

КРИТИЧЕСКОЕ УСИЛЕНИЕ НЕЛИНЕЙНОГО ОТКЛИКА В БЫСТРЫХ ФОТОРЕФРАКТИВНЫХ КРИСТАЛЛАХ

М. В. Горкунов

*Институт кристаллографии Российской академии наук
117333, Москва, Россия*

*Е. В. Подivilов, Б. И. Стурман**

*Международный институт нелинейных исследований Российской академии наук
630090, Новосибирск, Россия*

Поступила в редакцию 14 августа 2001 г.

Показано, что с приближением к порогу генерации пространственных субгармоник в быстрых фоторефрактивных кристаллах (силлениты, CdTe) возможно практически неограниченное (с сингулярностью) усиление нелинейного фоторефрактивного отклика, ведущее к резкому росту пространственного усиления слабых сигналов. Развита теория критического пространственного усиления, учитывающая реальные атрибуты быстрых фоторефрактивных кристаллов — векторный характер нелинейной связи и неоднородное уширение резонансов вследствие поглощения света. Теория приложена к расчету реальных характеристик критического усиления и оптимизации условий экспериментов по обнаружению и исследованию этого явления.

PACS: 42.65.-k, 42.70.-a, 72.40.+w

1. ВВЕДЕНИЕ

Фоторефрактивная нелинейность, присущая большинству фоточувствительных нецентросимметричных материалов, проявляет себя в вырожденном по частоте взаимодействию световых волн уже в диапазоне малых интенсивностей. Ее основные элементы — это разделение заряда под действием света, изменение оптической восприимчивости из-за линейного электрооптического эффекта и дифракция на наведенных изменениях оптической плотности [1–3]. Скорость пространственного усиления здесь определяется произведением соответствующего электрооптического коэффициента на поле пространственного заряда, наведенное внутри кристалла, она насыщается зачастую уже при милливаттных мощностях. Время нелинейного отклика определяется скоростью разделения заряда, как правило, оно обратно пропорционально интенсивности света.

К сожалению, фоторефрактивные материалы,

характеризующиеся большими скоростями пространственного усиления, $\Gamma = 10^1\text{--}10^2 \text{ см}^{-1}$, такие как LiNbO₃ и BaTiO₃, весьма медленны. Время отклика t_r достигает в них значений порядка 10^2 с , что неприемлемо для большинства приложений и неудобно для эксперимента. В то же время быстрые фоторефрактивные материалы — кубические кристаллы семейства силленитов (BSO, ВТО, ВГО) и кубические полупроводники (CdTe, GaAs и др.) — обладают недостаточно сильной нелинейностью, $\Gamma < 1 \text{ см}^{-1}$.

Поскольку условие быстроты является императивом, значительные усилия были потрачены на изучение фоторефрактивных свойств кубических кристаллов и, в частности, на выяснение возможностей усиления их нелинейности [2–5]. Эти усилия привели к обнаружению ряда фундаментальных эффектов, связанных с резонансным (линейным и нелинейным) возбуждением низкочастотных слабозатухающих волн пространственного заряда, присущих быстрым материалам, находящимся в электрическом поле [6–8]. Если $\mathbf{K} = \mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_2$ — разность волновых векторов световых волн 1 и 2, а $\Omega = \omega_1 - \omega_2$ — неболь-

*E-mail: sturman@iae.nsk.su

шая частотная расстройка между ними, то условие линейного резонанса между вынуждающей интерференционной световой картиной и волной пространственного заряда (ВПЗ) с волновым вектором \mathbf{K} есть $\Omega = \omega_K$, где ω_K — собственная частота ВПЗ. Для \mathbf{K} параллельного приложенному электрическому полю \mathbf{E}_0 простейшая модель, описывающая ВПЗ и применимая по крайней мере к силленитам, дает закон дисперсии [8]

$$\omega_K = \frac{4\pi}{\varepsilon_0} \frac{\alpha I_0}{\hbar\omega} \frac{1}{K E_0}, \quad (1)$$

где ε_0 — статическая диэлектрическая проницаемость, α — коэффициент поглощения, I_0 — полная интенсивность, а $\hbar\omega$ — энергия поглощаемых квантов. Это соотношение применимо в области K, E_0 , где частота ω_K существенно превосходит затухание γ_K . В условиях линейного резонанса амплитуда поля пространственного заряда E_K возрастет в $Q_K \equiv |\omega_K|/\gamma_K$ раз по сравнению со случаем $\Omega = 0$. Этот эффект известен как ДС-усиление фоторефрактивного отклика [2, 4]. Аналогичный эффект усиления дает приложение знакопеременного АС-поля [3, 9]. В силленитах фактор добротности Q_K обычно не превосходит 6–8.

Другим фундаментальным эффектом, обусловленным наличием слабозатухающих ВПЗ, является их параметрическое возбуждение, часто называемое генерацией пространственных субгармоник [2, 8, 10, 11]. Генерация субгармоник также осуществляется в двухпучковой оптической схеме при наличии частотной расстройки Ω . Минимальным порогом обладает возбуждение субгармоники $K/2$, а соответствующее условие параметрического резонанса есть

$$\Omega = 2\omega_{K/2} \equiv 4\omega_K.$$

Пороговое условие в резонансе имеет вид

$$m > m_{th} = 3/Q_{K/2},$$

где m — контраст интерференционной световой картины, изменяющийся от 0 до 1 в зависимости от соотношения интенсивностей пучков накачки. Возбуждение субгармоники $K/2$ при $m > m_{th}$ носит мягкий характер, т. е. не сопровождается скачком амплитуды $E_{K/2}(m)$ [12–14].

Недавно было показано [15], что скорость экспоненциального пространственного усиления Γ слабого центрального светового пучка (см. рис. 1) должна испытывать критический рост,

$$\Gamma \propto (m_{th} - m)^{-1},$$

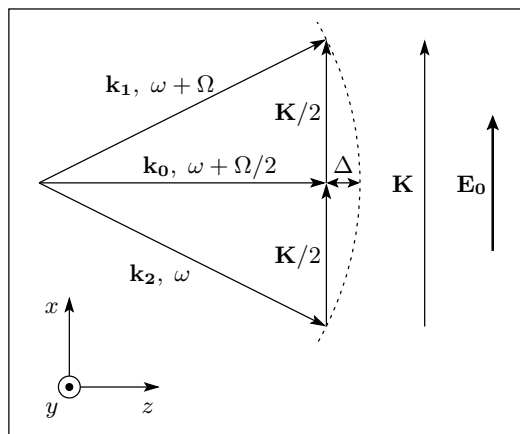


Рис. 1. Принципиальная схема взаимодействия; волновые векторы $\mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2$ и \mathbf{k}_0 относятся к пучкам накачки и к усиливающемуся слабому пучку, Ω — частотная расстройка, Δ — брэгговское рассогласование

при приближении снизу к порогу параметрической неустойчивости. Физическая причина такой особенности состоит в обращении в нуль скорости затухания ВПЗ с волновым вектором $K/2$ на пороге неустойчивости. Механизм критического пространственного усиления центрального пучка включает в себя интерференцию (гибридизацию) параметрических процессов, обусловленных оптической и материальной нелинейностями. Такой механизм не имеет аналогов среди известных нелинейных явлений. Реализация критического пространственного усиления открывала бы новые перспективы в области приложений.

К сожалению, рассмотренная в [15] модель является иллюстративной. Она не имеет предсказательной силы, т. е. не может быть использована для описания рассматриваемого эффекта и формулировки условий, необходимых для его экспериментального обнаружения и исследования. Причин здесь несколько. Во-первых, оптическая нелинейность кубических кристаллов является векторной, т. е. пространственные изменения интенсивности и поляризации неразделимы [16, 17]. Во-вторых, собственные частоты ВПЗ убывают в глубь кристалла из-за линейного поглощения света (см. (1)), что приводит к неоднородному уширению резонансов [18, 19]. Наконец, оптические эффекты в кубических кристаллах чувствительны к ориентации вектора \mathbf{K} (и \mathbf{E}_0) относительно кристаллографических осей [3, 16]. Все эти важные свойства рассматриваемого эффекта остались за рамками работы [15].

В настоящей работе предложена адекватная теория критического фоторефрактивного усиления в быстрых кубических кристаллах. Она учитывает все указанные выше свойства оптической и материальной нелинейностей. Данная теория позволяет сформулировать рекомендации по оптимизации эффекта, а также описать его зависимости от основных контролируемых экспериментальных параметров. Теория основана на результатах (теоретических и экспериментальных) предшествующих исследований параметрического возбуждения ВПЗ [8, 10, 12–14] и векторного оптического взаимодействия [17, 19].

