

ТРЕХМЕРНЫЕ ИНТЕРФЕРЕНЦИОННЫЕ ЭФФЕКТЫ В МЕХАНИЧЕСКОМ ДЕЙСТВИИ СЛАБЫХ БИГАРМОНИЧЕСКИХ ПОЛЕЙ НА ЧАСТИЦЫ С КВАНТОВЫМ ПЕРЕХОДОМ $J = 0 \rightarrow J = 1$

С. А. Гаврилюк, И. В. Краснов, С. П. Полотов***

*Институт вычислительного моделирования
Сибирского отделения Российской академии наук
660036, Красноярск, Россия*

Поступила в редакцию 23 апреля 2001 г.

Получены явные выражения для выпрямленных радиационных сил, порождаемых воздействием слабых интерферирующих оптических полей произвольной трехмерной конфигурации на резонансные частицы с квантовым переходом $J = 0 \rightarrow J = 1$. Показано, что, в отличие от случая монохроматического поля, существуют простые трехмерные конфигурации бигармонических полей, при которых соотношением между вихревой и потенциальной компонентами выпрямленной радиационной силы можно произвольно управлять, перестраивая частоты и поляризации интерферирующих световых волн. При такой перестройке структуры выпрямленной радиационной силы возникают качественно различные типы вихревого и безвихревого светоиндуцированного движения частиц, которые могут приводить к их трехмерной пространственной локализации в ячейках эффективной световой решетки с периодом, значительно большим длины волны света. В частности, оказывается возможным устойчивое вращательное движение частиц по замкнутым орбитам внутри элементарных ячеек.

PACS: 42.50.Vk, 32.80.Pj, 32.80.-t

1. ВВЕДЕНИЕ

Одним из эффективных методов оптического управления движением и пространственной локализации резонансных атомов [1–3] может быть использование так называемых выпрямленных радиационных сил [4], индуцированных интерферирующими бигармоническими световыми полями. Данная идея была впервые высказана в работах [4–7] и получила существенное развитие в целом ряде теоретических и экспериментальных исследований [8–20]. В сильных полях выпрямленная радиационная сила имеет порядок силы вынужденного светового давления, не насыщается с ростом интенсивности излучения и знакопостоянна на макроскопических пространственных масштабах, значительно превышающих длину волны света. Другое замечательное свойство выпрямленных радиационных сил, проявляю-

щееся как в сильных, так и в слабых бигармонических полях, — управляемость ее пространственной структуры [5, 6, 14, 15]. В сильном бигармоническом поле выпрямленная радиационная сила в общем случае содержит наряду с потенциальной также и вихревую компоненту, но соотношение между ними можно регулировать посредством вариации направлений распространения интерферирующих волн. От этого соотношения существенно зависит характер светоиндуцированного движения резонансных частиц [6, 21, 22]. В случае слабого бигармонического поля (как показано в [6] для полей двумерной конфигурации) выбором параметров излучения можно подавить вихревую компоненту выпрямленной радиационной силы и снять тем самым фундаментальные ограничения (типа оптической теоремы Ирншоу [23]), препятствующие устойчивой локализации частиц силами спонтанного светового давления в монохроматическом поле.

Однако данные выводы о весьма привлекатель-

*E-mail: krasn@ksc.krasn.ru

**E-mail: psp@beep.ru

ных свойствах выпрямленных радиационных сил основывались на расчетах, выполненных в рамках простой скалярной модели взаимодействия резонансного электромагнитного поля с атомом, и поэтому не могут быть строго перенесены на наиболее интересный (например, с точки зрения проблемы трехмерного чисто оптического конфайнмента частиц¹⁾) случай интерферирующих полей с произвольной поляризацией и трехмерной конфигурацией. Корректное решение задачи требует учета вырождения квантовых состояний по магнитному квантовому числу M .

Недавно возможность оптического конфайнмента резонансных частиц с помощью выпрямленных радиационных сил, индуцированных сильными полями определенной трехмерной конфигурации, изучалась в работе [18] для атомов с квантовым переходом

$$J_g = 1/2 \rightarrow J_e = 3/2$$

(J_g и J_e — моменты, соответственно, основного g и возбужденного e состояний). Вырожденность основного состояния резонансной частицы — важная особенность физической ситуации, рассмотренной в этой работе. Она предопределяет возможность чрезвычайно удачной комбинации эффектов трехмерного макроскопического удержания атомов в сверхрешетке (индуцированной потенциальной выпрямленной радиационной силой) с их субдоплеровским (поляризационно-градиентным) охлаждением и микроскопическим удержанием в потенциальных ямах размерами порядка длины волны света. Однако теоретическая модель работы [18] и вытекающие из нее следствия неприменимы для многих атомов (подобных изотопам щелочноземельных элементов с четно-четными ядрами), имеющих невырожденное основное состояние с $J_g = 0$.

В настоящей работе теория интерференционных явлений в резонансном световом давлении развита для случая слабых бихроматических полей с произвольными поляризацией и пространственной конфигурацией и частиц с квантовым переходом

$$J_g = 0 \rightarrow J_e = 1.$$

Полученные общие выражения для выпрямленных радиационных сил содержат принципиально новые (по сравнению со скалярной моделью) интерференционные члены, связанные с нелинейным смешением вкладов волн с различающимися частотами

и поляризациями в эффект резонансного светового давления. Тем не менее оказалось, что основной вывод об управляемости пространственной структуры выпрямленных радиационных сил остается неизменным. Мы показали, что существуют простые трехмерные симметричные конфигурации интерферирующих волн (с равной нулю суммарной средней плотностью потока излучения), при которых соотношением между вихревой и потенциальными компонентами выпрямленных радиационных сил можно произвольно управлять, перестраивая частоты полей. При этом поляризации полей выступают в качестве дополнительного управляющего фактора, позволяющего, например, изменять ось вращения частиц при их вихревом движении в поле конфигурации $3DLin \perp Lin$. Перестройка пространственной структуры выпрямленных радиационных сил сопровождается возникновением качественно различных типов вихревого или безвихревого движения частиц, приводящих, в частности, к их устойчивому трехмерному конфайнменту в ячейках макроскопической эффективной световой решетки (сверхрешетки) с периодом, значительно большим длины волны света λ .

Существенное обстоятельство, вытекающее из нашего исследования и касающееся использования слабых бигармонических полей для трехмерной чисто оптической (немагнитной) локализации частиц, заключается в том, что даже при относительно малых уровнях насыщения квантового перехода радиационные силы все еще достаточно велики, чтобы удерживать холодные частицы (с температурой $T \sim 10^{-3}$ К, соответствующей доплеровскому пределу охлаждения в данной задаче), если выбором параметров поля сконструирована «правильная» пространственная структура выпрямленных радиационных сил. При этом достоинствами использования слабых бигармонических полей являются малая величина светоиндуцированного штарковского сдвига энергетических уровней (не превышающего естественной ширины оптического резонанса γ), возможность применения широких нерасходящихся лазерных пучков (для чисто оптического удержания больших по размерам сгустков резонансных частиц), простота управления пространственной структурой выпрямленных радиационных сил (а следовательно, характером светоиндуцированного движения частиц), не требующего изменения геометрии пересекающихся световых пучков.

¹⁾ Расчеты, выполненные в [5,6], обосновывают лишь возможность эффективной двумерной локализации частиц.

2. МОДЕЛЬ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ АТОМА С ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫМ ПОЛЕМ

Рассмотрим атом с массой m , движущийся со скоростью \mathbf{v} в бихроматическом поле с комплексной амплитудой

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_0(\mathbf{r})e^{-i\Delta_0 t} + \mathbf{E}_1(\mathbf{r})e^{-i\Delta_1 t}, \quad (1)$$

где Δ_0, Δ_1 — отстройки частот полей \mathbf{E}_0 и \mathbf{E}_1 от частоты ω_0 квантового перехода между основным $|J_g = 0, M_g = 0\rangle$ и возбужденными $|J_e = 1, M_e = 0, \pm 1\rangle$ состояниями атома.

Состояние атома в поле будем описывать матрицей плотности $\hat{\rho}$ в «декартовом» представлении $\rho_{jj'}^{\beta\beta'}$ [24], т. е. в представлении базисных функций φ_j^β вида

$$\begin{aligned} \varphi_0^g &= |00\rangle, & \varphi_x^e &= \frac{|1, -1\rangle - |11\rangle}{\sqrt{2}}, \\ \varphi_y^e &= -i \frac{|1, -1\rangle + |11\rangle}{\sqrt{2}}, & \varphi_z^e &= |10\rangle. \end{aligned}$$

При этом матричные элементы оператора $\hat{\mathbf{d}}$ дипольного перехода между состояниями атома оказываются направленными по осям декартовой системы координат \mathbf{e}_j ($j = x, y, z$):

$$\langle \varphi_j^e | \hat{\mathbf{d}} | \varphi_0^g \rangle = \mathbf{e}_j d,$$

а амплитуда $\mathbf{p}(t)$ индуцированного полем дипольного момента атома $\text{Sp}(\rho \hat{\mathbf{d}})$ определяется разложением

$$\mathbf{p} = \sum_j d \rho_j \mathbf{e}_j,$$

где

$$d = \frac{\langle 1 || d || 0 \rangle}{\sqrt{3}},$$

$\langle 1 || d || 0 \rangle$ — приведенный матричный элемент,

$$\rho_j = \rho_{j0}^{eg} \exp(i\omega_0 t).$$

Атом в поле вида (1) подвергается действию силы [1]

$$\mathbf{F} = \hbar \sum_j \rho_j \nabla V_j^* + \text{c.c.}, \quad (2)$$

где

$$\begin{aligned} V_j &= \frac{d(\mathbf{e}_j \cdot \mathbf{E})}{\hbar} = \sum_{j\alpha} V_{j\alpha} e^{-i\Delta_\alpha t}, \quad j = x, y, z, \\ \alpha &= 0, 1, \quad V_{j\alpha}(\mathbf{r}) = \frac{d(\mathbf{e}_j \cdot \mathbf{E}_\alpha(\mathbf{r}))}{\hbar} \end{aligned}$$

