

ЭЛЕКТРОДИНАМИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА ДЖОЗЕФСОНОВСКОГО ПЕРЕХОДА, ОБЛУЧАЕМОГО ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЬЮ δ -ИМПУЛЬСОВ

В. М. Бухштабер, О. В. Карпов, С. И. Тертыйный*

Государственное предприятие

*«Всероссийский научно-исследовательский институт физико-технических и радиотехнических измерений»
141570, Менделеево, Московская обл., Россия*

Поступила в редакцию 8 мая 2001 г.

Развит аналитический метод исследования электродинамических свойств джозефсоновских переходов, облучаемых последовательностью импульсов в виде δ -функции Дирака. Актуальность этих исследований связана с возможностью создания цифро-аналоговых преобразователей и синтезаторов сигналов заданной формы с фундаментальной точностью на основе эффекта Джозефсона. Получены аналитические выражения, определяющие условия захвата фазы, среднее напряжение на переходе и границы ступенек Шапиро. Результаты представлены в графическом виде для случаев однополярной и биполярной накачек перехода. Проведено обсуждение полученных результатов и сравнение их с ранее известными.

PACS: 74.50.+r

1. ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время в ряде метрологических лабораторий ведущих стран мира [1–4], в том числе России [5–7], созданы и успешно функционируют эталоны вольта на основе эффекта Джозефсона, предназначенные для воспроизведения с фундаментальной точностью размера единицы электрического напряжения постоянного тока на уровнях 1 и 10 В. Основным элементом таких эталонов являются цепочки джозефсоновских переходов, содержащие от полутора до двадцати и более тысяч переходов в зависимости от частоты СВЧ-накачки и номинального воспроизводимого напряжения.

Первоначально [8–10] такие цепочки были выполнены на джозефсоновских структурах типа сверхпроводник—изолятор—сверхпроводник (SIS), обладающих значительной емкостью перехода и, как следствие, гистерезисом ВАХ [11, 12]. Электродинамические свойства таких SIS-структур описываются нелинейным уравнением второго порядка следующего вида (ср. [11], уравнение (2.48) или [12], уравнение (6.3.5))

$$\alpha \ddot{\varphi} + \beta(\varphi)\dot{\varphi} + \sin \varphi = q(t),$$

где множитель

$$\beta(\varphi) = (1 + \varepsilon \cos \varphi), \quad |\varepsilon| \leq 1,$$

учитывает диссипацию и интерференцию токов куперовских пар и квазичастиц в туннельных структурах, α — параметр гистерезисности, ε , вообще говоря, есть малая величина и вкладом члена $\cos \varphi$ во многих практически важных случаях можно пренебречь.

Успех в создании эталонов постоянного напряжения стимулировал постановку работ по созданию устройств, генерирующих (синтезирующих) с фундаментальной точностью переменное напряжение [13–19]. Для создания таких устройств необходимы так называемые сильношунтированные ($\alpha \ll 1$) джозефсоновские структуры, не обладающие гистерезисом ВАХ. В этом случае электродинамические свойства джозефсоновского перехода можно описать уравнением первого порядка [17–19].

Работы по созданию программируемых цифро-аналоговых преобразователей и синтезаторов сигналов заданной формы на эффекте Джозефсона ведутся в ряде центров, обладающих значительными технологическими возможностями по созданию джозефсоновских структур, в том числе на основе

*E-mail: mera@vniiftri.ru

структур типа сверхпроводник–нормальный металл–сверхпроводник (SNS) в NIST (Национальный институт стандартов и технологий, США) [13], и на основе структур типа сверхпроводник–изолятор–нормальный металл–изолятор–сверхпроводник (SINIS) в РТВ (Физико-технический институт, ФРГ) [14].

Следует отметить, что в отличие от SNS-структур двухбарьерные структуры типа SINIS обладают некоторой конечной емкостью. Поэтому при описании электродинамических свойств переходов Джозефсона, изготовленных по SINIS-технологии, требуется, вообще говоря, учет члена со второй производной $\dot{\varphi}$. Тем не менее экспериментальные исследования SINIS-цепочек, работающих в диапазоне 10 ГГц, изготовленных в РТВ и предназначенных для применения в эталонах переменного напряжения, показали отсутствие гистерезиса на ВАХ (см., например, [6, 7]).

Одним из возможных способов формирования переменного напряжения заданной формы на основе эффекта Джозефсона может быть изменение частоты накачки по заданному закону. Однако если использовать в качестве накачки синусоидальное СВЧ излучение, то допустимый диапазон изменения частоты, в пределах которого ВАХ перехода содержит ступеньки Шапиро, ограничен и не превышает, как правило, 10–15% от среднего значения.

