

СВЕРХПРОВОДИМОСТЬ В ТОЧНО РЕШАЕМОЙ МОДЕЛИ ПСЕВДОЩЕЛЕВОГО СОСТОЯНИЯ: ОТСУТСТВИЕ САМОУСРЕДНЯЕМОСТИ

Э. З. Кучинский*, М. В. Садовский**

Институт электрофизики Уральского отделения Российской академии наук
620016, Екатеринбург, Россия

Поступила в редакцию 4 октября 2001 г.

Изучены особенности сверхпроводящего состояния в простой точно решаемой модели псевдощелевого состояния, вызванного флуктуациями «диэлектрического» ближнего порядка, в модели поверхности Ферми с «горячими» участками. Рассмотрение проведено для произвольных корреляционных длин ближнего порядка ξ_{corr} . Показано, что усредненная по этим флуктуациям сверхпроводящая щель отлична от нуля в широкой области температур выше температуры T_c сверхпроводящего перехода однородного по образцу, что является следствием несамоусредняемости сверхпроводящего параметра порядка по случайному полю флуктуаций. В области температур $T > T_c$ сверхпроводимость существует, по-видимому, в отдельных областях (каплях). С уменьшением корреляционной длины ξ_{corr} эти эффекты ослабевают, в частности, область существования капель сужается и исчезает при $\xi_{corr} \rightarrow 0$, однако при конечных значениях ξ_{corr} полная самоусредняемость отсутствует.

PACS: 74.20.Fg, 74.20.De

1. ВВЕДЕНИЕ

Среди большого числа аномалий электронных свойств, наблюдающихся в высокотемпературных сверхпроводниках (ВТСП) на основе оксидов меди, особый интерес в последние годы вызывают свойства так называемого псевдощелевого состояния [1, 2], существующего в широкой области фазовой диаграммы. Существуют два основных направления, в рамках которых предпринимаются попытки построения моделей псевдощелевого состояния высокотемпературных сверхпроводников. Одно из них основано на весьма популярной модели формирования куперовских пар выше температуры сверхпроводящего перехода [3]. Другое предполагает, что псевдощелевое состояние обусловлено флуктуациями антиферромагнитного ближнего порядка или другими подобными флуктуациями «диэлектрической» природы, такими, например, как флуктуации волн зарядовой плотности [2].

С нашей точки зрения [2], предпочтительным

сценарием формирования псевдощелевого состояния в ВТСП является именно картина, основанная на существовании (в соответствующей области фазовой диаграммы) сильного рассеяния носителей тока на развитых флуктуациях ближнего порядка диэлектрического типа (антиферромагнитного или волн зарядовой плотности). Это рассеяние приводит к существенной нефермижидкостной перестройке электронного спектра в определенных областях импульсного пространства вблизи поверхности Ферми, около так называемых горячих точек или вблизи горячих (плоских) участков на этой поверхности [2]. Предпочтительность сценария образования псевдощели диэлектрической, а не сверхпроводящей [3] природы следует из целого ряда экспериментов, обобщение которых можно найти в обзоре [2]. Соответственно, в данной работе мы придерживаемся именно такой точки зрения. В то же время, нужно подчеркнуть, что вопрос о природе псевдощелевого состояния в ВТСП остается пока открытым и может быть решен только в ходе дальнейших экспериментальных исследований.

Большинство имеющихся теоретических работ

*E-mail: kuchinsk@iep.uran.ru

**E-mail: sadovski@iep.uran.ru

посвящено изучению влияния псевдощели на свойства системы в нормальном состоянии, и лишь незначительная их часть рассматривает особенности сверхпроводимости в этом состоянии [4–6]. В частности, в работе [5] была рассмотрена сверхпроводимость в простой, точно решаемой модели псевдощелевого состояния, основанной на модели поверхности Ферми двумерной системы с горячими участками [4]. При этом использовалось точное решение для псевдощели, полученное ранее [7] для одномерного случая, в пределе очень больших корреляционных длин флуктуаций диэлектрического ближнего порядка. Было показано, что сверхпроводящая щель, усредненная по флуктуациям ближнего порядка, вообще говоря, отлична от нуля и в области температур, превышающих среднеполевую температуру сверхпроводящего перехода T_c , соответствующую, согласно [5], возникновению однородного сверхпроводящего состояния во всем образце. На этом основании в [5] был сделан вывод о том, что в области температур $T > T_c$ в системе возникают сверхпроводящие капли, существующие вплоть до температуры T_{c0} сверхпроводящего перехода в отсутствие диэлектрической псевдощели. Этот эффект связывался в [5] с отсутствием самоусредняемости сверхпроводящего параметра порядка (щели) в условиях, когда корреляционная длина флуктуаций ближнего порядка превышает длину когерентности теории сверхпроводимости (размер куперовских пар).

В предположении самоусредняемости сверхпроводящей щели по флуктуациям ближнего порядка учет влияния конечности их корреляционной длины на сверхпроводимость был проведен в работе [6], где было проанализировано влияние псевдощели на T_c , рассмотрено поведение щели в области $T < T_c$, а также дан микроскопический вывод разложения Гинзбурга–Ландау для $T \sim T_c$. При этом использовался подход, основанный на почти точном решении общей модели псевдощелевого состояния с гауссовскими флуктуациями ближнего порядка, предложенном в работах [8, 9] для одномерного случая и обобщенном для двумерной задачи в работах [10, 11]. Выход за рамки предположения о самоусредняемости сверхпроводящей щели при этом подходе представляется весьма затруднительным. Нужно заметить, что вопрос о наличии или отсутствии такой самоусредняемости вообще очень мало исследован. В большинстве случаев самоусредняемость просто предполагается из физических соображений, со ссылкой на существенно различные масштабы длины, на которых заметно меняются сверхпрово-

дящий параметр порядка (длина когерентности ξ_0) и основные характеристики электронной подсистемы (межатомное расстояние или обратный импульс Ферми в примесной задаче [12–14] или корреляционная длина ξ_{corr} ближнего порядка в рассматриваемой модели псевдощели [2, 5, 6]). В частности, для нашей модели псевдощели следовало бы ожидать полной самоусредняемости сверхпроводящей щели при $\xi_{corr} \ll \xi_0$ [2, 6]. Авторам не известны работы, в которых вопрос о самоусредняемости щели был бы исследован в рамках какой-либо точно решаемой модели беспорядка.

Одной из главных целей настоящей работы является именно такое исследование в рамках очень простой (хотя, возможно, и недостаточно реалистической) одномерной модели псевдощелевого состояния, вызванного флуктуациями диэлектрического ближнего порядка с конечной корреляционной длиной, предложенной в недавней работе Бартоша и Копица [15]. Предложенное в этой работе точное решение, весьма близкое по духу к рассмотренным ранее моделям [7–9], позволяет провести достаточно полное исследование интересующей нас проблемы самоусредняемости в двумерной модели горячих участков [4, 6, 11]. Кроме того, мы проанализируем температурные зависимости сверхпроводящей щели в сверхпроводнике с диэлектрической псевдощелью.