— локальные частоты Раби, а проекции комплексной амплитуды индуцированного дипольного момента ρ_j (в единицах d) на оси декартовой системы координат определяются из оптических уравнений Блоха, рассматриваемых (в приближении заданного движения [1]) вдоль классической траектории атома $\mathbf{r} = \mathbf{r}(t)$:

$$\begin{aligned} i \left(\frac{d}{dt} + \gamma_\perp \right) \rho_i &= \sum_j q_{ij} V_j, \quad j, i = x, y, z, \\ i \left(\frac{d}{dt} + \gamma \right) q_{ij} &= -i\gamma \delta_{ij} + (\rho_i V_j^* - V_i \rho_j^*) - \\ &- \delta_{ij} \sum_{l=x,y,z} (\rho_l^* V_l - \text{c.c.}). \end{aligned} \quad (3)$$

Здесь введены скорость спонтанного распада возбужденного состояния γ : $\gamma_\perp = \gamma/2$, а также комбинации матричных элементов матрицы плотности

$$q_{ij} = \rho_{ij} - \rho \delta_{ij}, \quad \rho_{ij} = \rho_{ij}^{ee},$$

$$\rho = \rho_{00}^{gg} = 1 - (\rho_{xx} + \rho_{yy} + \rho_{zz}).$$

Очевидно, что ρ имеет смысл относительной заселенности нижнего уровня, q_{ii} — разности заселенностей рабочих уровней, а q_{ij} при $i \neq j$ описывает эффекты когерентности между состояниями возбужденного атома.

Пусть поля являются слабыми²⁾, т. е.

$$\left| \frac{V_{j\alpha}}{\nu_\alpha} \right|^2, \left| \frac{V_{j\alpha}^2}{\nu_1 \nu_2} \right|, \left| \frac{V_{j\alpha}^2}{\nu_\alpha \gamma} \right| \leq g \ll 1,$$

тогда решения уравнения Блоха и радиационную силу можно найти по теории возмущений, представляя их в виде разложения по степеням поля (фактически по малому параметру $g \ll 1$):

$$\begin{aligned} \rho_j &= \rho_j^{(1)} + \rho_j^{(3)} + \dots, \\ q_{ij} &= -\delta_{ij} + q_{ij}^{(2)} + q_{ij}^{(4)} + \dots, \\ \mathbf{F} &= \mathbf{F}^{(2)} + \mathbf{F}^{(4)} + \dots, \end{aligned} \quad (4)$$

где верхний индекс обозначает порядок малости соответствующих членов.

Нетривиальные интерференционные эффекты в световом давлении возникают в четвертом порядке

²⁾ Данные условия обеспечивают не только малость заселенностей возбужденных состояний атома, но и малость величины светоиндуцированного штарковского сдвига по сравнению с шириной резонанса: при $\Delta_\alpha \gg \gamma$ всегда $|V_\alpha^2/\gamma\Delta_\alpha| \ll 1$. Рассмотренная здесь теория возмущений неприменима для определения выпрямленных радиационных сил, например, при $|\gamma/\Delta_\alpha|, |V_{j\alpha}/\Delta_\alpha|^2 \ll 1$, если $|V_{j\alpha}^2/\gamma\Delta_\alpha| \gg 1$ (см. [1, 6]).

по слабому полю [5, 6], поэтому ограничимся разложением индуцированного дипольного момента ρ_j с точностью до членов третьего порядка включительно. При этом структура решения уравнений Блоха имеет вид

$$\begin{aligned} \rho_j^{(1)} &= \sum_{\alpha=0}^1 A_{j\alpha} e^{-i\Delta_\alpha t}, \\ \rho_j^{(3)} &= \sum_{\alpha=0}^1 A_{j\alpha}^{(3)} e^{-i\Delta_\alpha t} + N_j e^{-i(\delta+\Delta_0)t} + \\ &+ M_j e^{i(\delta-\Delta_1)t}, \end{aligned} \quad (5)$$

где $\delta = \Delta_0 - \Delta_1$, $j = x, y, z$, а функции $A_{\alpha j}, A_{\alpha j}^{(3)}$ последовательно находятся из следующей системы линейных неоднородных уравнений:

$$\begin{aligned} \left(\frac{d}{dt} - i\nu_\alpha\right) A_{j\alpha} &= iV_{j0}(\mathbf{r}), \\ \nu_\alpha &= \Delta_\alpha + i\gamma_\perp, \quad \mathbf{r} = \mathbf{r}(t), \\ \left(\frac{d}{dt} - i\nu_0\right) A_{i0}^{(3)} &= \\ = -i \sum_j (C_{ij} V_{j0}(\mathbf{r}) + D_{ij} V_{j1}(\mathbf{r})), \\ \nu_{01} &= \delta + i\gamma, \\ \left(\frac{d}{dt} - i\nu_1\right) A_{i1}^{(3)} &= \\ = -i \sum_j (C_{ij} V_{j1}(\mathbf{r}) + D_{ji}^* V_{j0}(\mathbf{r})), \\ \left(\frac{d}{dt} + \gamma\right) C_{ij} &= i \sum_\alpha (A_{j\alpha}^* V_{i\alpha}(\mathbf{r}) - A_{i\alpha} V_{j\alpha}^*(\mathbf{r})) - \\ - i\delta_{ij} \sum_{l,\alpha} (A_{l\alpha} V_{l\alpha}^*(\mathbf{r}) - \text{c.c.}), \\ \left(\frac{d}{dt} - i\nu_{01}\right) D_{ij} &= i(V_{i0}(\mathbf{r}) A_{j1}^* - V_{j1}(\mathbf{r}) A_{i0}) + \\ + i\delta_{ij} \sum_l (V_{l0}(\mathbf{r}) A_{l1}^* + V_{l1}^*(\mathbf{r}) A_{l0}). \end{aligned} \quad (6)$$

В дальнейшем будем считать, что отстройки Δ_0 и Δ_1 не слишком близки друг к другу, $|\Delta_0 - \Delta_1| > g\gamma$, и опускать в выражении для силы слагаемые, осциллирующие на частотах, кратных $\delta = \Delta_0 - \Delta_1$ ³⁾. Это освобождает от необходимости явного определения составляющих $\rho_j^{(3)} \propto M_j$ и N_j .

³⁾ Их учет приводит к малым (в квазиклассическом пределе, $mv \gg \hbar\omega_0/c$) осциллирующим добавкам к импульсу частицы $\delta p < \hbar\omega_0/c$ [5].

3. ВЫПРЯМЛЕННЫЕ СИЛЫ

Из приведенных уравнений (2), (4)–(6) легко видеть, что в интерферирующих световых полях типа суперпозиции плоских волн с волновыми векторами $\{\mathbf{k}_\alpha^\sigma\}$,

$$\mathbf{E}_\alpha(\mathbf{r}) = \sum_\sigma \mathbf{E}_\alpha^\sigma \exp(i\mathbf{k}_\alpha^\sigma \cdot \mathbf{r}), \quad (7)$$

радиационная сила нелинейно зависит не только от амплитуд волн $|\mathbf{E}_\alpha^\sigma|$, но также от соотношений между их фазами и поляризациями, т. е. зависимость силы от полей носит существенно интерференционный характер. Предположим, что среди совокупностей волновых векторов $\{\mathbf{k}_0^\sigma\}, \{\mathbf{k}_1^\sigma\}$ есть такие пары $\mathbf{k}_\alpha^\sigma, \mathbf{k}_{\alpha'}^{\sigma'}$, для которых

$$|\mathbf{k}_\alpha^\sigma - \mathbf{k}_{\alpha'}^{\sigma'}| \sim \Delta k \ll k.$$

Тогда ее квазипериодическая пространственная структура характеризуется двумя резко различающимися масштабами: «микроскопическим», порядка длины волны света $\lambda \sim 1/k$ и «макроскопическим», $\lambda_M \sim \Delta k^{-1} \gg \lambda$, обусловленным биениями пространственных гармоник с близкими \mathbf{k}_α^σ .

Выпрямленная сила [5, 6] есть такая усредненная по микроскопическим пространственным осцилляциям плавная компонента радиационной силы $\langle \mathbf{F} \rangle$, изменение которой в пространстве определяется макроскопическим λ_M , а характерная величина микроскопическим (!) масштабом⁴⁾:

$$|\langle \mathbf{F} \rangle| \propto k \sim 1/\lambda.$$

Ограничиваясь весьма распространенным в современных экспериментах случаем медленных атомов,

$$kv \ll \gamma, \quad (8)$$

и учитывая при решении уравнений (6) нелокальную (запаздывающую) часть индуцированного дипольного момента в линейном по скорости приближении, имеем из (2), (4)–(6) следующие выражения для выпрямленной радиационной силы (с точностью до членов $\sim g^2$ включительно):

$$\langle \mathbf{F} \rangle = \mathbf{F}_{0R} + \mathbf{F}_{1R} + \mathbf{F}_R, \quad (9)$$

где \mathbf{F}_{0R} и \mathbf{F}_{1R} — составляющие выпрямленной радиационной силы, имеющие второй порядок по ам-

⁴⁾ Другими словами, выпрямленная радиационная сила существует, если процедура осреднения не понижает порядок (по параметру $\lambda/\lambda_M \ll 1$) величины силы: $|\langle \mathbf{F} \rangle| \sim |\mathbf{F}| \propto k$ [5].