В работе [15] утверждается, что, если синусоидальное СВЧ-напряжение накачки перехода заменить на импульсное, ширина ступенек Шапиро ВАХ джозефсоновского перехода становится почти не зависящей от частоты следования импульсов в широких пределах для всех частот ниже некоторой критической.

В основе проектируемых в настоящее время устройств (синтезаторов), предназначенных для генерации переменного напряжения заданной формы, лежит способ формирования выходного переменного напряжения путем управления по заданному цифровому коду частотой следования электрических импульсов накачки перехода Джозефсона [16].

В связи с важностью указанного подхода в ряде работ [17–19] была предпринята попытка теоретического исследования электродинамических свойств джозефсоновского перехода, облучаемого серией импульсов специфической формы. В данной работе предлагается несколько иной подход, позволяющий смоделировать ряд принципиально новых особенностей поведения сильношунтированного джозефсоновского перехода при облучении его последовательностью импульсов в виде δ -функции Дирака. Вы-

бор δ -функции в качестве математической модели импульса накачки связан с возможностью относительно простой экспериментальной реализации этой модели, например, путем дифференцирования электрического сигнала накачки, имеющего форму меандра.

2. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Как было отмечено выше и в работах [11, 12, 17–19], реакция сильношунтированного перехода Джозефсона типов SNS и SINIS на внешнее воздействие может быть описана дифференциальным уравнением первого порядка вида

$$\dot{\varphi}(t) + \sin \varphi(t) = q(t), \quad (1)$$

где $\varphi(t)$ — функция фазы параметра порядка, $t = \omega_c \tau$ — безразмерное время, $\omega_c = 2\pi K_J R_N I_c$ — характеристическая частота перехода, $K_J = 483597.9$ ГГц/В — константа Джозефсона, R_N — нормальное сопротивление перехода, I_c — критический ток, $q(t)$ — периодическая функция с периодом T , описывающая сигнал накачки перехода. Здесь T есть безразмерный период, $T = \omega_c / f$, f — размерная частота следования импульсов. Величина f^{-1} имеет смысл размерного периода следования импульсов.

В случае накачки перехода Джозефсона периодической последовательностью импульсов в виде δ -функции Дирака функцию $q(t)$ можно представить в виде

$$q(t) = i_0 + 2\pi i_1 \sum_{n \geq 1} \delta(t - t_0 - nT), \quad (2)$$

где t_0 — некоторый «начальный» момент времени и $t > t_0$, $2\pi i_1 = 2\pi I_1 / I_c$ — интегральная амплитуда импульсов, $i_0 = I_0 / I_c$ — постоянная составляющая тока смещения перехода за вычетом части, производимой δ -импульсами. Обратим внимание на то, что при усреднении правой части уравнения (2) по периоду T получается выражение $i_0 + 2\pi i_1 / T$, содержащее слагаемое $2\pi i_1 / T$. Это слагаемое описывает средний ток, протекающий через переход Джозефсона, обусловленный импульсной накачкой. Ток постоянного смещения i задается внешним источником, а цепь СВЧ-накачки, как правило, содержит разделительную электрическую емкость, поэтому в дальнейшем мы будем полагать $i_0 = i - 2\pi i_1 / T$.

Среднее напряжение U на переходе Джозефсона определяется [11, 12] выражением

$$U = \frac{1}{2\pi K_J \tau_a} [\varphi(t_0 + \omega_c \tau_a) - \varphi(t_0)], \quad (3)$$

где τ_a — время усреднения, на практике, как правило, много большее, чем период следования импульсов f^{-1} . При наличии эффекта захвата фазы [11, 12, 17–19], приводящего к возникновению ступенек Шапиро на ВАХ перехода, при $t \rightarrow \infty$ выполняется условие

$$\varphi(t + \omega_c \tau_a) - \varphi(t) = 2\pi k \left(\frac{\omega_c \tau_a}{T} \right) [1 + \mu(\tau_a)], \quad (4)$$

где $\mu(\tau_a) \rightarrow 0$ при $\tau_a \rightarrow \infty$. При этом при достаточно больших временах усреднения τ_a выражение (3) переходит в известное соотношение Джозефсона $K_J U = kf$, где $k = 0, \pm 1, \pm 2 \dots$ есть порядок ступеньки Шапиро.