Работа построена следующим образом. В разд. 2 вводятся необходимые уравнения теории параметрического возбуждения ВПЗ и векторного взаимодействия световых волн в кубических кристаллах, определяются основные приближения и формулируются исходные соотношения теории критического усиления. В разд. 3 проводится унитарное преобразование к новым переменным, для того чтобы максимально упростить векторное уравнение для амплитуды центрального пучка. Далее в разд. 4 обсуждаются значения оптических и материальных параметров кристаллов BSO и ВТО, которые больше всего подходят для экспериментальных исследований критических эффектов, а также проводятся необходимые оценки параметров теории. В разд. 5 рассматривается предел тонких кристаллов, допускающий полное аналитическое исследование и служащий основой для понимания многих свойств эффекта. В разд. 6 приводятся результаты численного моделирования критического усиления, выполненного для кристаллов BSO и ВТО, которые сопоставляются с предсказаниями упрощенной модели. В заключительном разд. 7 обсуждаются полученные результаты, а также приводятся рекомендации для эксперимента и выводы.

2. ИСХОДНЫЕ СООТНОШЕНИЯ

Геометрическая схема критического усиления представлена на рис. 1. Приложенное поле \mathbf{E}_0 и вектор фундаментальной решетки \mathbf{K} параллельны оси x и перпендикулярны направлению распространения z . Частотная расстройка между пучками накачки 1 и 2 равна Ω , величина расстройки для слабого центрального пучка 0 равна $\Omega/2$. Далее мы будем считать $\Omega \approx 4\omega_K(z)$ во всем кристалле, что означает относительную малость его толщины d по сравнению с длиной поглощения α^{-1} . Введенное ограничение не означает слабости влияния линейного по-

глощения на критическое усиление, поскольку частотная ширина области параметрического резонанса определяется величиной затухания $\gamma_{K/2}$, малой по сравнению с $\omega_{K/2} = 2\omega_K$. Однако это ограничение позволяет считать, что Ω существенно превышает ω_K , т. е. прямое возбуждение фундаментальной решетки пучками накачки 1 и 2 нерезонансно. Для удобства рассмотрения мы положили, как и в [15], что $k_0 = (k_{1,2})_z$. Малый дефицит волнового вектора Δ (брэгговское рассогласование) легко учитывается в рамках приближения медленно меняющихся амплитуд.

Как следует из геометрической схемы, решетка интенсивности, сформированная пучками накачки 1 и 2, движется с такой же скоростью Ω/K , как и решетки, наведенные волновыми парами (1,0) и (0,2). Кроме того, условие параметрического возбуждения субгармоники $K/2$ пучками накачки совпадает с условием ее линейного возбуждения указанными выше парами волн.

Исходные соотношения представляют собой связанные уравнения для скалярных амплитуд решеток поля пространственного заряда и векторных амплитуд световых волн. Структура этих уравнений определяется, соответственно, материальной и оптической нелинейностями. В рамках стандартной одноцентральной модели переноса заряда [1, 2] амплитуда электрического поля на пространственной частоте $K/2$ и временной частоте $\Omega/2$, нормированная на величину приложенного поля E_0 и обозначаемая $e_{K/2}$, подчиняется уравнению [8, 14]

$$[\partial_t + \gamma_{K/2} + i\omega_{K/2} - i\Omega/2]e_{K/2} = i|\omega_{K/2}|(2e_K e_{K/2}^* - \mathbf{a}_0 \cdot \mathbf{a}_2^* - \mathbf{a}_1 \cdot \mathbf{a}_0^*), \quad (2)$$

в котором e_K — нормированная на E_0 амплитуда фундаментальной решетки, а $\mathbf{a}_{0,1,2}$ — векторные амплитуды световых волн 0,1,2, нормированные на корень из их суммарной интенсивности I_0 . В пренебрежении обратным влиянием слабого центрального пучка на накачку выполняется условие

$$|\mathbf{a}_1|^2 + |\mathbf{a}_2|^2 = 1.$$

Структура левой части уравнения (2) типична для резонансных волновых эффектов. Первый член правой части описывает связь ВПЗ с волновым вектором $K/2$ с фундаментальной решеткой, он ответствен за параметрическое возбуждение субгармоники. Второй и третий члены в круглых скобках описывают линейное возбуждение субгармоники $K/2$ парами волн (0,2) и (1,0); величины $2|\mathbf{a}_0 \cdot \mathbf{a}_2^*|$ и $2|\mathbf{a}_1 \cdot \mathbf{a}_0^*|$

есть не что иное, как значения контраста интерференционных картин, наводимых этими парами. Каждый из учтенных вкладов хорошо известен в теории и подтвержден экспериментом.

Поскольку возбуждение фундаментальной решетки нерезонансно,

$$\Omega - \omega_K \approx 3\omega_K \gg \gamma_K,$$

ее амплитуда подчиняется простому соотношению:

$$e_K = \mathbf{a}_1 \cdot \mathbf{a}_2^*/3$$

см. [8]. Оно справедливо вплоть до значения контраста

$$m \equiv 2|\mathbf{a}_1 \cdot \mathbf{a}_2^*| = 1.$$

В стационарных условиях уравнение (2) легко разрешается относительно $e_{K/2}$. Учитывая, что $\gamma_{K/2}$ и $\omega_{K/2}$ пропорциональны $I_0 \propto \exp(-\alpha z)$, мы представим искомое соотношение в виде

$$e_{K/2} = \frac{-i\tilde{Q}}{1 - \xi^2} \left[\mathbf{a}_0 \cdot \mathbf{a}_2^* + \mathbf{a}_0^* \cdot \mathbf{a}_1 - \frac{2i}{3} \tilde{Q}^* (\mathbf{a}_1 \cdot \mathbf{a}_2^*) (\mathbf{a}_0 \cdot \mathbf{a}_1^* + \mathbf{a}_0^* \cdot \mathbf{a}_2) \right], \quad (3)$$

где

$$\tilde{Q} = [Q_{K/2}^{-1} + i\delta(z)]^{-1}$$

— комплексный резонансный фактор,

$$\delta = 1 - \Omega \exp(\alpha z)/4\omega_K(0)$$

— безразмерная отстройка от параметрического резонанса,

$$\xi = m|\tilde{Q}|/3 < 1$$

— параметр, характеризующий близость к порогу генерации субгармоники. При $\xi \rightarrow 1$ амплитуда субгармоники $e_{K/2} \rightarrow \infty$. Величина $|\tilde{Q}|$ может рассматриваться как эффективная добротность, учитывающая пространственно-неоднородную отстройку от резонанса. При $\delta = 0$ мы имеем $\tilde{Q} = Q_{K/2}$. Чем больше $|\delta|$, тем выше пороговое значение контраста. Минимальное пороговое значение m , отвечающее $\delta = 0$, очевидно, есть

$$m_{th} = 3/Q_{K/2}.$$

Среди уравнений, определяющих амплитуды световых волн, наиболее важным является уравнение для $\mathbf{a}_0 = (a_0)_{x,y}$. Эта амплитуда меняется за счет линейных и нелинейных эффектов. К линейным эффектам относятся оптическая активность, наведенная внешним полем оптическая анизотропия и брэгговское рассогласование. Нелинейные эффекты —

это дифракция волн накачки 1 и 2 на решетке $\mathbf{K}/2$ (см. рис. 1). Все указанные процессы безинерционны в масштабе характерных времен фоторефрактивного отклика. В итоге уравнение для \mathbf{a}_0 может быть представлено в виде

$$(\partial_z - i\Delta - i\boldsymbol{\kappa} \cdot \hat{\boldsymbol{\sigma}}) \mathbf{a}_0 = iE_0 (\nu_0 + \boldsymbol{\nu} \cdot \hat{\boldsymbol{\sigma}}) (e_{K/2}^* \mathbf{a}_1 + e_{K/2} \mathbf{a}_2). \quad (4)$$

Здесь $\hat{\boldsymbol{\sigma}} = (\hat{\sigma}_1, \hat{\sigma}_2, \hat{\sigma}_3)$ — стандартный набор σ -матриц (матриц Паули) [20], $\boldsymbol{\kappa} = (\kappa_1, \rho, \kappa_3)$, $\boldsymbol{\nu} = (\nu_1, 0, \nu_3)$ и ν_0 — некоторые известные величины [17], а ρ — удельное оптическое вращение. Коэффициент поглощения α не входит в (4), поскольку световые амплитуды нормированы на $I_0(z) \propto \exp(-\alpha z)$. То, что компонента ν_2 принимает нулевое значение, связано с тем, что наведенная решетка пространственного заряда не меняет оптическую активность. Параметр ν_0 характеризует изотропную часть матрицы взаимодействия, а компоненты $\nu_{1,3}$ — ее анизотропную часть, меняющую состояние поляризации при дифракции. Использованное σ -представление значительно облегчает рассмотрение векторного взаимодействия волн [17, 19].