2. УПРОЩЕННАЯ МОДЕЛЬ ПСЕВДОЩЕЛЕВОГО СОСТОЯНИЯ

Рассмотрим точно решаемую модель псевдощелевого состояния, предложенную в работе [15], с помощью несколько иного подхода. Пусть электрон совершает одномерное движение в периодическом поле вида

$$V(x) = 2D \cos(Qx + \phi). \quad (1)$$

Выберем $Q = 2p_F - k$, где p_F — импульс Ферми, а $k \ll p_F$ — некоторая отстройка от выделенного вектора рассеяния $2p_F$ ¹⁾. Электронный спектр выберем в обычном, линеаризованном вблизи уровня Ферми, виде

$$\begin{aligned} \xi_1 &\equiv \xi_p = v_F(|p| - p_F), \\ \xi_{p-2p_F} &= -\xi_p \quad (\text{нестинг}), \\ \xi_2 &\equiv \xi_{p-Q} = -\xi_p - v_F k \equiv -\xi_p - \eta, \end{aligned} \quad (2)$$

¹⁾ Такой выбор вектора для антиферромагнитной сверхструктуры или структуры типа волн зарядовой плотности подразумевает картину несоизмеримого упорядочения и соответствующих флуктуаций.

где введена переменная $\eta = v_F k$ (v_F — скорость Ферми), которая будет широко использоваться в дальнейшем. Поле (1) можно переписать в виде

$$V(x) = D \exp(i2p_F x - ikx) + D^* \exp(-i2p_F x + ikx), \quad (3)$$

где в результате замены $D \rightarrow D e^{i\phi}$ введена комплексная амплитуда.

Решение такой задачи элементарно. В двухволновом приближении обычной зонной теории одноэлектронная (нормальная) функция Грина, соответствующая (диагональному) переходу $p \rightarrow p$, в мацубаровском представлении есть

$$\begin{aligned} g_{11}(i\varepsilon_n p p) &= \frac{1}{i\varepsilon_n - \xi_1} + \frac{1}{i\varepsilon_n - \xi_1} \times \\ &\times D^* \frac{1}{i\varepsilon_n - \xi_2} D \frac{1}{i\varepsilon_n - \xi_1} + \dots = \\ &= \frac{i\varepsilon_n - \xi_2}{(i\varepsilon_n - \xi_1)(i\varepsilon_n - \xi_2) - |D|^2} = \\ &= \frac{i\varepsilon + \xi + \eta}{(i\varepsilon - \xi)(i\varepsilon + \xi + \eta) - |D|^2}, \quad (4) \end{aligned}$$

где в последнем равенстве введены обозначения $\xi_p = \xi$ и $\varepsilon_n = \varepsilon$, которые широко применяются ниже для сокращения записи. Можно ввести и недиагональную (аномальную) функцию Грина, соответствующую процессу переброса $p \rightarrow p - Q$:

$$\begin{aligned} g_{12}(i\varepsilon_n p p - Q) &= \frac{1}{i\varepsilon_n - \xi_1} D^* \frac{1}{i\varepsilon_n - \xi_2} + \dots = \\ &= \frac{D^*}{(i\varepsilon_n - \xi_1)(i\varepsilon_n - \xi_2) - |D|^2} = \\ &= \frac{D^*}{(i\varepsilon - \xi)(i\varepsilon + \xi + \eta) - |D|^2}. \quad (5) \end{aligned}$$

Пусть теперь поле (1) является случайным. Рассмотрим вслед за [15] весьма специфическую модель беспорядка, в которой случайным считается вектор отстройки k , причем его функция распределения задается в виде лоренциана²⁾:

$$\mathcal{P}_k(k) = \frac{1}{\pi} \frac{\kappa}{k^2 + \kappa^2}, \quad (6)$$

где $\kappa \equiv \xi_{corr}^{-1}$, а ξ_{corr} — корреляционная длина ближнего порядка. Фаза ϕ в (1) также считается случайной и распределенной однородно на интервале от 0 до 2π :

$$\mathcal{P}_\phi(\phi) = \begin{cases} \frac{1}{2\pi} & \text{при } 0 \leq \phi \leq 2\pi, \\ 0 & \text{при остальных значениях.} \end{cases} \quad (7)$$

²⁾ Фактически речь здесь идет о специфической модели фазовых флуктуаций поля (1).

Корреляционная функция полей $V(x)$ в разных точках вычисляется элементарно и равна

$$\langle V(x)V(x') \rangle = 2D^2 \cos[2p_F(x - x')] \times \exp[-\kappa|x - x'|], \quad (8)$$

где угловые скобки обозначают усреднение по функциям распределения (6) и (7). Случайное поле именно с такой корреляционной функцией рассматривалось в известной работе [16], а также в работах [7–9], где предполагалось, что это поле является гауссовским³⁾. Рассматриваемое здесь случайное поле $V(x)$ гауссовским, в общем случае, не является [15]. Фурье-образ (8) имеет вид характерного лоренциана, определяющего эффективное взаимодействие электрона с флуктуациями ближнего порядка [2]:

$$\begin{aligned} V_{eff}(q) &= \\ &= 2D^2 \left\{ \frac{\kappa}{(q - 2p_F)^2 + \kappa^2} + \frac{\kappa}{(q + 2p_F)^2 + \kappa^2} \right\}. \quad (9) \end{aligned}$$

Именно взаимодействие такого типа рассматривалось во всех цитированных выше работах по «диэлектрической» псевдощели.

Функции Грина, усредненные по ансамблю случайных полей вида (1) с распределениями (6) и (7), вычисляются путем элементарного интегрирования. При этом среднее от аномальной функции Грина (5) просто равно нулю (после усреднения по (7)), что соответствует отсутствию дальнего диэлектрического порядка. Усредненная функция Грина (4) легко получается почленным интегрированием ряда (4) по (6) и равна

$$\begin{aligned} G(i\varepsilon_n p) &= \frac{1}{i\varepsilon_n - \xi_p} + \\ &+ \frac{1}{i\varepsilon_n - \xi_p} D^* \frac{1}{i\varepsilon_n + \xi_p + iv_F \kappa} D \frac{1}{i\varepsilon_n - \xi_p} + \\ &+ \frac{1}{i\varepsilon_n - \xi_p} D^* \frac{1}{i\varepsilon_n + \xi_p + iv_F \kappa} D \frac{1}{i\varepsilon_n - \xi_p} \times \\ &\times D^* \frac{1}{i\varepsilon_n + \xi_p + iv_F \kappa} D \frac{1}{i\varepsilon_n - \xi_p} + \dots = \\ &= \frac{i\varepsilon_n + \xi_p + iv_F \kappa}{(i\varepsilon_n - \xi_p)(i\varepsilon_n + \xi_p + iv_F \kappa) - |D|^2}. \quad (10) \end{aligned}$$

Это и есть точное решение для функции Грина, предложенное в [15].

Далее можно считать, что у поля (1) флуктуирует не только фаза, но и амплитуда D , причем соот-

³⁾ Для гауссовского поля все высшие корреляторы поля $V(x)$ факторизуются «по Вику» через парные (8).

