

НЕЛИНЕЙНАЯ ДИНАМИКА ДОМЕННЫХ СТЕНОК С ВИХРЕВОЙ ВНУТРЕННЕЙ СТРУКТУРОЙ В МАГНИТООДНООСНЫХ ПЛЕНКАХ С ПЛОСКОСТНОЙ АНИЗОТРОПИЕЙ

Б. Н. Филиппов, Л. Г. Корзунин*

*Институт физики металлов Уральского отделения Российской академии наук
620219, Екатеринбург, Россия*

Поступила в редакцию 20 июля 2001 г.

На основе численного решения уравнения Ландау и Лифшица в рамках двумерного распределения намагниченности M в магнитных пленках с плоскостной анизотропией и при точном учете основных взаимодействий, включая диполь-дипольное, исследована нелинейная и в общем случае нестационарная динамика доменных стенок с вихревой внутренней структурой в постоянном магнитном поле H . Показано, что помимо поля H_c (поле бифуркации), выше которого движение стенки становится нестационарным и ее внутренняя структура испытывает глобальные динамические изменения, существует поле H_0 , разделяющее два стационарных движения стенки с различной структурой. Приведены данные, проясняющие физическую природу нелинейной динамической перестройки структуры стенки. Установлены новые механизмы перестройки, связанные с зарождением и исчезновением вихрей, а также с туннелированием их через центральную поверхность стенки. Предсказано существование субпериодных колебаний скорости стенки в постоянном поле наряду с колебаниями, связанными с прецессией M вокруг оси легкого намагничивания. Исследован период T динамических изменений структуры стенки и предложена эмпирическая формула, описывающая сингулярное поведение зависимости $T(H)$ вблизи $H = H_c$ с критическим индексом, зависящим от параметров пленки. Исследован бифуркационный процесс и установлена нелинейная зависимость критического поля H_c от толщины пленки и намагниченности насыщения. Указана возможность прямого экспериментального исследования динамической перестройки внутренней структуры стенки.

PACS: 75.60.Ch, 05.45.-a, 87.17.Aa

1. ВВЕДЕНИЕ

Спиновая подсистема магнитно-упорядоченных веществ весьма чувствительна даже к сравнительно небольшим внешним воздействиям. При реально достижимых условиях это приводит к нелинейным явлениям, играющим важную роль в физике магнетиков. В частности, фундаментальное значение имеют динамические свойства таких локальных образований намагниченности M , как доменные стенки. Динамические свойства стенок описываются нелинейными уравнениями Ландау и Лифшица [1].

В силу гироскопических свойств элементарных магнитных моментов, образующих доменные стен-

ки, физическая природа динамического поведения стенок не сводится к механическим аналогиям. В настоящее время хорошее понимание динамики доменных стенок достигнуто в рамках одномерной модели распределения намагниченности [2–4], приводящей к классической структуре стенок с разворотом намагниченности в их плоскости (блоховские стенки). Однако ситуация сильно усложняется при переходе к тонким магнитным пленкам, где, как известно (см., например, [4, 5]), распределение намагниченности в доменных стенках является неодномерным и существенную роль играет диполь-дипольное взаимодействие. Здесь хорошо изучена лишь динамика стенок в магнитоодноосных пленках с перпендикулярной анизотропией и большим фактором качества $Q = K/4\pi M_s^2$ (K — константа магнитной

*E-mail: filbor@imp.uran.ru

анизотропии, M_s — намагниченность насыщения) [5–7]. Это связано с тем, что в таких пленках диполь–дипольное взаимодействие можно учесть приближенно.

Мы сосредоточим свое внимание на пленках с плоскостной анизотропией и малым фактором качества. В этих пленках диполь–дипольное взаимодействие играет первостепенную роль как в статических, так и в динамических свойствах стенок. В связи с этим оно должно учитываться по возможности точно. Именно из-за диполь–дипольного взаимодействия структура стенок в таких пленках оказывается неодномерной и имеет асимметрично–вихревой характер [8, 9]. В настоящее время существование таких стенок подтверждено экспериментально [10–12]. При движении стенки с вихревой внутренней структурой под действием внешнего магнитного поля \mathbf{H} , приложенного вдоль оси легкого намагничивания (ОЛН), внутристеночный вихрь смещается к одной из поверхностей пленки. Ясно, что динамические свойства такого объекта не могут быть изучены ни на основе упомянутых выше одномерных моделей, ни на основе моделей, развитых для описания динамики стенок с перпендикулярной анизотропией. Фактически в рассматриваемых пленках мы сталкиваемся с весьма интересным с точки зрения нелинейной физики объектом — топологическим солитоном с внутренними степенями свободы. Изучение динамики стенок в таких пленках имеет и существенный практический интерес, связанный с совершенствованием головок высокочастотной записи (считывания) информации высокой плотности.

Первая работа, в которой на основе прямых численных методов при строгом учете основных взаимодействий в рамках двумерной модели распределения намагниченности \mathbf{M} были рассмотрены динамические преобразования структуры движущейся стенки как в стационарном, так и в нестационарном режимах, была выполнена Джуваном и Бертрамом [13]. Ими было показано, что переход от одного режима к другому происходит при некотором значении внешнего магнитного поля $H = H_c$ (H_c — поле бифуркации, или критическое поле). Оказалось, что при $H > H_c$ происходит динамическая перестройка внутренней структуры доменной стенки. Механизм такой перестройки заключается в преобразовании асимметричной блоховской стенки в асимметричную неелевскую и обратно с одновременным изменением киральности стеночного вихря.

Эти результаты соответствовали движению стенки вдали от критического поля. В связи с этим физическая природа возникающего процесса перехода

от стационарного движения стенки к нестационарному (природа бифуркационного процесса) и влияние на этот процесс магнитных свойств пленки остались невыясненными. Требует ответа и связанный с этим другой вопрос: является ли механизм перехода стенки в состояние нестационарного движения универсальным и, если нет, каким образом изменение параметров пленки может сказаться на изменении этого механизма. Остаются также неисследованными и параметры периодической перестройки внутренней структуры стенки, в частности, ее период, а также характеристики возможных субпериодных колебаний динамической структуры стенок. Более того, такие колебания никем ранее не были установлены. Изложению результатов всех указанных исследований, проведенных на основе прямых численных расчетов в рамках двумерной модели распределения намагниченности при строгом микромагнитном подходе, и посвящена предлагаемая работа. Предложена «эмпирическая» формула для периода динамической перестройки стенки, позволяющая яснее представить картину нелинейного движения стенок с внутренними степенями свободы в области полей $H > H_c$. Описаны обнаруженные нами новые механизмы нелинейной динамической перестройки структуры стенок, существенно изменяющие представления о бифуркационном процессе.

2. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ И МЕТОДЫ ЕЕ РЕШЕНИЯ

Пусть имеется магнитоодноосная пленка толщиной b с плоскостью поверхности, параллельной плоскости xz , и с ОЛН, ориентированной вдоль оси z (см. рис. 1). Пусть магнитное состояние пленки соответствует двум доменам с намагниченностями насыщения $+M_s$ и $-M_s$, ориентированными соответственно вдоль $+z$ и $-z$ при $x > -a/2$ и $x < a/2$. Предполагаем, что доменная стенка сосредоточена в области V прямоугольного сечения D в плоскости xy и размером a вдоль x . Пусть в D намагниченность $\mathbf{M} = \mathbf{M}(x, y)$, что соответствует двумерной модели распределения \mathbf{M} .

Для решения задачи сначала определим равновесную конфигурацию стенки, а затем рассмотрим ее эволюцию во времени.

В рамках двумерной модели равновесные конфигурации стенки и соответствующие им минимальные энергии γ_0 могут быть найдены путем числен-

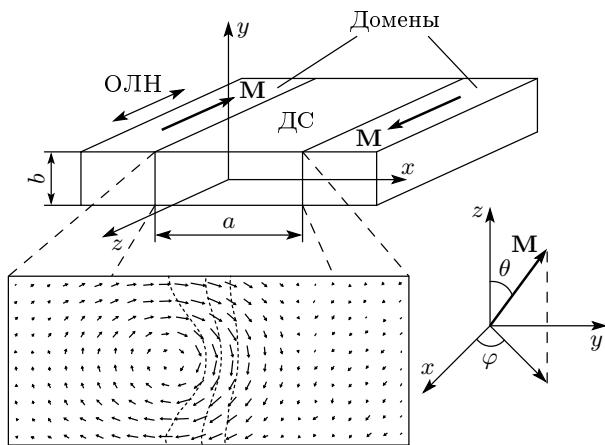


Рис. 1. Геометрия задачи и пример равновесной конфигурации асимметричной (одновихревой) блочковской стенки. Стрелками изображены проекции относительной намагниченности \mathbf{u} на плоскость xy . Структура доменной стенки (ДС) получена для базовых пленок толщиной $b = 0.05$ мкм

ной минимизации функционала

$$\gamma_D = \iint_D \left\{ \frac{A}{M_s^2} \left[\left(\frac{\partial \mathbf{M}}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \mathbf{M}}{\partial y} \right)^2 \right] - \frac{K}{M_s^2} (\mathbf{M} \cdot \mathbf{c})^2 - \frac{1}{2} \mathbf{M} \cdot \mathbf{H}^{(m)} \right\} dx dy, \quad (1)$$

отнесенного к единице длины (вдоль z). В (1) первое, второе и третье слагаемые в фигурных скобках представляют соответственно плотности обменной, магнитно-анизотропной и диполь-дипольной (в континуальном приближении) энергий; A — обменный параметр; \mathbf{c} — единичный вектор вдоль ОЛН; $\mathbf{H}^{(m)}$ — магнитостатическое поле, определяемое из уравнений магнитостатики с обычными граничными условиями.