Существенно, что параметры $\kappa_{1,3}$, $\nu_{1,3}$ и ν_0 могут быть вычислены для любой оптической конфигурации, т. е. для любой ориентации векторов \mathbf{K} и \mathbf{E}_0 относительно кристаллографических осей кубических кристаллов [17, 21]. В практическом смысле наиболее важным является случай $\mathbf{K}, \mathbf{E}_0 \perp [110]$, $z \parallel [110]$; для него проведены все известные эксперименты по генерации субгармоник и большинство экспериментов по двухволновым взаимодействиям. Ограничиваясь этим случаем, мы можем записать

$$\kappa_1 = qE_0 \sin \zeta, \quad \kappa_3 = -0.5qE_0 \cos \zeta,$$

где

$$q = \pi n^3 r_{41} / \lambda,$$

ζ — угол между \mathbf{K} и $[001]$, n — показатель преломления, r_{41} — единственный ненулевой электрооптический коэффициент для кристаллов групп 23 (силлениты) и $\bar{4}2m$ (полупроводники), λ — длина световой волны. Параметры $\nu_{0,1,3}$ включают в себя в общем случае не только электрооптический, но и эластооптический вклад, обусловленный пьезоэлектрическими деформациями [22, 23]. В ряде актуальных случаев (см. также ниже) эластооптические вклады либо отсутствуют, либо пренебрежимо малы. Пренебрегая ими, можно записать

$$\nu_0 = 0.5q \cos \zeta, \quad \nu_1 = q \sin \zeta, \quad \nu_3 = -0.5q \cos \zeta.$$

Для эксперимента наиболее важны так называемые продольная ($\mathbf{K} \parallel \mathbf{E}_0 \parallel [001]$) и поперечная ($\mathbf{K} \parallel \mathbf{E}_0 \perp [001]$) оптические конфигурации. В обоих этих случаях пренебрежение эластооптическими вкладами в $\nu_{0,1,3}$ полностью оправдано. В продольном случае мы имеем

$$\begin{aligned} \kappa_1 = 0, \quad \kappa_3 = -qE_0/2, \quad \nu_0 = q/2, \\ \nu_1 = 0, \quad \nu_3 = -q/2, \end{aligned}$$

в то время как в поперечной геометрии

$$\begin{aligned} \kappa_1 = qE_0, \quad \kappa_3 = 0, \\ \nu_0 = \nu_3 = 0, \quad \nu_1 = q. \end{aligned}$$

Заметим, что в поперечной конфигурации изотропная часть взаимодействия полностью отсутствует, $\nu_0 = 0$, тогда как в продольном случае она такая же по величине, как и анизотропная часть. Случаи, когда изотропная часть взаимодействия доминирует, попросту отсутствуют в кубических фоторефрактивных кристаллах. Отметим, наконец, что противоположные направления кристаллографических осей (например $[001]$ и $[00\bar{1}]$), как правило, неразличимы в эксперименте. Выбор требуемого знака r_{41} может при этом быть осуществлен поворотом образца на 180° вокруг оси распространения [110].

Амплитуды волн накачки $\mathbf{a}_{1,2}$, входящие в уравнение (4), не могут считаться постоянными. Они меняются при распространении в глубь кристалла по крайней мере за счет линейных эффектов — оптической активности и наведенного внешним полем двулучепреломления. Влияние же на $\mathbf{a}_{1,2}$ нелинейных эффектов может считаться слабым в широком диапазоне параметров. Эффект обратного влияния центрального пучка на накачку слаб при достаточно малых входной амплитуде $\mathbf{a}_0(0)$ и толщине кристалла d , а взаимное влияние пучков накачки 1 и 2 за счет дифракции на K -решетке слабо вследствие нерезонансного характера ее возбуждения. В действительности последний эффект слаб при $d \lesssim 3\text{--}4$ мм, в то время как критическое усиление центрального пучка остается очень сильным и для таких толщин (см. также ниже). Таким образом, амплитуды $\mathbf{a}_{1,2}$ подчиняются линейному уравнению

$$(\partial_z - i\mathbf{\kappa} \cdot \hat{\boldsymbol{\sigma}}) \mathbf{a}_{1,2} = 0. \quad (5)$$

Возможность использования параксиального приближения для волн накачки, т.е. пренебрежения компонентами $(a_{1,2})_z$, не вызывает сомнения, поскольку рассматриваемые углы между направлениями распространения и осью z внутри кристалла не

превышают нескольких градусов. Система уравнений (3)–(5) достаточна для описания критического усиления.

3. ПРЕДСТАВЛЕНИЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ

Для того чтобы исключить в уравнении (4) зависимость $\mathbf{a}_{1,2}(z)$ и линейный член $\mathbf{\kappa} \cdot \hat{\boldsymbol{\sigma}}$, удобно провести унитарное преобразование

$$\mathbf{a}_{0,1,2} = \exp(iz\mathbf{\kappa} \cdot \hat{\boldsymbol{\sigma}}) \mathbf{b}_{0,1,2}. \quad (6)$$

Переход к амплитудам $\mathbf{b}_{0,1,2}$ аналогичен использованию представления взаимодействия в квантовой механике [20]. Новые амплитуды волн накачки не зависят от z и равны соответствующим входным значениям начальных амплитуд:

$$\mathbf{b}_{1,2}(z) = \mathbf{b}_{1,2}(0) = \mathbf{a}_{1,2}(0).$$

При преобразовании уравнения (4) следует использовать выражение (3) для $e_{K/2}$. Для простоты мы будем считать входные поляризации пучков накачки одинаковыми, а фазу центрального пучка отсчитывать от полусуммы входных фаз волн накачки. В итоге уравнение для \mathbf{b}_0 приобретает вид

$$\begin{aligned} (\partial_z - i\Delta) \mathbf{b}_0 = & -\frac{E_0}{1 - \xi^2} \times \\ & \times \left[(\mathbf{b}_0 \cdot \mathbf{e}_0^*) (\tilde{Q}' W_0 - i\tilde{Q}'' + im_0 |\tilde{Q}| \xi) + \right. \\ & \left. + i(\mathbf{b}_0^* \cdot \mathbf{e}_0) (|\tilde{Q}| \xi - m_0 \tilde{Q}'') \right] (\nu_0 + \mathbf{h} \cdot \hat{\boldsymbol{\sigma}}) \mathbf{e}_0, \quad (7) \end{aligned}$$

где

$$W_0 = |\mathbf{a}_1(0)|^2 - |\mathbf{a}_2(0)|^2$$

— относительная разность интенсивностей пучков накачки на входе в кристалл,

$$m_0 = \sqrt{1 - W_0^2}$$

— входное значение контраста, \mathbf{e}_0 — единичный вектор входной поляризации волн накачки,

$$\xi = m_0 |\tilde{Q}|/3$$

— параметр, характеризующий близость к порогу генерации и зависящий теперь от входного значения контраста, а \tilde{Q}' и \tilde{Q}'' — действительная и мнимая части \tilde{Q} . Вектор \mathbf{h} в правой части (7) зависит от z :

$$\begin{aligned} \mathbf{h} = \boldsymbol{\nu} - 2 \sin^2(\kappa z) \left[\boldsymbol{\nu} - \mathbf{n}(\mathbf{n} \cdot \boldsymbol{\nu}) \right] + \\ + \mathbf{n} \times \boldsymbol{\nu} \sin(2\kappa z), \quad (8) \end{aligned}$$

где $\mathbf{n} = \boldsymbol{\kappa}/\kappa$. Появление этой зависимости связано с некоммутативностью операторов $\boldsymbol{\nu} \cdot \hat{\boldsymbol{\sigma}}$ и $\boldsymbol{\kappa} \cdot \hat{\boldsymbol{\sigma}}$. Таким образом, в уравнении (7) есть два источника пространственной неоднородности — зависимость $\tilde{Q}(z)$, связанная с поглощением света и отвечающая неоднородному уширению резонанса, и зависимость $\mathbf{h}(z)$, характеризующая векторную природу оптической нелинейности в кубических кристаллах. Для того чтобы осуществить формальный переход к скалярному случаю, рассмотренному в [15], необходимо положить в уравнении (7)

$$\alpha = 0, \quad \Omega = 4\omega_K, \quad \rho = 0$$

и выбрать в качестве \mathbf{e}_0 собственный вектор оператора $\boldsymbol{\nu} \cdot \hat{\boldsymbol{\sigma}}$.

Главной особенностью уравнения (7), обеспечивающей критическое усиление, является наличие фактора $(1 - \xi^2)^{-1}$, бесконечно растущего с приближением к порогу генерации ВПЗ. Другая интересная особенность — это связь между амплитудами \mathbf{b}_0 и \mathbf{b}_0^* . Такая связь типична для параметрических волновых процессов. В нашем конкретном случае она следует уже из геометрической схемы, представленной на рис. 1, и существует даже в случае пренебрежения параметрической связью между $\mathbf{e}_{K/2}$ и $\mathbf{e}_{K/2}^*$ в уравнении (2). Пренебрежение материальной нелинейностью в уравнении (7) эквивалентно приравнению ξ нулю.