ветствующая функция Грина будет получаться простым усреднением выражения (10) с соответствующим распределением $\mathcal{P}_D(D)$. В частности, распределение амплитуды можно выбрать в виде распределения Рэлея [7, 8, 15]:

$$\mathcal{P}_D(D) = \frac{2D}{W^2} \exp\left(-\frac{D^2}{W^2}\right). \quad (11)$$

Усреднение корреляторов (8) и (9) приводит при этом к простой замене $D \rightarrow W$. Усредненная функция Грина электрона теперь имеет вид

$$\begin{aligned} G(i\varepsilon_n p) &= \int_0^\infty dD \mathcal{P}_D(D) \times \\ &\times \frac{i\varepsilon_n + \xi_p + iv_F \kappa}{(i\varepsilon_n - \xi_p)(i\varepsilon_n + \xi_p + iv_F \kappa) - |D|^2} = \\ &= \int_0^\infty d\zeta e^{-\zeta} \frac{i\varepsilon_n + \xi_p + iv_F \kappa}{(i\varepsilon_n - \xi_p)(i\varepsilon_n + \xi_p + iv_F \kappa) - \zeta W^2}, \quad (12) \end{aligned}$$

где W определяет теперь энергетическую ширину псевдощели. В пределе больших корреляционных длин флуктуаций поля (1), т.е. при $\xi_{corr} \rightarrow \infty$ ($\kappa \rightarrow 0$), решение (12) совпадает с найденным в работах [7] для случая гауссовского случайного поля. При конечных κ оно совпадает с решением, предложенным в работе [11] при формальном анализе точности приближений, использовавшихся в [8, 9] при рассмотрении общей задачи об электроде в гауссовском случайном поле с парным коррелятором вида (8). В работах [11, 15] было показано, что плотность состояний, соответствующая функции Грина (12), обладает характерной размытой псевдощелью в окрестности уровня Ферми, причем значения плотности состояний количественно весьма близки [11, 15, 17] (для несоизмеримого случая практически при всех энергиях) к значениям, найденным в [8], а также к результатам точного численного моделирования задачи с гауссовским случайным полем, проведенного в работах [18–20]⁴⁾.

Если поле (1) создается флуктуациями какого-либо диэлектрического параметра порядка (например антиферромагнитного или волн зарядовой плотности), то распределение (11) может соответствовать его гауссовским флуктуациям в области

достаточно высоких температур [10, 11]. При понижении температуры ниже некоторой характерной, даже до появления в системе соответствующего дальнего порядка, флуктуации амплитуды «вымораживаются» (ср. [3, 21]) и можно просто считать $D = W$, тогда как флуктуации фазы остаются вплоть до самых низких температур. Поэтому решение типа (10), приводящее к достаточно резко выраженной псевдощели при больших корреляционных длинах ξ_{corr} [16], мы будем использовать, подразумеваемая низкотемпературный режим флуктуаций ближнего порядка. Поскольку микроскопика диэлектрических флуктуаций нами не рассматривается, все параметры, их характеризующие, такие как корреляционная длина $\xi_{corr} = \kappa^{-1}$ и амплитуды D или W (энергетическая ширина псевдощели) рассматриваются здесь как феноменологические параметры. Аналогичным образом низкотемпературный или высокотемпературный режим флуктуаций ближнего порядка может реализоваться при различных температурах в сравнении, например, с температурой сверхпроводящего перехода.

Обобщение на случай двумерной электронной системы, характерной для ВТСП-купратов, может быть проведено в духе модели горячих участков поверхности Ферми, рассматривавшейся в работах [4–6]. При этом предполагается, что существуют две независимые системы флуктуаций типа⁵⁾ (1), ориентированные вдоль ортогональных осей x и y , с которыми сильно взаимодействуют только электроны с плоских участков двумерной поверхности Ферми, ортогональных этим осям. При этом двумерный потенциал, в котором движется электрон, считаем факторизованным по этим направлениям: $V(x, y) = V(x)V(y)$ [4–6]. Размер плоских (горячих) участков задается параметром α , причем угловой размер плоского участка при рассмотрении его из центра зоны Бриллюэна равен 2α [2, 4–6]. В частности, значение $\alpha = \pi/4$ соответствует квадратной поверхности Ферми (полный нестинг), когда вся поверхность Ферми является горячей. При $\alpha < \pi/4$ на поверхности Ферми имеются холодные участки, на которых рассеяние на флуктуациях диэлектрического параметра порядка считается отсутствующим, а электроны рассматриваются как свободные. В такой модели различные характеристики, определяющие интегралами по поверхности Ферми, состоят из

⁴⁾ С помощью метода [7] в рассматриваемой модели можно точно рассчитать и двухчастичную функцию Грина и соответствующие частотные зависимости проводимости [15]. К сожалению, специфический вид рассматриваемого беспорядка приводит к нефизическому поведению на нулевой частоте, соответствующему идеальному проводнику.

⁵⁾ Отметим грубую аналогию этой картины с концепцией расслоения фаз в ВТСП-купратах (stripes) [22], если корреляционную длину ξ_{corr} понимать как характерный размер (период) областей расслоения [2].

аддитивных вкладов горячих и холодных участков. Псевдощелевая перестройка электронного спектра происходит лишь на горячих участках (и вблизи них), тогда как на холодных участках сохраняется фермижидкостное поведение [2].

Эта картина находится в качественном согласии с многочисленными ARPES-экспериментами на недодопированных ВТСП-купратах [1, 2], которые показывают, что псевдощелевые аномалии возникают в окрестности точки $(0, \pi)$ в зоне Бриллюэна, исчезая при переходе к ее диагонали. Наличие плоских участков на поверхности Ферми ВТСП-купратов также достаточно надежно наблюдалось в ARPES-экспериментах нескольких независимых групп [2].

3. УРАВНЕНИЯ ГОРЬКОВА И ИХ РЕШЕНИЕ В ПСЕВДОЩЕЛЕВОМ СОСТОЯНИИ

Рассмотрение сверхпроводимости в системе с псевдощелью, вызванной флуктуациями ближнего порядка диэлектрического типа, будем вести в рамках простейшего предположения о наличии взаимодействия спаривания типа БКШ, характеризуемого константой притяжения V , которая, как обычно, считается отличной от нуля в некотором слое шириной $2\omega_c$ в окрестности уровня Ферми (ω_c — характерная частота квантов, обеспечивающая притяжение электронов). Этот же подход использовался нами в [4–6]. При этом в данной работе мы ограничимся рассмотрением только спаривания s -типа. Никаких принципиальных трудностей для рассмотрения случая d -спаривания, характерного для ВТСП-купратов, нет, однако наличие в этом случае угловой зависимости (анизотропии) сверхпроводящей щели приводит [4, 5] к необходимости дополнительного интегрирования, что существенно увеличивает время численного счета. В то же время в работах [4–6] было показано, что влияние псевдощели на сверхпроводимость практически одинаково для s - и d -случаев, отличаясь, по существу, только масштабом параметров, приводящим к соответствующим изменениям основных характеристик сверхпроводящего состояния (d -спаривание менее устойчиво к диэлектризации электронного спектра, чем s -спаривание).