Для построения решения уравнения (1) с правой частью (2) воспользуемся методом из работы [20]. В соответствии с ним общее решение $\varphi(t)$ уравнения (1) будем искать в виде суммы

$$\varphi(t) = \sum_{n \geq 0} \varphi_n(t), \quad (5)$$

где $\varphi_n(t)$ на интервале $t_n \leq t < t_n + T$, $t_n = t_0 + nT$, удовлетворяет соотношению

$$\exp[j\varphi_n(t)] = \exp[j\varphi_*(t - t_n)] \frac{1 + C_n \overline{F(t - t_n)}}{1 + C_n F(t - t_n)}, \quad (6)$$

а при остальных $t > t_0$ равна нулю. В (6) j обозначает мнимую единицу, $\varphi_*(t)$ есть некоторое решение уравнения

$$\dot{\varphi}_* + \sin \varphi_* = i_0 \quad (7)$$

с постоянной правой частью i_0 , C_n — вещественная константа, и $F(t)$ определено формулами

$$\begin{aligned} F(t) &= Q(t) + jP(t), \\ P(t) &= \exp \left[- \int_0^t \cos \varphi_*(t) dt \right], \\ Q(t) &= \int_0^t P(t) \sin \varphi_*(t) dt \end{aligned} \quad (8)$$

(отметим разницу с определением $P(t)$, использованным в работе [20]). Помимо уравнения (6) функции $\varphi_n(t)$ должны удовлетворять условиям сшивки

$$\lim_{t \rightarrow t_{n+1}-0} \varphi_n(t) + 2\pi i_1 = \varphi_{n+1}(t_{n+1}), \quad (9)$$

которые совместно с (6) рекуррентно определяют всю последовательность констант C_n , а также и искомого решение $\varphi(t)$ с точностью до общего постоянного слагаемого, целого кратного 2π .

Необходимым и достаточным условием возникновения захвата фазы, приводящего к появлению на ВАХ ступенек Шапиро, является условие

$$\varphi_{n+1}(t + T) - \varphi_n(t) \rightarrow 2\pi k \quad (10)$$

при $n \rightarrow \infty$ равномерно на интервале $t_n \leq t < t_{n+1}$. Существование предела (10) эквивалентно условию сходимости последовательности C_n , причем предел $C = \lim C_n$ удовлетворяет некоторому квадратному уравнению, которое в явном виде будет получено ниже (уравнение (16)). Соответственно, условие захвата фазы оказывается эквивалентным условию существования вещественного решения упомянутого уравнения (точнее, таких решений, вообще говоря, два, но лишь одно из них соответствует пределу последовательности C_n).

Таким образом, задача (1) с правой частью (2) сведена к известному [11, 12] аналитическому решению уравнения (7) с постоянной правой частью на интервале $[0, T]$ и затем выяснению, при каких условиях выполняется соотношение (10).

3. АНАЛИТИЧЕСКОЕ РЕШЕНИЕ

Для анализа специфики поведения функции фазы на основе описанного выше подхода следует выбрать решение φ_* уравнения (7). Необходимо рассмотреть отдельно случаи $|i_0| > 1$ и $|i_0| < 1$. Рассматривая сначала случай $|i_0| < 1$, удобно взять очевидное стационарное решение $\varphi_*(t) = \varphi_*$, где константа φ_* удовлетворяет уравнению

$$\sin \varphi_* = i_0,$$

соответствующее стационарному эффекту Джозефсона [11, 12]. Тогда, в частности, в областях устойчивости стационарного решения,

$$-\pi/2 + 2m\pi \leq \varphi_* \leq \pi/2 + 2m\pi, \quad m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots,$$

мы имеем

$$\cos \varphi_* = \sqrt{1 - i_0^2} > 0.$$

Подставляя выражения для $\sin \varphi_*$ и $\cos \varphi_*$ в (8), после элементарных вычислений для функционала F получим выражение

$$F(t) = \operatorname{tg} \varphi_* [1 - \exp(-t \cos \varphi_*)] + j \exp(-t \cos \varphi_*). \quad (11)$$

В случае $|i_0| > 1$ уравнение (7) стационарных решений не имеет. Если $i_0 > 1$ (случай $i_0 < -1$ аналогичен), то нестационарное решение, переходящее в

стационарное решение при $i_0 \rightarrow 1 + 0$, может быть выражено на интервале $0 \leq t < T$ формулой

$$\begin{aligned} \exp(j\varphi_*(t)) = & j \left[\sqrt{i_0 + 1} \cos\left(\frac{t}{2} \sqrt{i_0^2 - 1}\right) \right. \\ & \left. + j\sqrt{i_0 - 1} \sin\left(\frac{t}{2} \sqrt{i_0^2 - 1}\right) \right] \times \\ & \times \left[\sqrt{i_0 + 1} \cos\left(\frac{t}{2} \sqrt{i_0^2 - 1}\right) - j\sqrt{i_0 - 1} \times \right. \\ & \left. \times \sin\left(\frac{t}{2} \sqrt{i_0^2 - 1}\right) \right]^{-1}, \quad (12) \end{aligned}$$

которая эквивалентна уравнению (6.2.6) из монографии [12].

