электромагнитно-индуцированной прозрачности. Получено, что амплитуда волнового поля распространяется со скоростью света, в то время как волна поляризации с некоторой, вообще говоря, зависящей от интенсивности и поляризации эффективной скоростью, которая может быть существенно меньше скорости света. Предложен способ нахождения этой скорости для систем с одномерным темным состоянием. Нахождение зависимости замедления от поляризации позволяет описать изменение формы поляризационного импульса при прохождении через среду. Интересно отметить, что поведение поляризации не зависит от абсолютного значения дипольного момента перехода, а зависит только от соотношений моментов переходов между различными подуровнями. На основе предложенного подхода рассмотрен случай двухуровневой системы, вырожденной по магнитным подуровням, широко используемый в экспериментах по электромагнитно-индуцированной прозрачности. Оказалось, что для всех систем такого рода, в которых возможна электромагнитно-индуцированная прозрачность

(кроме переходов $1 \leftrightarrow 0$ и $1 \leftrightarrow 1$), скорость распространения поляризационного импульса оказывается функцией поляризации, что приводит к деформации импульса при распространении. В работе исследован вид скорости распространения для переходов с небольшим значением момента импульса.

В данной работе мы пренебрегали процессами релаксации внутри нижнего уровня, которые неизбежно возникают в реальных системах. Как известно, конечное время жизни низкочастотной когерентности приводит к порогу [1] возникновения когерентного пленения населенности и связанной с ним электромагнитно-индуцированной прозрачности. Однако тот факт, что полученные в работе результаты следуют только из факта когерентного пленения населенности в темном состоянии, позволяет считать их справедливыми для полей с интенсивностью много больше пороговой.

Для наблюдения предсказанных в работе эффектов можно предложить следующую схему, во многом аналогичную использованной в [4]. Используем лазер с некоторой фиксированной поляризацией и ячейку Поккельса для формирования излучения с изменяющейся во времени поляризацией. Сравнивая поляризационную структуру волны, прошедшей через резонансную среду, и вне этой среды, можно наблюдать задержку и изменение формы поляризационного импульса. Поскольку скорость распространения волны поляризации совпадает с групповой скоростью сигнальной волны в условиях электромагнитно-индуцированной прозрачности, условия наблюдения рассмотренных поляризационных эффектов практически соответствуют условиям других экспериментов, проводимых в вырожденных системах (см., например, работу [4]). Оценки длины фронта перестройки поляризации, накладывающие ограничения на размер образца, приведены (для рубидия) в конце разд. 3.

Авторы признательны Р. А. Ахмеджанову, Р. Л. Колесову, А. Г. Литваку и В. Е. Семенову за полезные обсуждения. Работа выполнена при поддержке РФФИ (проекты 01-02-17388 и 01-02-17779).

ЛИТЕРАТУРА

1. Б. Д. Агапьев, М. Б. Горный, Б. Г. Матисов, Ю. В. Рождественский, УФН **163**, 1 (1993).
2. М. О. Scully and M. S. Zubairy, *Quantum Optics*, Cambridge University Press (1997).

3. M. D. Lukin, P. R. Hemmer, and M. O. Scully, *Adv. Atom Mol. Opt. Phys.* **42**, 347 (2000).
4. D. F. Phillips, A. Fleischhauer, A. Mair, R. L. Walsworth, and M. D. Lukin, *Phys. Rev. Lett.* **86**(5), 783, (2001).
5. O. Kocharovskaya, Y. Rostovtsev, and M. O. Scully, *Phys. Rev. Lett.* **86**, 628 (2001).
6. M. D. Lukin and A. Imamoglu, *Phys. Rev. Lett.* **84**, 1419 (2000); S. E. Harris and A. Yamamoto, *Phys. Rev. Lett.* **81**, 3611 (1998); S. E. Harris, *Phys. Rev. Lett.* **82**, 4611 (1998).
7. A. V. Durrant, H. X. Chen, S. A. Hopkins, and J. A. Vaccaro, *Opt. Comm.* **151**, 136 (1998).
8. D. McGloin, M. H. Dunn, and D. J. Fulton, *Phys. Rev. A* **62**, 053802 (2000).
9. Y. C. Chen, Y. W. Chen, J. J. Su, J. Y. Huang, and I. A. Yu, *Phys. Rev. A* **63**, 043808 (2001).
10. В. С. Смирнов, А. М. Тумайкин, В. И. Юдин, *ЖЭТФ* **96**, 1613 (1989).
11. А. М. Тумайкин, В. И. Юдин, *ЖЭТФ* **98**, 81 (1990).
12. I. Novikova, A. V. Matsko, and G. R. Welch, *Opt. Lett.* **26**(13), 1016 (2001).
13. А. С. Чиркин, А. А. Орлов, Д. Ю. Парашук, *КЭ* **20**, 999 (1993); Д. Н. Клышко, *ЖЭТФ* **111**, 1955 (1997).
14. S. E. Harris, *Phys. Rev. Lett.* **70**, 552 (1993); S. E. Harris, *Phys. Rev. Lett.* **72**, 52 (1994).
15. J. H. Eberly, M. L. Pons, and H. R. Naq, *Phys. Rev. Lett.* **72**, 56 (1994); R. Grobe, F. T. Hioe, and J. H. Eberly, *Phys. Rev. Lett.* **73**, 3118 (1994).
16. А. В. Андреев, *ЖЭТФ* **113**, 747 (1998).
17. В.Г. Архипкин, Д. В. Манушкин, В. П. Тимофеев, *КЭ* **25**, 1084 (1998); В. Г. Архипкин, И. В. Тимофеев, *КЭ* **30**, 180 (2000).
18. S. E. Harris, J. E. Field, and A. Kasapi, *Phys. Rev. A* **46**, R29 (1992).
19. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, *Теоретическая физика*, т. 3, Квантовая механика, нерелятивистская теория, изд. четвертое, Наука, Москва (1989), с. 123.