

# ЧАСТИЧНОЕ ПО НАПРАВЛЕНИЯМ СКОРОСТЕЙ БЕЗЫНВЕРСНОЕ УСИЛЕНИЕ ИЗЛУЧЕНИЯ ИОНАМИ ВСЛЕДСТВИЕ ИХ ВРАЩЕНИЯ В МАГНИТНОМ ПОЛЕ

*А. И. Пархоменко\**

*Институт автоматики и электрометрии Сибирского отделения Российской академии наук  
630090, Новосибирск, Россия*

Поступила в редакцию 29 октября 2001 г.

Показано, что в газе ионизованных частиц при наложении внешнего магнитного поля может возникать частичное по скоростям безынверсное усиление излучения ионами вследствие их ларморовского вращения. При этом практически все ионы могут находиться в основном состоянии. Возможна такая ситуация, когда примерно половина ионов в среде будет усиливать падающее излучение. Интегральный коэффициент поглощения остается при этом положительным за счет роста поглощения излучения другой половиной ионов. Безынверсное усиление излучения возникает при выполнении условия  $\omega_c \gtrsim \Gamma^2/kv_T$  ( $\omega_c$  — циклотронная частота вращения ионов в магнитном поле;  $\Gamma$  — однородная полуширина линии поглощения ионов;  $kv_T$  — доплеровская ширина), что для атомных ионов в случае их взаимодействия с излучением оптического диапазона соответствует магнитным полям  $B \gtrsim 600$  Гс (при массе ионов  $M \sim 10$  а.е.м.). Частичное по скоростям безынверсное усиление излучения является «скрытым» эффектом в том смысле, что оно исчезает в результате усреднения по всем направлениям скоростей движения ионов. Эффект обусловлен возникновением зависящего от скорости ионов набега фазы колебаний наведенного дипольного момента ионов при их движении по циклотронной окружности.

PACS: 32.80.-t, 42.50.Gy

## 1. ВВЕДЕНИЕ

Известно, что ларморовское вращение ионов в магнитном поле может приводить к резкому изменению формы линии поглощения ионов [1–3]. А именно, при наблюдении поперек магнитного поля и при выполнении условия  $\omega_c \gtrsim \Gamma$  ( $\omega_c$  — циклотронная частота вращения ионов,  $\Gamma$  — однородная полуширина линии поглощения ионов) доплеровский контур ионной линии расщепляется на ряд эквидистантных пиков. Ширина каждого пика равна однородной ширине линии поглощения  $2\Gamma$ , расстояние между соседними пиками равно циклотронной частоте вращения ионов  $\omega_c$ . Если средний ларморовский радиус орбиты иона гораздо меньше длины волны, то линия поглощения имеет лоренцевскую форму с однородной шириной  $2\Gamma$ , которая может быть во много раз меньше доплеровской ширины [1]. Такое сужение линии возникает из-за ограничения пространственного пе-

ремещения ионов поперек магнитного поля (тем самым устраняется неоднородное доплеровское уширение) и аналогично хорошо известному столкновительному сужению спектральных линий вследствие эффекта Дикке [4–6].

Естественно предположить, что ларморовское вращение ионов в магнитном поле будет приводить также и к резкому изменению поглощения излучения ионами с фиксированным значением их скорости  $\mathbf{v}$ . Соответствующие теоретические расчеты приводят к совершенно неожиданному результату: оказывается, что в магнитном поле группы ионов с некоторыми определенными направлениями их скоростей движения усиливают падающее на среду излучение даже в том случае, когда все ионы находятся в основном состоянии.

Настоящая работа посвящена теоретическому исследованию этого явления.

\*E-mail: par@iae.nsk.su

## 2. ОБЩИЕ СООТНОШЕНИЯ

Рассмотрим газ ионизованных частиц, находящийся в постоянном однородном магнитном поле  $\mathbf{B}$ . Пусть излучение в виде бегущей монохроматической волны резонансно поглощается на переходе  $m - n$  между основным  $n$  и первым возбужденным  $m$  уровнями ионов. Ограничимся рассмотрением простейшего случая, когда можно не принимать во внимание зеемановское расщепление линии поглощения. Например, расщепления линии нет в случае простого эффекта Зеемана (равенство  $g$ -факторов Ланде комбинирующих состояний  $m, n$ ) при поперечном к магнитному полю  $\mathbf{B}$  направлении распространения излучения, линейно поляризованного вдоль  $\mathbf{B}$ .

Вероятность поглощения излучения  $P(\mathbf{v})$  на переходе  $m - n$  ( $P(\mathbf{v})$  — число актов поглощения излучения в единицу времени частицей с заданной скоростью  $\mathbf{v}$  в единичном интервале скоростей) определяется недиагональным элементом матрицы плотности  $\rho_{mn}(\mathbf{v})$  [6]

$$P(\mathbf{v}) = -\frac{2}{N} \operatorname{Re}[iG^* \rho_{mn}(\mathbf{v})], \quad (1)$$

$$|G|^2 = \frac{B_{nm}I}{2\pi}, \quad B_{nm} = \frac{\lambda^2 \Gamma_m}{4\hbar\omega},$$

где  $N$  — концентрация ионов,  $B_{nm}$  — второй коэффициент Эйнштейна для перехода  $m - n$ ,  $I$  — интенсивность излучения,  $\omega$  и  $\lambda$  — частота и длина волны излучения,  $\Gamma_m$  — скорость спонтанного распада возбужденного состояния  $m$ . При слабой интенсивности излучения в стационарных и пространственно однородных условиях  $\rho_{mn}(\mathbf{v})$  определяется из уравнения [6]

$$\left[ \frac{\Gamma_m}{2} - i(\Omega - \mathbf{k} \cdot \mathbf{v}) + \omega_c [\mathbf{v} \times \mathbf{h}] \frac{\partial}{\partial \mathbf{v}} \right] \rho_{mn}(\mathbf{v}) = S_{mn}(\mathbf{v}) + iGNW(\mathbf{v}), \quad (2)$$

где

$$\omega_c = \frac{eB}{Mc}, \quad \Omega = \omega - \omega_{mn}, \quad (3)$$

$\mathbf{h} = \mathbf{B}/B$  — единичный вектор в направлении магнитного поля,  $\mathbf{k}$  — волновой вектор излучения,  $W(\mathbf{v})$  — максвелловское распределение по скоростям,  $S_{mn}(\mathbf{v})$  — «недиагональный» интеграл столкновений,  $\omega_c$  — циклотронная частота вращения ионов,  $e$  — элементарный электрический заряд;  $M$  — масса иона,  $\omega_{mn}$  — частота перехода  $m - n$ .