Отметим, что использование амплитуд \mathbf{b} вместо \mathbf{a} не приводит к сколько-нибудь существенному усложнению при вычислении наблюдаемых характеристик, поскольку унитарное преобразование не меняет скалярных произведений векторов. В частности,

$$|\mathbf{a}_0(z)|^2 = |\mathbf{b}_0(z)|^2, \quad \mathbf{a}_1(z) \cdot \mathbf{a}_2^*(z) = \mathbf{b}_1(z) \cdot \mathbf{b}_2^*(z)$$

и т. п.

4. ОПТИЧЕСКИЕ И МАТЕРИАЛЬНЫЕ ПАРАМЕТРЫ ДЛЯ КРИСТАЛЛОВ BSO И ВТО

Для того чтобы получить представление о важности тех или иных вкладов и возможном диапазоне изменения основных параметров теории, приведем необходимые литературные данные и численные оценки для кристаллов ВТО и BSO, принадлежащих семейству силленитов. Используемая выше простая модель разделения заряда имеет для этих материалов серьезные экспериментальные подтверждения. Для кристаллов BSO проведено наибольшее количество экспериментов по генерации

пространственных субгармоник ($\lambda = 514$ нм), в то время как для кристаллов ВТО большинство экспериментов были посвящены измерению характеристик, относящихся к взаимодействию световых пучков ($\lambda = 633$ нм).

В таблице приведены значения основных параметров кристаллов BSO и ВТО, не связанные с модельными представлениями. Они достаточно близки, за исключением величины оптического вращения, значение которой для кристалла BSO значительно выше. Отношение ρ/q , приведенное в таблице, имеет смысл поля, при котором электрооптический вклад в изменение оптической восприимчивости становится сравним с вкладом от оптической активности. При $\rho \gg |qE_0|$ и $\rho \ll |qE_0|$ собственные оптические моды поляризованы соответственно почти циркулярно и почти линейно. Поскольку поля, используемые в эксперименте для генерации субгармоник, составляют обычно 6–8 кВ/см, можно заключить, что в кристаллах BSO мы близки к первому случаю, а в ВТО — ко второму. Эта обстоятельство имеет существенное значение для понимания особенностей критического усиления.

Зависимость фактора добротности $Q_{K/2}(E_0)$ контролируется двумя материальными параметрами — концентрацией ловушек N_t и произведением подвижностей фотоэлектронов на их время жизни, $\mu\tau$ [8]. Согласно литературным данным [2, 3], для кристаллов BSO и ВТО значения N_t могут быть оценены соответственно как 10^{16} см⁻³ и $3 \cdot 10^{16}$ см⁻³. Значения $\mu\tau$ в кристаллах BSO изменяются в пределах 10^{-7} – 10^{-6} см²/В, в кристаллах ВТО — в пределах $3 \cdot (10^{-8}$ – $10^{-7})$ см²/В. В качестве «представительных» значений $\mu\tau$ для кристаллов BSO и ВТО мы выберем соответственно $3 \cdot 10^{-7}$ и 10^{-7} см²/В. Эти значения далеки от экстремальных.

На рис. 2 показаны линии уровня фактора добротности $Q_{K/2}$ на плоскости K, E_0 . Там же приведены соответствующие значения полуугла θ_p между пучками накачки в воздухе. Видно, что значения добротности $Q_{K/2} > 3$, необходимые для генерации субгармоники $K/2$, достигаются в весьма широком диапазоне полей и углов. Для кристаллов BSO насыщение $Q_{K/2}$ с ростом приложенного поля достигается несколько раньше, чем для ВТО; оптимальные углы также меньше для кристаллов BSO. При фиксированном E_0 одно и то же значение добротности может быть получено при двух разных значениях K (угла θ_p).

Брэгговское рассогласование Δ , также являющееся важным параметром теории, выражается через θ_p и λ как $\Delta = \pi\theta_p^2/n\lambda$. Большие значения Δ ,

	n	$ r_{41} $	$ \rho $	ε_0	$q = \pi n^3 r_{41} / \lambda$	$ \rho/q $
BSO	2.6	$4.5 \cdot 10^{-10}$ см/В	38.8 град/мм	56	0.48 (кВ) $^{-1}$	13.8 кВ/см
ВТО	2.58	$4.75 \cdot 10^{-10}$ см/В	6.5 град/мм	47	0.4 (кВ) $^{-1}$	2.8 кВ/см

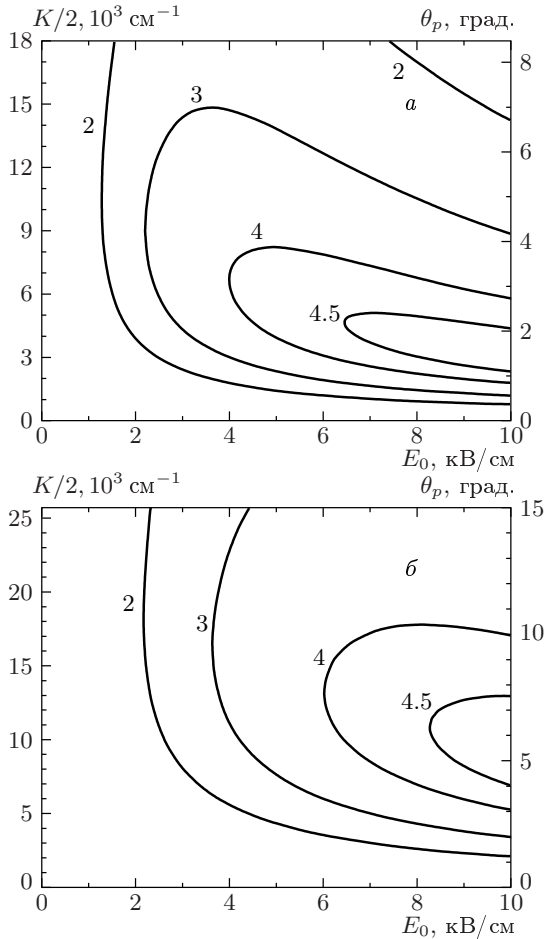


Рис. 2. Линии уровня фактора добротности $Q_{K/2}(E_0) = \text{const}$ для кристаллов BSO (а) и ВТО (б). В случае (а) $\mu\tau = 3 \cdot 10^{-7}$ см²/В, $N_t = 10^{16}$ см⁻³, в случае (б) $\mu\tau = 10^{-7}$ см²/В, $N_t = 3 \cdot 10^{16}$ см⁻³; остальные материальные параметры отвечают таблице. Пересчет пространственной частоты $K/2$ в полуугол θ_p между пучками накачки выполнен для $\lambda = 514$ (а) и 633 (б) нм

препятствующие дифракции в центральный пучок, должны отрицательно влиять на критическое усиление. Поэтому из двух указанных выше возможных значений θ_p целесообразно выбирать наименьшее. Это значение, в свою очередь, как правило, заметно меньше для кристаллов BSO.

Характерная длина, на которой происходит

существенное изменение амплитуд волн накачки из-за дифракции на K -решетке, можно оценить как $2/|qE_0|$. При значении поля $E_0 = 7$ кВ/см она составляет примерно 6–8 мм для кристаллов ВТО и BSO.

Для кристаллов BSO значение коэффициента поглощения α на длине волны 514 нм варьирует от 1 до 2.5 см⁻¹; в кристаллах ВТО $\alpha \approx 0.5$ см⁻¹ для $\lambda = 633$ нм [3, 24].

5. ПРОСТРАНСТВЕННО-ОДНОРОДНАЯ МОДЕЛЬ

Как уже отмечалось, необходимое условие применимости векторного уравнения (7) имеет вид

$$|qE_0|d \ll 1;$$

оно эквивалентно условию слабости энергообмена между пучками накачки 1 и 2 за счет дифракции на фундаментальной решетке. В экспериментах по генерации субгармоник это условие обычно выполняется для $d \lesssim 3$ –4 мм. Кроме того, мы знаем, что выражение (7) содержит два источника неоднородности: $\mathbf{h}(z)$ и $\tilde{Q}(z)$. Характерные масштабы, на которых изменения этих величин становятся существенными, могут быть оценены как ρ^{-1} и $2/\alpha Q_{K/2}$. Они составляют примерно 1–2 мм для кристаллов BSO и несколько больше для кристаллов ВТО. Если толщина d существенно меньше этого значения, мы можем пренебречь неоднородностью в уравнении (7) и прийти к упрощенной пространственно-однородной векторной модели, в которой

$$\mathbf{h} = \nu, \quad \omega_K = \omega_K(0),$$

$$\delta = \frac{\Omega - 4\omega_K}{4\omega_K}, \quad \tilde{Q} = (Q_{K/2}^{-1} + i\delta)^{-1}, \quad \xi = m_0|\tilde{Q}|/3$$

есть постоянные параметры. Благодаря критической зависимости правой части (7) от ξ , эффекты пространственного усиления остаются сильными в упрощенной модели. Отметим, наконец, что разница между амплитудами $\mathbf{a}(z)$ и $\mathbf{b}(z)$ пренебрежимо мала в рассматриваемом пределе.