Для решения задачи используется постоянство модуля намагниченности ($M^2 = \text{const}$) и следующие условия на границах расчетной области:

$$\left[\mathbf{M} \times \frac{\partial \mathbf{M}}{\partial x} \right]_{y=\pm b/2} = 0, \quad (2)$$

$$\begin{aligned} M_z|_{x=\pm a/2} &= \pm M_s, \\ M_x|_{x=\pm a/2} &= M_y|_{x=\pm a/2} = 0. \end{aligned} \quad (3)$$

Для численной минимизации расчетная область D разбивается прямоугольной сеткой на малые ячейки. При этом область V разбивается на вытянутые

вдоль оси z параллелепипеды, боковые стенки которых параллельны координатным плоскостям xz и yz . Предполагается, что ячейки имеют макроскопические, но настолько малые размеры, что во всех точках каждого из параллелепипедов направление вектора $\mathbf{u} = \mathbf{M}/M_s$ можно считать постоянным. Вдоль z $\mathbf{u} = \text{const}$ (двумерность модели). Ориентация \mathbf{M} в области D меняется при переходе от ячейки к ячейке. Подробности можно найти в [14, 15].

Использовались сетки с разным числом ячеек и разным отношением a/b . Максимальное число ячеек было 90×30 . Большее их число сильно увеличивает время счета, но незначительно изменяет результаты. Отношение a/b менялось в пределах $1 \leq a/b \leq 6$. В качестве базовых использовались параметры

$A = 10^{-6}$ эрг/см, $K = 10^3$ эрг/см³, $M_s = 800$ Гс, характерные для пермаллоевых пленок. Критерий окончания счета выбирался согласно [16].

На рис. 1 в качестве примера представлена стабильная структура, называемая асимметричной блочковской стенкой (предсказана в [8]). Существуют также другие двумерные структуры, однако за исключением специальных ситуаций (см. [4, 14, 17]), они оказываются метастабильными. Периодические структуры со стенками данного типа рассмотрены в [18].

На рис. 1 изображено распределение \mathbf{u} в плоскости xy , перпендикулярной поверхности пленки и ОЛН. Видно, что проекция \mathbf{M} изменяется при переходе от домена к домену таким образом, что в плоскости xy образуется вихрь намагниченности. При переходе от одного домена к соседнему изменяется и z -компоненты \mathbf{M} . На центральной штриховой линии ($y = y_0(x)$) величина $u_z = 0$ (центр стенки). Таким образом, на разной глубине пленки центр стенки соответствует разным координатам x . Асимметрия этой линии по отношению к оси y дает основание называть данную стенку асимметричной. Две другие линии представляют собой линии уровня $M_z = \text{const}$, между которыми направление \mathbf{M} изменяется примерно на 60° .

Исследование нелинейной динамики доменной стенки основывалось на численном решении уравнения Ландау и Лифшица, записанного в виде

$$(1 + a^2) \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial \tau} = -[\mathbf{u} \times \mathbf{h}_{eff}] - \alpha [\mathbf{u} \times [\mathbf{u} \times \mathbf{h}_{eff}]], \quad (4)$$

где $\tau = \gamma M_s t$, t — реальное время, γ — гиромагнитное отношение, α — параметр затухания Гильберта, \mathbf{h}_{eff} — безразмерное эффективное поле, равное

$$\mathbf{h}_{eff} = \mathbf{h}_e + \mathbf{h}^{(m)} - k_A (\mathbf{u} \cdot \mathbf{c}) \mathbf{c} + \mathbf{h}, \quad (5)$$

причем

$$\mathbf{h}_e = \frac{\partial^2 \mathbf{u}}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2 \mathbf{u}}{\partial \eta^2},$$

$$\mathbf{h}^{(m)} = \mathbf{H}^{(m)} / M_s, \quad \mathbf{h} = \mathbf{H} / M_s,$$

$$k_A = 2K/M_s, \quad \xi = x/b_0,$$

$$\eta = y/b_0, \quad b_0 = \sqrt{A/M_s^2}.$$

Для численного решения уравнения (4) с учетом условий (2) и (3) выбиралась та же пространственная сетка, что и при минимизации функционала γ_D . Используется метод предиктора-корректора [19]. В момент $\tau = 0$ задается распределение \mathbf{u}_0 , определяемое с помощью численной минимизации энергии (1) доменной стенки. На первом этапе итерации u_{n+1} определяется согласно формуле

$$\mathbf{u}_{n+1}^* = \mathbf{u}_n + \Delta\tau \mathbf{f}(\tau_n, \mathbf{u}_n) \quad (6)$$

(предиктор), где

$$\begin{aligned} \mathbf{f}(\tau_n, \mathbf{u}_n) = -\frac{\Delta\tau}{1 + \alpha^2} \times \\ \times ([\mathbf{u}_n \times \mathbf{h}_{eff}(\mathbf{u}_n)] + \alpha [\mathbf{u}_n \times [\mathbf{u}_n \times \mathbf{h}_{eff}]]). \end{aligned}$$

На втором этапе применяется процедура окончательного определения \mathbf{u}_{n+1} :

$$\mathbf{u}_{n+1} = \mathbf{u}_n + (\Delta\tau) \mathbf{f}(\tau_n, \mathbf{u}_{n+1}^*) \quad (7)$$

(корректор).

Шаг по времени $\Delta\tau$ выбирается либо постоянным, либо переменным при условии ограничения некоторым малым числом максимального угла поворота вектора намагниченности в ячейках.

Предусмотрены процедура введения в любой момент времени случайных возмущений любой амплитуды, а также возможность старта с любой конфигурации \mathbf{M} . Это позволяет судить об устойчивости получаемых решений.

Для исключения выхода стенки на границу расчетной области V предусмотрен сдвиг этой области по мере движения стенки. При этом отслеживается перемещение «центра тяжести» стенки. В качестве «массы» выбирается величина $u_x^4 + u_y^4$, принимающая наибольшие значения на центральной линии доменной стенки.

Описанная процедура, предусматривающая первоначальное определение равновесного распределения \mathbf{M} , быстро приводит к устойчивым решениям.

3. ПРИРОДА ДИНАМИЧЕСКИХ ПРЕОБРАЗОВАНИЙ СТРУКТУРЫ СТЕНКИ

В работе [13] показано, что существует некоторая критическая величина H_c внешнего магнитного поля. В полях $H < H_c$ движение стенки после окончания переходного процесса, связанного с включением поля, происходит стационарно. При этом изменения ее структуры сводятся к тому, что вихрь намагниченности, первоначально локализованный в центре пленки, в динамическом режиме смещается к одной из поверхностей. Направление смещения зависит от направления внешнего поля \mathbf{H} , ориентированного вдоль ОЛН. Мы установили, что при некоторых условиях существует и другой режим стационарного движения (см. ниже). В полях $H > H_c$ движение доменной стенки оказывается сложным (ее скорость становится переменной), что связано со сложным динамическим преобразованием внутренней структуры стенки.