На холодных участках поверхности Ферми сверхпроводимость описывается стандартными уравнениями теории БКШ. Поэтому мы сосредоточимся на выводе уравнений Горькова в одномерной модели, что эквивалентно рассмотрению горячих участков

$$\begin{aligned}
 G_{11} &= g_{11} - g_{11} \Delta F_{11}^+ - g_{12} \Delta F_{21}^+ \\
 F_{11}^+ &= g_{11}^* \Delta^* G_{11} + g_{12}^* \Delta^* G_{21} \\
 G_{21} &= g_{21} - g_{21} \Delta F_{11}^+ - g_{22} \Delta F_{21}^+ \\
 F_{21}^+ &= g_{21}^* \Delta^* G_{11} + g_{22}^* \Delta^* G_{21}
 \end{aligned}$$

Рис. 1. Уравнения Горькова в одномерном периодическом поле

в двумерном случае [5, 6]. Функции Грина (4), (5) одномерной системы в периодическом поле (1) фактически образуют матрицу:

$$\begin{aligned}
 g_{11} &= \frac{i\varepsilon_n - \xi_2}{(i\varepsilon_n - \xi_1)(i\varepsilon_n - \xi_2) - |D|^2}, \\
 g_{12} &= \frac{D^*}{(i\varepsilon_n - \xi_1)(i\varepsilon_n - \xi_2) - |D|^2}, \\
 g_{21} &= \frac{D}{(i\varepsilon_n - \xi_1)(i\varepsilon_n - \xi_2) - |D|^2}, \\
 g_{22} &= \frac{i\varepsilon_n - \xi_1}{(i\varepsilon_n - \xi_1)(i\varepsilon_n - \xi_2) - |D|^2}.
 \end{aligned} \tag{13}$$

При наличии куперовского спаривания уравнения Горькова, построенные на функциях Грина вида (13), изображаются графиками, показанными на рис. 1. В аналитическом виде эта система уравнений записывается следующим образом:

$$\begin{aligned}
 G_{11} &= g_{11} - g_{11} \Delta F_{11}^+ - g_{12} \Delta F_{21}^+, \\
 F_{11}^+ &= g_{11}^* \Delta^* G_{11} + g_{12}^* \Delta^* G_{21}, \\
 G_{21} &= g_{21} - g_{21} \Delta F_{11}^+ - g_{22} \Delta F_{21}^+, \\
 F_{21}^+ &= g_{21}^* \Delta^* G_{11} + g_{22}^* \Delta^* G_{21},
 \end{aligned} \tag{14}$$

где сверхпроводящая щель определяется, как обычно, из уравнения

$$\begin{aligned}
 \Delta^* &= VT \sum_{n,p} F_{11}^+(\varepsilon_n p) = \\
 &= \lambda T \sum_n \int_{-\infty}^{\infty} d\xi_p F_{11}^+(\varepsilon_n \xi_p) \equiv \lambda T \sum_n \overline{F_{11}^+(\varepsilon_n)},
 \end{aligned} \tag{15}$$

где $\lambda = N_0(0)V$ — безразмерная константа взаимодействия спаривания, $N_0(0)$ — плотность состояний свободных электронов на уровне Ферми.

Решение системы уравнений (14) дает

$$\begin{aligned}
 G_{11} &= -\frac{1}{\text{Det}}[(i\varepsilon + \xi_1)(\varepsilon^2 + \xi_2^2 + D^2 + \Delta) - \\
 &\quad - D^2(\xi_1 + \xi_2)] = \\
 &= -\frac{1}{\text{Det}}\{(i\varepsilon + \xi)[\varepsilon^2 + (\xi + \eta)^2 + \\
 &\quad + D^2 + \Delta^2] + D^2\eta\}, \quad (16) \\
 F_{11}^+ &= -\frac{1}{\text{Det}}\Delta^*(\varepsilon^2 + \xi_2^2 + D^2 + \Delta^2) = \\
 &= -\frac{1}{\text{Det}}\Delta^*[\varepsilon^2 + (\xi + \eta)^2 + D^2 + \Delta^2],
 \end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned}
 \text{Det} &= (\varepsilon^2 + \xi_1^2 + D^2 + \Delta^2)(\varepsilon^2 + \xi_2^2 + D^2 + \Delta^2) - \\
 &\quad - (\xi_1 + \xi_2)^2 D^2 = (\varepsilon^2 + \xi^2 + D^2 + \Delta^2) \times \\
 &\quad \times (\varepsilon^2 + (\xi + \eta)^2 + D^2 + \Delta^2) - \eta^2 D^2, \quad (17)
 \end{aligned}$$

а D — вещественная амплитуда поля флуктуаций (1). В соответствии с (15) горьковская функция Грина F_{11}^+ определяет энергетическую щель сверхпроводника. С учетом случайного характера поля диэлектрических флуктуаций уравнение (15) следует усреднить по флуктуациям их фазы $\eta = v_F k$ и амплитуды D с использованием распределений (6) и (для высокотемпературного режима флуктуаций) распределения (11).

Громоздкие, но прямые вычисления интеграла в (15) методом вычетов дают

$$\begin{aligned}
 \overline{F_{11}^+(\varepsilon)} &= \frac{\pi\Delta^*}{\sqrt{2}} \times \\
 &\times \left\{ \sqrt{\left(\tilde{\varepsilon}^2 + D^2 + \frac{\eta^2}{4}\right)^2 - \eta^2 D^2 + \tilde{\varepsilon}^2 + D^2 - \frac{\eta^2}{4}} \right\}^{-1/2} \times \\
 &\times \left\{ 1 + \frac{\tilde{\varepsilon}^2 + D^2 + \frac{\eta^2}{4}}{\sqrt{\left(\tilde{\varepsilon}^2 + D^2 + \frac{\eta^2}{4}\right)^2 - \eta^2 D^2}} \right\} \equiv \\
 &\equiv \pi\Delta^* \mathcal{F}(\varepsilon, \Delta, \eta, D), \quad (18)
 \end{aligned}$$

где

$$\tilde{\varepsilon} = \sqrt{\varepsilon^2 + \Delta^2}. \quad (19)$$

Тогда из (15) сразу получаем уравнение для сверхпроводящей щели в двумерной модели горячих участков [4–6]:

$$1 = 2\pi\lambda T \sum_{n=0}^{\left[\frac{\omega_c}{2\pi T}\right]} \left\{ \tilde{\alpha}\mathcal{F}(\varepsilon, \Delta, \eta, D) + \frac{1 - \tilde{\alpha}}{\tilde{\varepsilon}} \right\}, \quad (20)$$

где $\tilde{\alpha} = (4/\pi)\alpha$ — относительная доля горячих участков на поверхности Ферми. Второе слагаемое в (20) дает стандартный вклад БКШ от холодных участков, составляющих долю $(1 - \tilde{\alpha})$ на поверхности Ферми. Суммирование по n в (20) ведется до максимального значения, определяемого целой частью отношения $\omega_c/2\pi T$.

Из уравнения (20) путем численных расчетов можно найти величину щели $\Delta(\eta, D)$ при фиксированных значениях η и D (т.е. для заданного значения случайного поля флуктуаций (1)) для любой температуры. После этого можно провести усреднение по (6) и (11) и найти, таким образом, температурные зависимости усредненной щели. В частности, для низкотемпературного режима диэлектрических флуктуаций достаточно провести усреднение лишь по фазе η , так что сверхпроводящая щель есть

$$\langle \Delta \rangle = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} d\eta \frac{v_F \kappa}{\eta^2 + v_F^2 \kappa^2} \Delta(\eta, D). \quad (21)$$

В высокотемпературном приближении добавляется еще усреднение по амплитуде D с распределением (11):

$$\begin{aligned}
 \langle \Delta \rangle &= \frac{2}{W^2} \int_0^{\infty} dD D \exp\left(-\frac{D^2}{W^2}\right) \frac{1}{\pi} \times \\
 &\quad \times \int_{-\infty}^{\infty} d\eta \frac{v_F \kappa}{\eta^2 + v_F^2 \kappa^2} \Delta(\eta, D). \quad (22)
 \end{aligned}$$

В результате найдем температурные зависимости усредненной сверхпроводящей щели $\langle \Delta \rangle$, не делая никаких статистических предположений типа предположения о самоусредняемости параметра порядка. Аналогичным образом можно рассчитать и температурные зависимости дисперсии $\langle \Delta^2 \rangle - \langle \Delta \rangle^2$, по которым можно судить о степени случайности Δ , т.е. о наличии или отсутствии самоусредняемости. Результаты соответствующих расчетов и их обсуждение приводятся в следующем разделе.