плитудам полей и являющиеся суммой независимых вкладов от полей \mathbf{E}_0 и \mathbf{E}_1 :

$$\mathbf{F}_{0R} = \hbar\gamma \sum_{\alpha,j} \frac{\langle \mathbf{J}_{j\alpha} \rangle}{|\nu_\alpha|^2}, \quad (10)$$

$$\mathbf{J}_{j\alpha} = \frac{i}{2}(V_{j\alpha} \nabla V_{j\alpha}^* - \text{c.c.}), \quad j = x, y, z,$$

$$\begin{aligned} \mathbf{F}_{1R} = \hbar\gamma \sum_{\alpha,j} \frac{\Delta_\alpha}{|\nu_\alpha|^4} \langle (\mathbf{v} \cdot \nabla V_{j\alpha}) \nabla V_{j\alpha}^* + \text{c.c.} \rangle - \\ - \hbar i \sum_{\alpha,j} \frac{\Delta_\alpha^2 - \gamma_\perp^2}{|\nu_\alpha|^4} \langle [\mathbf{v} \times [\nabla V_{j\alpha} \times \nabla V_{j\alpha}^*]] \rangle, \quad (11) \end{aligned}$$

а \mathbf{F}_R — составляющая выпрямленной радиационной силы, имеющая четвертый порядок по амплитудам полей:

$$\begin{aligned} \mathbf{F}_R = -2\hbar\gamma \sum_{\alpha} \frac{\langle \mathbf{J}_\alpha I_\alpha \rangle}{|\nu_\alpha|^4} + \frac{\hbar}{|\nu_0|^2 |\nu_1|^2} \left\{ \Lambda \left[\langle I_0 \nabla I_1 \rangle + \right. \right. \\ \left. \left. + \sum_j \langle I_{j0} \nabla I_{j1} \rangle + \frac{1}{2} \sum_{j \neq l} \langle \langle I_0^{lj} \nabla I_1^{jl} \rangle + \text{c.c.} \rangle \right] - \right. \\ \left. - \Lambda_1 \left[\langle I_0 \mathbf{J}_1 \rangle + \sum_j \langle \mathbf{J}_{j0} I_{j1} \rangle + \frac{1}{2} \sum_{j \neq l} \langle \langle \mathbf{J}_0^{jl} I_1^{jl} \rangle + \text{c.c.} \rangle \right] - \right. \\ \left. - \Lambda_0 \left[\langle I_1 \mathbf{J}_0 \rangle + \sum_j \langle \mathbf{J}_{j1} I_{j0} \rangle + \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{1}{2} \sum_{j \neq l} \langle \langle \mathbf{J}_1^{jl} I_0^{lj} \rangle + \text{c.c.} \rangle \right] \right\}, \quad (12) \end{aligned}$$

$$\mathbf{J}_\alpha = \sum_j \mathbf{J}_{j\alpha},$$

$$\mathbf{J}_\alpha^{jl} = \frac{i}{2}(V_{l\alpha} \nabla V_{j\alpha}^* - V_{j\alpha}^* \nabla V_{l\alpha}), \quad \mathbf{J}_{j\alpha} = \mathbf{J}_\alpha^{jj}, \quad (13)$$

$$I_\alpha = \sum_j I_{j\alpha}, \quad I_{j\alpha} = |V_{j\alpha}|^2,$$

$$I_\alpha^{jl} = V_{j\alpha}^* V_{l\alpha}, \quad j, l = x, y, z,$$

$$\Lambda = [(\Delta_1 - \Delta_0)(1 - \cos \chi) - \gamma \sin \chi],$$

$$\Lambda_1 = [\gamma(1 + \cos \chi) - 2\Delta_1 \sin \chi],$$

$$\Lambda_0 = [\gamma(1 + \cos \chi) + 2\Delta_0 \sin \chi],$$

$$\nu_\alpha = |\nu_\alpha| \exp(i\chi_\alpha), \quad \chi = 2(\chi_1 - \chi_0),$$

угловые скобки означают усреднение по микроскопическим пространственным осцилляциям.

Заметим, что величины $I_{j\alpha}(\mathbf{r})$ и $\mathbf{J}_{j\alpha}(\mathbf{r})$ пропорциональны соответственно «интенсивности» (квадрату модуля комплексной амплитуды) и плотности потока энергии компонент поля в суперпозиции (7), которые поляризованы вдоль орта \mathbf{e}_j и принадлежат одной моде с номером α , а вспомогательные величины I_α^{jl} и \mathbf{J}_α^{jl} при $j \neq l$ являются мерой «смешения» волн одной частотной моды, но разных поляризаций, так как $I_\alpha^{jl}, \mathbf{J}_\alpha^{jl} = 0$, если хотя бы одна из амплитуд $|V_{j\alpha}|$ или $|V_{l\alpha}|$ обращается в нуль. В частном случае полей двумерной конфигурации, когда все волны в суперпозиции (7) поляризованы вдоль одной из декартовых осей \mathbf{e}_z (т.е. $\mathbf{E}_\alpha^\sigma \propto \mathbf{e}_z$), имеем $\mathbf{J}_\alpha^{jl} = I_\alpha^{jl} = 0$ при $j \neq l$, $I_{j\alpha} \propto J_{j\alpha} \propto \delta_{zj}$ и выражения (12) переходят в выражение (25) работы [5]. Принципиально новые интерференционные члены в (12), обусловленные поляризационными эффектами, связаны с корреляторами типа интенсивность–поток ($\langle \mathbf{J}_{j\alpha}, I_{l\alpha} \rangle, j \neq l$), относящимися к волнам разных поляризаций и одинаковых частот (внутримодовая интерференция), и корреляторами интенсивность–поток и интенсивность–интенсивность ($\langle \mathbf{J}_{j\alpha'} I_{l\alpha} \rangle, \langle I_{j\alpha} \nabla I_{l\alpha'} \rangle, j \neq l, \alpha \neq \alpha'$), относящимися к волнам как разных поляризаций, так и разных частотных мод (межмодовая интерференция). Межмодовая интерференция определяется также корреляторами смешанных произведений проекций комплексных амплитуд полей и их производных типа $\langle \mathbf{J}_\alpha^{jl} I_{\alpha'}^{lj} \rangle$ и $\langle I_\alpha^{jl} \nabla I_{\alpha'}^{lj} \rangle$, где $\alpha \neq \alpha'$ и $j \neq l$.

Важнейший фактор, определяющий светоиндуцированное движение резонансных частиц, — характер пространственной структуры выпрямленной радиационной силы. При этом необходимо иметь в виду, что в рассматриваемых нами условиях главная часть разложения выпрямленной радиационной силы в ряд теории возмущений, т.е. сила \mathbf{F}_{0R} , всегда имеет чисто вихревую структуру. Действительно, вычисляя усредненные плотности потоков излучения $\langle \mathbf{J}_\alpha \rangle$, в случае суперпозиции полей вида (7) имеем

$$\begin{aligned} \langle \mathbf{J}_{j\alpha} \rangle = \sum_{\sigma} \mathbf{k}_\alpha^\sigma |a_{j\alpha}^\sigma|^2 + \frac{1}{2} \times \\ \times \left[\sum_{\eta > \gamma} (\mathbf{k}_\alpha^\eta + \mathbf{k}_\alpha^\gamma) (a_{j\alpha}^\eta)^* a_{j\alpha}^\gamma \exp [i(\phi_\alpha^\gamma - \phi_\alpha^\eta)] + \text{c.c.} \right], \quad (14) \end{aligned}$$

где

$$\phi_\alpha^\gamma = \mathbf{k}_\alpha^\gamma \cdot \mathbf{r}, \quad a_{j\alpha}^\gamma = \mathbf{e}_j \cdot \mathbf{E}_\alpha^\gamma$$

и в двойной сумме индексы γ, η выделяют все воз-

возможные пары волновых векторов близких по направлению:

$$|\mathbf{k}_\alpha^\gamma - \mathbf{k}_\alpha^\sigma| \ll k.$$

Из (14) и (10) очевидно следует утверждение о вихревом характере силы \mathbf{F}_{0R} :

$$\operatorname{div} \mathbf{F}_{0R} = 0,$$

что является по-существу выражением оптической теоремы Ирншоу [23] для выпрямленной радиационной силы. Подобный «дефект» пространственной структуры выпрямленной радиационной силы в слабом монохроматическом поле ($\mathbf{E}_1 = 0$) принципиально неустраним, так как хотя добавка к выпрямленной радиационной силе \mathbf{F}_R , возникающая в четвертом порядке по амплитудам полей, и содержит наряду с вихревой и потенциальную составляющую, соотношение между величинами вихревой и потенциальной компонент оказывается заданным, и его невозможно изменять произвольно путем перестройки конфигураций и параметров полей [6]. Это серьезно ограничивает возможности использования слабых монохроматических полей для управления движением и пространственной локализации резонансных частиц. Радикально иная физическая ситуация складывается в рассматриваемом случае бихроматических полей, если суммарные плотности потока излучения для каждой частотной моды поля обращаются в нуль:

$$\sum_j \langle \mathbf{J}_{j\alpha} \rangle = 0, \quad j = x, y, z, \quad (15)$$

и тем самым главная вихревая составляющая выпрямленной радиационной силы подавлена, $\mathbf{F}_{0R} = 0$.

Рассмотрим три конкретных примера трехмерных конфигураций полей, для которых выполняется условие (15), \mathbf{F}_{1R} есть сила трения, а выпрямленная радиационная сила \mathbf{F}_R является либо чисто потенциальной, либо потенциально-вихревой с полностью регулируемым отношением величин вихревой и потенциальной составляющих.