Для недиагонального интеграла столкновений

$S_{mn}(\mathbf{v})$  в (2) будем использовать обычное в нелинейной спектроскопии приближение [6]

$$S_{mn}(\mathbf{v}) = -\left( \Gamma - \frac{\Gamma_m}{2} \right) \rho_{mn}(\mathbf{v}), \quad (4)$$

означающее, что столкновения полностью сбивают фазу осциллирующего дипольного момента.

Решение уравнения (2) проведем в системе координат, ось  $z$  которой направлена вдоль магнитного поля  $\mathbf{B}$ , а ось  $x$  — вдоль волнового вектора излучения  $\mathbf{k}$  (мы полагаем  $\mathbf{k} \perp \mathbf{B}$ ). При этом в пространстве скоростей удобно перейти к цилиндрической системе координат  $v_\perp, \varphi, v_z$  ( $v_x = v_\perp \cos \varphi$ ,  $v_y = v_\perp \sin \varphi$ ). В этих координатах уравнение (2) с учетом (4) принимает вид

$$\left[ \Gamma - i(\Omega - kv_\perp \cos \varphi) - \omega_c \frac{\partial}{\partial \varphi} \right] \rho_{mn}(\mathbf{v}) = iGNW(\mathbf{v}). \quad (5)$$

Решая это линейное неоднородное дифференциальное уравнение, для вероятности поглощения излучения  $P(\mathbf{v})$  (1) получим следующее выражение:

$$P(\mathbf{v}) = 2|G|^2 W(v_\perp) W(v_z) \times \operatorname{Re} \left[ \exp(i\beta \sin \varphi) \sum_{n=-\infty}^{n=\infty} \frac{\exp(-in\varphi) J_n(\beta)}{\Gamma - i(\Omega - n\omega_c)} \right], \quad (6)$$

где

$$W(v_\perp) = \frac{1}{(\sqrt{\pi} v_T)^2} \exp\left(-\frac{v_\perp^2}{v_T^2}\right), \quad (7)$$

$$W(v_z) = \frac{1}{\sqrt{\pi} v_T} \exp\left(-\frac{v_z^2}{v_T^2}\right),$$

$$\beta = \frac{kv_\perp}{\omega_c}, \quad v_T = \sqrt{\frac{2k_B T}{M}},$$

$J_n(\beta)$  — функция Бесселя первого рода,  $W(v_\perp)$  и  $W(v_z)$  — распределения Максвелла по поперечной и продольной (по отношению к магнитному полю  $\mathbf{B}$ ) проекциям скорости  $\mathbf{v}$ ,  $v_T$  — наиболее вероятная скорость ионов,  $k_B$  — постоянная Больцмана,  $T$  — температура. В отсутствие магнитного поля (при  $\omega_c = 0$ ) вероятность поглощения излучения  $P(\mathbf{v})$  дается известной формулой [6]:

$$P(\mathbf{v}) = \frac{2|G|^2 \Gamma W(\mathbf{v})}{\Gamma^2 + (\Omega - \mathbf{k} \cdot \mathbf{v})^2}. \quad (8)$$

### 3. КОНТУР ЛИНИИ ПОГЛОЩЕНИЯ

Контур линии определяется интегральной по скоростям вероятностью поглощения излучения

$$P \equiv \int P(\mathbf{v}) d\mathbf{v}.$$

В согласии с известными результатами [1–3] для  $P$  с помощью (6) получаем

$$P = 2|G|^2\Gamma \exp(-\mu) \sum_{n=-\infty}^{n=\infty} \frac{I_n(\mu)}{\Gamma^2 + (\Omega - n\omega_c)^2}, \quad (9)$$

$$\mu = \frac{(kv_T)^2}{2\omega_c^2},$$

где  $I_n(\mu)$  — модифицированная функция Бесселя [7]. Из (9) следует, что ларморовское вращение ионов в магнитном поле может приводить к появлению эквидистантных пиков (циклотронных резонансов) в форме линии поглощения. Расстояние между соседними пиками равно циклотронной частоте вращения ионов  $\omega_c$ , ширина каждого пика определяется однородной шириной линии поглощения  $2\Gamma$ .

В случае доплеровского уширения линии поглощения и не слишком сильного магнитного поля ( $kv_T \gg \Gamma, \omega_c$ ) из выражения (9) можно получить следующую формулу, справедливую в области расстройек частоты излучения  $|\Omega| \lesssim kv_T$  [1]:

$$P = P_0 \exp \left[ - \left( \frac{\Omega}{kv_T} \right)^2 \right] \times \frac{\text{sh}(2\pi\Gamma/\omega_c)}{\text{ch}(2\pi\Gamma/\omega_c) - \cos(2\pi\Omega/\omega_c)}, \quad (10)$$

где

$$P_0 = \frac{2\sqrt{\pi}|G|^2}{kv_T} \quad (11)$$

есть вероятность поглощения излучения в центре линии при доплеровском уширении в отсутствие магнитного поля. Линия поглощения, описываемая формулой (10), имеет вид доплеровского контура, промодулированного периодической функцией расстройки частоты излучения  $\Omega$  с периодом равным  $\omega_c$ . Осциллирующая функция  $P$  (10) имеет максимумы при  $\Omega = n\omega_c$  и минимумы при  $\Omega = (n + 1/2)\omega_c$ . При  $\omega_c \gg \Gamma$  доплеровский контур отчетливо расщепляется на ряд пиков, тогда как при  $\omega_c \lesssim \Gamma$  форма линии отличается от доплеровской на экспоненциально малую осциллирующую добавку.