Заметим теперь, что если $\sin \varphi_* \neq i_0$ и функция φ_* удовлетворяет уравнению (7), то имеется явная формула, выражающая $F(t)$ непосредственно через $\varphi_*(t)$:

$$F(t) = \frac{\cos(\varphi_*(0)) + ji_0 - \exp(j\varphi_*(t))}{i_0 - \sin \varphi_*(0)}. \quad (13)$$

Из нее получаем

$$\begin{aligned} F(t) = & j \frac{\sqrt{i_0 + 1}}{\sqrt{i_0 - 1}} \times \\ & \times \frac{i_0 + \sqrt{i_0^2 - 1} - \exp(jt\sqrt{i_0^2 - 1})}{i_0 + \sqrt{i_0^2 - 1} + \exp(jt\sqrt{i_0^2 - 1})}. \quad (14) \end{aligned}$$

С учетом формулы (6) условие возникновения захвата фазы теперь приобретает вид условия существования вещественного решения C уравнения

$$\begin{aligned} \exp[j\varphi_*(0) - j\varphi_*(T)] \times \\ \times \frac{1 - jC}{1 + jC} \frac{1 + CF(T)}{1 + C\overline{F(T)}} = \exp(2\pi ji_1). \quad (15) \end{aligned}$$

При $|i_0| < 1$ уравнение (15) сводится к квадратному уравнению для константы C :

$$aC^2 + 2bC + c = 0, \quad (16)$$

где

$$\begin{aligned} a = & 2 \cos(\pi i_1) \operatorname{tg} \varphi_{(*)} \operatorname{sh} \left[\frac{1}{2} \cos(\varphi_{(*)})T \right] + \\ & + \sin(\pi i_1) \exp \left[-\frac{1}{2} \cos(\varphi_{(*)})T \right], \\ b = & \operatorname{sh} \left(\frac{1}{2} \cos(\varphi_{(*)})T \right) \left[\cos(\pi i_1) + \sin(\pi i_1) \operatorname{tg}(\varphi_{(*)}) \right], \\ c = & \sin(\pi i_1) \exp \left[\frac{1}{2} \cos(\varphi_{(*)})T \right]. \end{aligned}$$

Соответствующий дискриминант равен

$$\begin{aligned} D = & \left\{ \operatorname{ch} \left[\frac{1}{2} \cos(\varphi_{(*)})T \right] \cos(\pi i_1) - \right. \\ & \left. - \operatorname{tg}(\varphi_{(*)}) \operatorname{sh} \left[\frac{1}{2} \cos(\varphi_{(*)})T \right] \sin(\pi i_1) \right\}^2 - 1. \quad (17) \end{aligned}$$

Для того чтобы уравнение (16) имело вещественное решение, необходимо и достаточно выполнение условия $D \geq 0$. Таким образом, мы окончательно получаем в качестве условия возникновения захвата фазы при $|i_0| < 1$ неравенство

$$\begin{aligned} \left| \operatorname{ch} \left(\frac{T}{2} \sqrt{1 - i_0^2} \right) \cos(\pi i_1) - \right. \\ \left. - \frac{i_0}{\sqrt{1 - i_0^2}} \operatorname{sh} \left(\frac{T}{2} \sqrt{1 - i_0^2} \right) \sin(\pi i_1) \right| > 1. \quad (18) \end{aligned}$$

В случае $|i_0| > 1$ вычисления аналогичны приведенным выше, хотя, поскольку φ_* в этом случае не константа, а функция, несколько длиннее. Для дискриминанта получается выражение

$$\begin{aligned} D = & \left\{ \cos \left[\frac{1}{2} \cos(\varphi_{(*)})T \right] \cos(\pi i_1) - \right. \\ & \left. - \frac{i_0}{\sqrt{i_0^2 - 1}} \sin \left[\frac{1}{2} \cos(\varphi_{(*)})T \right] \sin(\pi i_1) \right\}^2 - 1. \quad (19) \end{aligned}$$

Следовательно, при $|i_0| > 1$ условие возникновения захвата фазы приобретает вид

$$\begin{aligned} \left| \cos \left(\frac{T}{2} \sqrt{i_0^2 - 1} \right) \cos(\pi i_1) - \right. \\ \left. - \frac{i_0}{\sqrt{i_0^2 - 1}} \sin \left(\frac{T}{2} \sqrt{i_0^2 - 1} \right) \sin(\pi i_1) \right| > 1. \quad (20) \end{aligned}$$

Формулы (18), (20) удобны для анализа областей наличия или отсутствия захвата фазы в пространстве параметров. Такой анализ будет проведен в заключительной части работы.