3.1. Взаимно-ортогональные стоячие волны

Рассмотрим взаимно-ортогональные стоячие волны (рис. 1 а):

$$\begin{aligned} V_{x\alpha} &= V_\alpha \cos(k_\alpha z), & V_{y\alpha} &= V_\alpha \cos(k_\alpha x), \\ V_{z\alpha} &= V_\alpha \cos(k_\alpha y). \end{aligned} \quad (16)$$

Подставляя (16) в выражения (10), (11), (12), получаем

$$\mathbf{F}_{1R} = -m\kappa\mathbf{v}, \quad \kappa = -\frac{\hbar k^2 \gamma}{m} \left(\frac{V_0^2 \Delta_0}{|\nu_0|^4} + \frac{V_1^2 \Delta_1}{|\nu_1|^4} \right),$$

$$\mathbf{F}_R = -\nabla U(\mathbf{r}), \quad (17)$$

$$U(\mathbf{r}) = -\frac{\hbar \Gamma_1 k V_1^2 V_0^2}{4\delta k |\nu_1|^2 |\nu_0|^2} \left\{ \sum_j \cos(2\delta k \mathbf{e}_j \cdot \mathbf{r}) + \frac{1}{2} \sum_{i \neq j} (\cos[\delta k (\mathbf{e}_i - \mathbf{e}_j) \cdot \mathbf{r}] + \cos[\delta k (\mathbf{e}_i + \mathbf{e}_j) \cdot \mathbf{r}]) \right\},$$

где

$$\delta k = k_1 - k_0 = \frac{\Delta_1 - \Delta_0}{c},$$

m — масса частицы, а Γ_1 — следующая функция релаксационных констант и расстроек:

$$\Gamma_1 = \gamma \gamma_\perp (\Delta_1 - \Delta_0) \left(\frac{1}{|\nu_1|^2} + \frac{1}{|\nu_0|^2} \right).$$

Таким образом, \mathbf{F}_{1R} есть сила трения (при $\kappa(\Delta_1, \Delta_0) > 0$), а выпрямленная радиационная сила \mathbf{F}_R является чисто потенциальной. При этом вблизи узлов \mathbf{r}_0 выпрямленной радиационной силы, соответствующих точкам минимума функции $U(\mathbf{r})$,

$$\mathbf{r}_0 = \frac{\pi}{\delta k} (m\mathbf{e}_x + [m + 2n]\mathbf{e}_y + [m + 2p]\mathbf{e}_z), \quad (18)$$

потенциал имеет сферически-симметричный характер и при $2\delta k R < 1$ его можно представить в виде

$$\begin{aligned} U(\mathbf{r}) &\approx \frac{1}{2} U_0 \delta k^2 R^2, \\ U_0 &= \hbar \omega_0 \left(\frac{\gamma^2}{|\nu_1|^2} + \frac{\gamma^2}{|\nu_0|^2} \right) \frac{V_1^2 V_0^2}{|\nu_1|^2 |\nu_0|^2}. \end{aligned} \quad (19)$$

Здесь $m, n, p \in Z$ (Z — множество целых чисел), $R = |\mathbf{r} - \mathbf{r}_0|$ — смещение от узла, кроме того, в выражении (19) опущена несущественная аддитивная константа.

Заметим, что узлы выпрямленной радиационной силы типа \mathbf{r}_0 образуют объемноцентрированную кубическую решетку, периодом которой ($\pi/\delta k$) можно управлять посредством вариации расстроек полей.

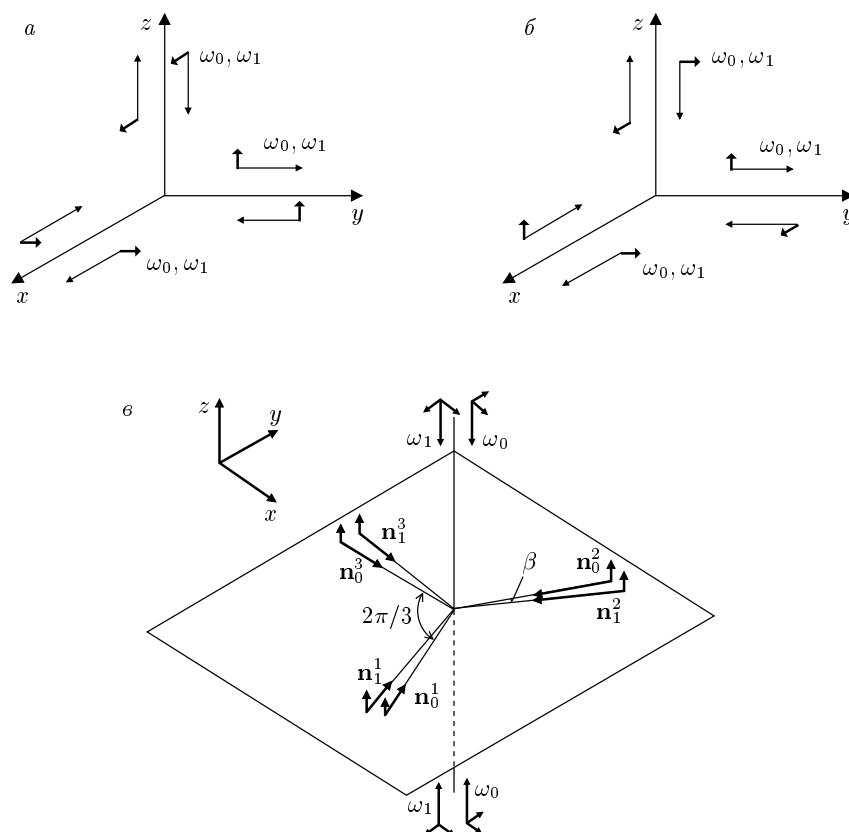


Рис. 1. Трехмерные конфигурации бигармонических оптических полей, удовлетворяющих условию (15): (а) суперпозиция взаимно-ортогональных стоячих волн; (б) $3DLin \perp Lin$ -суперпозиция волн; (в) суперпозиция стоячих (вдоль оси z) волн и линейно поляризованных (вдоль оси z) бегущих волн; длинные стрелки — направления распространения, короткие — направления поляризации интерферирующих волн, ω_α — частоты волн, \mathbf{n}_α — направления распространения волн (с частотами ω_α), $\beta \ll 1$ — угловая расстройка

3.2. Суперпозиция волн конфигурации $Lin \perp Lin$ (конфигурация $3DLin \perp Lin$)

Рассмотрим суперпозицию волн $Lin \perp Lin$ -конфигурации:

$$\begin{aligned} V_{x\alpha} &= V_\alpha (e^{ik_\alpha z} + e^{-ik_\alpha y}), \\ V_{y\alpha} &= V_\alpha (e^{ik_\alpha x} + e^{-ik_\alpha z}), \\ V_{z\alpha} &= V_\alpha (e^{ik_\alpha y} + e^{-ik_\alpha x}). \end{aligned} \tag{20}$$

В суперпозиции (20) каждой волне, бегущей вдоль одной из осей декартовой системы координат, соответствует встречная волна той же частоты, но имеющая перпендикулярное направление поляризации (рис. 1б). Таким образом, в сравнении с конфигурацией, изображенной на рис. 1а, в каждой паре встречных волн изменено только направление поляризации одной из волн. Пространственная же структура выпрямленной радиационной силы претерпевает при этом существенную качественную модифика-

цию, что можно рассматривать как проявление поляризационных эффектов в резонансном световом давлении.

Действительно, для коэффициента трения κ_1 и выпрямленной радиационной силы \mathbf{F}_R получаем в рассматриваемом случае следующие выражения:

$$\kappa_1 = 4\kappa, \quad \mathbf{F}_R = -\nabla U + \text{rot } \mathbf{A}, \tag{21}$$

где κ определяется формулой (17), а введенные векторный и скалярный потенциалы выпрямленной радиационной силы имеют вид

$$\mathbf{A} = A_0 \Psi(\mathbf{r}) \mathbf{e}, \quad \mathbf{e} = \frac{1}{\sqrt{3}} (\mathbf{e}_x + \mathbf{e}_y + \mathbf{e}_z),$$

$$A_0 = \frac{2\sqrt{3} \hbar k V_0^2 V_1^2 \Gamma}{|\nu_0|^2 |\nu_1|^2 \delta k},$$

$$\begin{aligned}
 \Psi(\mathbf{r}) &= \sin[\delta k(y+z)] + \sin[\delta k(x+z)] + \\
 &\quad + \sin[\delta k(x+y)], \\
 \Gamma &= \gamma(1 + \cos \chi) + (\Delta_0 - \Delta_1) \sin \chi = \\
 &= (\Delta_1 \Delta_0 + \gamma_\perp^2) \left(\frac{\gamma}{|\nu_0|^2} + \frac{\gamma}{|\nu_1|^2} \right), \\
 U &= -U_0 \left(\sum_j \cos(2\delta k \mathbf{e}_j \cdot \mathbf{r}) + \right. \\
 &\quad \left. + \frac{1}{2} \sum_{i \neq j} (3 \cos[\delta k(\mathbf{e}_i + \mathbf{e}_j) \cdot \mathbf{r}] + \right. \\
 &\quad \left. + 2 \cos[\delta k(\mathbf{e}_i - \mathbf{e}_j) \cdot \mathbf{r}]) \right), \\
 U_0 &= -\operatorname{tg} \left(\frac{\chi}{2} \right) A_0 = \\
 &= \hbar \omega_0 \left(\frac{\gamma^2}{|\nu_1|^2} + \frac{\gamma^2}{|\nu_0|^2} \right) \frac{V_1^2 V_0^2}{|\nu_0|^2 |\nu_1|^2}.
 \end{aligned} \tag{22}$$

Мы видим, что выпрямленная радиационная сила является комбинацией потенциальной и вихревой силы

$$\mathbf{F}_{vort} = \operatorname{rot} \mathbf{A},$$

причем соотношение между их величинами пропорционально

$$\operatorname{tg} \left(\frac{\chi}{2} \right) = \gamma_\perp \frac{\Delta_0 - \Delta_1}{\Delta_1 \Delta_0 + \gamma_\perp^2}$$

и им можно практически произвольно управлять, перестраивая частоты полей: при

$$\Delta_1 \Delta_0 = -\gamma_\perp^2$$

выпрямленная радиационная сила — чисто потенциальная, при

$$\Delta_1 \Delta_0 \sim -\gamma_\perp^2 \quad \left(\left| \operatorname{tg} \left(\frac{\chi}{2} \right) \right| \gg 1 \right)$$

доминирует потенциальная составляющая, однако появляется малая «примесь» вихревой силы; при

$$\left| \operatorname{tg} \left(\frac{\chi}{2} \right) \right| \ll 1 \quad \left(\gamma g < |\Delta_0 - \Delta_1| \ll \left| \gamma_\perp + \frac{\Delta_0 \Delta_1}{\gamma_\perp} \right| \right)$$

доминирует, напротив, вихревая компонента силы, а потенциальная составляющая оказывается малой добавкой к ней.