С целью выяснения физических причин динамических преобразований внутренней структуры стенки мы провели расчеты мгновенных конфигураций намагниченности \mathbf{M} для полей близких к критическим. Были найдены также зависимости скоростей движения разных точек стенки и угла φ (см. рис. 1) от времени. Окончательные данные выводятся на экран монитора в виде фильмов, позволяющих отследить особенности динамических изменений структур стенок. В качестве примера на рис. 2–4

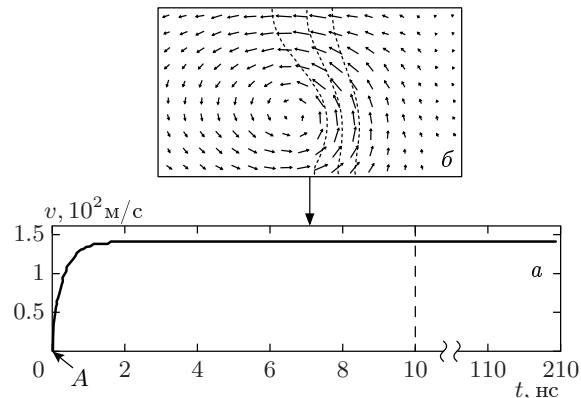


Рис. 2. Зависимость средней (соответствующей движению центра тяжести) скорости стенки от времени t (а) и мгновенная конфигурация намагниченности при стационарном движении стенки (б). В начальный момент времени (А) конфигурация \mathbf{M} идентична представленной на рис. 1. Базовые пленки с $b = 0.05$ мкм, $\alpha = 0.1$ и $H = 80$ Э

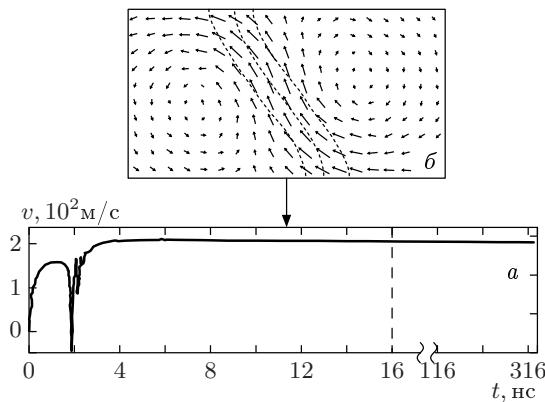


Рис. 3. То же, что на рис. 2 при $H = 99$ Э. При $0 < t < 2$ нс структура стенки аналогична представленной на рис. 2б

даны зависимости от времени средних скоростей стенок v (соответствуют движению «центра тяжести») и некоторые мгновенные конфигурации стенки. Даные получены для базовых пленок с $b = 0.05$ мкм, $\alpha = 0.1$. Найдено, что критическое поле $H_c \approx 99.3$ Э.

Рисунки 2 и 3 соответствуют стационарному движению стенки (после прохождения переходных процессов). Сравнение этих рисунков показывает, что характер стационарного движения меняется по мере приближения H к полю H_c . Видно, что если в поле $H = 80$ Э структура стационарно движущейся стенки является асимметричной блоховской, то в поле $H = 99$ Э она оказывается совсем иной и несет название асимметричной неелевской [4]. Таким образом, при некотором поле $H_0 < H_c$, может происходить перестройка структуры стационарно движущейся стенки. В течение самой перестройки стационарность движения стенки нарушается. Для того чтобы понять причину появления такого результата, следует иметь в виду, что движение стенки означает поворот намагниченности от направления в одном домене к направлению в другом. Под действием поля, приложенного вдоль ОЛН, он возможен, если возникают дополнительные магнитостатические поля, приводящие к прецессии \mathbf{M} вокруг оси x (в средних слоях пленки) или вокруг оси y в приповерхностных слоях. Наличие таких полей постепенно искажает структуру доменной стенки, в общем приводя к увеличению среднего по толщине пленки угла φ_a . При некотором значении поля $H = H_0$, структура асимметричной блоховской стенки не может обеспечивать дальнейшего увеличения φ_a и стенка перестраивается подходящим образом. Поле H_0 оказывается зависящим от параметров пленки и ее тол-

щины. Аналогичная перестройка структуры стенки при ее инерционном движении была предсказана в [4].

В полях $H > H_c$, как следует из рис. 4, скорость стенки и ее структура периодически изменяются со временем. В частности видно, что асимметричная блоховская стенка a через состояние b со смещенным вихрем переходит в асимметричную неелевскую стенку c , которая через структуру, близкую к простой неелевской стенке d , вновь переходит в структуру асимметричной неелевской стенки e , но с противоположным, чем в случае c , наклоном центральной линии. Эта структура через стадию f превращается в асимметричную блоховскую (в точке A) типа a , но с противоположной киральностью. На этом заканчивается полупериод изменения структуры доменной стенки. На втором полупериоде происходят аналогичные преобразования и в его конце структура стенки становится идентичной случаю a .

Чтобы понять физическую причину появления нестационарного движения стенки и динамическую перестройку ее структуры, мы нашли угол $\varphi(t)$ для $H = 80, 99$ и 150 Э. Зависимость $\varphi(t)$ описывает появление дополнительного (по сравнению с равновесным статическим состоянием) выхода намагниченности из плоскости yz , с чем, как известно [2, 3], связано возникновение магнитостатического поля $H_x^{(m)}$, вокруг которого возникает прецессия намагниченности, обусловливающая движение стенки вдоль x .

В рассматриваемой двумерной модели распределения \mathbf{M} угол $\varphi(t)$ оказывается функцией координаты y . Расчет был проведен для трех значений $y = 0, \pm b/2$, т. е. для центральной плоскости пленки и ее поверхностей. В случае $H = 80$ Э, когда существует первый тип стационарного движения доменной стенки, все три значения $\varphi(t)$ после непродолжительного переходного процесса перестают зависеть от времени и остаются разными по величине. При $H = 99$ Э, когда, согласно рис. 3, имеется стационарное движение второго типа, после процесса перестройки асимметричной блоховской стенки в асимметричную неелевскую все три кривые $\varphi(t)$ сближаются и перестают изменяться со временем. При $H > H_c$ (рис. 5) угол $\varphi(t)$ безгранично возрастает. Следовательно, в поле $H > H_c$ наряду с другим видом прецессии \mathbf{M} , обусловливающим движение стенки, намагниченность начинает прецессировать вокруг ОЛН. Это, как и в случае стенки с одномерным характером распределения \mathbf{M} , приводит к ситуации, когда в некоторые промежутки времени стенка движется в направлении, противоположном

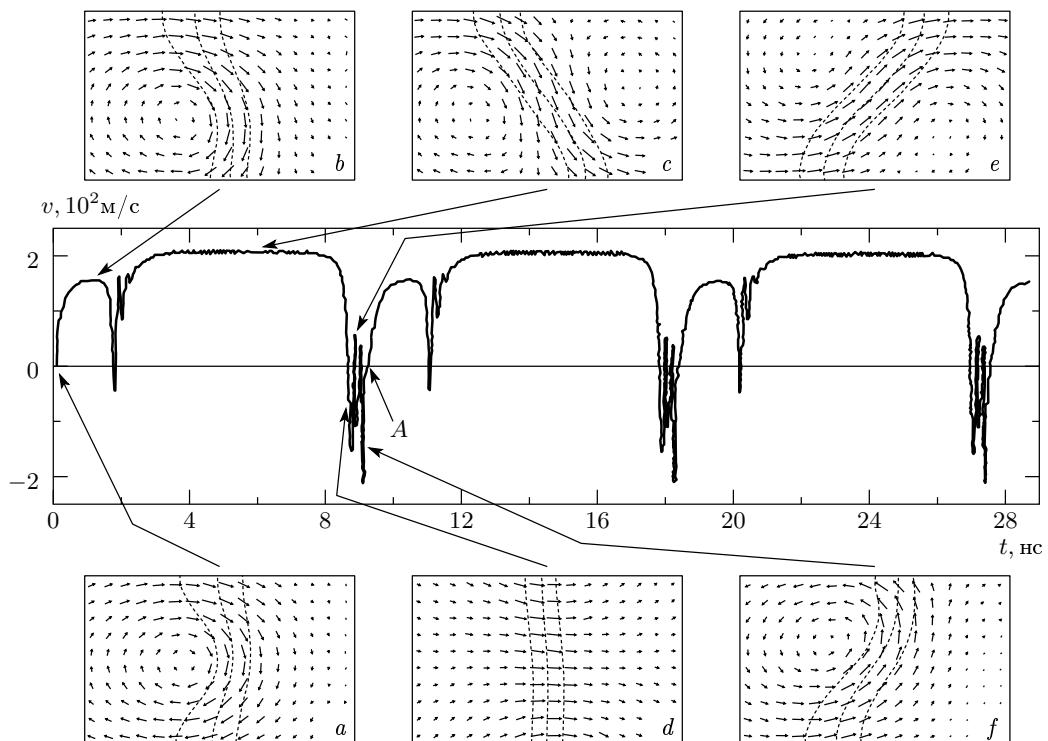


Рис. 4. Пример зависимости средней (в том же смысле, что и выше) скорости движения доменной стенки от времени в области полей $H > H_c$ (нестационарное движение) и мгновенные конфигурации *a*–*f* структуры стенки. Базовые пленки с $b = 0.05 \text{ мкм}$, $\alpha = 0.1$ и $H = 100 \text{ Э}$

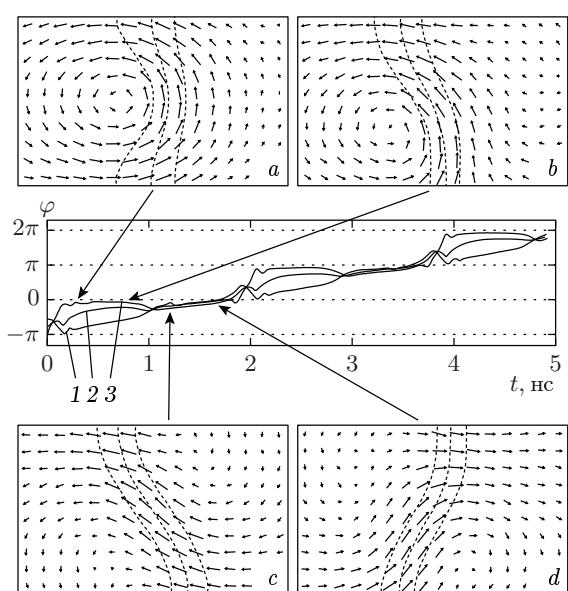


Рис. 5. Зависимость угла φ от времени в трех плоскостях пленки: $y = -b/2$ (1), $y = 0$ (2) и $y = b/2$ (3); *a*–*d* — мгновенные конфигурации стенки. Базовые пленки с $b = 0.05 \text{ мкм}$, $\alpha = 0.1$ и $H = 150 \text{ Э}$

исходному направлению (попутные движения стенки). При этом в среднем по периоду изменения скорости движение стенки остается односторонним.