Рассмотрим теперь аналитические выражения для дискриминанта D в случае смещения перехода Джозефсона биполярными δ -импульсами одинаковой интенсивности. Функция $q(t)$ в данном случае имеет вид

$$\begin{aligned} q(t) = & i_0 + 2\pi i_1 \times \\ & \times \sum_{n>1} \left[\delta(t - t_0 - nT) - \delta \left(t - t_0 - \left(n + \frac{1}{2} \right) T \right) \right]. \quad (21) \end{aligned}$$

В этом случае аналог уравнения (15), описывающего фактически скачок фазы в момент прихода импульса, описывает два таких скачка (на интервале

времени длительностью в период T), один в момент $t = 0$, эквивалентный в силу T -периодичности $t = T$, и второй при $t = T/2$:

$$\exp[j\varphi_*(0) - \varphi_*(T)] \frac{1 - jC_1}{1 + jC_1} \frac{1 + C_2F(T)}{1 + C_2\overline{F(T)}} = \exp(2\pi j i_1), \quad (22)$$

$$\frac{1 + C_1\overline{F(T/2)}}{1 + C_1F(T/2)} \frac{1 + C_2F(T/2)}{1 + C_2\overline{F(T/2)}} = \exp(-2\pi j i_1). \quad (23)$$

Здесь константа C_1 описывает предельную функцию фазы на интервалах $[t_0 + 2\pi m, t_0 + 2\pi(m + 1/2))$, а C_2 соответствует интервалам $[t_0 + 2\pi(m + 1/2), t_0 + 2\pi(m + 1))$.

Для указанного сигнала смещения дискриминант имеет вид

$$D = 4 \frac{\cos^2(\pi i_1) - i_0^2}{1 - i_0^2} \operatorname{sh}^2 \left(\frac{T}{4} \sqrt{1 - i_0^2} \right) \times \left[\operatorname{ch}^2 \left(\frac{T}{4} \sqrt{1 - i_0^2} \right) - \frac{\sin^2(\pi i_1)}{1 - i_0^2} \operatorname{sh}^2 \left(\frac{T}{4} \sqrt{1 - i_0^2} \right) \right] \quad (24)$$

для $|i_0| < 1$ и

$$D = -4 \frac{i_0^2 - \cos^2(\pi i_1)}{i_0^2 - 1} \sin^2 \left(\frac{T}{4} \sqrt{i_0^2 - 1} \right) \times \left[\cos^2 \left(\frac{T}{4} \sqrt{i_0^2 - 1} \right) - \frac{\sin^2(\pi i_1)}{i_0^2 - 1} \sin^2 \left(\frac{T}{4} \sqrt{i_0^2 - 1} \right) \right] \quad (25)$$

для $|i_0| > 1$.

4. РЕЗУЛЬТАТЫ И ИХ ОБСУЖДЕНИЕ

Условие (20), определяющее границы областей в пространстве параметров T , i_0 и i_1 , где имеет место захват фазы, и, в частности, ширину ступенек Шапиро ВАХ перехода Джозефсона в случае однополярной накачки, может быть сведено к квадратному уравнению относительно $\operatorname{tg}((T/2)\sqrt{i_0^2 - 1})$ и далее к виду

$$\frac{i_0 \cos(\pi i_1) \pm 1}{\sin(\pi i_1)} \frac{\operatorname{tg} \left(\frac{T}{2} \sqrt{i_0^2 - 1} \right)}{\sqrt{i_0^2 - 1}} = -1, \quad (26)$$

удобному для дальнейшего анализа и сравнения с формулой (23) работы [17], которая близка (26) по форме, но тем не менее отличается от нее.

Отметим, что при отсутствии захвата фазы напряжение на переходе выражается формулой

$$U = \frac{2\omega_c}{2\pi T K_J} \left\{ \arccos \left[\cos \left(\frac{T}{2} \sqrt{i_0^2 - 1} \right) \times \cos(\pi i_1) - \frac{i_0}{\sqrt{i_0^2 - 1}} \sin \left(\frac{T}{2} \sqrt{i_0^2 - 1} \right) \sin(\pi i_1) \right] + \pi k \right\} \quad (27)$$

(целое число k определяется порядком ступенек Шапиро, расположенных справа и слева от рассматриваемого участка ВАХ). Эта формула получается с помощью вычисления вариации функции фазы при больших значениях временного параметра. Формула (27) может быть полезна при анализе электродинамических свойств и построении ВАХ некоторых типов SNS- и SINIS-переходов Джозефсона.