В случае однородного уширения линии поглощения ( $\Gamma \gg kv_T$ ) или в случае сильных магнитных

полей (при  $\omega_c \gg kv_T$  и произвольном соотношении между  $\Gamma$  и  $kv_T$ ) линия имеет лоренцевскую форму с шириной  $2\Gamma$  [1]:

$$P = \frac{2|G|^2\Gamma}{\Gamma^2 + \Omega^2}. \quad (12)$$

На рис. 1 показана рассчитанная по формуле (9) зависимость интегральной по скоростям вероятности поглощения излучения  $P$  от расстройки частоты излучения  $\Omega$  при различных значениях величины магнитного поля.

### 4. ЗАВИСИМОСТЬ ВЕРОЯТНОСТИ ПОГЛОЩЕНИЯ ИЗЛУЧЕНИЯ ОТ СКОРОСТИ ИОНОВ

В выражении (6) зависимость вероятности поглощения  $P(\mathbf{v})$  от проекции скорости  $v_z$  тривиальна и проявляется только через максвелловский фактор  $W(v_z)$  (магнитное поле не влияет на движение частиц вдоль оси  $z$ ). Поэтому интерес для нас будут представлять интегральные характеристики  $P(\mathbf{v}_\perp)$  и  $P(\varphi)$ :

$$P(\mathbf{v}_\perp) \equiv P(v_\perp, \varphi) = \int_{-\infty}^{\infty} P(\mathbf{v}) dv_z, \quad (13)$$

$$P(\varphi) = \int_0^{\infty} P(v_\perp, \varphi) v_\perp dv_\perp.$$

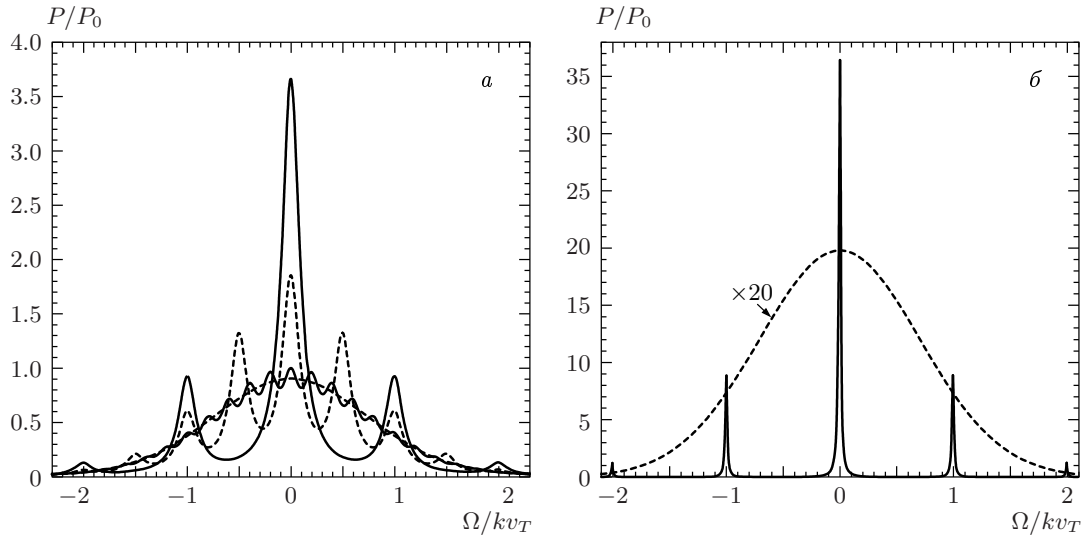
Здесь  $P(\varphi)$  — число актов поглощения излучения в единицу времени в единичном интервале углов в расчете на один ион с заданным углом  $\varphi$  между направлением излучения  $\mathbf{k}$  и проекцией скоростей ионов на плоскость, перпендикулярную магнитному полю. Функция  $P(\varphi)$  обладает свойством

$$P(\Omega, \varphi) = P(-\Omega, \varphi \pm \pi). \quad (14)$$

В случае сильных магнитных полей ( $\omega_c \gg kv_T$ ) или в случае однородного уширения линии поглощения ( $\Gamma \gg kv_T$ ) формула (6) для  $P(\mathbf{v})$  существенно упрощается. В этих случаях

$$P(\mathbf{v}) = PW(\mathbf{v}) \left[ 1 + \frac{\Omega kv_\perp}{\Gamma} \tau(\varphi) \right], \quad (15)$$

$$P(v_\perp, \varphi) = PW(v_\perp) \left[ 1 + \frac{\Omega kv_\perp}{\Gamma} \tau(\varphi) \right], \quad (16)$$



**Рис. 1.** Зависимости интегральной по скоростям вероятности поглощения излучения от расстройки частоты излучения при различных значениях величины магнитного поля: *a* —  $\Gamma/kv_T = 0.1$ ,  $\omega_c/\Gamma = 10, 5, 2, 0$ , значения параметра  $\omega_c/\Gamma$  соответствуют расположению кривых в порядке сверху вниз вблизи  $\Omega = 0$ ; *б* —  $\Gamma/kv_T = 10^{-2}$ , сплошная кривая —  $\omega_c/\Gamma = 100$ , штриховая кривая —  $\omega_c = 0$

$$P(\varphi) = \frac{P}{2\pi} \left[ 1 + \frac{\sqrt{\pi}}{2} \frac{\Omega kv_T}{\Gamma} \tau(\varphi) \right], \quad (17)$$