Положение узлов выпрямленной радиационной силы \mathbf{r}_0 , в которых потенциальная функция $U(\mathbf{r})$ имеет абсолютные минимумы, так же, как в предыдущем случае, определяется формулой (18). Однако в их малой окрестности потенциал уже не является

сферически-симметричным: в частности, в области $2\delta k r < 1$ вблизи узла \mathbf{r}_0 его можно записать в виде

$$\begin{aligned}
 U(r) &\approx \frac{U_0}{2} (16\eta + 13[\xi^2 + \zeta^2]) + \operatorname{const}, \\
 \eta &= \frac{\delta k(x+y+z)}{\sqrt{3}}, \quad \xi = \frac{\delta k(2z-x-y)}{\sqrt{6}}, \\
 \zeta &= \frac{\delta k(x-y)}{\sqrt{2}}.
 \end{aligned}$$

Таким образом, поверхности уровня потенциала вблизи точек минимума \mathbf{r}_0 представляют собой эллипсоиды вращения с осью, параллельной биссектрисе первого октанта декартовой системы координат, т. е. прямой C , определяемой уравнением

$$\mathbf{r} = \mathbf{r}(\sigma) = \sigma \mathbf{e}, \quad -\infty < \sigma < \infty.$$

Данное обстоятельство непосредственно связано с симметрией оптического поля, так как C есть ось симметрии третьего порядка для рассматриваемой $3D \operatorname{Lin} \perp \operatorname{Lin}$ -конфигурации поля: поворот вокруг нее всех волновых векторов и векторов поляризации на угол $2\pi/3$ не изменяет исходную конфигурацию. Наличие оси симметрии C в значительной степени определяет и структуру вихревого поля \mathbf{F}_{vort} . Из (21), (22) следует, что

$$\mathbf{F}_{vort} \cdot \mathbf{e} = 0,$$

поэтому векторные линии компоненты выпрямленной радиационной силы лежат в плоскостях Π_c (задаваемых уравнениями $\mathbf{r} \cdot \mathbf{e} = c$), перпендикулярных направлению оси симметрии \mathbf{e} . При этом множество периодически расположенных в пространстве прямых

$$\mathbf{r} = \mathbf{r}(\sigma, \mathbf{r}_0) = \mathbf{r}_0 + \sigma \mathbf{e},$$

параллельных C , являются узловыми линиями вихревой выпрямленной радиационной силы, $\mathbf{F}_{vort}(\mathbf{r}(\sigma, \mathbf{r}_0)) = 0$. Кроме того, так как

$$\nabla \Psi \cdot \mathbf{F}_{vort} = 0,$$

векторные линии вихревого силового поля есть линии пересечения плоскостей Π_c с поверхностями уровня функции $\Psi(\mathbf{r})$ и в малой окрестности узловых линий $\mathbf{r} = \mathbf{r}(\sigma, \mathbf{r}_0)$ представляют собой окружности, лежащие в плоскости Π_c . Центры этих окружностей — точки пересечения плоскостей Π_c и узловых линий $\mathbf{r} = \mathbf{r}(\sigma, \mathbf{r}_0)$, вокруг которых, как мы увидим, может происходить светоиндуцированное вращательное движение частиц (см. следующий раздел).

Ось симметрии C в $3DLin \perp Lin$ -конфигурации (а следовательно, «оси вращения частиц») можно легко переориентировать посредством согласованного изменения поляризации волн. Например, ее направление в поле конфигурации $3DLin \perp Lin$ вида

$$V_{x\alpha} = V (\exp(-ik_\alpha z) + \exp(-ik_\alpha y)),$$

$$V_{y\alpha} = V (\exp(ik_\alpha x) + \exp(ik_\alpha z)),$$

$$V_{z\alpha} = -V (\exp(-ik_\alpha x) + \exp(ik_\alpha y)),$$

будет определяться вектором

$$\mathbf{e}_1 = \frac{\mathbf{e}_x + \mathbf{e}_y - \mathbf{e}_z}{\sqrt{3}}.$$

3.3. Суперпозиция стоячих и линейно поляризованных бегущих волн

Рассмотрим суперпозицию стоячих (вдоль оси z) волн и линейно поляризованных (вдоль оси z) бегущих волн симметричной треугольной конфигурации, пересекающихся в плоскости xy (рис. 1б):

$$\begin{aligned} V_{x1} &= \hat{V}_1 \cos[(k + \delta k)z], \\ V_{y1} &= -\hat{V}_1 \cos[(k + \delta k)z], \\ V_{j0} &= \hat{V}_0 \cos kz, \quad j = x, y, \\ V_{z\alpha}(\mathbf{r}) &= V_\alpha \sum_{\sigma=1}^3 \exp[i\hat{\varphi}_\alpha^\sigma(\mathbf{r})], \end{aligned} \quad (23)$$

где

$$\hat{\varphi}_0^\sigma(\mathbf{r}) = k\mathbf{n}_0^\sigma \cdot \mathbf{r} + \varphi_0^\sigma,$$

$$\hat{\varphi}_1^\sigma(\mathbf{r}) = (k + \delta k)\mathbf{n}_1^\sigma \cdot \mathbf{r} + \varphi_1^\sigma, \quad k = k_0,$$

а единичные векторы, определяющие направления волновых векторов \mathbf{n}_α^σ лежат в плоскости xy ,

$$\mathbf{n}_0^\sigma = (\cos(2\pi\sigma/3), \sin(2\pi\sigma/3), 0), \quad \sigma = 1, 2, 3,$$

причем система векторов \mathbf{n}_1^σ «жестко» повернута вокруг оси z относительно векторов \mathbf{n}_0^σ на малый угол $\beta \ll 1$. Полагая, что

$$\delta k/k \ll \beta \ll 1,$$

и ограничиваясь рассмотрением области

$$\rho = \sqrt{x^2 + y^2} < 1/\delta k,$$

получаем из (10), (11), (12) и (23) следующие выражения:

$$\mathbf{F}_{1R} = -m(\kappa_\perp \mathbf{v}_\perp + \kappa_z \mathbf{e}_z v_z),$$

$$\begin{aligned} \kappa_\perp &= -\frac{3\hbar k^2}{m} \gamma \left(\frac{V_1^2 \Delta_1}{|\nu_1|^4} + \frac{V_0^2 \Delta_0}{|\nu_0|^2} \right), \\ \kappa_z &= -\frac{2\hbar k^2}{m} \gamma \left(\frac{\hat{V}_1^2 \Delta_1}{|\nu_1|^4} + \frac{\hat{V}_0^2 \Delta_0}{|\nu_0|^2} \right), \end{aligned} \quad (24)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{F}_R &= -\frac{2\hbar\Gamma}{|\nu_0|^2 |\nu_1|^2} \left\{ \frac{V_1^2 V_0^2}{\beta} \times \right. \\ &\quad \times \left[\nabla U(\mathbf{r}) + \operatorname{tg} \left(\frac{\chi}{2} \right) \operatorname{rot} \mathbf{a}(\mathbf{r}) \right] + \\ &\quad \left. + \operatorname{tg} \left(\frac{\chi}{2} \right) \frac{\hat{V}_1^2 \hat{V}_0^2}{4\delta k} \mathbf{e}_z \frac{\partial U_1(z)}{\partial z} \right\}, \end{aligned}$$

где

$$\mathbf{v}_\perp = \mathbf{e}_x v_x + \mathbf{e}_y v_y, \quad U_1(z) = 2 \cos(2\delta k z),$$

$$\mathbf{a}(\mathbf{r}) = 2\Psi_1(\mathbf{r})\mathbf{e}_z, \quad \Psi_1(\mathbf{r}) = \sum_{\sigma=1}^3 \cos(\beta\sqrt{3}k\mathbf{n}_0^\sigma \cdot \mathbf{r} + \xi_\sigma),$$

$$\begin{aligned} U(\mathbf{r}) &= -\frac{2}{\sqrt{3}} \sum_{\sigma=1}^3 \sin(\beta\sqrt{3}k\mathbf{n}_0^\sigma \cdot \mathbf{r} + \xi_\sigma), \\ \xi_1 &= [\varphi_0^2 - \varphi_1^2] - [\varphi_0^3 - \varphi_1^3], \end{aligned}$$

а постоянные фазы ξ_2, ξ_3 получаются из ξ_1 циклической перестановкой индексов. В таком силовом поле движения в плоскости xy и вдоль оси z , очевидно, полностью разделены и независимы. Сила, действующая вдоль оси z всегда потенциальная и имеет

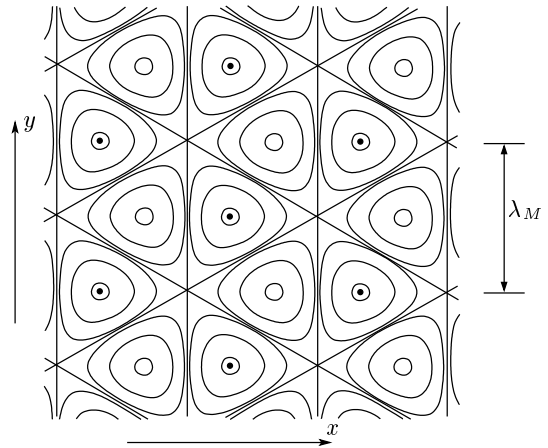


Рис.2. Линии уровня функции $U(\mathbf{r})$ (уравнение (24)), определяющей потенциальную компоненту выпрямленной радиационной силы в конфигурации полей третьего типа, действующую в направлениях, параллельных плоскости xy . Жирные точки — точки минимума функции $U(\mathbf{r})$, $\lambda_M = 4\pi/3k\beta$