Как уже отмечалось во Введении, в большинстве работ по сверхпроводимости в неупорядоченных системах рассмотрение ведется в предположении о самоусредняемости сверхпроводящей щели Δ . В этом случае Δ считается, фактически, неслучайной величиной, не зависящей от случайных характеристик поля, в котором распространяются электроны, образующие куперовские пары. В нашем случае речь идет об амплитуде D и фазе η поля (1), соответственно самоусредняемость по этим параметрам можно проанализировать по отдельности.

Пусть Δ является самоусредняющейся по флуктуациям η . Тогда можно считать, что в (16) Δ не

зависит от η . Соответственно, усредненная по флуктуациям η аномальная функция Горькова имеет вид

$$\langle F_{11}^+ \rangle = \frac{\Delta^*}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} d\eta \frac{v_F \kappa}{\eta^2 + v_F^2 \kappa^2} \frac{\varepsilon^2 + (\xi + \eta)^2 + D^2 + \Delta^2}{(\varepsilon^2 + \xi^2 + D^2 + \Delta^2)(\varepsilon^2 + (\xi + \eta)^2 + D^2 + \Delta^2) - \eta^2 D^2}. \quad (23)$$

Этот интеграл может быть непосредственно вычислен, так что после весьма громоздких расчетов получаем

$$\langle F_{11}^+ \rangle = \Delta^* \frac{\tilde{\varepsilon}^2 (1 + v_F \kappa / \tilde{\varepsilon})^2 + D^2 (1 + v_F \kappa / \tilde{\varepsilon}) + \xi^2}{[(1 + v_F \kappa / \tilde{\varepsilon}) \tilde{\varepsilon}^2 + \xi^2 + D^2]^2 + v_F^2 \kappa^2 \xi^2}. \quad (24)$$

Соответственно, можно вычислить и интеграл от (24), входящий в уравнение для щели:

$$\overline{\langle F_{11}^+ \rangle} \equiv \int_{-\infty}^{\infty} d\xi \langle F_{11}^+ \rangle = \frac{\pi \Delta^* (1 + v_F \kappa / 2\tilde{\varepsilon})}{\sqrt{D^2 + \tilde{\varepsilon}^2 (1 + v_F \kappa / 2\tilde{\varepsilon})^2}}. \quad (25)$$

Таким образом, несмотря на громоздкий вид аномальной функции Грина (24), в уравнении для щели учет взаимодействия с флуктуациями на горячих (плоских) участках поверхности Ферми сводится к стандартной перенормировке:

$$\begin{aligned} \varepsilon &\rightarrow \varepsilon \left(1 + \frac{v_F \kappa}{2\tilde{\varepsilon}} \right) = \varepsilon \left(1 + \frac{v_F \kappa}{2\sqrt{\varepsilon^2 + \Delta^2}} \right), \\ \Delta &\rightarrow \Delta \left(1 + \frac{v_F \kappa}{2\tilde{\varepsilon}} \right) = \Delta \left(1 + \frac{v_F \kappa}{2\sqrt{\varepsilon^2 + \Delta^2}} \right), \end{aligned} \quad (26)$$

аналогичной возникающей в задаче об учете влияния примесей на сверхпроводимость [23] и уже возникавшей в контексте рассматриваемой задачи в работе [6]. Аналогия с примесной задачей здесь довольно полная, поскольку величина $v_F \kappa = v_F \xi_{corr}^{-1}$ представляет собой характерное обратное время пробега электрона через область ближнего порядка длиной порядка ξ_{corr} . Разумеется, влияние псевдощели еще связано с появлением в (24), (25) квадрата диэлектрической щели D^2 .

В итоге уравнение для сверхпроводящей щели в модели горячих участков в предположении самоусредняемости по фазовым флуктуациям имеет вид

$$1 = 2\pi\lambda T \times \sum_{n=0}^{\left[\frac{\omega_c}{2\pi T} \right]} \left\{ \tilde{\alpha} \frac{1 + v_F \kappa / 2\tilde{\varepsilon}}{\sqrt{D^2 + \tilde{\varepsilon}^2 (1 + v_F \kappa / 2\tilde{\varepsilon})^2}} + \frac{1 - \tilde{\alpha}}{\tilde{\varepsilon}} \right\}. \quad (27)$$

Решать это уравнение, естественно, проще чем уравнение (20) с последующим усреднением (21). В отсутствие флуктуаций амплитуды диэлектрического поля D , что справедливо для низкотемпературной области флуктуаций ближнего порядка, именно уравнение (27) определяет среднеполевое (в терминологии работы [5]), по отношению к флуктуациям случайного поля (1), поведение $\Delta(T)$.

В высокотемпературной области флуктуаций ближнего порядка, принимая для D распределение (11), в предположении самоусредняемости также и по флуктуациям D получаем следующее уравнение для усредненной сверхпроводящей щели:

$$1 = 2\pi\lambda T \times \sum_{n=0}^{\left[\frac{\omega_c}{2\pi T} \right]} \left\{ \frac{2\tilde{\alpha}}{W^2} \int_0^{\infty} dD D \exp\left(-\frac{D^2}{W^2}\right) \times \frac{1 + v_F \kappa / 2\tilde{\varepsilon}}{\sqrt{D^2 + \tilde{\varepsilon}^2 (1 + v_F \kappa / 2\tilde{\varepsilon})^2}} + \frac{1 - \tilde{\alpha}}{\tilde{\varepsilon}} \right\}, \quad (28)$$

что описывает ситуацию, аналогичную рассмотренной детально в нашей работе [6], где учитывалось влияние на сверхпроводимость гауссовских флуктуаций диэлектрического ближнего порядка в рамках подхода, основанного на работах [8, 9]. В данном случае флуктуации (1) учтены точно, но Δ предполагается самоусредняющейся величиной. Ниже мы увидим, что все результаты, следующие из (28), весьма близки к полученным в [6]. При $\kappa \rightarrow 0$ ($\xi_{corr} \rightarrow \infty$) уравнение (28) переходит в аналогичное среднеполевое уравнение работы [5]. Найденную из (27) или (28) температуру сверхпроводящего перехода, по-видимому, можно отождествить с температурой, при которой бесконечно малая щель (сверхпроводимость) возникает однородно во всем образце [5].

В следующем разделе приводятся результаты численного решения уравнений (27), (28) в сравнении с результатами точного анализа на основе уравнений (20)–(22).

4. ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ И ИХ ОБСУЖДЕНИЕ

Рассмотрим результаты численного анализа уравнений, приведенных в предыдущем разделе⁶⁾.