Считая коэффициенты векторного уравнения (7) постоянными, умножая его скалярно на \mathbf{e}_0^* и полагая

$(\mathbf{e}_0^* \cdot \mathbf{a}_0)$, $(\mathbf{e}_0 \cdot \mathbf{a}_0^*) \propto \exp(\Gamma z)$, мы приходим к задаче на собственные значения для инкремента Γ . Решение этой задачи двузначно:

$$\Gamma_{\pm} = f_1 \pm \sqrt{g^2 - f_2^2}, \quad (9)$$

где

$$\begin{aligned} f_1 &= -\frac{\bar{\nu} E_0 \tilde{Q}' W_0}{1 - \xi^2}, \\ f_2 &= \Delta - \frac{\bar{\nu} E_0}{1 - \xi^2} (m_0 \xi |\tilde{Q}| - \tilde{Q}''), \\ g &= \frac{\bar{\nu} E_0}{1 - \xi^2} (m_0 \tilde{Q}'' - \xi |\tilde{Q}|), \end{aligned} \quad (10)$$

а $\bar{\nu} = \nu_0 + \boldsymbol{\nu} \cdot \mathbf{s}_0$ — эффективная константа связи, зависящая от поляризации пучков накачки через вектор Стокса \mathbf{s}_0 [25]. Для линейной входной поляризации накачки компоненты вектора Стокса выражаются через угол φ_0 между плоскостью поляризации и направлением кристаллографической оси [001] как

$$\mathbf{s}_0 = (\sin 2\varphi_0, 0, \cos 2\varphi_0).$$

Для циркулярной поляризации мы имеем

$$\mathbf{s}_0 = (0, \pm 1, 0).$$

Пространственная зависимость проекции амплитуды $a_0 = \mathbf{e}_0^* \cdot \mathbf{a}_0(z)$ в общем случае включает в себя два экспоненциальных фактора,

$$a_0 = \frac{1}{2\sqrt{g^2 - f_2^2}} \{ [a_0(0)(f - \Gamma_+) - i g a_0^*(0)] e^{\Gamma_+ z} - [a_0(0)(f - \Gamma_-) - i g a_0^*(0)] e^{\Gamma_- z} \}, \quad (11)$$

где $f = f_1 - i f_2$. Предэкспоненциальные факторы в (11) зависят от входной фазы центрального пучка $\Phi_0 = \arg[a_0(0)]$, что типично для параметрических процессов. Обращение в нуль одного из предэкспоненциальных факторов означает, что двухкомпонентный вектор $[a_0(0), a_0^*(0)]$ является собственным для соответствующего значения инкремента. Если $\exp[(\Gamma_+ - \Gamma_-)d] \gg 1$, то эффект пространственного усиления связан главным образом с первым членом в (11), см. также ниже.

Амплитуда $\mathbf{a}_0(z)$ может быть найдена из уравнений (7), (11) простым интегрированием. Она имеет параллельную и перпендикулярную вектору $(\nu_0 + \boldsymbol{\nu} \cdot \hat{\boldsymbol{\sigma}}) \mathbf{e}_0$ составляющие, причем лишь первая из них испытывает пространственное усиление. В общем случае векторная амплитуда $\mathbf{a}_0(z)$ меняет свое направление при распространении. Однако в важном случае, когда $\mathbf{a}_0(0) \parallel \mathbf{e}_0$ и вектор поляризации накачки \mathbf{e}_0 является собственным для оператора $\boldsymbol{\nu} \cdot \hat{\boldsymbol{\sigma}}$, направление $\mathbf{a}_0(z)$ остается постоянным и

задача о пространственном усилении сводится к скалярной. Для продольной геометрии ($\mathbf{K} \parallel [001]$) это отвечает углу поляризации $\varphi_0 = 0$ или $\pi/2$, а для поперечной конфигурации ($\mathbf{K} \perp [001]$) соответствующие значения φ_0 равны $\pm 45^\circ$.

Рассмотрим более подробно свойства инкремента Γ , который является главной характеристикой пространственного усиления. Как видно из (9), при $g^2 \geq f_2^2$ значения Γ_{\pm} действительны. Этот случай отвечает брэгговской дифракции в центральный пучок; он реализуется при достаточно малом брэгговском рассогласовании Δ и достаточно сильной параметрической связи. Последнее означает близость ξ к критическому значению, равному единице. При $g^2 \leq f_2^2$ мы оказываемся в области внебрэгговской дифракции; здесь $\Gamma_+ = \Gamma_-^*$, т.е. действительные части Γ'_{\pm} совпадают.

Вблизи порога неустойчивости, когда $\xi \rightarrow 1$, выражения (10), (11) сильно упрощаются, одно из значений Γ_{\pm} стремится к бесконечности, а второе остается конечным. Сингулярное значение инкремента (Γ_+) является положительным, если $\bar{\nu} W_0 E_0 < 0$. В этом случае, который представляет основной интерес, мы имеем

$$\Gamma_+ \approx -\frac{3E_0 W_0 (\nu_0 + \boldsymbol{\nu} \cdot \mathbf{s}_0)}{m_0 [(1 + \delta^2 Q_{K/2}^2)^{1/2} - Q_{K/2} m_0 / 3]}. \quad (12)$$

Отрицательный знак произведения $\bar{\nu} W_0 E_0$ может быть реализован либо перестановкой интенсивностей пучков накачки (смена знака у W_0), либо поворотом кристалла на 180° вокруг оси z (смена знаков ν_0 и $\boldsymbol{\nu}$). Смена знака у E_0 здесь нежелательна, поскольку она приводит к смене знака у ω_K . Следует заметить, что вблизи сингулярности случаи

$$\bar{\nu} E_0 < 0, \quad W_0 > 0$$

и

$$\bar{\nu} E_0 > 0, \quad W_0 < 0$$

эквивалентны. В общем же случае предпочтительной является вторая комбинация, при которой отрицательная поправка к длине волнового вектора k_0 компенсирует брэгговское рассогласование Δ (см. рис. 1). Квадратная скобка в знаменателе выражения (12) есть не что иное, как расстояние до порога неустойчивости с учетом отстройки δ ; при

$$m_0 < m_{th} = 3/Q_{K/2}$$

наша теория справедлива во всей резонансной области, в то время как при $m_0 > m_{th}$ область ее применимости ограничена крыльями резонанса,

$$|\delta| > Q_{K/2}^{-1} \sqrt{(m/m_{th})^2 - 1}.$$

Абсолютное значение параметра связи, входящего в (12), зависит от поляризации накачки, а также от оптической конфигурации. Поскольку $\nu_2 = 0$, скалярное произведение $\nu \cdot s_0$ достигает минимума и максимума при линейной поляризации, когда $s_2 = 0$. Соответственно, максимальное и минимальное (по поляризации) значения $|\bar{\nu}|$ есть $|\nu_0| \pm |\nu|$. Для продольной (L) конфигурации

$$|\nu_0| + |\nu| = |q| = \pi n^3 |r_{41}| / \lambda, \quad |\nu_0| - |\nu| = 0,$$

эти значения отвечают значениям угла поляризации $\varphi_0 = \pi/2, 0$. Для поперечной (T) конфигурации

$$\nu_0 = 0, \quad |\nu| = |q|,$$

т. е. максимальное значение $|\bar{\nu}|_{max} = |q|$ здесь такое же, как и для продольной, это значение отвечает $\varphi_0 = \pm 45^\circ$. Что же касается знака $\bar{\nu}$, то он, как уже отмечалось, может быть оптимизирован вращением образца на 180° вокруг оси распространения z . Отметим, наконец, что при циркулярной поляризации накачки $\nu \cdot s_0 = 0$; это означает, что величина Γ_+ уменьшается здесь в два раза по сравнению с максимальной в L -конфигурации и обращается в нуль в T -конфигурации.

В эксперименте основными параметрами, управляющими критическим поведением Γ , являются частотная расстройка Ω и относительная разность интенсивностей пучков накачки W_0 . На рис. 3а, б показаны зависимости действительной части инкремента $\Gamma'_\pm(\Omega, W_0)$, построенные на основе формул (9), (10) для значений параметров кристаллов BSO и ВТО, указанных в таблице. Выбранные значения $\mu\tau$ и N_t здесь такие же, как и для рис. 2:

$$E_0 = 7 \text{ кВ/см}, \quad Q_{K/2} = 4,$$

$$\Delta = 20.7 \text{ и } 280 \text{ см}^{-1},$$

выбор значений Δ отвечает зависимости $Q_{K/2}(E_0, K)$ на рис. 2а, б. Пунктирные кривые показывают зависимости ветви $\Gamma'_-(\Omega)$ в области двузначности.