Таким образом, несмотря на то что стенку можно рассматривать как некий макроскопический объект, обладающий эффективной массой, из-за гироскопических свойств элементарных моментов, образующих стенку, ее динамическое поведение коренным образом отличается от соответствующего поведения других объектов. В отличие от одномерной модели, в стенке с двумерным распределением \mathbf{M} возникающая прецессия вокруг ОЛН является неоднородной (см. рис. 5). Имея в виду, что прецессия \mathbf{M} вокруг ОЛН появляется только при нарушении баланса вращательного момента (см., например, [2]), можно заключить, что появление нелинейной динамической перестройки структуры стенки связано именно с нарушением баланса вращательного момента в полях $H = H_c$ и выше.

Итак, глубинная физическая причина динамической перестройки структуры доменной стенки оказывается одинаковой в стенках с одномерной и двумерной конфигурациями распределения \mathbf{M} .

Описанные преобразования структуры стенки

впервые предсказаны в [13]. Будем называть их классическими. Несмотря на схожий с [13] характер динамической перестройки структуры стенки, изменение ее скорости, полученное нами, оказывается существенно иным. Это связано с тем, что в отличие от [13] наши данные получены в полях, близких к полю бифуркации. Эти различия указывают на существенное изменение поведения скорости стенки со временем по мере приближения внешнего поля к полю H_c . С уменьшением H (при $H > H_c$), стенка все на большем интервале времени остается асимметричной неелевской. Такое поведение стенки согласуется с эффектом возникновения стационарного движения второго типа, показанного на рис. 3 в области $H < H_c$.

Несмотря на общность причин появления бифуркаций (при $H = H_c$) в разных моделях распределения \mathbf{M} , характер конкретных преобразований структуры доменной стенки при переходе через точку H_c очень чувствителен к распределению \mathbf{M} и изменению физических параметров пленки. Так, изменения толщины пленки, затухания, намагниченности и т. п. могут приводить к совершенно иным механизмам динамического преобразования структуры стенки. В полях, удаленных от H_c , механизмы динамического преобразования стенки также меняются. Если, например, при тех же параметрах пленки, что и выше, увеличить поле до 350 Э, то перестройка внутренней структуры доменной стенки будет проходить с образованием трех вихрей. В еще больших полях достигается состояние детерминированного хаоса. Об экспериментальном обнаружении хаотического поведения доменных стенок в пластинах иттриевого феррита-граната при воздействии на них переменного магнитного поля сообщено в [20]. О существовании детерминированного хаоса в поведении доменных стенок в пленках с перпендикулярной анизотропией сообщено, например, в [21, 22].

4. ЗАВИСИМОСТЬ ПЕРИОДА ДИНАМИЧЕСКОГО ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ВНУТРЕННЕЙ СТРУКТУРЫ СТЕНКИ ОТ ПАРАМЕТРОВ ПЛЕНКИ

Для дальнейшего выяснения особенностей нелинейного нестационарного динамического поведения стенки важное значение имеет исследование периода T динамической перестройки структуры стенок. Вопрос этот не прост, в частности, по той причине, что с увеличением поля, как уже указывалось выше, характер перестройки существенно изменяется. В связи с этим в данном разделе будут приведены

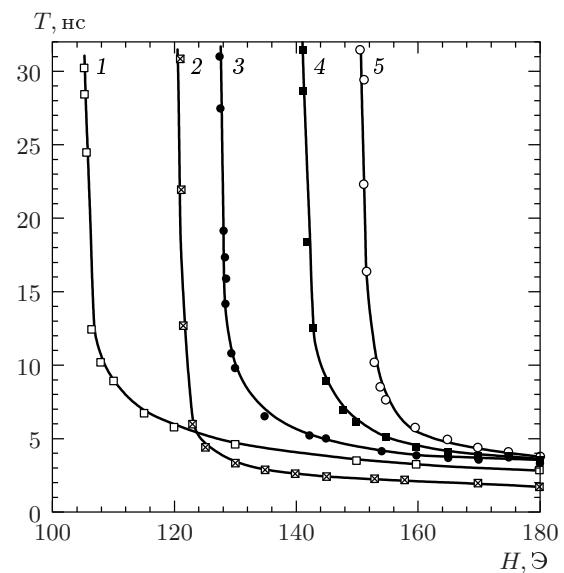


Рис. 6. Пример зависимости периода T динамической перестройки доменных стенок для пленок с $\alpha = 0.1$ и разными параметрами: 1 — $K = 10^5$ эрг/см³, $b = 0.05$ мкм; 2 — $b = 0.08$ мкм; 3 — $b = 0.055$ мкм; 4 — $K = 10^6$ эрг/см³, $b = 0.05$ мкм; 5 — $M_s = 900$ Гс, $b = 0.05$ мкм. Отсутствующие параметры соответствуют базовым. Значки — данные численного эксперимента. Сплошные кривые проведены для удобства восприятия

исследования в области полей, непосредственно прилегающих к полю бифуркации H_c .

Для примера на рис. 6 даны зависимости периода T для разных параметров пленки. Как и ожидалось, при приближении H к H_c период T безгранично увеличивается. Анализ показывает, что характер этой сингулярности разный для разных пленок. При этом ни одна из полученных на основе численного эксперимента кривых количественно не согласуется с периодом

$$T = \frac{2\pi}{\omega_H} (1 + \alpha^2) \left(1 - \frac{H_c^2}{H^2} \right)^{-1/2}, \quad (8)$$

где $\omega_H = \gamma H$, найденным в [2] (см. также [23]) в рамках одномерной модели распределения \mathbf{M} . Наши расчеты показывают, что вместо критического индекса $1/2$, характеризующего поведение периода динамической перестройки внутренней структуры стенки вблизи особой точки (точки бифуркации), лучше подходит индекс $s \neq 1/2$, который изменяется при изменении параметров пленки. В качестве примера в таблице представлены данные численного эксперимента для пленки с базовыми параметрами

Зависимость периода динамической перестройки доменной стенки от внешнего магнитного поля. Сравнение данных численного эксперимента с данными, полученными с помощью предложенной формулы (9) и формулы (8) для одномерной модели

$H, \text{ Э}$	$T, \text{ нс} (\text{численный эксперимент})$	$T, \text{ нс} (\text{формула (9)})$	$T, \text{ нс} (\text{формула (8)})$
99.33	171.684	166.244	171.704
99.35	77.854	77.630	124.531
99.37	59.280	60.698	102.569
99.40	46.910	49.223	84.239
99.50	33.530	34.934	58.330
100	19.680	20.351	30.698
102	11.640	11.774	15.488
104	9.524	9.434	11.674
106	8.344	8.166	9.727
108	7.534	7.379	8.494
110	6.981	6.776	7.721
115	5.906	5.787	6.218
120	5.194	5.149	5.352
130	4.330	4.329	4.298

и $b = 0.05$ мкм, $\alpha = 0.1$. Здесь же для сравнения приведены данные, полученные на основе предлагаемой нами эмпирической формулы:

$$T = \frac{2\pi}{\omega_H} (1+\alpha^2) \left[\left(1 - \frac{H_c^2}{H^2} \right)^{-s} + \frac{1}{5} \left(1 - \frac{H_c^2}{H^2} \right) \right], \quad (9)$$

$H \geq H_c,$

а также на основе формулы (8), полученной в рамках одномерной модели. Из таблицы видно, что при критическом индексе $s = 0.4$ и для значения критического поля $H_c = 99.3265$ Э (это значение согласуется с полученным в [13]) формула (9) достаточно точно описывает данные численного эксперимента. Относительная ошибка не превосходит 5%. В то же время наилучшие (при $H_c = 99.3078$ Э) данные, полученные для T на основе одномерной модели распределения намагниченности, очень сильно (до 45%) отличаются от данных численного эксперимента. Ясно, что эти расхождения связаны с совершенно разным характером динамической перестройки структуры доменной стенки в случаях одномерной и двумерной моделей распределения намагни-

ченности. Существование новых возможностей перестройки структуры стенки в рамках двумерной модели распределения M , в частности, связанных с образованием, движением и исчезновением вихрей намагниченности внутри стенки, должно оказаться и на самом критическом поле (поле бифуркации).