пространственно-периодическую структуру (с периодом $\pi/\delta k$). Соотношение между величинами вихревой и потенциальной компонент сил, действующих в направлениях, параллельных плоскости xy , пропорционально величине $\text{tg}(\chi/2)$, т. е. полностью управляемо посредством целенаправленного выбора расстройек частот полей Δ_1 и Δ_0 . При этом как потенциальная, так и вихревая компоненты выпрямленной радиационной силы имеют пространственно-периодическую структуру. На рис. 2 показаны линии уровня функции $U(x, y)$. Точки пересечения сепаратрисных линий — седловые точки, которые образуют плоскую гексагональную решетку с периодом

$$\lambda_M = 4\pi/3k\beta,$$

определяемым угловой расстройкой β . В центре треугольных сепаратрисных ячеек находятся точки минимума (на рис. 2 отмечены жирной точкой) и максимума потенциальной функции $U(x, y)$. Экстремальные точки каждого типа также формируют плоские гексагональные решетки, сдвинутые друг относительно друга. Векторные линии вихревой компоненты силового поля показаны на рис. 3. «Сетка» сепаратрисных линий (задаваемых уравнением $\Psi_1(\mathbf{r}) = -1$) образует в данном случае так называемую решетку кагоме. Внутри ее шестиугольных и треугольных ячеек векторные линии являются замкнутыми кривыми и окружают особые точки (центры), совпадающие с положением седловых точек (в шестиугольных областях) и точек экстремума (в треугольных областях) потенциальной функции $U(x, y)$.

4. ОСОБЕННОСТИ СВЕТОИНДУЦИРОВАННОГО ДВИЖЕНИЯ ЧАСТИЦ

Пусть b — характерные размеры области пересечения реальных лазерных пучков, в которой находятся резонансные частицы. Тогда интерференционные эффекты в светоиндуцированном движении резонансных частиц в полной мере могут проявляться, если макроскопический пространственный масштаб λ_M (которому в рассматриваемой модели поля в виде суперпозиции плоских волн (7) соответствует период световой сверхрешетки) не превышает b :

$$\lambda_M < b.$$

Так как

$$\lambda_M \sim \frac{1}{|\delta k|} = \frac{c}{|\Delta_1 - \Delta_0|},$$

а типичное значение скорости спонтанной релаксации $\gamma \sim 10^8 \text{ с}^{-1}$, это условие даже для широких пучков $b \approx 10\text{--}20 \text{ см}$ может быть выполнено, если разности частот полей значительно превышают ширину резонанса:

$$|\Delta_1 - \Delta_0| \gg \gamma.$$

С учетом данного обстоятельства оптимальный выбор частот и амплитуд полей (по критерию максимальной радиационных сил при фиксированном значении параметра g) соответствует следующим соотношениям:

$$|\nu_0| \sim \gamma, \quad |\Delta_1| \gg \gamma, \quad |V_{j1}^2/\nu_1\nu_0| \sim |V_{j0}/\nu_0|^2 \sim g \ll 1, \\ |V_{j1}/\nu_1|^2 \ll g.$$

При этом поле \mathbf{E}_0 при $\Delta_0 < 0$ ответственно за процесс охлаждения, поле \mathbf{E}_1 (совместно с \mathbf{E}_0) — за проявление интерференционных эффектов, и для характерных величин коэффициента трения и выпрямленной радиационной силы имеют место простые оценки:

$$\kappa = \omega_r g, \quad \omega_R = \frac{\hbar k^2}{m}, \quad |\mathbf{F}_R| = F \sim \hbar k \gamma g^2.$$

Выпрямленная радиационная сила \mathbf{F}_R будет главным фактором, определяющим (наряду с силой трения) светоиндуцированное движение ансамбля резонансных частиц с температурой T (выраженной в энергетических единицах), если выполнены условия

$$U_g \ll T \ll \Delta U, \quad (25)$$

где U_g — глубина микроскопических потенциальных ям, порождаемых действием быстроосциллирующих (с периодом $\sim \lambda$) градиентных сил [1, 2], $\Delta U \sim F\lambda_M$ — характерная величина работы выпрямленной радиационной силы по перемещению частиц на макроскопические расстояния λ_M (в случае потенциальных выпрямленных радиационных сил ΔU — глубина макроскопических потенциальных ям). Значение температуры T , соответствующее так называемому доплеровскому пределу охлаждения, устанавливается за характерное время $\sim \kappa^{-1}$ в результате конкуренции процессов охлаждения и диффузии в пространстве скоростей [1, 2], обусловленной квантовыми флуктуациями радиационных сил. При выбранном соотношении между основными параметрами задачи коэффициент скоростной диффузии [1, 2]

$$D \sim \left(\frac{\hbar k}{m}\right)^2 \gamma g, \quad T \sim \frac{mD}{\kappa} \sim \hbar \gamma, \quad U_g \sim \hbar \gamma g,$$

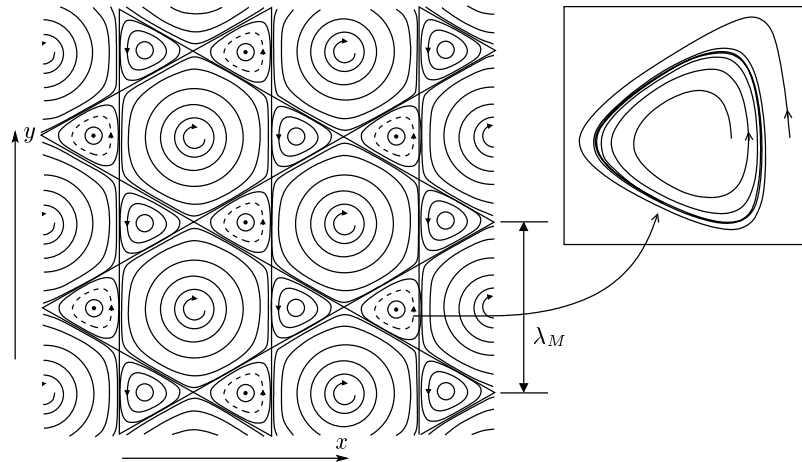


Рис. 3. Решетка кагоме, образованная векторными линиями вихревой компоненты выпрямленной радиационной силы, индуцированной интерферирующими оптическими полями в конфигурации третьего типа. Пунктирными линиями схематически показаны устойчивые замкнутые траектории частиц (предельные циклы), которые могут возникать только в треугольных ячейках, содержащих точки минимума потенциала $U(\mathbf{r})$. Вставка — типичный вид траектории частиц, попадающих в подобные сепаратрисные ячейки

поэтому при $g \ll 1$ левое неравенство (25) выполнено всегда и означает невозможность локализации частиц в мелкомасштабных потенциальных ямах. Правое неравенство (25) означает, что поле не должно быть слишком слабым:

$$1 \gg g^2 > 1/k\lambda_M.$$

Важной особенностью светоиндуцированного движения частиц в рассматриваемом случае слабых бихроматических полей при $\kappa > 0$ является его передемпфированность из-за большой величины силы трения:

$$\frac{\Omega^2}{\kappa^2} = \varepsilon \sim \frac{\gamma}{\omega_R} \frac{\Delta k}{k} \ll 1, \quad (26)$$

где $\Omega = \sqrt{F\Delta k/m}$ — характерные частоты движения в отсутствие трения $\Delta k = |\delta k|$ для конфигурации полей первого и второго типов и $\Delta k = k|\beta|$ для конфигурации полей третьего типа (см. предыдущий раздел). Малость параметра ε обусловлена малостью отношения микроскопического и макроскопического масштабов. Действительно, для типичных значений $\gamma/\omega_R \sim 10^2-10^3$, $k = 10^5 \text{ см}^{-1}$, при $\Delta k \sim 1 \text{ см}^{-1}$, получаем из (26) оценку $\varepsilon \sim 10^{-2} - 10^{-3}$. Заметим, что в том случае, когда необходимо обеспечить условие $|\text{tg}(\chi/2)| \ll 1$ интерес представляет ситуация, когда велики обе расстройки,

$$\gamma \ll |\Delta_0| < |\Delta_1|.$$

Тогда

$$\left| \text{tg} \left(\frac{\chi}{2} \right) \right| = \left| \frac{(\Delta_1 - \Delta_0)\gamma_{\perp}}{\Delta_1\Delta_0} \right| \ll 1,$$

условие передемпфированности движения имеет вид

$$\varepsilon = \frac{\Delta_0^2}{\omega_R\gamma} \frac{\Delta k}{k} \ll 1$$

и также хорошо выполняется в широком диапазоне параметров при $\Delta k/k \ll 1$.