Как видно из рис. 3, зависимость $\Gamma'(\Omega)$ характеризуется двумя точками бифуркации, они отвечают обращению в нуль квадратного корня в (9) и разделяют области брэгговской (центральная область) и внебрэгговской дифракции. Значения W_0 на рис. 3а, равные $-0.8, -0.75$ и -0.7 , отвечают соответственно $m_0 \approx 0.6, 0.66$ и 0.71 , что меньше минимального порогового значения контраста $m_{th} = 0.75$. Соотношение (9) справедливо здесь во всей области параметрического резонанса, а зависимость $\Gamma_+(\Omega)$ характеризуется пиком, амплитуда которого резко растет с

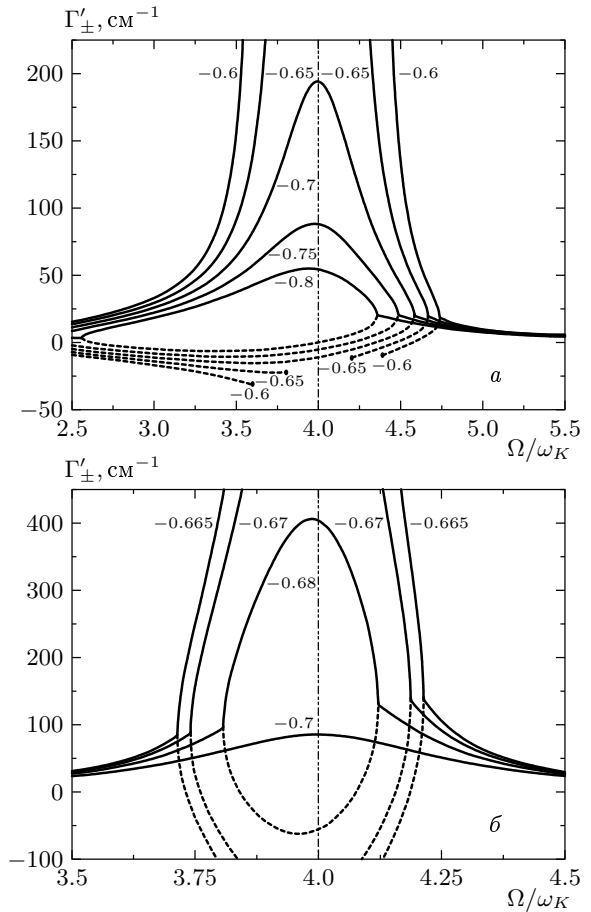


Рис. 3. Зависимость $\Gamma'_\pm(\Omega, W_0) = \text{Re}\Gamma_\pm$ для кристаллов BSO (а) и ВТО (б). В случае (а) $\mu\tau = 3 \cdot 10^{-7} \text{ см}^2/\text{В}$, $N_t = 10^{16} \text{ см}^{-3}$, $\Delta \approx 20.7 \text{ см}^{-1}$, в случае (б) $\mu\tau = 10^{-7} \text{ см}^2/\text{В}$, $N_t = 3 \cdot 10^{16} \text{ см}^{-3}$, $\Delta \approx 280 \text{ см}^{-1}$. Значения $W_0 = -0.8, -0.75, -0.7, -0.65$ и -0.6 , указанные на рис. (а), соответствуют отношениям $m_0/m_{th} \approx 0.8, 0.88, 0.95, 1.01$ и 1.07 , а значения $W_0 = -0.7, -0.68, -0.67$ и -0.665 на рис. (б) — отношениям $m_0/m_{th} \approx 0.95, 0.98, 0.99, 0.996$

уменьшением $|W_0|$. Значения $W_0 = -0.65$ и -0.6 отвечают $m_0 = 0.76$ и 0.8 , что выше $m_{th} = 0.75$. Наша теория применима здесь только в области крыльев параметрического резонанса,

$$3\delta > (m_0^2 - m_{th}^2)^{1/2}.$$

Границы разрешенной области отмечены точками для соответствующей ветви $\Gamma_-(\Omega)$. С приближением к границе $\Gamma_+ \rightarrow \infty$.

Все кривые на рис. 3б (кристаллы ВТО) построены для $m_0 < m_{th}$. Для перехода к брэгговскому режиму дифракции здесь необходимо очень близко подойти к порогу неустойчивости. Чем ближе этот

порог, тем резче выражен пик $\Gamma_+(\Omega)$ в брэгговской области. Это обстоятельство связано с большим значением Δ , в конечном итоге оно обусловлено значениями материальных параметров μt и N_t , см. также рис. 2. При прочих равных условиях значение Γ_+ для кристаллов ВТО меньше, чем для BSO.

Отметим, наконец, что все кривые на рис. 3 отвечают наиболее благоприятному соотношению знаков,

$$W_0 < 0, \quad \bar{\nu} E_0 > 0.$$

Одновременная смена знаков W_0 и $\bar{\nu}$ приводит к уменьшению инкремента и сдвигает точки бифуркации в область больших значений инкремента. Вблизи сингулярности, где $\Gamma_+ \gg |\bar{\nu} E_0|$, влияние выбора знаков становится малосущественным в соответствии с (12).

Коснемся свойств пространственного усиления, описываемых соотношением (11). Ясно, что внутри брэгговской области, где $\Gamma_+ \gg \Gamma_-$, пространственный рост \mathbf{a}_0 характеризуется в основном экспонентой $\exp(\Gamma_+ z)$. Здесь предпочтительными являются параметры, максимизирующие Γ_+ , и, в частности, описанный выше выбор линейной поляризации накачки. Оптимальная входная поляризация центрального пучка очевидно такая же, как и для пучков накачки. В этом случае $\mathbf{a}_0(z)$ не меняет своего направления и векторная задача о критическом пространственном усилении сводится к скалярной. Единственный остающийся в наших руках варьируемый параметр — это фаза центрального пучка Φ_0 . Зависимость от нее (с периодом π) фактора перед $\exp(\Gamma_+ z)$ малосущественна за исключением узкой окрестности точки Φ_0^+ , где этот фактор обращается в нуль. Нежелательное для усиления значение фазы задается выражением

$$2\Phi_0^+ = \pi + \Phi_1 + \Phi_2 + \arctg\left(\sqrt{g^2 - f_2^2}/f_2\right),$$

в котором $\Phi_{1,2}$ — входные фазы пучков накачки. Совпадение Φ_0 с Φ_0^+ в эксперименте может быть только случайным. Отметим, что флуктуации входных фаз могут «замыть» резкую зависимость $|\mathbf{a}_0(\Phi_0)|$ при $\Phi_0 \approx \Phi_0^+$.

Во внебрэгговской области обе входящие в (11) экспоненты важны для усиления. Зависимость от фазы Φ_0 здесь весьма слаба. В окрестности точки бифуркации инкремента функция $|\mathbf{a}_0(\Omega)|^2$ может испытывать резкие осцилляции, а зависимость $|\mathbf{a}_0(z)|^2$ может быть немонотонной.

6. ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

За пределами упрощенной пространственно-однородной модели уравнение (7) не допускает аналитического решения; основным инструментом анализа здесь является численное моделирование. Действие двух факторов пространственной неоднородности вполне понятно на качественном уровне. Пространственная зависимость $\delta(z)$, обусловленная поглощением света, приводит к смещению и размытию пика усиления, но не влияет на направление вектора $\mathbf{b}_0(z)$. Пространственная же зависимость $\mathbf{h}(z)$, связанная главным образом с оптической активностью, заставляет $\mathbf{b}_0(z)$ меняться как по величине, так и по направлению. Оба указанных фактора несомненно отрицательны, и наша цель — исследовать их влияние в условиях, типичных для экспериментов с кристаллами BSO и ВТО. Упрощенная модель служит здесь хорошей «реперной точкой» для сравнения.

В качестве основного экспериментального параметра, подлежащего исследованию, мы выберем фактор

$$G = \lg \frac{|\mathbf{b}_0(d)|^2}{|\mathbf{b}_0(0)|^2} \equiv \lg \frac{|\mathbf{a}_0(d)|^2}{|\mathbf{a}_0(0)|^2},$$

характеризующий кратность усиления в логарифмическом масштабе, а в качестве основных варьируемых параметров — Ω и W_0 . Материальные параметры соответствуют таблице и рис. 3.

На рис. 4а, б сплошными кривыми показаны зависимости $G(\Omega, W_0)$ в продольной геометрии для кристаллов BSO и ВТО при $d = 1$ мм, $E_0 = 7$ кВ/см и $Q_{K/2} = 4$. Соответствующие штриховые кривые соответствуют упрощенной модели, а две штрих-пунктирные кривые построены в пренебрежении материальной нелинейностью (стандартная теория) для $W_0 = -0.7$. Все выбранные значения W_0 соответствуют случаю $m_0 < m_{th} = 0.75$.