где

$$\tau(\varphi) = \frac{2\Gamma(\Gamma^2 + \Omega^2) \cos \varphi - \omega_c(3\Gamma^2 + \omega_c^2 - \Omega^2) \sin \varphi}{[\Gamma^2 + (\Omega - \omega_c)^2][\Gamma^2 + (\Omega + \omega_c)^2]}. \quad (18)$$

Интегральная по скоростям вероятность поглощения излучения  $P$  в (15)–(17) дается формулой (12). Из формул (15)–(17) следует, что вероятности поглощения  $P(\varphi)$ ,  $P(v_{\perp}, \varphi)$  и  $P(\mathbf{v})$  могут принимать отрицательные значения. Это лучше всего видно в случае достаточно сильных магнитных полей, таких что  $\omega_c \gg \Gamma$ . В этом случае зависимость фактора  $\tau(\varphi)$  от расстройки частоты излучения  $\Omega$  имеет резонансный характер и при  $|\Omega| = \omega_c$  фактор  $\tau(\varphi)$  достигает своего максимального значения, равного  $\cos \varphi / 2\Gamma$ . При этом знакопеременное (второе) слагаемое в квадратных скобках выражений (15)–(17) для вероятностей поглощения по порядку величины равно  $\Omega kv_T / 2\Gamma^2$  и по модулю может во много раз превышать единицу, имея при этом отрицательный знак. Таким образом, может возникать частичное по направлениям скоростей безынервное усиление излучения ионами вследствие их вращения в магнитном поле. При этом интенсивность падающего на среду излучения может быть сколь угодно слабой и

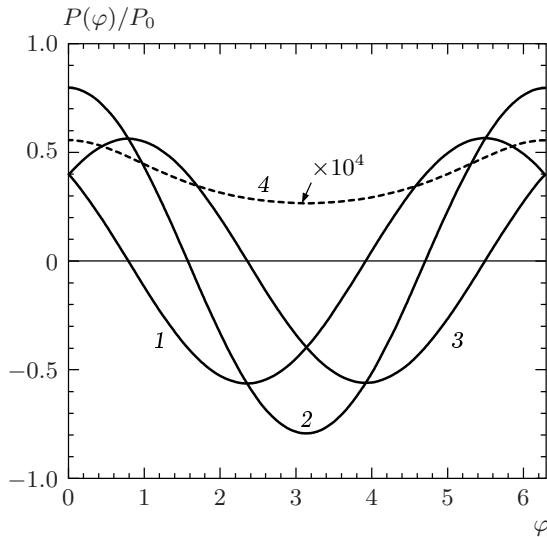
поэтому практически все частицы могут находиться в основном состоянии.

Заметим, что знакопеременное слагаемое в квадратных скобках выражений (15)–(17), ответственное за возникновение частичного по скоростям безынервного усиления излучения, не вносит вклада в интегральную по скоростям вероятность поглощения  $P$ , которой определяется контур линии поглощения.

На рис. 2 показана рассчитанная по формуле (17) зависимость  $P(\varphi)$  при различных значениях расстройки частоты излучения вблизи циклотронного резонанса ( $\Omega = \omega_c$ ) в случае доплеровского уширения линии поглощения. Вероятность поглощения  $P(\varphi)$  принимает отрицательные значения в интервале углов  $\Delta\varphi \approx \pi$  вблизи  $\varphi \approx \pi$  (усиливают излучение частицы, движущиеся преимущественно против направления излучения). Для случая, показанного на рис. 2, амплитуды отрицательных и положительных значений  $P(\varphi)$  одинаковы и, несмотря на большие значения расстройки частоты излучения ( $\Omega \approx 5kv_T$ ), примерно равны величине вероятности поглощения излучения  $P_0$  в центре линии в отсутствие магнитного поля. В то же время интегральная по скоростям вероятность поглощения излучения  $P$  мала:

$$P/P_0 \approx \Gamma / 25\sqrt{\pi} kv_T \approx 2.3 \cdot 10^{-4}.$$

Для случая, показанного на рис. 2, фактор  $\Omega kv_T / 2\Gamma^2 \approx 2 \cdot 10^4$  и поэтому при включении



**Рис. 2.** Зависимости интегральной по  $v_{\perp}$  и  $v_z$  вероятности поглощения излучения  $P(\varphi)$  от азимутального угла  $\varphi$  при различных значениях расстройки частоты излучения;  $\Gamma/kv_T = 10^{-2}$ , сплошные кривые —  $\omega_c/kv_T = 5$ , штриховая кривая —  $\omega_c = 0$  (расчет с помощью формулы (8));  $\Omega/kv_T = 4.99$  (1), 5 (2, 4), 5.01 (3)

магнитного поля вероятность поглощения  $P(\varphi)$  возрастает более чем в  $10^4$  раз. Таким образом, внутри среды «разыгрывается» следующая драматическая ситуация. Примерно половина частиц в среде, движущихся в одном направлении, сильно поглощает излучение, а другая половина частиц с противоположным направлением движения сильно усиливает излучение. Однако вклад от этих двух групп частиц в интегральную вероятность поглощения почти полностью компенсируется, и среда в целом слабо поглощает излучение.

Формулы (15)–(17) не описывают наиболее интересный случай не слишком сильных магнитных полей,  $\omega_c \ll kv_T$ , при доплеровском уширении линии ( $kv_T \gg \Gamma$ ), и для расчета вероятности поглощения в этом случае нужно использовать точную формулу (6). Зависимость  $P(\varphi)$  для этого случая, рассчитанная с помощью формулы (6), показана на рис. 3. Расчеты  $P(\varphi)$  приведены только для положительных значений расстройки частоты излучения  $\Omega$ , ввиду того что функция  $P(\varphi)$  обладает свойством (14).