В математическом отношении условие (26) проявляется в том, что при переходе к безразмерным переменным

$$\mathbf{r} \rightarrow \Delta k \mathbf{r}, \quad \mathbf{v} \rightarrow \mathbf{v}/u_0,$$

$$t \rightarrow \tau = \Omega^2 t/\kappa, \quad \mathbf{F}_R \rightarrow \mathbf{u}(\mathbf{r}) = \mathbf{F}_R/m\kappa u_0$$

(\mathbf{v} — скорость частицы, $u_0 = F/m\kappa$) уравнения движения частиц под действием выпрямленной радиационной силы превращаются в систему сингулярно-возмущенных дифференциальных уравнений

$$\frac{d\mathbf{r}}{d\tau} = \mathbf{v}, \quad \varepsilon \frac{d\mathbf{v}}{d\tau} + \mathbf{v} = \mathbf{u}(\mathbf{r}), \quad (27)$$

где для безразмерных \mathbf{v} и \mathbf{r} сохранены прежние обозначения. Методы исследования и редукции такого типа систем к уравнениям меньшей размерности хорошо разработаны в теории дифференциальных уравнений [25, 26]. Решение (27) при произвольных начальных условиях $\{\mathbf{r}_0, \mathbf{v}_0\}$ можно представить в виде комбинации быстрого переходного процесса, описываемого экспоненциально затухающими

за время $\tau \sim \varepsilon(t \sim \kappa^{-1})$ пограничными функциями [25]

$$\text{Pr}(\tau) \sim \exp(-\tau/\varepsilon), \quad \text{Pr}(\tau) \sim \varepsilon \exp(-\tau/\varepsilon),$$

и медленного движения по поверхности в фазовом пространстве (интегральному многообразию [26]) вида

$$\mathbf{v} = \mathbf{G}(\mathbf{r}, \varepsilon), \tag{28}$$

где функция \mathbf{G} в рассматриваемом нами случае может быть найдена с помощью регулярного разложения в ряд по параметру ε :

$$\mathbf{G} = \mathbf{G}_0 + \varepsilon \mathbf{G}_1 + \dots \tag{29}$$

Подставляя разложение (29) в (27), получаем последовательно \mathbf{G}_n :

$$\mathbf{G}_0 = \mathbf{u}(\mathbf{r}), \quad \mathbf{G}_1 = -\varepsilon(\mathbf{u}(\mathbf{r})\nabla)\mathbf{u}(\mathbf{r}), \tag{30}$$

и уравнение, определяющее траекторию частицы в световом поле (ограничиваясь при $\tau < 1/\varepsilon^2$ двумя первыми членами разложения (29)):

$$\begin{aligned} \frac{d\mathbf{r}}{d\tau} &= \mathbf{u}_1(\mathbf{r}) = \mathbf{u}(\mathbf{r}) - \varepsilon(\mathbf{u}(\mathbf{r})\nabla)\mathbf{u}(\mathbf{r}), \\ \mathbf{r}(0) &= \mathbf{r}_0 + O(\varepsilon). \end{aligned} \tag{31}$$

Таким образом, в соответствии с (28), (31) установившаяся (при $t > \kappa^{-1}$) скорость резонансной частицы адиабатически «следит» за ее пространственным положением. При этом связь между скоростью частицы $\mathbf{u}_1(\mathbf{r})$ и выпрямленной радиационной силой $\mathbf{F}_R(\mathbf{r})$ носит нелокальный характер. Скорость \mathbf{u}_1 в каждой точке \mathbf{r} зависит не только от величины и направления выпрямленной радиационной силы $\mathbf{F}_R(\mathbf{r})$ в той же точке \mathbf{r} , но также от ее производных по пространственным координатам. Следовательно, в общем случае векторные линии выпрямленной радиационной силы не совпадают с траекториями частиц, т. е. $\mathbf{u}_1(\mathbf{r}) \neq \mathbf{u}(\mathbf{r})$. Учет членов, имеющих порядок ε , в правой части (31) является существенным при доминировании вихревой компоненты выпрямленной радиационной силы \mathbf{F}_R , индуцированной бихроматическим полем, так как именно он может обуславливать неустойчивость вращательного движения частиц в этом случае.

Проведенные численные расчеты траекторий частиц на основании уравнений (31) продемонстрировали высокую чувствительность характера их движения как к пространственным конфигурациям, так и к параметрам световых полей — значениям

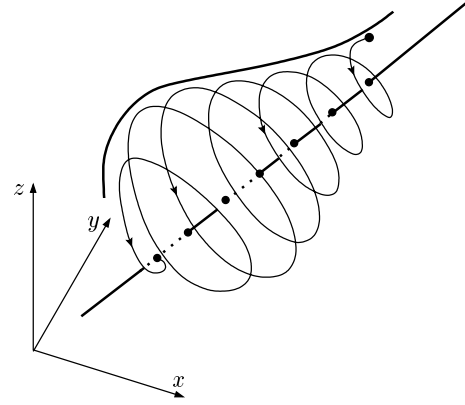


Рис. 4. Траектория светоиндуцированного вихревого движения ($\text{rot } \mathbf{u}_1 \neq 0$) частиц в поле $3D\text{Lin} \perp \text{Lin}$ -конфигурации

отстроек частот. Для всех рассмотренных конфигураций полей существует широкая область этих параметров, при которых возможно финитное движение частиц в ячейках эффективных световых сверхрешеток.

При конфигурации полей первого типа (рис. 1а, уравнение (16)) движение всегда является безвихревым, $\text{rot } \mathbf{u}_1(\mathbf{r}) = 0$, и за время $t \sim t_0 = \kappa/\Omega^2$ приводит к локализации частиц в узлах кубической решетки, соответствующих локальным минимумам потенциала $U(\mathbf{r})$ вида (17).

При конфигурации полей второго типа ($3D\text{Lin} \perp \text{Lin}$ -конфигурация, рис. 1б) аналогичное безвихревое движение существует только при специальном выборе расстроек частот полей: $\Delta_1\Delta_0 = -\gamma_1^2$, когда $|\text{tg}(\chi/2)| \rightarrow \infty$. В общем случае, когда это условие не выполнено, $\text{rot } \mathbf{u}_1(\mathbf{r}) \neq 0$ и движение является вихревым. На рис. 4 показана типичная траектория частиц при $|\text{tg}(\chi/2)| \sim \varepsilon \ll 1$, представляющая собой спираль с немонотонно (!) изменяющимся радиусом витков, обвивающую узловую линию вихревой компоненты выпрямленной радиационной силы. Как уже отмечалось в разд. 3, оси вращения частиц (параллельные оси симметрии поля) легко изменить посредством согласованной перестройки поляризации полей.

При конфигурации полей третьего типа (рис. 1в, уравнение (23)) движения вдоль оси z и в направлениях параллельных плоскости xy полностью разделены и независимы.

Движение вдоль оси z приводит в конечном итоге к устойчивой группировке частиц в плоскостях

$$z = (\pi/\delta k)n,$$

где n — произвольные целые числа. Характер вихревого движения частиц в этих плоскостях определяется соотношением между значениями функций параметров полей $\text{tg}(\chi/2)$ и ε . При

$$|\text{tg}(\chi/2)| \lesssim 1/\sqrt{\varepsilon}, \quad \Gamma > 0,$$

точки минимума \mathbf{r}_m (на рис. 2 и 3 — жирные точки) потенциальной функции $U(\mathbf{r})$ (см. формулу (24)) являются устойчивыми фокусами системы дифференциальных уравнений (31) и, следовательно, точками локализации частиц, образующими регулярную гексагональную решетку. При

$$|\text{tg}(\chi/2)| \gtrsim 1/\sqrt{\varepsilon}$$

они превращаются в неустойчивые фокусы, а внутри содержащих их треугольных областей решетки кагоме появляются устойчивые предельные циклы, схематически изображенные на рис. 3 штриховыми линиями. Явный вид параметра этой бифуркации ξ (бифуркации Хопфа) можно получить из анализа устойчивости системы (31):

$$\xi = |\text{tg}(\chi/2)| - s, \quad (32)$$

где

$$s = \frac{\kappa}{G}, \quad \kappa \approx -\frac{3\omega_R \Delta_0 g_0 \gamma}{|\nu_0|^2},$$

$$G^2 = \omega_R g_0 g_1 3\sqrt{3}|\Gamma\beta|, \quad g_\alpha = \left| \frac{V_\alpha}{\nu_\alpha} \right|^2,$$

$$\text{tg}\left(\frac{\chi}{2}\right) \approx -\frac{\gamma_\perp \Delta_1}{\Delta_1 \Delta_0 + \gamma_\perp^2}, \quad \Delta_0 < 0,$$

и мы для простоты ограничились наиболее интересной ситуацией

$$|\Delta_0| < \gamma \ll |\Delta_1|, \quad g_0 \sim \left| \frac{V_1^2}{\nu_1 \nu_0} \right| \sim g.$$

Предельные циклы образуются при $\xi > 0$ и при $0 < \xi/s \ll 1$ представляют собой окружности с радиусом, пропорциональным $\sqrt{\xi/s}$. Направление вращения частиц определяется знаком угловой расстройки β . При изменении знака Γ предельные циклы перемещаются в соседние треугольные ячейки. Обратим внимание, что настройка на режим устойчивого вращения частиц весьма «резко» и сложно зависит от частот полей и «плавно» от геометрического фактора — угловой расстройки.

При $|\text{tg}(\chi/2)| \rightarrow \infty$, когда вихревая компонента выпрямленной радиационной силы полностью доминирует, орбиты вращающихся частиц как угодно близко «прижимаются» к границам сепаратрисных ячеек.

Если в этом случае в правые части уравнений (31) ввести (аддитивно) малые флуктуирующие члены (с широким частотным спектром), моделирующие реальные квантовые флуктуации радиационных сил [2], то частицы, прижатые к границам ячеек, пересекают ее в области седловых точек (точек пересечения сепаратрисных линий на рис. 3) и переходят на границу соседних ячеек. В результате возникает инфинитное движение частиц, которое выглядит как случайное (броуновское) блуждание по ребрам решетки кагоме⁵⁾. Аналогичный эффект светоиндуцированного блуждания частиц по ребрам эффективных квадратных решеток для случая сильных полей двумерной конфигурации был впервые описан в работе [6].