Видно, что эффекты пространственной неоднородности заметно, но не кардинально, влияют на усиление при выбранной толщине d . Их основное действие сводится к сдвигу влево резонансных пиков. Больше уменьшение пиковых значений $G(\Omega)$ для кристаллов BSO обусловлено его большим удельным вращением ρ . Меньшие абсолютные значения усиления для кристаллов ВТО связаны с большим значением брэгговского рассогласования Δ . Особенности поведения правых крыльев штриховых кривых на рис. 4а связаны с бифуркацией функции $\Gamma'(\Omega)$, т. е. с переходом от брэгговского к внебрэгговскому режиму дифракции. Обращает на себя внимание большой выигрыш в усилении за счет критических эффектов. При $W_0 = -0.8$ ($m_0/m_{th} \approx 0.8$)

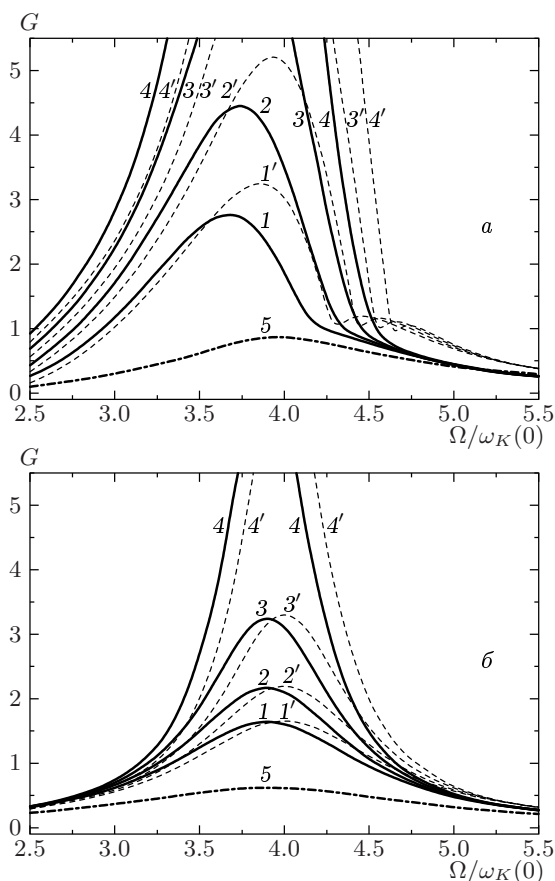


Рис. 4. Зависимость фактора усиления G от Ω и W_0 в L -геометрии для кристаллов BSO (а) и ВТО (б). Кривые 1, 1', 2, 2', 3, 3' и 4, 4' соответствуют значениям $W_0 = -0.85, -0.8, -0.75, -0.7$; кривые 5, построенные в пренебрежении материальной нелинейностью, соответствуют $W_0 = -0.7$. В случае (а) $\mu\tau = 3 \cdot 10^{-7} \text{ см}^2/\text{В}$, $N_t = 10^{16} \text{ см}^{-3}$, $\theta_p \approx 1.2^\circ$, $\alpha = 1 \text{ см}^{-1}$, в случае (б) $\mu\tau = 10^{-7} \text{ см}^2/\text{В}$, $N_t = 3 \cdot 10^{16} \text{ см}^{-3}$, $\theta_p \approx 10^\circ$, $\alpha = 0.5 \text{ см}^{-1}$

этот выигрыш составляет более трех порядков для кристаллов BSO и около двух порядков для кристаллов ВТО. С приближением к порогу этот выигрыш увеличивается.

Для $d = 1$ мм поведение $G(\Omega, W_0)$ мало меняется при переходе к поперечной геометрии, если входной угол поляризации оптимизирован, т. е. $\varphi_0 = \pm 45^\circ$. Одновременная смена знаков W_0 и $\bar{\nu}$ не приводит к сильному ослаблению усиления и не сопровождается новыми эффектами.

Рисунки 5а, б иллюстрируют модификацию спектра $G(\Omega)$ для кристаллов BSO и ВТО с ростом толщины d для поперечной геометрии. Характерно, что для кристаллов BSO рост d фактически не приво-

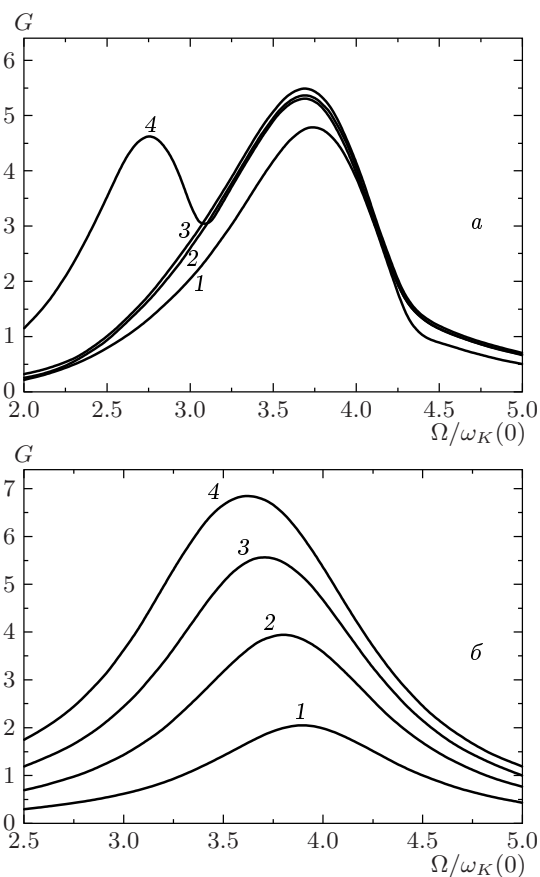


Рис. 5. Изменение спектра усиления $G(\Omega)$ в зависимости от толщины кристалла в T -геометрии для кристаллов BSO (а) и ВТО (б). Кривые 1–4 соответствуют $d = 1, 2, 3$, и 4 мм; $W_0 = -0.8$ ($m_0/m_{th} = 0.8$), остальные параметры такие же, как и для рис. 4

дит к увеличению G начиная со значения $d = 1$ мм. Этот факт полностью обусловлен влиянием оптической активности. Для кристаллов ВТО, для которых характерно намного меньшее значение ρ , ситуация существенно иная. Рост d приводит к заметному низкочастотному сдвигу резонанса (за счет поглощения), но не вызывает сильного насыщения пикового значения $G(\Omega)$. Это обстоятельство связано с подавлением оптического вращения внешним полем [17]. Отметим, наконец, что в продольной геометрии отрицательное влияние оптической активности выражено несколько слабее, чем в поперечной, из-за наличия изотропной части матрицы взаимодействия ($\nu_0 \neq 0$).

Рисунок 6 иллюстрирует влияние оптического поглощения и оптической активности на спектр $G(\Omega)$ в кристаллах BSO для $d = 1$ мм. Штри-

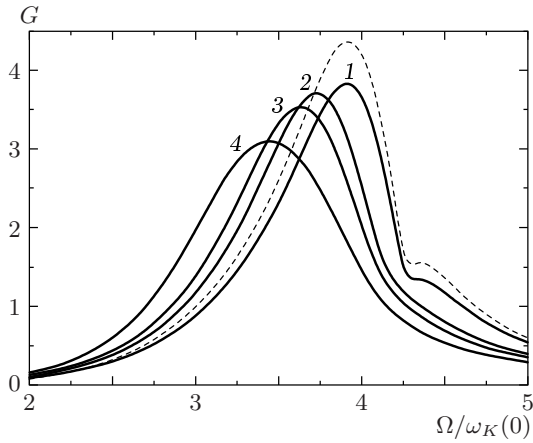


Рис. 6. Изменение спектра усиления $G(\Omega)$ в зависимости от коэффициента поглощения α в L -геометрии для кристаллов BSO. Выбранные значения параметров: $\mu\tau = 6 \cdot 10^{-7} \text{ см}^2/\text{В}$, $N_t = 10^{16} \text{ см}^{-3}$, $Q_{K/2} = 6$ и $W_0 = 0.95$ ($m_0/m_{th} \approx 0.62$)

ховая кривая соответствует упрощенной модели ($\alpha = \rho = 0$), а сплошные кривые 1–4 построены для $\alpha = 0, 1, 1.7$ и 2.5 см^{-1} . Сравнение штриховой кривой с кривой 1 показывает, что оптическая активность не меняет формы пика и лишь несколько уменьшает его величину. Как видно из кривых 1–4, рост α приводит к заметному уширению резонансного пика, его смещению и размытию частотной особенности на правом крыле. В то же время этот рост кардинально не сказывается на свойствах критического усиления.