Рисунки 3а–в иллюстрируют возникновение узких резонансов (по углу  $\varphi$ ) безынервного усиления излучения в случае  $\omega_c \ll kv_T$ . Для случаев, показанных на рис. 3а, б, вероятность поглощения  $P(\varphi)$  принимает отрицательные значения в малых

интервалах углов  $\Delta\varphi \approx 0.02$  и  $\Delta\varphi \approx 1.6 \cdot 10^{-3}$  соответственно. Эти случаи интересны также и тем, что при  $\omega_c \lesssim \Gamma \ll kv_T$  форма линии поглощения отличается от доплеровской на малую осциллирующую добавку, тем не менее осцилляции  $P(\varphi)$  велики. Анализ выражения (9) для  $P$  показывает, что при  $\omega_c \lesssim \Gamma \ll kv_T$  относительное отклонение  $\xi$  формы линии от доплеровской можно оценить по формуле

$$\xi \approx \max \left[ 2 \exp \left( -\frac{2\pi\Gamma}{\omega_c} \right), \frac{\omega_c^2}{5(kv_T)^2} \right]. \quad (19)$$

Для случаев, показанных на рис. 3а, б, значения  $\xi$  равны  $4 \cdot 10^{-3}$  и  $10^{-8}$  соответственно, т. е. форма линии практически не отличается от доплеровской. Тем не менее амплитуда отрицательных значений  $P(\varphi)$  велика и превышает значение вероятности поглощения излучения  $P_0$  в центре доплеровски уширенной линии в отсутствие магнитного поля.

Численный анализ показывает, что в случае доплеровского уширения ( $\Gamma/kv_T \ll 1$ ) эффект частичного по скоростям безынервного усиления излучения возникает при выполнении условия

$$\omega_c \gtrsim \frac{\Gamma^2}{kv_T}, \quad (20)$$

т. е. эффект может возникать в относительно слабых магнитных полях, таких что  $\omega_c \ll \Gamma$ . Рисунок 3б иллюстрирует возникновение эффекта при

$$\omega_c = 2\Gamma(\Gamma/kv_T) = 0.02\Gamma.$$

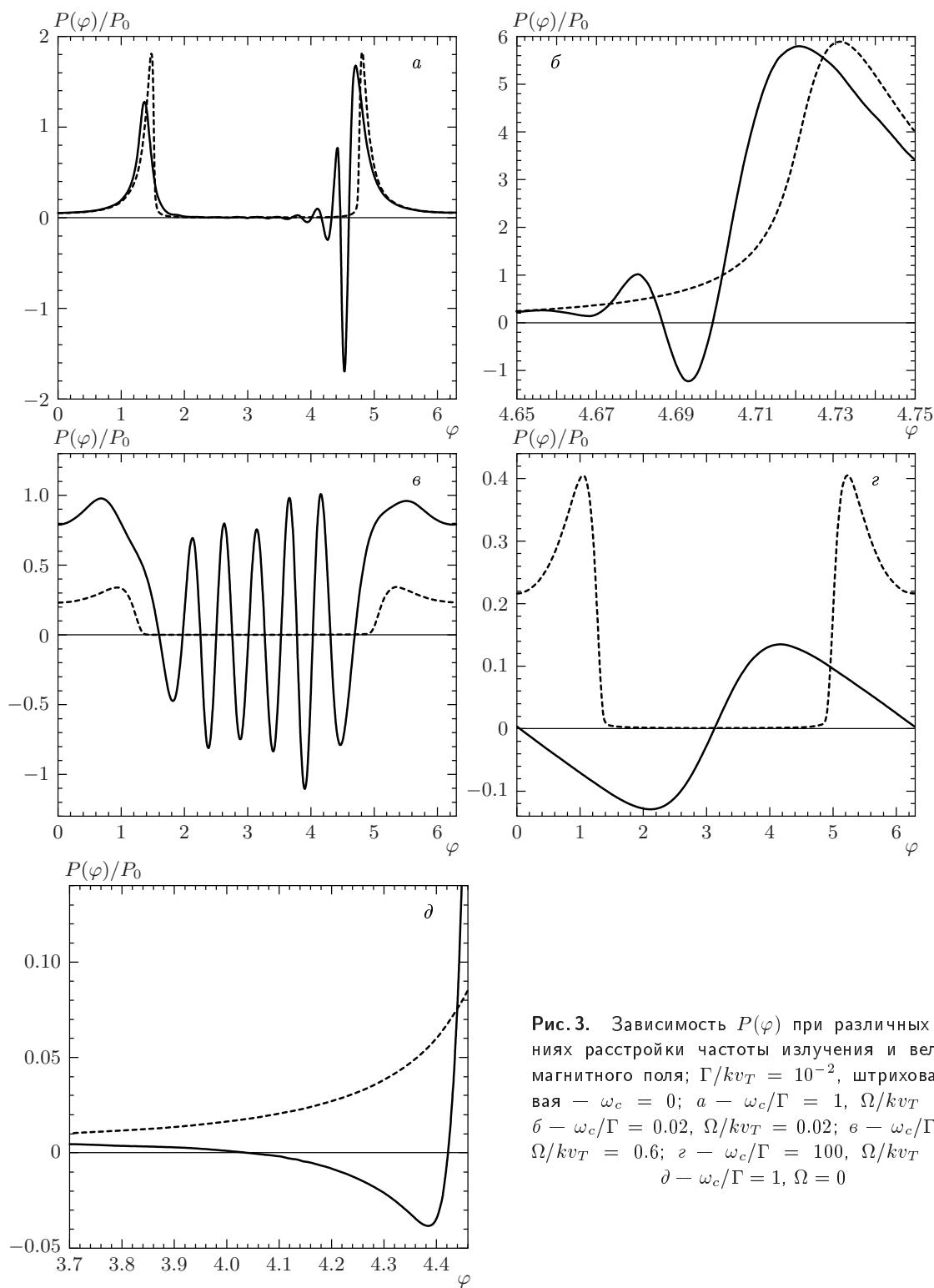
Оценим величину магнитного поля, необходимую для возникновения эффекта. При массе ионов  $M \sim 10$  а.е.м., температуре  $T \sim 10^3$  К и длине волны излучения  $\lambda \sim 0.5$  мкм доплеровская ширина линии  $kv_T \approx 1.6 \cdot 10^{10} \text{ с}^{-1}$ . Полагая, что однородная ширина линии определяется радиационным распадом, примем  $\Gamma \sim 10^8 \text{ с}^{-1}$ . Тогда из (20) получаем оценку  $B \gtrsim 600$  Гс.