Наконец, приведем конкретные численные оценки, характеризующие возможности механического действия света на атомы в рассматриваемой ситуации. Пусть для определенности резонансные атомы с $m = 40$ а.е.м. находятся в поле взаимно-ортогональных стоячих волн, $\hbar\omega_0 \approx 3$ эВ, $\gamma \approx 3 \cdot 10^8$ с⁻¹, $\Delta_0 = -\gamma/5$, $|\Delta_1| = 10^{12}$ с⁻¹, а интенсивности электромагнитных волн I_α каждой частотной компоненты ($\alpha = 0, 1$) выбраны таким образом, чтобы выполнялся критерий слабого поля:

$$g = |V_{j0}/\nu_0|^2 = |V_{j1}^2/\nu_0 \nu_1| = 2 \cdot 10^{-2},$$

т.е. $I_0 \approx 1.5$ мВт/см², $I_1 \approx 10$ Вт/см² (при этом $|\rho^{(3)}/\rho^{(1)}| \sim 10^{-1}$). Тогда, используя выражение (17) и формулы настоящего раздела, получаем:

$$\Delta U \approx U_0 \approx 7 \cdot 10^{-3} \text{ К},$$

период решетки

$$\lambda_M = 2\pi/|\delta k| = 1.8 \text{ мм},$$

$$T \approx 10^{-3} \text{ К} \quad ((\Delta U/T) \approx 7), \quad \kappa \sim 10^4 \text{ с}^{-1},$$

$$t_0 \sim (\Omega^2/\kappa)^{-1} \sim 10^{-3} \text{ с} \quad (\varepsilon \sim 0, 1),$$

$$F \sim 10^{-5} \text{ эВ/см}.$$

Значительно уменьшая расстройку поля \mathbf{E}_1 (тем самым увеличивая макроскопический пространственный масштаб λ_M), можно создать сверхглубокую потенциальную яму — чисто оптическую

⁵⁾ Интересно, что при численных расчетах блуждание по границам сепаратрисных ячеек наблюдается и в отсутствие малых флуктуирующих сил, если время счета достаточно велико, что, по-видимому, связано с «шумами», вносимыми ошибками дискретизации. При этом время выхода частицы из ячейки может зависеть от выбора численного метода. Такого же рода эффекты дискретизации, возникающие при моделировании динамического хаоса в гамильтоновых системах, обсуждаются, например, в книге [27].

трехмерную макроскопическую ловушку для атомов с помощью бихроматических лазерных пучков большого диаметра ($b \gtrsim 10$ см): например, при $|\Delta_1| = 1.5 \cdot 10^{10} \text{ с}^{-1}$ ($\lambda_M \approx 10$ см), $I_0 \approx 1.5 \text{ мВт/см}^2$, $I_1 \approx 150 \text{ мВт/см}^2$, глубина потенциальной ямы $\Delta U = 0.5 \text{ К}$, $\Delta U/T \sim 500(!)$, а характерное время, за которое происходит процесс локализации частиц, $t_0 \approx 0.03 \text{ с}$.

Таким образом, правое неравенство (25), характеризующее эффективность действия выпрямленной радиационной силы на резонансные частицы, может быть выполнено с большим запасом при достаточно реалистических условиях.

Для сравнения обратим внимание на то интересное обстоятельство, что для перехода в режим «сильного поля» [4],

$$|V_1^2/\gamma\Delta_1| \sim |V_0^2/\gamma\Delta_0| = g_1 \gg 1, \quad |\Delta_0| \gg \gamma,$$

при сохранении того же уровня насыщения заселенностей ($|V_0^2/\Delta_0^2| = g$) и той же расстройки $|\Delta_1|$, как в приведенных примерах, интенсивности полей E_0 и E_1 должны быть увеличены соответственно в g_1^2/g и g_1/g раз. При этом величины выпрямленной радиационной силы и ΔU увеличатся только в g_1 раз ($g_1 \ll g_1^2/g, g_1/g$), а отношение $\Delta U/T$ останется неизменным, так как в этом случае [14] $T \sim \hbar\gamma g_1 \gg \hbar\gamma$.

5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В рассмотренных физических условиях всегда малы как степень насыщения заселенностей состояний атомов ($\rho_{ii} \ll 1$), так и величина светоиндуцированных штарковских сдвигов (обстоятельство важное для спектроскопических применений). Однако выпрямленные радиационные силы могут быть достаточно велики, для того чтобы оказывать эффективное воздействие на ансамбли атомов с температурой, соответствующей доплеровскому пределу охлаждения.

На основе анализа полученных общих выражений для выпрямленных радиационных сил мы нашли симметричные конфигурации интерферирующих волн, при которых пространственной структурой светоиндуцированного силового поля можно управлять посредством целенаправленной перестройки частот оптических полей, тем самым практически произвольно изменяя соотношение между вихревой и потенциальной составляющими выпрямленной радиационной силы.

Оказалось, что для данных конфигураций полей в широкой области управляющих параметров

снимаются принципиальные ограничения типа оптической теоремы Ирншоу (доказанной для случая слабых монохроматических полей [23] (см. также [5, 6])), запрещающие трехмерную локализацию резонансных частиц силами спонтанного светового давления. Светоиндуцированное движение резонансной частицы при этом происходит внутри элементарной ячейки эффективной световой сверхрешетки (кубической или гексагональной структуры для рассмотренных конфигураций полей) и является финитным. Оно имеет вихревой или безвихревой характер в зависимости от выбора частотных отстроек и приводит в конечном итоге к локализации частиц в узлах выпрямленной радиационной силы или к их устойчивому вращению по замкнутым орбитам внутри элементарных ячеек.

Переход от светоиндуцированного безвихревого движения к вихревому и изменение осей вращения частиц при светоиндуцированном вихревом движении можно осуществлять также посредством согласованного изменения поляризаций интерферирующих волн без изменения направления их распространения. Поляризационный эффект подобного рода проявляется для полей конфигурации $3D \text{Lin} \perp \text{Lin}$.

В ситуации, когда абсолютно доминирует вихревая компонента выпрямленной радиационной силы, возможен весьма интересный вид светоиндуцированного инфинитного движения — блуждание по ребрам плоских световых сверхрешеток типа кагоме (для конфигурации полей, изображенной на рис. 1 в).

Рассмотренные выпрямленные радиационные силы могут быть применены для управления движением резонансных частиц, создания трехмерных устойчивых периодических структур в газе холодных атомов, построения чисто оптической (немагнитной) макроскопической ловушки для удержания больших по размерам сгустков резонансных частиц (с помощью лазерных пучков большого диаметра). Одним из интересных применений может быть чисто оптическое удержание сгустков ультрахолодной разреженной плазмы с резонансными ионами [19, 28, 29].

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проекты № 99-02-16873, 01-02-06478-мас и 01-02-06479-мас).

ЛИТЕРАТУРА

1. А. П. Казанцев, Г. И. Сурдутович, В. П. Яковлев, *Механическое действие света на атомы*, Наука, Москва (1991).
2. В. Г. Миногин, В. С. Летохов, *Давление лазерного излучения на атомы*, Наука, Москва (1986).
3. V. S. Letokhov, M. A. Ol'shanii, and Yu. B. Ovchinnikov, *Quantum Semiclass. Opt.* **7**, 5 (1995).
4. А. П. Казанцев, И. В. Краснов, *Письма в ЖЭТФ* **46**, 264 (1987).
5. А. П. Казанцев, И. В. Краснов, *ЖЭТФ* **95**, 103 (1989).
6. А. Р. Kazantsev and I. V. Krasnov, *J. Opt. Soc. Amer. B* **6**, 2140 (1989).
7. А. Р. Kazantsev and I. V. Krasnov, *Phys. Lett. A* **127**, 33 (1988).
8. R. Grimm, Yu. B. Ovchinnikov, A. I. Sidorovar, and V. S. Letokhov, *Phys. Rev. Lett.* **65**, 1415 (1990).
9. В. С. Войцехович, М. В. Данилейко, А. М. Негрийко и др., *ЖЭТФ* **99**, 393 (1990).
10. J. Juvanainen, *Phys. Rev. Lett.* **4**, 519 (1990).
11. R. Grimm, J. Soding, and Yu. B. Ovchinnikov, *Письма в ЖЭТФ* **61**, 362 (1995).
12. J. Soding, R. Grimm, Yu. B. Ovchinnikov et al., *Phys. Rev. Lett.* **78**, 1420 (1997).
13. T. T. Grove, B. C. Duncan, V. Sanchez-Villicana et al., *Phys. Rev. A* **51**, R4325 (1995).
14. I. V. Krasnov, *Laser Phys.* **4**, 906 (1994).
15. И. В. Краснов, *ЖЭТФ* **107**, 1135 (1995).
16. H. Pu, T. Cai, N. P. Bigelow et al., *Optics Communicat.* **118**, 261 (1995).
17. E. A. Korsunsky and D. V. Kosachiov, *J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys.* **30**, 5701 (1997).
18. G. Wasik and R. Grimm, *Opt. Commun.* **137**, 406 (1997).
19. А. П. Гаврилюк, И. В. Краснов, Н. Я. Шапарев, *Письма в ЖЭТФ* **63**, 316 (1996).
20. А. П. Гаврилюк, И. В. Краснов, С. П. Полютов, Н. Я. Шапарев, *Вычислит. технол.* **4**, 43 (1999).
21. A. Hemmerich and T. W. Hansh, *Phys. Rev. Lett.* **68**, 1492 (1992).
22. T. Walker, P. Feng, D. Hoffmann, and R. S. Williamson, *Phys. Rev. Lett.* **69**, 2168 (1992).
23. A. Ashkin and J. P. Gordon, *Opt. Lett.* **8**, 511 (1983).
24. А. Р. Kazantsev, V. S. Smirnov, G. I. Surdutovich et al., *J. Opt. Soc. Amer.* **2**, 1731 (1985).
25. А. Б. Васильева, В. Ф. Бутузов, *Асимптотические разложения сингулярно-возмущенных уравнений*, Наука, Москва, (1973).
26. Ю. А. Митропольский, О. Б. Лыкова, *Интегральные многообразия в нелинейной механике*, Наука, Москва (1973).
27. Г. М. Заславский, В. З. Сагдеев, Д. А. Усиков, А. А. Черников, *Слабый хаос и квазирегулярные структуры*, Наука, Москва (1991).
28. А. Р. Gavrilyuk, I. V. Krasnov, and N. Ya. Shaparev, *Laser Phys.* **8**, 653 (1998).
29. S. A. Gavrilyuk, I. V. Krasnov, S. P. Polyutov, and N. Ya. Shaparev, in *Proc. of 5th Russian-Chinese Symp. on Laser Physics and Technologies*, Publishing Tomsk State University, Tomsk (2000).