Рассмотрим теперь подробнее некоторые свойства перехода Джозефсона в случае тока смещения вида (2). Вначале в качестве простейшего следствия приведенных выше соотношений рассмотрим хорошо известный случай [11, 12] отсутствия импульсной части сигнала смещения (2), т. е. $i_1 = 0$. Тогда дискриминант приобретает вид

$$D = \begin{cases} \operatorname{sh}^2 \left(\frac{T}{2} \sqrt{1 - i_0^2} \right), & |i_0| < 1, \\ -\sin^2 \left(\sqrt{i_0^2 - 1} \right), & |i_0| > 1. \end{cases} \quad (28)$$

Отсюда следует, что при $|i_0| < 1$ имеется захват фазы, сводящийся к асимптотическому установлению постоянного значения $\varphi_{(*)}$. При $|i_0| > 1$ фаза φ изменяется «нерегулярно», однако предел средней вариации φ по большому интервалу времени существует и равен $\sqrt{i_0^2 - 1}$. Таким образом, ВАХ перехода Джозефсона представляет собой горизонтальный участок $U = 0$ при $|i_0| < 1$, состыкованный с гиперболами

$$U = \pm \frac{\omega_c}{2\pi K_J} \sqrt{i_0^2 - 1}, \quad |i_0| > 1.$$

Упомянем о факте обращения дискриминанта D в нуль при $i_0^{(k)} = \sqrt{1 + (2\pi k T^{-1})^2}$. Это те точки, в окрестности которых появляются ступеньки Шапиро при добавлении к току смещения малой импульсной составляющей с периодом повторения $f^{-1} = T/\omega_c$. В частности, при δ -импульсах малой интенсивности i_1 (точнее, при $0 < 2\pi i_1/T \ll 1$)

ступеньки Шапиро занимают следующие интервалы значений параметра i_0 :

$$\left(\sqrt{1 + \left(\frac{2\pi k}{T}\right)^2} - \frac{4\pi i_1}{T} + o(i_1), \sqrt{1 + \left(\frac{2\pi k}{T}\right)^2} + o(i_1) \right), \quad (29)$$

что иллюстрирует хорошо известный факт, характерный для ВАХ сильношунтированных переходов Джозефсона [11, 12]: при фиксированной частоте облучения большому номеру ступеньки Шапиро соответствует больший ток смещения, и ступенька Шапиро с фиксированным номером смещается по оси тока с увеличением частоты облучения в сторону роста $|i_0|$.

На рис. 1 и 2 в соответствии с формулами (18), (20) изображены области наличия и отсутствия (заштрихованы) захвата фазы в случаях однополярных и биполярных сигналов смещения. На рис. 1а видны сужающиеся изогнутые «воронкообразные» заштрихованные области, сначала прерывающиеся, а затем исчезающие. Эти области изображают промежутки между соседними ступеньками Шапиро. На самом деле они продолжают и далее, но становятся слишком узкими и не могут быть изображены при помощи программы, использованной для их построения.

Из рис. 1а видно, что ширины нулевой и первой (минус первой) ступенек Шапиро (начиная с некоторого T) почти не зависят от периода следования импульсов. Эта закономерность была отмечена в ряде работ, например [18]. Однако в случае однополярной накачки наблюдается сильная асимметрия относительно оси $i = 0$.

В то же время из рис. 1а и 2 видно, что при фиксированном токе смещения появляется многозначная зависимость номера ступеньки Шапиро от частоты импульсов накачки и при $i = \text{const}$ существует целый набор ступенек Шапиро с различными номерами k . Такая закономерность характерна и для случая облучения перехода Джозефсона биполярными симметричными импульсами (см. рис. 1б).

Для объяснения этой закономерности обратимся к рис. 2а (случай однополярной накачки, $T = \omega_c/f = 5.3$), из которого видно, что нулевая ступенька Шапиро соответствует амплитуде импульсов накачки в интервале $-2\pi \leq 2\pi i_1 \leq 2\pi$, ступеньки с номером ± 1 соответствуют амплитуде импульсов накачки в интервале

$-2\pi \mp 2\pi \leq 2\pi i_1 \leq 2\pi \mp 2\pi$, а $\pm k$ -я ступенька — в интервале $-2\pi \mp 2\pi k \leq 2\pi i_1 \leq 2\pi \mp 2\pi k$,

Границы областей захвата фазы на рис. 1а и 2а, согласно уравнениям (18) и (20), будут определяться величиной $i_0 = i - 2\pi i_1/T$. Более того, с изменением T происходят деформация этих областей (за исключением, быть может, только нулевой области) и их частичное перекрытие или замещение. Этот представляющий интерес случай требует отдельного рассмотрения.

Для качественного анализа ВАХ перехода, облучаемого серией δ -импульсов, достаточно взять два сечения на рис. 2а (например, для однополярной накачки) по осям i и i_1 . Затем на плоскости $U-i$ отложить участки, соответствующие ступенькам Шапиро, и участки, где захвата фазы нет. Масштаб по оси i определен самим рисунком, масштаб по оси U определяется для каждого конкретного T в соответствии с формулой (3) или (27).