Помимо фактора G , характеризующего усиление интенсивности, заслуживает внимания изменение поляризации центрального пучка. Это изменение может быть описано параметром

$$C_{01} = \frac{|\mathbf{b}_0(d) \cdot \mathbf{b}_1^*(d)|}{|\mathbf{b}_0(d)| |\mathbf{b}_1(d)|} = \frac{|\mathbf{a}_0(d) \cdot \mathbf{a}_1^*(d)|}{|\mathbf{a}_0(d)| |\mathbf{a}_1(d)|},$$

имеющим смысл косинуса угла между комплексными векторами $\mathbf{a}_0(d)$ и $\mathbf{a}_1(d)$. Как показывают вычисления, значения C_{01} остаются близкими к единице для $d = 1 \text{ мм}$ и $G \lesssim 4-5$. В то же время зависимость $C_{01}(\Omega)$ испытывает весьма резкие изменения при переходе от брэгговской к внебрэгговской области расстройек. Обнаружение таких особенностей явилось бы прямым указанием на бифуркацию инкремента.

7. ОБСУЖДЕНИЕ И ВЫВОДЫ

Развитая выше теория критического усиления фоторефрактивного отклика учитывает основные особенности возможных экспериментов в кубических кристаллах: векторный характер взаимодействия, неоднородное уширение резонанса, зависимость от частотной расстройки, поляризационные и ориентационные степени свободы, возможность варьирования материальных параметров. Эта теория позволяет предсказать различные ожидаемые закономерности и сформировать картину нового и необычного явления. Мы считаем, что эта теория должна послужить основой для проведения направленных экспериментов по обнаружению и исследованию критического пространственного усиления.

Как следует из полученных результатов, использование кристаллов BSO и ВТО толщиной $d \approx 1 \text{ см}$, типичной для фоторефрактивных экспериментов, нецелесообразно для критического усиления. Столь толстые кристаллы не нужны для получения желаемого большого усиления и опасны с точки зрения генерации паразитных и плохо контролируемых вторичных эффектов, связанных, например, с энергообменом между пучками накачки и ее насыщением. Мы ожидаем, что переход к толщинам $d \approx 1 \text{ мм}$ необходим для эффективных экспериментов. Такие тонкие образцы позволяют достичь кратности усиления порядка 10^3-10^4 , что достаточно для любых практических целей, избавляют от побочных некритических явлений и делают характеристики полезного эффекта контролируемыми и близкими к оптимальным. Использование таких образцов еще совместимо с приложением необходимых электрических полей $E_0 \approx (7-10) \text{ кВ/см}$. Наконец, переход к малым толщинам делает возможным уменьшение поперечных размеров кристаллов, что позволяет повысить интенсивность накачки и уменьшить время нелинейного отклика.

Следует отметить, что критический рост инкремента Γ в рамках пространственно-однородной модели ограничен неравенством

$$\Gamma \ll 2\pi/K.$$

Это ограничение связано с электростатическими краевыми эффектами: поле пространственного заряда ослабляется, когда эффективная толщина решетки Γ^{-1} становится сравнимой с ее периодом. Поскольку в экспериментах по генерации субгармоник период $2\pi/K$ составляет 10–30 мкм, предельные значения инкремента должны лежать в диапазоне $10^2-10^3 \text{ см}^{-1}$. При столь больших скоростях усиления

ния (и $d \approx 1$ мм) существенным может оказаться уже эффект истощения накачки. Для практических целей достаточным было бы достижение значений инкремента в несколько десятков обратных сантиметров.

Теория дает простые рекомендации по проведению экспериментов и идентификации критического усиления. Исходные (возможно толстые) образцы должны демонстрировать генерацию субгармоник. Выбор между продольной и поперечной геометриями эксперимента не является определяющим, однако оптимальные поляризации для этих конфигураций различны. Наиболее целесообразным является исследование спектральной зависимости усиления ниже минимального порога параметрической неустойчивости, $m_0 < m_{th}$, когда весь диапазон частотных расстройек доступен для эксперимента и нет опасности спонтанного возникновения пространственных субгармоник. Перестановка интенсивностей пучков накачки должна «убивать» эффект критического усиления. Прямым доказательством критичности может служить резкое ослабление интенсивности центрального пучка при отключении любого из пучков накачки.

Развитая теория соответствует возбуждению субгармоник ДС-полем. В то же время известно [2], что субгармоники могут генерироваться знакопеременным приложенным напряжением в отсутствие частотной расстройки между пучками накачки (АС-техника). Мы ожидаем, что АС-метод также приемлем для критического усиления. Однако его анализ требует включения в рассмотрение высших пространственных гармоник $2K, 3K$ и т. д. [26].

Кристаллы ВГО, принадлежащие к семейству силленитов, и полупроводник CdTe также являются потенциальными кандидатами на исследование критического усиления, поскольку они демонстрируют генерацию субгармоник [27, 28]. Достоинством CdTe является его «быстрота» и отсутствие оптической активности. Анализ критического усиления в указанных материалах затруднен в настоящее время из-за недостатка информации о процессах переноса заряда под действием света. Есть надежда, что этот пробел будет преодолен в ближайшие годы.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект 99-02-17121).

ЛИТЕРАТУРА

1. *Topics in Applied Physics*, Vols. 61 and 62,

Photorefractive Materials and Their Applications, I and II, ed. by P. Günter and J. P. Huignard, Springer-Verlag, Berlin (1988, 1989).

2. L. Solymar, D. J. Webb, and A. Grunnet-Jepsen, *The Physics and Applications of Photorefractive Materials*, Clarendon Press, Oxford (1996).
3. М. П. Петров, С. И. Степанов, А. В. Хоменко, *Фоторефрактивные кристаллы в когерентной оптике*, Наука, Санкт-Петербург (1991).
4. P. Refregier, L. Solymar, H. Rajbenbach, and J. P. Huignard, *J. Appl. Phys.* **58**, 45 (1985).
5. C. S. K. Walsh, A. K. Powell, and T. J. Hall, *J. Opt. Soc. Amer. B* **7**, 288 (1990).
6. Р. Ф. Казаринов, Р. А. Сулис, Б. И. Фукс, *ФТП* **6**, 572 (1972).
7. Н. Г. Жданова, М. С. Каган, Р. А. Сулис, Б. И. Фукс, *ФТП* **74**, 364 (1978).
8. B. I. Sturman, M. Mann, J. Otten, and K. H. Ringhofer, *J. Opt. Soc. Amer. B* **10**, 1919 (1993).
9. S. I. Stepanov and M. P. Petrov, *Opt. Commun.* **53**, 292 (1985).
10. А. Блендовский, Д. Оттен, К. Рингхофер, В. Стурман, *ЖЭТФ* **102**, 406 (1992).
11. Б. И. Стурман, А. И. Черных, Е. А. Шамонина, *ЖЭТФ* **114**, 1034 (1998).
12. T. E. McClelland, D. J. Webb, B. I. Sturman, and K. H. Ringhofer, *Phys. Rev. Lett.* **73**, 3082 (1994).
13. B. I. Sturman, T. E. McClelland, D. J. Webb, E. Shamonina, and K. H. Ringhofer, *J. Opt. Soc. Amer. B* **12**, 1621 (1995).
14. B. I. Sturman, M. Aguilar, F. Agullo-Lopez, and K. H. Ringhofer, *Phys. Rev. E* **55**, 6072 (1997).
15. E. V. Podivilov, B. I. Sturman, H. C. Pedersen, and P. M. Johansen, *Phys. Rev. Lett.* **85**, 1867 (2000).
16. A. Marrakchi, R. V. Johnson, and A. R. Tanguay, *J. Opt. Soc. Amer. B* **3**, 321 (1986).
17. Б. И. Стурман, Е. В. Подивилов, В. П. Каменов, Е. Нипполайнен, А. А. Камшилин, *ЖЭТФ* **119**, 125 (2001).
18. D. J. Webb and L. Solymar, *Opt. Commun.* **83**, 287 (1991).
19. B. I. Sturman, A. I. Chernykh, V. P. Kamenov, E. Shamonina, and K. H. Ringhofer, *J. Opt. Soc. Amer. B* **17**, 985 (2000).

20. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, *Квантовая механика*, Наука, Москва (1996).
21. V. P. Kamenev, Y. Hu, E. Shamonina, K. H. Ringhofer, and V. Y. Gayvoronsky, *Phys. Rev. E* **62**, 2863 (2000).
22. С. И. Степанов, С. М. Шандаров, Н. Д. Хатьков, *ФТТ* **29**, 1454 (1987).
23. V. V. Shepelevich, S. M. Shandarov, and A. E. Mendel, *Ferroelectrics* **110**, 235 (1990).
24. H. Tuovinen, A. A. Kamshilin, and T. Jaaskelainen, *J. Opt. Soc. Amer. B* **14**, 3383 (1997).
25. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, *Теория поля*, Наука, Москва (1973), с. 161.
26. P. M. Johansen, H. C. Pedersen, E. V. Podivilov, and B. I. Sturman, *Phys. Rev. A* **58**, 1601 (1998).
27. I. Richter, A. Grunnet-Jepsen, J. Takacs, and L. Solymar, *IEEE J. Quantum Electron.* **30**, 1645 (1994).
28. K. Shcherbin, *Appl. Phys. B* **71**, 123 (2000).