5. ЗАВИСИМОСТЬ КРИТИЧЕСКОГО ПОЛЯ ОТ ПАРАМЕТРОВ ПЛЕНКИ

Критическое поле важно не только как параметр, описывающий фундаментальные свойства нелинейного поведения доменных стенок, но и с практической точки зрения. Регулируя его величину, можно оптимизировать процесс высокочастотного перемагничивания пленок, что, в свою очередь, необходимо для разработки головок высокочастотной записи и считывания информации большой плотности. Дело в том, что в малых полях ($H < H_c$) подвижность стенок (см., например, [4]) должна быть равной

$$\mu = \gamma \delta / \alpha \quad (10)$$

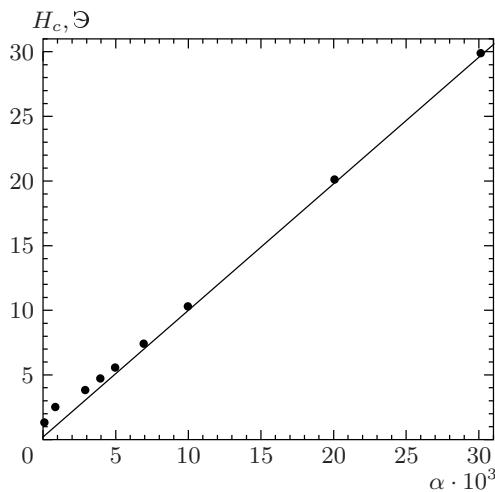


Рис. 7. Зависимость критического поля от параметра затухания α для базовых пленок с $b = 0.05$ мкм

(δ — толщина стенки), т. е. обратно пропорциональной параметру затухания α . Казалось бы, выбирая вещества с малыми α , можно достичь больших скоростей. Однако эти рассуждения справедливы лишь для полей $H < H_c$. В полях выше H_c из-за возникновения попутных движений средняя по времени скорость поступательного движения стенки будет уменьшаться. Кроме того, одномерные модели [2] дают:

$$H_c = 2\pi M_s \alpha. \quad (11)$$

Это означает, что область полей, где скорость стенки может быть большой, сужается при уменьшении α . Сказанное показывает, что нужно выбирать некие оптимальные значения α . Ситуация существенно не изменяется, если перейти к рассмотрению двумерных моделей распределения M в стенке.

На рис. 7 показана полученная нами зависимость $H_c(\alpha)$ для базовых пленок толщиной 0.05 мкм. В целом она оказалась линейной. Небольшие отклонения имеются лишь при малых α . Для выяснения причин этих отклонений была исследована динамическая перестройка стенки при малых α . На рис. 8 и 9 приведены примеры изменения скорости стенок в зависимости от времени и соответствующие им мгновенные конфигурации M . Обнаруживается новый эффект, заключающийся в том, что наряду с основными нелинейными периодическими (с периодом T) изменениями скорости, описанными в разд. 3, на долях периода T возникают дополнительные (будем их называть субпериодными) колебания скорости стенки. На рис. 9 скорость v представлена для той же плен-

ки, но на меньшем интервале времени. Приведены также мгновенные конфигурации намагниченности в стенке, соответствующие минимумам и максимумам скорости. Рассмотрение рис. 9 показывает, что субпериодные колебания связаны с колебаниями одних частей стенок относительно других. Они возбуждаются всякий раз, когда структура стенки коренным образом перстраивается, а именно, асимметрическая блоховская стенка перстраивается в асимметричную неелевскую и т. д. В этот момент происходят резкие изменения локальных магнитостатических полей, размер неоднородности которых, естественно, соизмерим с неоднородностями распределения намагниченности в стенке. Эти данные получены для полей $H > H_c$, непосредственно прилегающих к критическому полю H_c . Аналогичные осцилляции возникают и при $H < H_c$ [24]. Видимо, возникающие при малых α отклонения $H_c(\alpha)$ от прямой связаны именно с этими осцилляциями. Осцилляции той же природы обнаружены и в полях, существенно превышающих H_c .

Таким образом, уменьшение затухания при фиксированных H приводит к остановке поступательного движения стенки не только за счет выравнивания интервалов времени, в течение которого происходят основное и попутное движения стенок, но и за счет развития субпериодных колебаний. Субпериодные колебания существенно сказываются также на зависимости $T(H)$. Это демонстрирует рис. 10, из которого видно, что чем меньше параметр затухания, тем более пологой становится кривая $T(H)$. Этот факт открывает уникальные возможности для экспериментального исследования особенностей нелинейной нестационарной динамики стенок (см. разд. 6).

Обнаруженные осцилляции скорости имеют частоты порядка 10^{11} Гц, что существенно превосходит величину частот, связанных с прецессией намагниченности вокруг ОЛН (см. выше). Описанные колебания могут привести к дополнительному по отношению к предсказанному в [25] магнитодипольному излучению электромагнитных волн, связанному с движением доменных стенок.

Возвращаясь к (11), напомним, что H_c соответствует полю H , при котором вращающий момент, связанный с компонентой магнитостатического поля $H_x^{(m)}$, оказывается максимальным. Это достигается лишь при максимальном значении $H_x^{(m)} = H_{max}$, которое может достигаться, когда конфигурация M становится близкой к конфигурации классической неелевской стенки (см. рис. 4d). В этом случае доменную стенку можно уподобить пластине, намагниченной до насыщения в поперечном направлении.

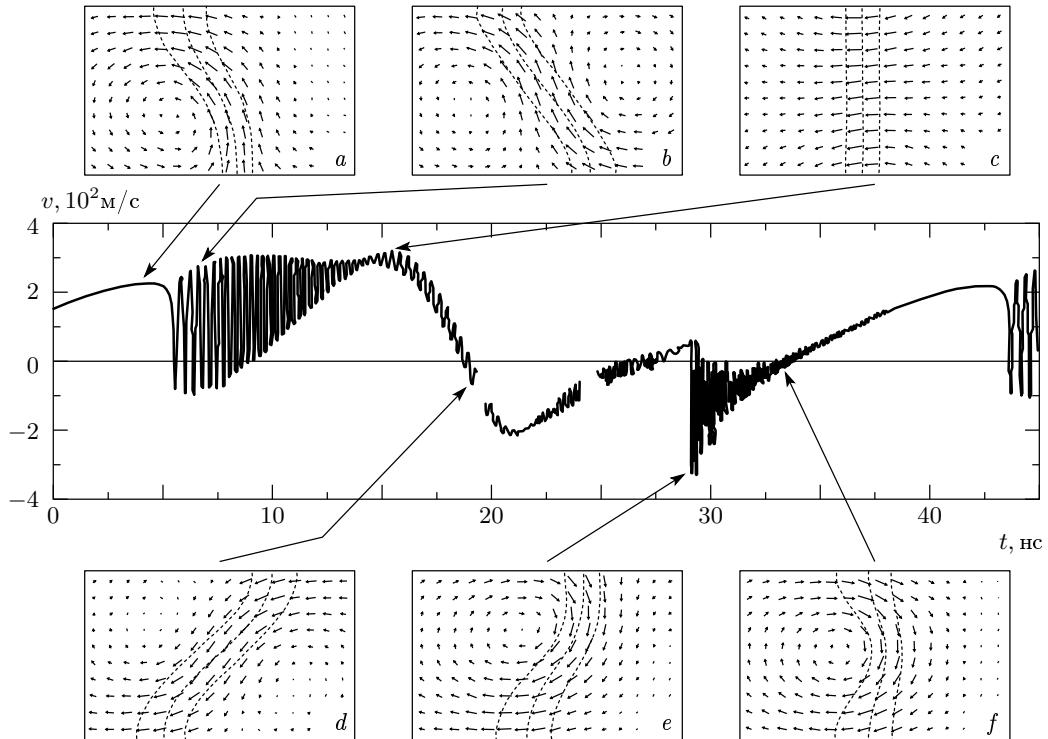


Рис. 8. Зависимость средней (в том же смысле, что и выше) скорости для пленки с базовыми параметрами и $b = 0.05$ мкм, $\alpha = 0.001$, $H = 5$ Э. Мгновенные конфигурации $a-f$ соответствуют основной перестройке \mathbf{M}