Число осцилляций  $N_{osc}$  функции  $P(\varphi)$  зависит от величины магнитного поля и величины расстройки частоты излучения. При  $|\Omega| \lesssim 2kv_T$  и  $\omega_c > \Gamma$  число осцилляций можно оценить по формуле

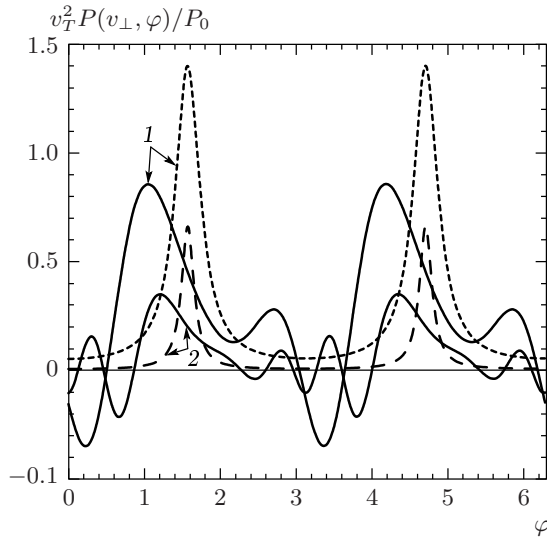
$$N_{osc} \sim \frac{|\Omega|}{\omega_c} \quad (21)$$

(см. рис. 3в).

При  $\omega_c \gg \Gamma$  доплеровский контур линии поглощения отчетливо расщепляется на ряд пиков (см. рис. 1б). При настройке частоты излучения в промежутках между центральным ( $\Omega = 0$ ) и первым



**Рис. 3.** Зависимость  $P(\varphi)$  при различных значениях расстройки частоты излучения и величины магнитного поля;  $\Gamma/kv_T = 10^{-2}$ , штриховая кривая —  $\omega_c = 0$ ; *a* —  $\omega_c/\Gamma = 1, \Omega/kv_T = 0.1$ ; *б* —  $\omega_c/\Gamma = 0.02, \Omega/kv_T = 0.02$ ; *в* —  $\omega_c/\Gamma = 10, \Omega/kv_T = 0.6$ ; *г* —  $\omega_c/\Gamma = 100, \Omega/kv_T = 0.5$ ; *д* —  $\omega_c/\Gamma = 1, \Omega = 0$



**Рис. 4.** Зависимость вероятности поглощения  $P(v_{\perp}, \varphi)$  от азимутального угла  $\varphi$  при различных значениях скорости ионов  $v_{\perp}$ ;  $\Gamma/kv_T = 0.1$ ,  $\Omega = 0$ , сплошные кривые —  $\omega_c/\Gamma = 1$ , штриховые кривые —  $\omega_c = 0$ ;  $v_{\perp}/v_T = 0.5$  (1), 1 (2)

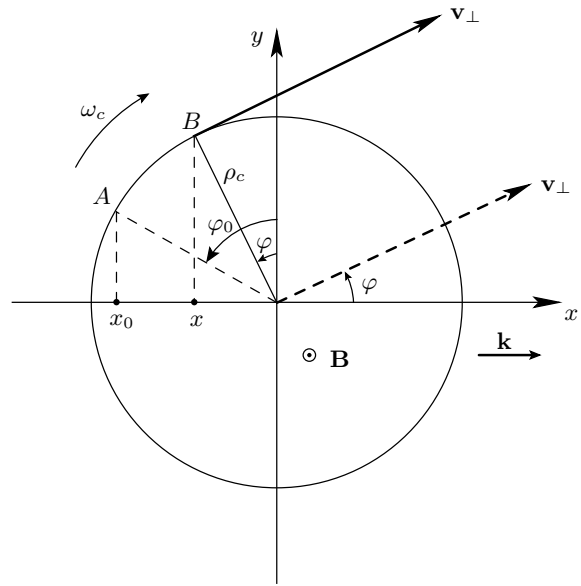
боковым ( $|\Omega| = \omega_c$ ) пиками и при  $\omega_c \gtrsim kv_T$  зависимость  $P(\varphi)$  принимает синусоидальный характер (см. рис. 3з).

В случаях  $\Gamma \gg kv_T$  или  $\omega_c \gg kv_T$  вероятности поглощения  $P(\varphi)$ ,  $P(v_{\perp}, \varphi)$  и  $P(\mathbf{v})$ , согласно (15)–(17), могут принимать отрицательные значения только при ненулевой расстройке частоты излучения  $\Omega \neq 0$ . Однако в наиболее интересном случае  $\omega_c, \Gamma \ll kv_T$  эти вероятности поглощения могут принимать отрицательные значения и при  $\Omega = 0$  (см. рис. 3д и рис. 4).