На рис. 2 и 3 приведены зависимости критической температуры T_c сверхпроводящего перехода в низкотемпературной области диэлектрических флуктуаций (температура обращения в нуль среднеполевой щели, определяемой уравнением (27)) соответственно от ширины псевдощели W (в данном случае совпадающей с амплитудой диэлектрической щели D) и корреляционной длины. Результаты качественно совпадают с соответствующими результатами для высокотемпературной области диэлектрических флуктуаций (где T_c определяется уравнением (28)), а также с результатами, полученными ранее в несколько иной модели диэлектрических флуктуаций ближнего порядка с конечной корреляционной длиной в работе [6]. С ростом ширины псевдощели W среднеполевая температура T_c подавляется. Уменьшение корреляционной длины замыкает псевдощель [2, 8, 15] и соответственно уменьшает подавление T_c .

На рис. 4 сплошными кривыми приведены температурные зависимости сверхпроводящей щели $\langle \Delta \rangle$, усредненной и по амплитуде D , и по фазе η (высокотемпературная область флуктуаций ближнего порядка, где $\langle \Delta \rangle$ описывается выражением (22)), для разных значений v_{FK} . Штриховые кривые — соответствующие среднеполевые температурные зависимости сверхпроводящей щели, полученные в предположении самоусредняемости сверхпроводящего параметра порядка как по флуктуациям амплитуды, так и по флуктуациям фазы, определяемые уравнением (28).

Усредненная по флуктуациям сверхпроводящая щель отлична от нуля и в области температур выше температуры сверхпроводящего перехода T_c , которая соответствует обращению в нуль среднеполевой сверхпроводящей щели (т. е. щели однородной во всем образце). Более того, видно, что усредненная по флуктуациям сверхпроводящая щель отлична от нуля и в узкой области температур выше температуры перехода в сверхпроводящее состояние в отсутствие флуктуаций ближнего порядка T_{c0} . Это связано с тем, что существуют такие флуктуации фазы η , при которых уровень Ферми попадает в область пиков плотности состояний, вызванных образованием

⁶⁾ При численном анализе полагалось, что доля плоских участков на поверхности Ферми $\tilde{\alpha} = 2/3$.

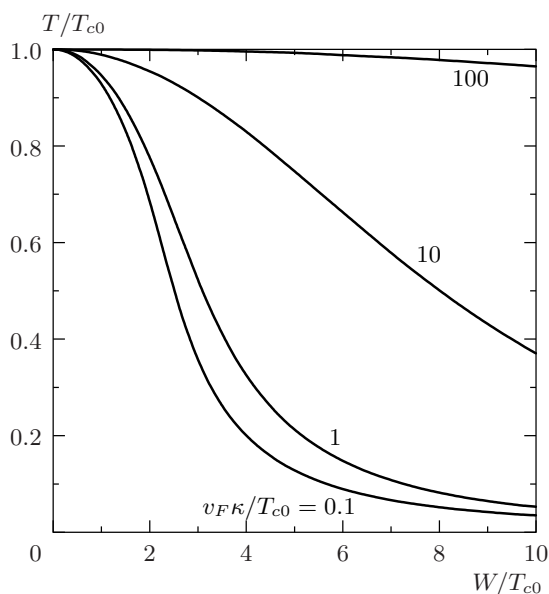


Рис. 2. Зависимость критической температуры сверхпроводящего перехода в низкотемпературной области диэлектрических флуктуаций от ширины псевдощели W для разных значений корреляционной длины диэлектрических флуктуаций v_{FK}/T_{c0}

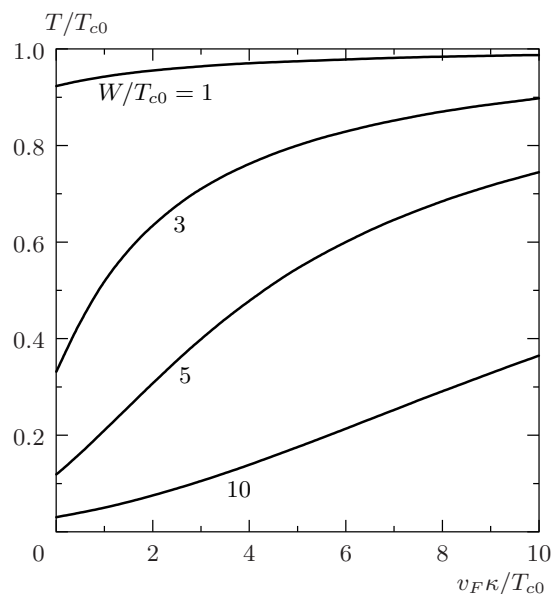


Рис. 3. Зависимость критической температуры сверхпроводящего перехода в низкотемпературной области диэлектрических флуктуаций от корреляционной длины этих флуктуаций для разных значений ширины псевдощели W/T_{c0}

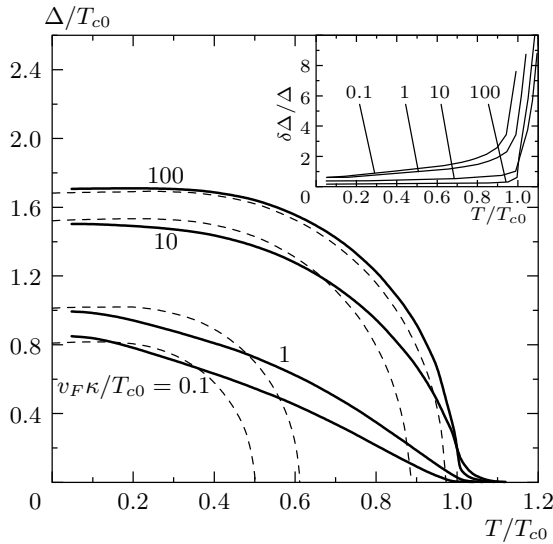


Рис. 4. Температурная зависимость сверхпроводящей щели в высокотемпературной области диэлектрических флуктуаций. Сплошные кривые — усредненная по амплитуде D и по фазе η сверхпроводящая щель $\langle \Delta \rangle$, описываемая выражением (22). Штриховые кривые — среднеполевая сверхпроводящая щель, определяемая уравнением (28). На вставке — температурная зависимость относительной среднеквадратичной флуктуации сверхпроводящей щели. Кривые приведены для $W/T_{c0} = 3$ и различных значений $v_F\kappa/T_{c0}$

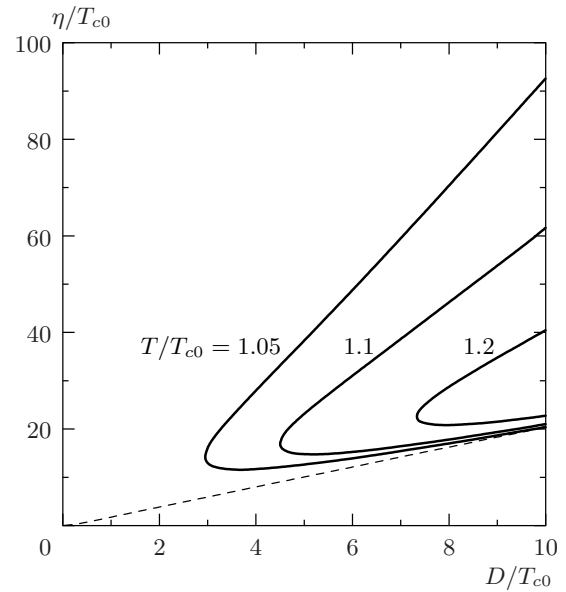


Рис. 5. Области фазовой диаграммы с отличной от нуля сверхпроводящей щелью для различных температур выше T_{c0} . Штриховая линия соответствует $D = \eta/2$