Если эта пластина безгранична, как это фактически имеет место в одномерной модели [2], то

$$H_{max} = 4\pi M_{av} = 2\pi M_s,$$

что и приводит к (11). Здесь M_{av} — среднее по толщине стенки значение компоненты M_x . В рамках одномерного неелевского разворота вектора \mathbf{M} в стенке имеем $M_{av} = M_s/2$. Ясно, что в пленке стенку можно уподобить пластине с конечными размерами, а потому в ней независимо от модели распределения намагниченности поле H_c будет зависеть от толщины пленки, т. е.

$$H_c = 4\pi M_s \alpha F(b), \quad (12)$$

где $F(b)$ — функция, зависящая от толщины пленки, причем с увеличением b величина $4\pi M_s F(b)$ должна приближаться к $2\pi M_s$, т. е. к значению, имеющему место в бесконечном образце. Итак, казалось бы, что при увеличении толщины пленки поле H_c должно расти. Этот рост действительно был обнаружен [26], но в очень узкой области b . В более широкой области b , вопреки ожиданиям, получаем нелинейную немонотонную зависимость $H_c(b)$ (рис. 11a). Более того зависимость $H_c(M_s)$ также оказывается немонотонной (рис. 11б). Обе кривые ничего общего не

имеют с теми, которые дает одномерная модель распределения \mathbf{M} [2] (см. формулу (11)).

Для установления причин найденного поведения поля H_c мы исследовали характер динамической перестройки структуры доменной стенки при изменении толщины пленки и намагниченности насыщения. Были установлены новые механизмы перестройки структуры стенки. Остановимся на двух из них, чтобы указать причину приведенного выше нетривиального поведения H_c от толщины пленки и M_s . Ряд мгновенных конфигураций, иллюстрирующих новые механизмы перестройки структуры стенки, приведены на рис. 12.

Классические преобразования, описанные выше и приведенные на рис. 4, существуют в пленках небольших толщин: примерно до $b = 0.064$ мкм. Далее механизм перестройки меняется. В пленках с $b = 0.065-0.75$ мкм и полях, близких к критическому, в перестройке исчезают стадии c , d , e (см. рис. 4), связанные с образованием неелевских стенок. Вихрь асимметричной блоховской стенки (рис. 12), находящийся в какой-то момент в центре пленки, смещается к ее нижней поверхности (a). При этом у верхней поверхности зарождается новый вихрь про-

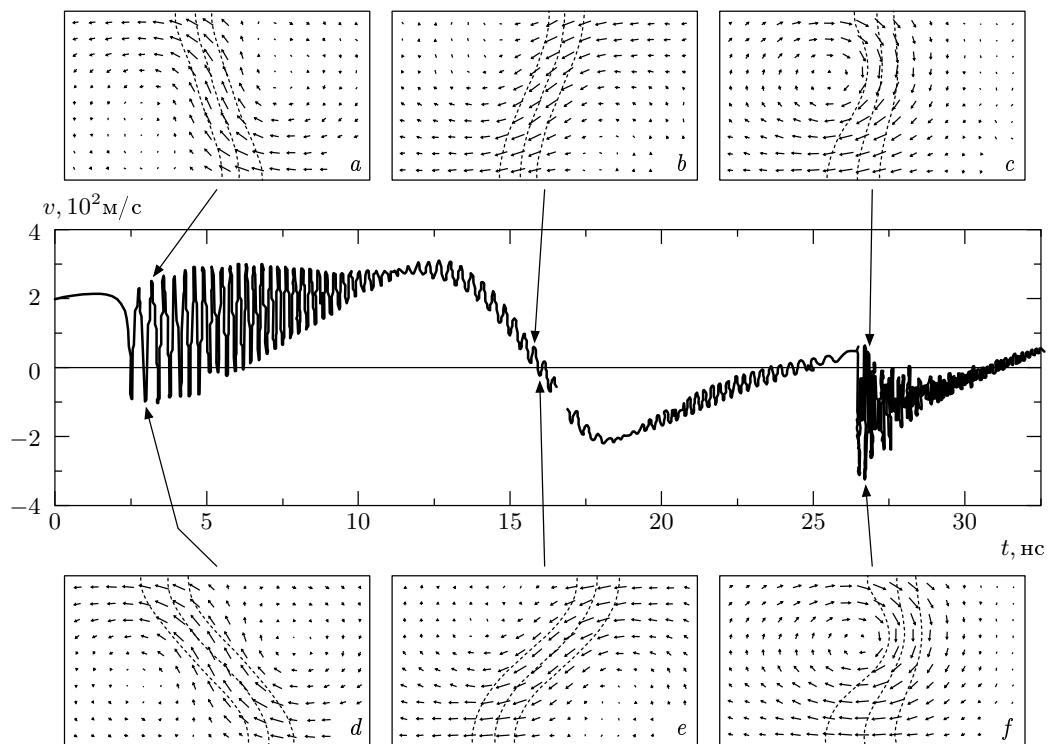


Рис. 9. Та же зависимость $v(t)$, что и на рис. 8, но для меньшего интервала времени. Мгновенные конфигурации стенок *a*–*f* в данном случае иллюстрируют характер внутристеночных колебаний на разных участках T

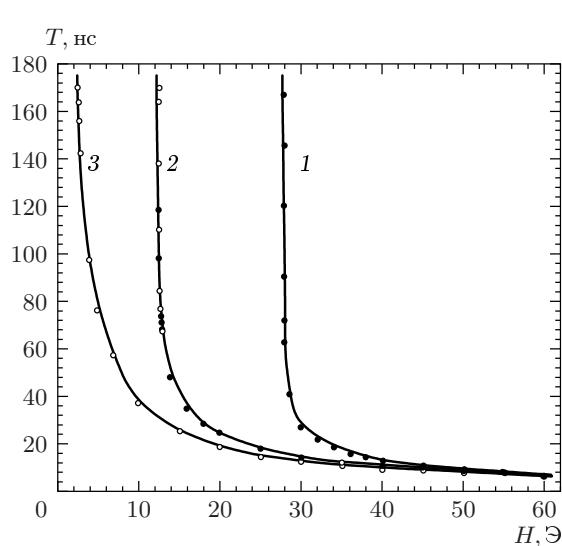


Рис. 10. Зависимость периода динамической перестройки структуры стенок от магнитного поля для базовых пленок с $b = 0.05$ мкм и $\alpha = 0.001$ (1), 0.01 (2) и 0.03 (3). Точки соответствуют численному эксперименту, сплошные линии проведены для удобства восприятия

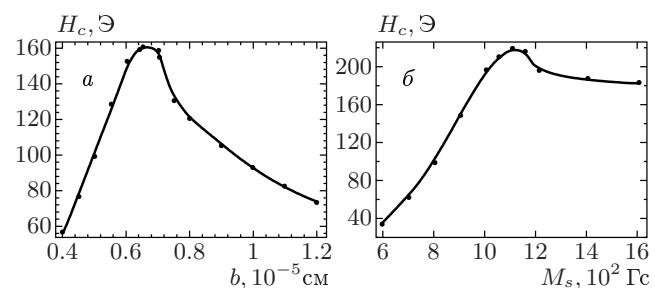


Рис. 11. Зависимости критического поля от толщины пленки (*а*) и намагниченности насыщения (*б*) при $b = 0.05$ мкм. Базовые параметры и $\alpha = 0.1$

тивоположной киральности, так что на определенной стадии динамической перестройки стенка состоит из двух вихрей, расположенных один над другим (*b*). Далее оба вихря смещаются вниз, и, в конце концов, нижний исчезает (*c*). Оставшийся верхний смещается вниз, проходя через центр пленки (*d*), и затем образуется вихревая конфигурация намагниченности (*e*), аналогичная случаю *a*, но обладающая противоположной киральностью. На этом заканчивается полупериод преобразования структу-