Для полного анализа ВАХ перехода Джозефсона при импульсной накачке рассмотрим области на рис. 1а и 2а, где захвата фазы нет. Формулы (18) и (20) позволяют сделать некоторые выводы, касающиеся местоположения и ширины нулевой и первой ступенек Шапиро: при постоянном токе смещения i и $-1 < i_0 < +1$ имеются конечные, не меньшие некоторого минимального значения по ширине, участки нулевой и первой ступенек Шапиро, причем разделяющий их интервал с границами

$$i_0 \simeq \cos(\pi i_1) \mp \sin^2(\pi i_1) \exp\left[-\frac{T}{2} \sin(\pi i_1)\right] \quad (30)$$

определяет в первом порядке верхнюю границу нулевой и нижнюю границу первой ступенек Шапиро. Соответственно зазор между этими ступеньками оценивается величиной

$$2 \sin^2(\pi i_1) \exp\left[-\frac{T}{2} \sin(\pi i_1)\right].$$

Это означает, что переход от нулевой ступеньки Шапиро к первой на ВАХ перехода Джозефсона может быть сделан сколь угодно малым. Таким образом, влияние переходных процессов в устройствах, работа которых основана на переключении номера k ступенек Шапиро, может быть исключено или сведено к минимуму, что открывает принципиально новые возможности в технике телекоммуникаций.

5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Предложенный в настоящей работе метод позволяет проанализировать особенности электродина-

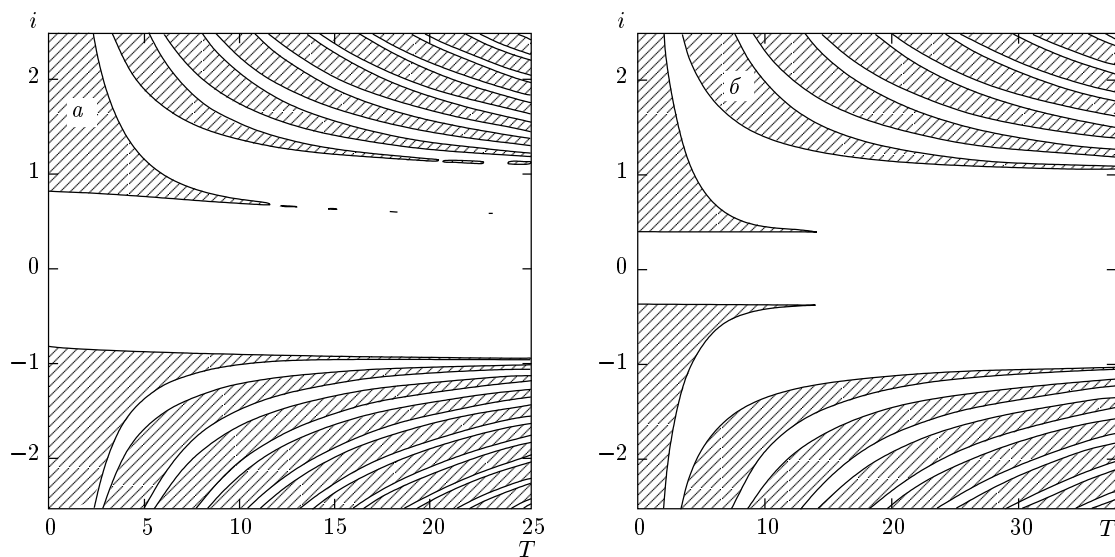


Рис. 1. Области захвата фазы и отсутствия захвата фазы (заштрихованы) в задаче (1), (2) на плоскости «период следования импульсов T — постоянная составляющая тока смещения i », где $i = i_0 + 2\pi i_1/T$, для однополярных (а) и биполярных симметричных (б) импульсов. Интенсивность импульсов смещения $2\pi i_1 = 1/3$ (а) и $3/8$ (б)