диэлектрической щели. Действительно, плотность состояний при конкретной реализации фазы η и амплитуды диэлектрической щели D имеет вид

$$\begin{aligned} \frac{N(E)}{N_0(0)} &= -\frac{1}{\pi N_0(0)} \text{Im} \sum_p g_{11}^R(Epp) = \\ &= \begin{cases} \frac{|E+\eta/2|}{\sqrt{(E+\eta/2)^2 - D^2}} & \text{при } |E+\eta/2| > D, \\ 0 & \text{при остальных значениях,} \end{cases} \end{aligned} \quad (29)$$

где $g_{11}^R(Epp)$ — запаздывающая функция Грина, которая получается из (4) стандартным аналитическим продолжением $i\epsilon_n \rightarrow E+i0$, $N_0(0)$ — плотность состояний на уровне Ферми в отсутствие флуктуаций ближнего порядка. Поэтому при $\eta/2 \approx D$ уровень Ферми приходится на пики плотности состояний, что приводит к увеличению сверхпроводящей щели $\Delta(\eta, D)$. Более того, увеличение амплитуды диэлектрической щели D приводит к увеличению ширины пиков в плотности состояний (29), поэтому при сохранении условия $\eta/2 \approx D$ сверхпрово-

дующая щель $\Delta(\eta, D)$ растет с увеличением D . Это приводит к тому, что при любой температуре выше T_{c0} на фазовой диаграмме в осях η и D при достаточно больших амплитудах диэлектрической щели $D > D^*(T)$ всегда остается узкая область вблизи прямой $\eta/2 = D$, где сверхпроводящая щель $\Delta(\eta, D)$ отлична от нуля (см. рис. 5). Это приводит к появлению на температурной зависимости усредненной по флуктуациям сверхпроводящей щели $\langle \Delta \rangle$ бесконечного экспоненциально малого хвоста в области температур выше T_{c0} ⁷⁾.

На вставке на рис. 4 приведена температурная зависимость относительной среднеквадратичной флуктуации сверхпроводящей щели $\delta\Delta/\Delta = \sqrt{\langle \Delta^2 \rangle - \langle \Delta \rangle^2} / \langle \Delta \rangle$ для высокотемпературного режима диэлектрических флуктуаций. В случае больших корреляционных длин ближнего порядка ($\xi_0/\xi_{corr} \ll 1$) флуктуации сверхпроводящего параметра порядка очень сильны во всей области температур, что свидетельствует об очевидной несамоусредняемости сверхпроводящего параметра порядка. Удивительным образом флуктуации

⁷⁾ Разумеется, этот эффект в рассматриваемой модели является следствием одномерного характера случайного поля флуктуаций, приводящего к соответствующим особенностям в плотности состояний (29). В этом смысле он может оказаться не универсальным и присущим только данной упрощенной модели.

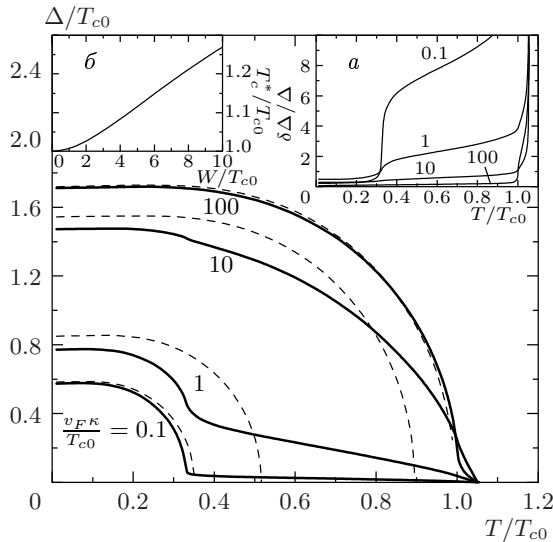


Рис. 6. Температурная зависимость сверхпроводящей щели в низкотемпературной области диэлектрических флуктуаций. Сплошные кривые — усредненная по фазе η при фиксированной амплитуде $D = W$ сверхпроводящая щель $\langle \Delta \rangle$, описываемая выражением (21). Штриховые кривые — среднеполевая сверхпроводящая щель, определяемая уравнением (27). На вставке *a* — температурная зависимость относительной среднеквадратичной флуктуации сверхпроводящей щели. Кривые приведены для $W/T_{c0} = 3$ и различных значениях $v_{F\kappa}/T_{c0}$. На вставке *б* — зависимость критической температуры T_c^* от ширины псевдощели

сверхпроводящей щели оказываются достаточно сильными и в области малых корреляционных длин, по крайней мере, в области температур $T > T_c$. В частности, хвост на температурной зависимости $\langle \Delta \rangle$ при $T > T_c$ заметен даже при $v_{F\kappa}/T_{c0} = 100$, когда $\xi_0/\xi_{corr} \approx 30 \gg 1$.

На рис. 6 сплошными кривыми приведены температурные зависимости сверхпроводящей щели $\langle \Delta \rangle$, усредненной по фазе η (см. (21)) в низкотемпературном режиме диэлектрических флуктуаций, когда флуктуации по амплитуде диэлектрической щели вымораживаются и $D = W$. Штриховыми кривыми приведены соответствующие температурные зависимости среднеполевой сверхпроводящей щели, полученной в предположении самоусредняемости сверхпроводящего параметра порядка по флуктуациям фазы η , определяемые уравнением (27). При достаточно больших корреляционных длинах ближнего порядка усредненная щель при $T < T_c$ очень близка к среднеполевой и имеет лишь относительно малый хвост в области $T > T_c$. Такое поведение в низко-

температурном режиме диэлектрических флуктуаций связано с тем, что при $\xi_{corr} \rightarrow \infty$ случайность в такой модели вообще пропадает ($\eta = 0, D = W$). Соответственно и среднеквадратичная флуктуация щели, приведенная на вставке *a* на рис. 6, при большой корреляционной длине достаточно мала при $T < T_c$, но резко возрастает при $T > T_c$. С уменьшением корреляционной длины флуктуации сверхпроводящей щели $\delta\Delta$ при $T < T_c$ сначала возрастают просто в связи с увеличением случайности (параметр $v_{F\kappa}$ определяет ширину распределения η), а затем убывают в области $\xi_0/\xi_{corr} \gg 1$. В области хвоста усредненной сверхпроводящей щели ($T > T_c$) флуктуации сверхпроводящей щели очень велики. Хотя они и уменьшаются с убыванием корреляционной длины ближнего порядка ξ_{corr} , но все же остаются существенными даже при достаточно малых корреляционных длинах, т. е. и в области $\xi_0/\xi_{corr} \gg 1$.