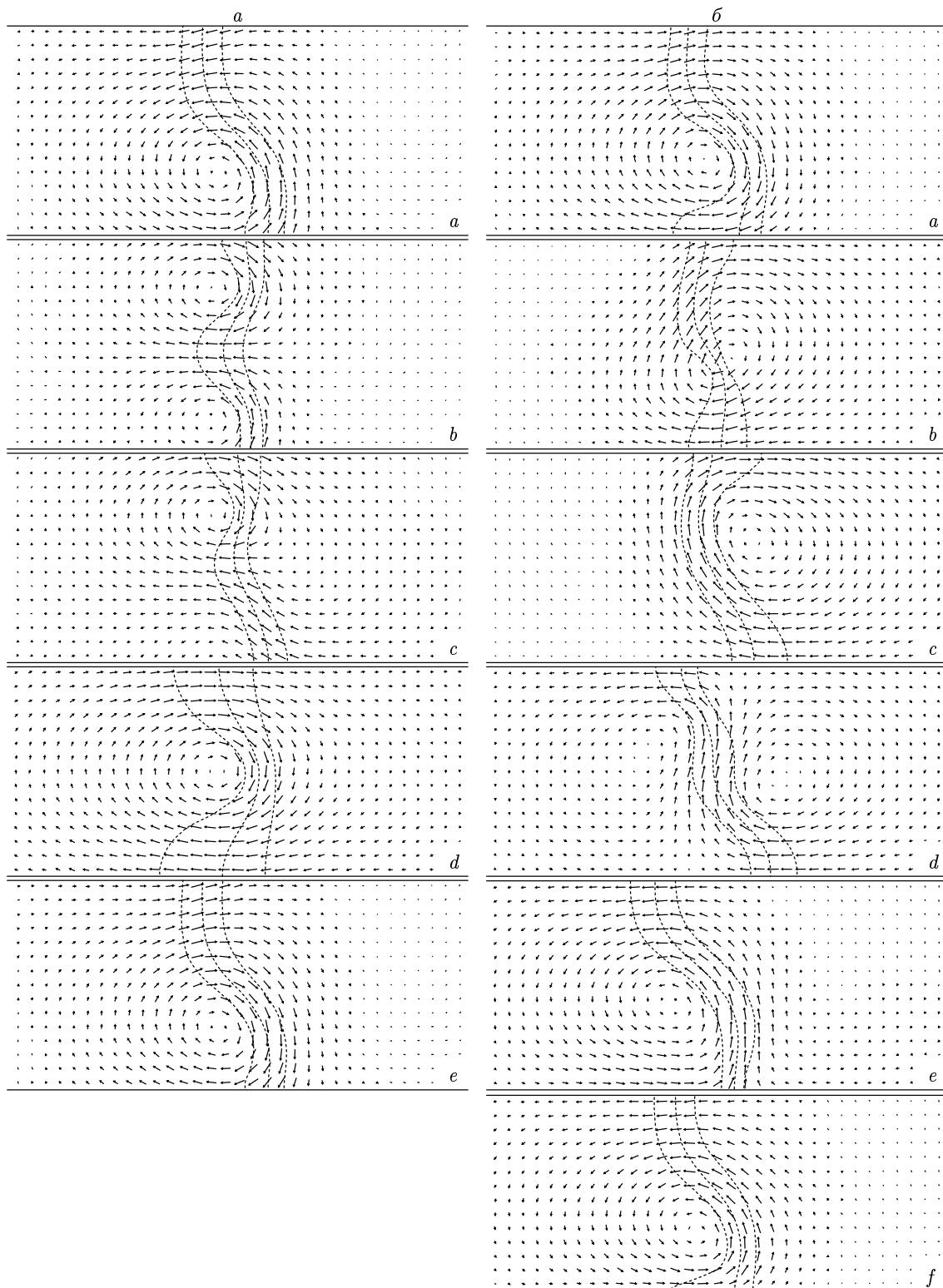


Рис. 12. Последовательность мгновенных конфигураций стенки при динамическом преобразовании ее структуры в пленках с базовыми параметрами, $\alpha = 0.1$, $b = 0.07$ мкм (a) и $b = 0.1$ мкм (b) и $H = 103$ Э

ры стенки. На следующем полупериоде происходит аналогичная перестройка, и мы получаем исходную структуру стенки.

В пленках больших толщин, $b > 0.075$ мкм, механизм динамической перестройки стенки вновь изменяется. В качестве примера на рис. 12б представлено преобразование структуры стенки, движущейся в поле $H = 103$ Э. В данном случае вихрь \mathbf{M} , сместившись вниз (a), начинает постепенно туннелировать через центральную линию на правую сторону стенки (b), и в конце концов вихрь с той же киральностью, что и прежде, образуется на указанной стороне (c). Далее у верхней поверхности слева от центральной линии начинает формироваться другой вихрь с киральностью, противоположной предыдущей. На следующем этапе он разрастается, и конфигурация намагниченности приобретает вид, представленный на рис. 12б (d). Далее правый вихрь постепенно исчезает, а левый смещается вниз. Возникают конфигурации \mathbf{M} , представленные на рис. 12б (e) и (f). Последняя отличается от исходной (a) только киральностью вихря. На этом заканчивается полупериод. На втором полупериоде аналогичные превращения приводят к структуре a.

Итак, в области $b = 0.04\text{--}0.064$ мкм преобразование доменной стенки таково, что возникает структура типа d (рис. 4). В этом случае стенку условно можно представить как «пластину» со средней намагниченностью, перпендикулярной плоскости yz . Величина этой намагниченности будут определять H_{max} и, следовательно, и H_c . Увеличение b приведет к увеличению H_{max} , а потому и к росту H_c .

Последующее уменьшение H_c с ростом b (при $b = 0.65$ мкм) связано с тем, что характер перестройки стенки коренным образом изменяется. В этом случае структура типа d (рис. 4) не образуется. Вместо этого после смещения вихря к нижней поверхности образуется или структура типа b (рис. 12a, механизм первого типа), если $b = 0.65\text{--}0.75$ мкм, или структура типа b (рис. 12б, механизм второго типа), если $b > 0.75$ мкм. В обоих случаях на поверхностях стенки в отличие от структуры d (рис. 4) образуются магнитостатические полюсы с чередующимися знаками. Такое дробление полюсов на поверхности доменной стенки, перпендикулярной x , приводит к уменьшению H_{max} , а следовательно, и H_c . Дальнейшее увеличение толщины пленки усиливает тенденцию к дроблению полюсов.

Если, задав b , увеличить намагниченность насыщения, то при классическом сценарии перестройки доменной стенки плотность полюсов на боковой поверхности стенки возрастет. Это приведет к росту

H_c . Однако, поскольку с ростом M_s обменная длина b_0 уменьшаться, появляется возможность дробления полюсов на плоскостях стенки, перпендикулярных x . Следовательно, начиная с некоторых значений M_s , поле H_c должно убывать, что и наблюдается в наших численных экспериментах. Исследования показывают, что возникающие при этом механизмы перестройки стенки аналогичны указанным выше.

Описанное немонотонное поведение критического поля, а также механизмы динамической перестройки структуры доменной стенки обнаруживаются и в пленках с параметрами, отличными от базовых.

Выражение (11) для критического поля, как видно, не зависит от поля анизотропии. Однако это связано не с одномерным характером распределения намагниченности, в рамках которого было получено (11), а с предположением о том, что в процессе движения форма стенки практически не меняется. Как мы видели, в рамках рассмотренной модели двумерного распределения \mathbf{M} это предположение в общем случае неверно и на самом деле происходят весьма существенные искажения структуры стенки. Это означает, что помимо врачающего момента, связанного с магнитостатическими полями, должны возникать и врачающие моменты, связанные с обменным и анизотропным взаимодействиями. Оба эти вклада во врачающий момент конечны, как и вклад, связанный с магнитостатическими полями. Это означает, что и в этом случае при увеличении внешнего магнитного поля должна возникать бифуркация, приводящая к появлению нестационарного движения стенки, т. е. в отличие от (11) поле H_c должно зависеть от полей анизотропии H_a и обмена H_e . Мы обнаружили, что зависимость критического поля от H_a является близкой к линейной, а от H_e — немонотонной.

6. ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ И ВЫВОДЫ

Таким образом, в работе исследована нелинейная и в общем случае нестационарная динамика доменных стенок с двумерным распределением намагниченности в магнитоодносных пленках с осью легко-намагничивания параллельной поверхности. Показано, что существуют три полевые области, в которых динамическое поведение стенок оказывается разным и во многом не совпадающим с предсказаниями одномерных моделей.

Показано, что динамическая перестройка струк-

туры стенки происходит не только после смены стационарного движения на нестационарное, как предсказывалось ранее [2, 13], при переходе через поле H_c (поле бифуркации), но и при изменении типа стационарного движения при переходе через поле H_0 , которое всегда меньше поля H_c .

Даны свидетельства того, что природа бифуркации (перехода от стационарного к нестационарному поведению стенки) едина для стенок с однодименсийными распределениями намагниченности. Она связана с прецессией намагниченности вокруг оси легкого намагничивания. Кроме этого обстоятельства, широко использованные ранее модели одномерного распределения M не способны адекватно описать динамику доменных стенок в полях выше H_0 . В частности, в рамках одномерных моделей поле H_0 вообще не существует. Кроме того, одномерные модели не могут приводить к немонотонным зависимостям поля бифуркации от толщины пленки и намагниченности насыщения, обнаруженным нами в рамках двумерной модели.

Лишь в малых полях $H \ll H_0$ динамику доменной стенки можно рассматривать в предположении о неизменной внутренней структуре стенки, как это предполагалось начиная с работы [3]. В полях выше H_0 , и особенно выше H_c , структура стенок при их движении меняется драматическим образом. При варьировании параметров пленки механизмы динамической перестройки структуры стенок существенно изменяются. В частности, были предсказаны новые механизмы, полностью отличающиеся от классического [13].