### 5. КАЧЕСТВЕННАЯ КАРТИНА

Рассмотренный в данной работе эффект частичного по скоростям безынервного усиления излучения обусловлен возникновением зависящего от скорости ионов набега фазы колебаний наведенного дипольного момента ионов вследствие их движения по циклотронной окружности.

Действительно, на основе этих представлений можно получить качественную оценку для вероятности поглощения  $P(\mathbf{v}_{\perp})$ , которая при  $\omega_c \gg \Gamma, |\Omega|$  согласуется с формулой (16) для  $P(\mathbf{v}_{\perp})$ . Проведем эту оценку. Разложим полную скорость ионов  $\mathbf{v}$  на скорость  $\mathbf{v}_z$  вдоль магнитного поля  $\mathbf{B}$  и на скорость



**Рис. 5.** Схема, поясняющая формулу (22) для набега фазы при движении иона по циклотронной окружности

$\mathbf{v}_{\perp}$ , перпендикулярную  $\mathbf{B}$ :

$$\mathbf{v} = \mathbf{v}_z + \mathbf{v}_{\perp}.$$

Так как магнитное поле не влияет на движение ионов вдоль  $\mathbf{B}$ , эффект частичного по скоростям безынервного усиления излучения может быть обусловлен только особенностями в зависимости вероятности поглощения от скорости  $\mathbf{v}_{\perp}$ . Вектор  $\mathbf{v}_{\perp}$  равномерно вращается вокруг направления магнитного поля с угловой скоростью  $\omega_c$ . В сильном магнитном поле (при  $\omega_c \gg \Gamma$ ) частица между столкновениями (которые сбивают фазу наведенного излучением дипольного момента) успевает описать много витков. Ларморовское вращение ионов не сбивает фазу наведенного дипольного момента, но приводит к набегу фазы при движении иона по циклотронной окружности. Пусть магнитное поле  $\mathbf{B}$  направлено вдоль оси  $z$ , а волновой вектор излучения  $\mathbf{k}$  направлен вдоль оси  $x$ . Положение иона на циклотронной окружности будем задавать углом  $\varphi$  между направлением излучения  $\mathbf{k}$  и скоростью  $\mathbf{v}_{\perp}$ . При перемещении иона по циклотронной окружности из точки  $A(x_0, \varphi_0)$  в точку  $B(x, \varphi)$  (см. рис. 5) набег фазы равен

$$\Delta\psi = k(x - x_0) = -k\rho_c(\sin\varphi - \sin\varphi_0), \quad (22)$$

где  $\rho_c = v_{\perp}/\omega_c$  — ларморовский радиус орбиты иона. Угол  $\varphi$ , задающий направление скорости  $\mathbf{v}_{\perp}$ , фикси-

рован, а угол  $\varphi_0$  изменяется при этом в пределах от 0 до  $2\pi$ . Средний по углу  $\varphi_0$  набег фазы

$$\overline{\Delta\psi} = -k\rho_c \sin\varphi. \quad (23)$$

С учетом этого набег фазы сдвиг (относительно колебаний поля излучения) фазы  $\psi(\mathbf{v}_\perp)$  колебаний макроскопической поляризации, создаваемой ионами со скоростью  $\mathbf{v}_\perp$ , можно представить в виде суммы

$$\psi(\mathbf{v}_\perp) = \psi_0 + \overline{\Delta\psi} = \psi_0 - \frac{kv_\perp \sin\varphi}{\omega_c}, \quad (24)$$

где слагаемое  $\psi_0$  не зависит от скорости.

Примем теперь во внимание то обстоятельство, что обмен энергией между полем и выделенным ансамблем частиц со скоростью  $\mathbf{v}_\perp$  определяется не синфазной с полем составляющей поляризации, пропорциональной  $\sin\psi(\mathbf{v}_\perp)$  (см., например, [8]). Поэтому для вероятности поглощения излучения  $P(\mathbf{v}_\perp)$  ионами с фиксированной скоростью  $\mathbf{v}_\perp$  при больших магнитных полях (таких, что  $kv_\perp/\omega_c \ll 1$ ) имеем

$$P(\mathbf{v}_\perp) \propto \sin\psi(\mathbf{v}_\perp) \approx \left(1 - \frac{kv_\perp \sin\varphi}{\omega_c \operatorname{tg}\psi_0}\right) \sin\psi_0 \propto \left(1 - \frac{kv_\perp \sin\varphi}{\omega_c \operatorname{tg}\psi_0}\right) P. \quad (25)$$

При получении последнего соотношения в (25) учтено, что интегральная по скоростям вероятность поглощения излучения  $P$  пропорциональна, как очевидно,  $\sin\psi_0$ .

Для нахождения  $\operatorname{tg}\psi_0$  воспользуемся наглядной классической моделью, описывающей электроны в атоме как затухающие гармонические осцилляторы, которые совершают вынужденные колебания в электрическом поле волны. Из классической механики известно, что сдвиг фазы  $\psi_0$  между колебаниями осциллятора и внешней вынуждающей силой дается формулой  $\operatorname{tg}\psi_0 = \gamma/\Omega$ , где  $\gamma$  — коэффициент затухания (полуширина резонансной кривой),  $\Omega = \omega - \omega_0$  — расстройка частоты вынуждающей силы  $\omega$  относительно частоты  $\omega_0$  свободных колебаний осциллятора (см., например, [9]). В случае ионов имеем  $\gamma = \Gamma$ , величина  $\Omega$  имеет смысл расстройки частоты излучения относительно частоты перехода неподвижной частицы и может иметь любой знак. В итоге из (25) для ионов в магнитном поле получаем оценку

$$P(\mathbf{v}_\perp) \propto \left(1 - \frac{\Omega kv_\perp}{\Gamma\omega_c} \sin\varphi\right) P. \quad (26)$$

Второе знакопеременное слагаемое в правой части (26) возникает из-за вращения ионов в магнитном

поле. По модулю оно может быть больше единицы и поэтому возможно  $P(\mathbf{v}_\perp) < 0$ , т. е. для ионов во внешнем магнитном поле может возникать частичное по скоростям безынервное усиление излучения.