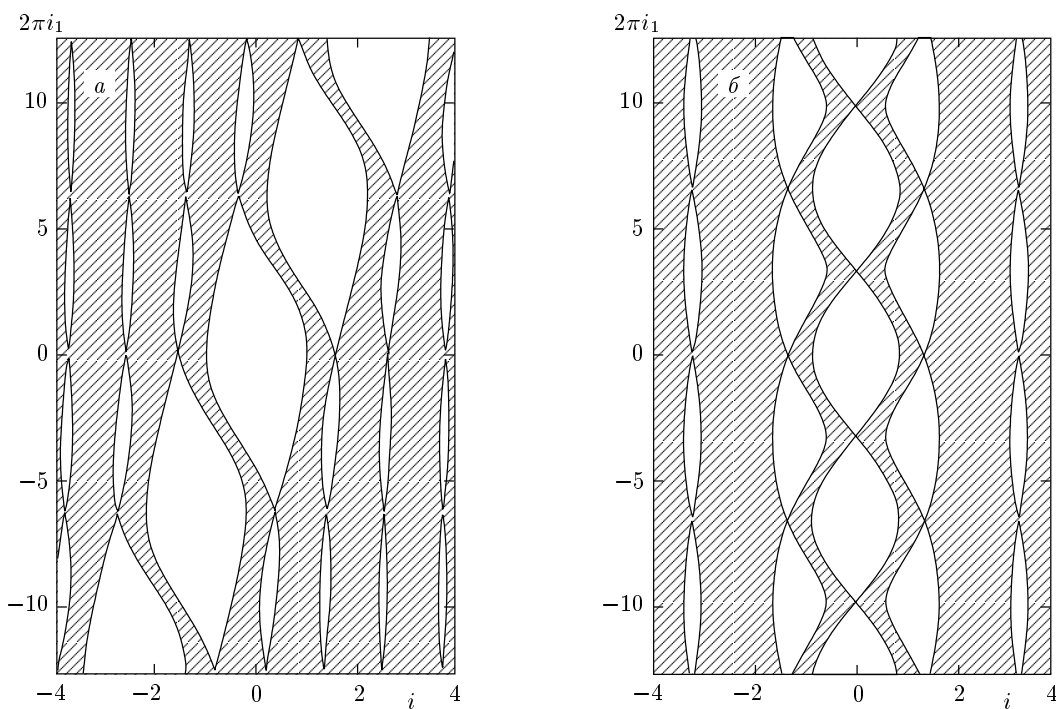


Рис. 2. Области захвата фазы и отсутствия захвата фазы (заштрихованы) в задаче (1), (2) на плоскости «постоянная составляющая тока смещения i — интенсивность импульсов $2\pi i_1$ » для однополярных (а) и биполярных симметричных (б) импульсов. Период повторения импульсов $T = 25$ (а) и 5.3 (б)

мических свойств джозефсоновского перехода при облучении его последовательностью δ -импульсов и построить соответствующие ВАХ. Эти результаты открывают пути для новых экспериментальных исследований, например, в направлении создания быстродействующих цифро-аналоговых преобразователей и синтезаторов сигналов на эффекте Джозефсона [16].

Авторы выражают глубокую благодарность Ю. Нимайеру (J. Niemeyer, Physikalische-Technische Bundesanstalt, 38116, Braunschweig, Germany) (Физико-технический институт метрологии, Брауншвейг, Германия) за внимание к работе.

ЛИТЕРАТУРА

1. Y. Sakamoto, H. Yoshida, T. Sakuraba et al., IEEE Trans. Instrum. Meas. **40**, 312 (1991).
2. D. Reymann, IEEE Trans. Instrum. Meas. **40**, 309 (1991).
3. C. A. Hamilton, C. J. Burroughs, and K. Cheh, J. Res. Nat. Inst. Stand. & Technol. **95**, 219 (1990).
4. R. Popel, J. Niemeyer, R. Fromknecht et al., J. Appl. Phys. **68**, 4294 (1990).
5. А. С. Катков, В. Н. Крутиков, Контрольно-измерительная техника вып. 3, 25 (2000).
6. О. В. Карпов, В. О. Кутовой, С. В. Шерстобитов, Ю. Нимайер, ПТЭ вып. 4, 1 (2001).
7. O. V. Karpov, V. D. Koutovoi, S. V. Sherstobitov, and J. Niemeyer, Metrologia № 38(5) (2001), in press.
8. R. L. Kautz and G. Costabil, IEEE Trans. **MAG-17**, 780 (1981).
9. J. Niemeyer, L. Grimm, and W. Mier, Appl. Phys. Lett. **46**, 1222 (1985).
10. J. Niemeyer, J. H. Hinken, E. Vollner et al., Metrologia **22**, 213 (1986).
11. К. К. Лихарев, Б. Т. Ульрих, Системы с джозефсоновскими контактами, Изд-во МГУ, Москва (1978).
12. А. Бароне, Дж. Патерно, Эффект Джозефсона, Мир, Москва (1984).
13. C. A. Hamilton, S. P. Benz, C. J. Burroughs et al., IEEE Trans. Inst. & Meas. **46**, 224 (1997).
14. J. Nimeyer, Supercond. Sci. Technol. **13**, 546 (2000).
15. S. P. Benz and C. A. Hamilton, Appl. Phys. Lett. **68**, 3171 (1996).
16. J. X. Przybysz, A. H. Worsham, S. P. Benz et al., US Patent № 5.812.078 (1998).
17. B. Ya. Shapiro, T. Dayan, M. Gitterman et al., Phys. Rev. B **46**, 8349 (1992).
18. J. Kim, A. Sosso, and A. F. Clark, J. Appl. Phys. **83**, 3225 (1998).
19. R. Monaco, J. Appl. Phys. **68**, 679 (1990).
20. С. И. Тертычный, УМН **55**, 195 (2000).