Процессы перестройки внутренней структуры доменных стенок существенно сказываются на скоростях их движения. Для обсуждения этого вопроса вспомним, что экспериментально [7, 27, 28] обычно измеряют усредненную по некоторому интервалу времени (например, времени между двумя последовательными засветками) среднюю скорость \bar{v} стенки. Применимтельно к рассматриваемым нами пленкам во многих случаях (см. ниже) в соответствии с изложенной теорией измеряемая скорость будет расти в зависимости от внешнего магнитного поля вплоть до поля H_c . Однако в полях $H > H_c$ из-за наличия периодически возникающих попутных движений измеряемая усредненная скорость \bar{v} стенки начнет уменьшаться при дальнейшем росте H . Напомним здесь, что с увеличением внешнего поля период T динамических преобразований стенки убывает (см. таблицу). Именно такая немонотонная зависимость скорости наблюдается, например, в [27]. Правда, по мнению авторов работы [27], такую за-

висимость можно связать с существованием нелинейной зависимости скорости стенки от поля в области ее стационарного движения, предсказанную для пленок с малым фактором качества в работе [2] и полученную на основе одномерной модели распределения M . Однако более точные расчеты, проведенные на основе двумерной модели распределения намагниченности [13], а также в данной нашей работе, не подтверждают этого вывода. Здесь уместно вспомнить предсказанный нами второй тип стационарного движения доменных стенок (см. рис. 3). В этом случае при переходе от первого типа стационарного движения ко второму скорость стенки со временем будет меняться немонотонно: сначала уменьшаться, а потом расти. Если опять иметь в виду упомянутый выше способ измерения скорости стенки, то, формально, при определенных условиях можно прийти к зависимости $\bar{v}(H)$, напоминающей предсказанную в [2]. Однако, во-первых, в отличие от [2] это будет средняя по времени скорость при каждом фиксированном H . Во-вторых, указанный переход может возникать задолго до появления нестационарного движения стенки. Следовательно, после уменьшения средней по времени скорости, зависящей от H , должен возникнуть дальнейший ее рост, чего нет в [2], но что экспериментально наблюдается в [27] на пленках CoNiFe. В данном сообщении рассматриваются лишь пленки с плоскостной анизотропией. Возможно, что немонотонное поведение скорости стенок в пленках с перпендикулярной анизотропией в зависимости от поля [28] также связано с дополнительными преобразованиями структуры стенок, которые пока не выяснены.

Возвращаясь к немонотонному поведению скорости доменных стенок при переходе через поле бифуркации, можно заметить, что существование такого поведения (максимума скорости при $H = H_c$) дает сравнительно простой способ экспериментального исследования поля бифуркации в зависимости от параметров пленки.

Проведенные исследования впервые указывают на реальную возможность экспериментального исследования не только усредненных характеристик нестационарного движения стенки, о которых речь шла выше, но и прямое исследование временных преобразований скорости стенки в нестационарном режиме ее движения. Из рис. 10 видно, что рост T наблюдается при всех α , однако важно, что с уменьшением α кривые становятся более пологими. Это обстоятельство наряду со сравнительно малыми значениями полей (порядка нескольких эрстед), в которых при малых α происходит динамическая пере-

стройка стенок, на наш взгляд, является благоприятным для экспериментальных исследований. Дело в том, что при наличии большого периода динамических преобразований не требуется больших временных разрешений. В этом смысле, кажется, достаточно проводить исследования вблизи критического поля, где период T достаточно большой. Однако, если взять пленки с $\alpha = 0.1$, в них критическое поле довольно велико (для базовых пленок $H_c = 99.3$ Э). В непосредственной близости от этого поля период T велик. Так, например, при $H = 99.33$ Э период $T = 171.7$ нс. Однако попасть в такую узкую область полей сложно. Если же увеличить поле всего до 102 Э, то период T уменьшится примерно до 11.6 нс. Между тем, как следует из наших численных экспериментов, при $\alpha = 0.001$ даже в поле 5 Э, примерно в два раза большем критического поля, период T все еще остается достаточно большим: $T = 80$ нс. В результате, для того чтобы экспериментально обнаружить участки периодического изменения скорости стенок, требуется временное разрешение порядка 10 нс. Кроме того, имеется некоторый резерв увеличения T путем снижения H .

Эксперименты могут быть проведены, например, на основе метода высокоскоростной фотографии в режиме двойной или тройной вспышки. При времени вспышки около 1 нс можно определить координату q мгновенного смещения стенки, как функцию времени t .

Очень важно выбрать нужные пленки. Предпочтительны пленки с малым затуханием, например с $\alpha = 0.001$. Заметим, что хотя в наших вычислениях мы использовали пленки пермаллоя с базовыми параметрами, описанными выше, однако вполне подходят любые другие пленки с фактором качества $Q \leq 1$. Для примера, мы изменяли M_s в пределах от 400 до 1600 Гс, K от 10^3 до 10^6 эрг/см³ и получали поведение, схожее с описанным выше. Пленки, однако, не следует выбирать слишком толстыми (для пермаллоя не толще 0.2 мкм), поскольку в более толстых пленках картина динамического поведения оказывается очень сложной.

Выражаем благодарность В. В. Волкову (Физико-технический институт им. А. Ф. Иоффе, РАН) за обсуждение возможностей экспериментальной проверки результатов и М. Г. Черниховской, сделавшей ряд замечаний, существенно улучшивших рукопись.

Данная работа выполнена при частичной поддержке РФФИ (проект 99-02-16279).

ЛИТЕРАТУРА

1. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, в *Собрание трудов*, Наука, Москва (1969), т. 1, с. 128.
2. N. L. Shryer and L. R. Walker, *J. Appl. Phys.* **45**, 5406 (1974).
3. W. Döring, *Z. Naturforsch.* **3a**, 372 (1948).
4. А. Хуберт, *Теория доменных стенок в упорядоченных средах*, Мир, Москва (1977).
5. А. Малоземов, Дж. Слонзуски, *Доменные стенки в материалах с цилиндрическими магнитными доменами*, Мир, Москва (1982).
6. В. В. Волков, В. А. Боков, В. И. Карпович, *ФТТ* **24**, 2318 (1982).
7. В. Г. Баръяхтар, Б. А. Иванов, М. В. Четкин, *УФН* **146**, 417 (1985).
8. A. E. La Bonte, *J. Appl. Phys.* **40**, 2450 (1969).
9. A. Hubert, *Phys. Stat. Sol.* **32**, 519 (1969).
10. S. Tsukahara and H. Kavakatsu, *J. Phys. Soc. Jap.* **32**, 1493 (1972).
11. J. N. Chapman, G. R. Morrison, J. P. Jacobovics et al., *J. Magn. Magn. Mat.* **49**, 277 (1985).
12. M. R. Scheinfen, J. Unguris, R. J. Celotta et al., *Phys. Rev.* **43**, 3395 (1991).
13. S. W. Yuan and H. N. Bertram, *Phys. Rev. B* **44**, 12395 (1991).
14. Б. Н. Филиппов, Л. Г. Корзунин, *ФММ* **75**, 49 (1993).
15. B. N. Filippov and L. G. Korzunin, *IEEE Trans. Magn.* **29**, 2563 (1993).
16. A. Aharoni, *J. Appl. Phys.* **39**, 861 (1968).
17. K. Ramstöck, W. Hartung, and A. Hubert, *Phys. Stat. Sol.* **155**, 505 (1996).
18. Л. И. Антонов, Е. В. Лукашева, Е. А. Мухина, *ФММ* **80**, 5 (1995).
19. Г. И. Марчук, *Методы вычислительной математики*, Наука, Москва (1989).
20. V. S. Gornakov, V. I. Nikitenko, I. A. Prudnikov et al., *Phys. Rev.* **46**, 10829 (1992).
21. Е. Е. Котова, В. М. Четвериков, *ФТТ* **32**, 1269 (1990).
22. R. A. Kosinski and A. Sukiennicki, *J. Magn. Magn. Mat.* **93**, 128 (1991).

- 23.** Б. Н. Филиппов, А. П. Танкеев, *Динамические эффекты в ферромагнетиках с доменной структурой*, Наука, Москва (1987).
- 24.** B. N. Filippov, L. G. Korzunin, and F. A. Kassan-Ogly, Phys. Rev. B **64**, 104412 (2001).
- 25.** А. К. Звездин, Письма в ЖЭТФ **31**, 508 (1980).
- 26.** Б. Н. Филиппов, Л. Г. Корзунин, ФТТ **38**, 2442 (1996).
- 27.** D. S. Bartran and H. C. Bourne, IEEE Trans. Magn. **6**, 743 (1972).
- 28.** В. А. Боков, В. В. Волков, ФТТ **39**, 660 (1997).