Так же как и в высокотемпературном режиме диэлектрических флуктуаций, хвост в температурной зависимости усредненной щели здесь наблюдается и при $T > T_{c0}$. Это объясняется указанными выше причинами. Однако в низкотемпературном режиме амплитуда диэлектрической щели уже не является случайной, а строго зафиксирована, $D = W$. Поэтому при $T_{c0} < T < T_c^*$, где T_c^* определяется условием $D^*(T_c^*) = W$, существует узкая область фаз вблизи $\eta = 2W$, где сверхпроводящая щель $\Delta(\eta, W)$ отлична от нуля, а при $T > T_c^*$ такая область отсутствует (см. рис. 5); T_c^* является температурой, до которой тянется хвост усредненной щели, т. е. критической температурой для усредненной щели $\langle \Delta \rangle$. Из определения T_c^* очевидно, что она не зависит от корреляционной длины, а зависит лишь от W . Поскольку ширина пиков в плотности состояний (29), а следовательно и $\Delta(\eta, D)$, растет с увеличением D при сохранении условия $\eta/2 \approx D$, величина T_c^* растет с увеличением W . Зависимость T_c^* от W приведена на соответствующей вставке на рис. 6.

5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В данной работе изучены особенности сверхпроводящего состояния в рамках чрезвычайно упрощенной модели псевдощели в двумерной электронной системе, допускающей точное решение. Центральный результат — это явное отсутствие полной самоусредняемости сверхпроводящего параметра порядка (энергетической щели) по случайному полю диэлектрических флуктуаций, приводящих к формированию псевдощелевого состояния. Этот факт достаточно удивителен с точки зрения стандартной те-

ории сверхпроводимости в неупорядоченных системах [12–14]. Отсутствие самоусредняемости, проявляющееся в возникновении сильных флуктуаций щели, особенно ярко видно в области температур, превышающих среднеполевою температуру сверхпроводящего перехода T_c , получающуюся из стандартных уравнений, выписанных в предположении самоусредняемости параметра порядка. Эта температура отождествляется нами с температурой возникновения однородного сверхпроводящего состояния во всем образце, тогда как в реальной неупорядоченной системе сверхпроводящее состояние является неоднородным, а в области $T > T_c$ сверхпроводящая фаза может существовать в виде отдельных областей (капель), возникающих из-за случайных флуктуаций локальной плотности электронных состояний. В отличие от нашей предыдущей работы [5], где такая картина рассматривалась в пределе очень больших корреляционных длин ближнего порядка $\xi_{corr} \rightarrow \infty$, использование модели [15] позволило получить полное решение для произвольных значений ξ_{corr} . Это решение показало отсутствие полной самоусредняемости сверхпроводящей щели даже при $\xi_{corr} < \xi_0$, что противоречит наивным ожиданиям стандартного подхода [2]. Как уже отмечалось выше, нам неизвестны работы, в которых вопрос о самоусредняемости Δ рассматривался бы в рамках точно решаемых моделей беспорядка. Здесь проведено именно такое рассмотрение. Разумеется неясно, в какой мере полученные результаты сохранятся в более реалистических моделях.

С точки зрения дальнейших исследований данной модели представляет большой интерес изучение поведения спектральной плотности электронной и туннельной плотности состояний, аналогичное тому, которое было проведено в нашей предыдущей работе [5] в пределе $\xi_{corr} \rightarrow \infty$. В частности, очень интересно исследовать вопрос о самоусредняемости плотности состояний, которая практически всегда предполагается в теории неупорядоченных систем.

При сравнении с экспериментальными данными по высокотемпературным сверхпроводникам отметим, что в работах [24, 25] с помощью метода сканирующей туннельной микроскопии, измеряющей локальную плотность состояний, на пленках $\text{Bi}_2\text{Sr}_2\text{CaCu}_2\text{O}_{8+\delta}$ было четко продемонстрировано, что в системе имеются микроскопические сверхпроводящие области, сосуществующие с преобладающими областями полупроводникового типа с типичной псевдощелью в электронном спектре. Эти наблюдения находятся в качественном соответствии с основными выводами рассмотренной модели.

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке РФФИ (проект 99-02-16285), CRDF (грант № REC-005) и программы фундаментальных исследований Президиума РАН «Квантовая макрофизика», а также в рамках госконтрактов Министерства промышленности и науки 108-11(00)-П по программе «Статистическая физика» и 107-1(00)-П (договор 7/01) программы ВТСП.

ЛИТЕРАТУРА

1. T. Timusk and B. Statt, *Rep. Prog. Phys.* **62**, 61 (1999).
2. М. В. Садовский, *УФН* **171**, 539 (2001).
3. V. M. Loktev, R. M. Quick, and S. G. Sharapov, submitted to *Phys. Rep.*; E-print archives, cond-mat/0012082.
4. А. И. Посаженикова, М. В. Садовский, *ЖЭТФ* **115**, 632 (1999).
5. Э. З. Кучинский, М. В. Садовский, *ЖЭТФ* **117**, 613 (2000); *Physica C* **341–348**, 879 (2000).
6. Э. З. Кучинский, М. В. Садовский, *ЖЭТФ* **119**, 553 (2001).
7. М. В. Садовский, *ЖЭТФ* **66**, 1720 (1974); *ФТТ* **16**, 2504 (1974).
8. М. В. Садовский, *ЖЭТФ* **77**, 2070 (1979).
9. М. В. Садовский, А. А. Тимофеев, *СФХТ* **4**, 11 (1991); M. V. Sadovskii and A. A. Timofeev, *J. Moscow Phys. Soc.* **1**, 391 (1991).
10. J. Schmalian, D. Pines, and B. Stojkovic, *Phys. Rev. Lett.* **80**, 3839 (1998); *Phys. Rev. B* **60**, 667 (1999).
11. Э. З. Кучинский, М. В. Садовский, *ЖЭТФ* **115**, 1765 (1999).
12. Л. П. Горьков, *ЖЭТФ* **37**, 1407 (1959).
13. П. Де Жен, *Сверхпроводимость металлов и сплавов*, Мир, Москва (1968).
14. M. V. Sadovskii, *Superconductivity and Localization*, World Scientific, Singapore (2000); *Phys. Rep.* **282**, 225 (1997); *СФХТ* **8**, 337 (1995).
15. L. Bartosch and P. Kopietz, *Eur. Phys. J. B* **17**, 555 (2000).
16. P. A. Lee, T. M. Rice, and P. W. Anderson, *Phys. Rev. Lett.* **31**, 462 (1973).

17. M. V. Sadovskii, *Physica C* **341–348**, 811 (2000).
18. L. Bartosch and P. Kopietz, *Phys. Rev. B* **60**, 15488 (1999).
19. L. Bartosch, submitted to *Ann. der Phys.*; E-print archives, cond-mat/0102160.
20. A. J. Millis and H. Monien, *Phys. Rev. B* **61**, 12496 (2000).
21. С. А. Бразовский, И. Е. Дзялошинский, *ЖЭТФ* **71**, 2338 (1976).
22. J. Tranquada, *J. Phys. Chem. Sol.* **59**, 2150 (1998).
23. А. А. Абрикосов, Л. П. Горьков, И. Е. Дзялошинский, *Методы квантовой теории поля в статистической физике*, Физматгиз, Москва (1962).
24. T. Cren, D. Roditchev, W. Sacks, J. Klein, J.-B. Moussy, C. Deville-Cavellin, and M. Lagues, *Phys. Rev. Lett.* **84**, 147 (2000).
25. T. Cren, D. Roditchev, W. Sacks, and J. Klein, submitted to *Europhys. Lett.*