Заметим, что при  $\omega_c \gg \Gamma, |\Omega|$  из (18) следует

$$\tau(\varphi) = -\sin\varphi/\omega_c$$

и оценка (26) согласуется с формулой (16).

## 6. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Основной вывод данной работы состоит в том, что ларморовское вращение ионов в магнитном поле может приводить к возникновению частичного по скоростям безынервного усиления излучения ионами. Эффект обусловлен возникновением зависящего от скорости ионов набег фазы колебаний наведенного дипольного момента ионов при их движении по циклотронной окружности.

В работе рассмотрен случай поглощения слабоинтенсивного излучения на переходе между основным и первым возбужденным уровнями ионов. Полученные формулы для вероятностей поглощения излучения легко обобщаются на случай переходов между возбужденными уровнями ионов. При рассмотрении этого случая в исходном уравнении (2) для  $\rho_{mn}(\mathbf{v})$  нужно сделать замену

$$N \rightarrow \rho_n^0 - \rho_m^0,$$

где  $\rho_n^0$  и  $\rho_m^0$  — соответственно населенности нижнего и верхнего уровней в отсутствие излучения (влиянием слабоинтенсивного излучения на населенность уровней можно пренебречь). Тогда в правой части формулы (6) для  $P(\mathbf{v})$  (и вытекающих из (6) формул для  $P(\mathbf{v}_\perp)$ ,  $P(\varphi)$  и  $P$ ) появится дополнительный множитель  $(\rho_n^0 - \rho_m^0)/N$ , который может быть как положительным, так и отрицательным (инверсия населенностей). Так как при исследованном в работе случае

$$\rho_n^0 - \rho_m^0 = N > 0$$

возможно  $P(\mathbf{v}) < 0$ , то при  $\rho_n^0 - \rho_m^0 < 0$  возможно  $P(\mathbf{v}) > 0$ . Таким образом, при инверсии населенностей рабочих (затронутых излучением) уровней может возникать частичное по скоростям поглощение излучения ионами вследствие их ларморовского вращения в магнитном поле.

В случае доплеровского уширения линии ( $\Gamma/kv_T \ll 1$ ) эффект частичного по скоростям



безынервного усиления излучения ионами возникает, как следует из (20), в магнитных полях  $B \gtrsim B_0$ , где

$$B_0 \approx \frac{10^{-4} M \Gamma^2}{k v_T} \quad (27)$$

( $M$  — масса иона в атомных единицах). Для атомных ионов при их массе  $M \sim 10$  а.е.м., однородной полуширине линии  $\Gamma \sim 10^8$  с<sup>-1</sup>, доплеровской ширине  $k v_T \approx 1.6 \cdot 10^{10}$  с<sup>-1</sup> (длина волны  $\lambda \sim 0.5$  мкм, температура  $T \sim 10^3$  К) получаем  $B_0 \approx 600$  Гс.

Пороговая величина магнитного поля  $B_0$ , начиная с которой возникает эффект безынервного усиления, тем меньше, чем меньше однородная ширина линии. В условиях, когда однородная ширина определяется радиационным распадом, минимальные значения  $B_0$  будут достигаться в случае поглощения излучения на переходах между ридберговскими состояниями атомных ионов или в случае поглощения излучения на колебательно-вращательных переходах молекулярных ионов. В этих случаях возможно  $B_0 < 1$  Гс.

Частичное по скоростям безынервное усиление излучения является «скрытым» эффектом в том смысле, что оно исчезает в результате усреднения по всем направлениям скоростей движения ионов:

$$\int_0^{2\pi} P(\mathbf{v}) d\varphi > 0.$$

Но это не означает, что скрытый эффект не может приводить к новым особенностям спектроскопии и кинетики ионов в лазерных полях. В частности, следует ожидать, что описанный в данной работе столь сильный скрытый эффект усиления излучения почти половиной частиц в среде будет существенно влиять на поглощение пробного (зондирующего; сравнительно слабого) поля и не исключена возмож-

ность безынервного усиления пробного поля (за счет сравнительно более сильного, но все же слабоинтенсивного поля, не изменяющего населенность уровней) в интервале частот порядка доплеровской ширины линии. Решение соответствующей теоретической задачи представляет интерес с точки зрения экспериментального «проявления» эффекта и требует отдельного рассмотрения.

Автор признателен А. М. Шалагину за плодотворные обсуждения результатов работы и ценные критические замечания.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект № 01-02-17433).

## ЛИТЕРАТУРА

1. М. И. Дьяконов, ЖЭТФ **51**, 612 (1966).
2. Г. И. Смирнов, Д. А. Шапиро, ЖЭТФ **87**, 1639 (1984).
3. В. В. Анциферов, Г. И. Смирнов, *Физика когерентных радиационных процессов в плазме*, Изд-во НГТУ, Новосибирск (1995).
4. R. H. Dicke, Phys. Rev. **89**, 472 (1953).
5. С. Г. Раутиан, И. И. Собельман, УФН **90**, 209 (1966).
6. С. Г. Раутиан, Г. И. Смирнов, А. М. Шалагин, *Нелинейные резонансы в спектрах атомов и молекул*, Наука, Новосибирск (1979).
7. *Справочник по специальным функциям*, под ред. М. Абрамовица, И. Стиган, Наука, Москва (1979).
8. С. Стенхольм, *Основы лазерной спектроскопии*, Мир, Москва (1987).
9. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, *Механика*, Наука, Москва (1988).