

ДВУХКОМПОНЕНТНЫЕ КОСМОЛОГИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ С ПЕРЕМЕННЫМ УРАВНЕНИЕМ СОСТОЯНИЯ ВЕЩЕСТВА И ТЕПЛОВЫМ РАВНОВЕСИЕМ КОМПОНЕНТ

*В. М. Журавлев**

*Ульяновский государственный университет, Институт теоретической физики
432700, Ульяновск, Россия*

Поступила в редакцию 23 мая 2001 г.

Предложен класс моделей эволюции однородной и изотропной пространственно-плоской Вселенной, заполненной скалярным полем и материей, меняющей уравнение состояния в процессе эволюции от вакуумо-подобной формы до идеальной жидкости в предположении, что обе компоненты материи находятся в тепловом равновесии. Проанализированы основные характеристики таких моделей и исследовано их асимптотическое поведение вблизи космологической сингулярности и на послеевфузионной стадии. Показано, что условие теплового равновесия и требование асимптотического убывания поля со временем однозначно приводят к возникновению на завершающей стадии эволюции вторичной инфляции, сопровождающейся ускоренным расширением Вселенной и ростом температуры материи.

PACS: 04.20.-q, 98.80.-k

1. ВВЕДЕНИЕ

Современные космологические модели описывают сценарий развития Вселенной от ее рождения до настоящего времени как цепочку эпох преобладания той или иной формы материи, которые сменяли друг друга в результате серии фазовых переходов. Одним из центральных элементов современных космологических сценариев является наличие инфляционной эпохи. Достаточно точно известен характер материи, которой была заполнена Вселенная на ранних этапах своего развития во время инфляционного процесса. Материя такого типа представляет собой однородное скалярное поле, подобное квантовому вакууму, эффективное уравнение состояния которого имеет вид близкий к так называемому квазивакуумному уравнению состояния: $p = -\varepsilon$, где p — эффективное давление, а ε — плотность энергии материи. Именно материя с такими свойствами реализует экспоненциально быстрое расширение Вселенной. Этот факт, известный еще по работе [1], был использован в теории инфляции как способ решить целый набор проблем, имевшихся в стандартной космологической модели (см. [2–4]). В современную эпоху

предполагается, что Вселенная заполнена в основном материей в форме вещества с уравнением состояния близким к пылевидному, т. е. с $p \sim 0$, и изотропным планковским электромагнитным излучением с температурой $T \sim 2.75$ К. Вместе с тем последние данные наблюдений [5] говорят о том, что во Вселенной в настоящую эпоху сохраняется компонента материи с уравнением состояния типа квазивакуумного с $p < 0$, что создает наблюдаемое ускоренное расширение Вселенной на современном этапе ее развития. Кроме того, данные наблюдений указывают на существование в современную эпоху еще и четвертой компоненты материи — так называемой «темной материи». Это объясняет расхождение в несколько раз массы материи в структурах отдельных галактик и их скоплений, полученной с помощью динамических измерений и измерений светимости.

Кроме инфляционной эпохи, современные данные наблюдений указывают на существование в процессе эволюции эры преобладания излучения, когда Вселенная была заполнена изотропным электромагнитным излучением, имеющим уравнение состояния $p = \varepsilon/3$, и эры преобладания вещества, которая соответствует современному состоянию Вселенной.

Наличие эпох инфляции и преобладания излуче-

*E-mail: zhuravl@sv.uven.ru

ния установлено с достаточной степенью надежности. Основной проблемой построения общего сценария развития Вселенной с доинфляционной эпохи по настоящее время остается правдоподобное описание физических механизмов, обеспечивших такую смену эпох. Наиболее важным пунктом этой общей проблемы является описание механизма выхода Вселенной из инфляционного процесса [2]. Эта проблема до сих пор решалась в основном в рамках предположения преобладания одной формы материи — скалярного поля на этапе инфляции (см., например, [7–10]). В рамках такого «однокомпонентного» подхода в работах [9, 10] был найден общий принцип модификации инфляционных моделей в модели с выходом из инфляции на фридмановскую стадию расширения. Однако некоторые трудности, обнаружившиеся при анализе однокомпонентных моделей с выходом из инфляции (см. [10]), и приведенные выше известные данные о многокомпонентности материи в современную эпоху указывают на необходимость рассмотрения многокомпонентных космологических моделей на этапе инфляции.

В связи с этим настоящая работа посвящена изучению космологических моделей с материей, состоящей из нескольких компонент: одного скалярного поля и материи, меняющей в процессе эволюции Вселенной уравнение состояния от «квазивакуумного» ($p \sim -\varepsilon$) до уравнения состояния $p = \gamma\varepsilon$ с $\gamma > 0$. Основная идеология данной работы в отношении изучения динамики масштабного фактора, формы потенциала самодействия и эффективного уравнения состояния материи относится к так называемому методу «тонкой настройки». Этот метод использовался ранее в различных вариантах во многих работах (см., например, [7, 11–13] и библиографию). В предлагаемой работе (разд. 2–4) этот метод обобщается на случай двухкомпонентной модели, что позволяет более детально разобраться в характере взаимовлияния различных форм материи с помощью некоторых дополнительных соображений.

Переход от одной эпохи к другой, как указывалось выше, можно трактовать в широком смысле как цепочку фазовых переходов в структуре материи. Понять в деталях характер фазовых переходов, происходящих во Вселенной на стыке эпох, можно лишь, изучая эволюцию возмущений плотности материи и параметров гравитационного поля, что является отдельной сложной задачей. Однако, если не детализировать процессы фазовых переходов, а ограничиться лишь констатацией их осуществления и изучением изменения самых общих свойств материи в эти периоды времени, то в качестве удобного

параметра следует выбрать скорость звука в компонентах материи. Вычисление скорости звука не требует привлечения теории возмущений, но именно эта величина в значительной степени определяет динамические свойства возмущений плотности материи на всех этапах развития Вселенной. Идея такого подхода опирается на результаты работ [14], в которых были выведены уравнения динамики возмущений с явным указанием на роль скорости звука в их динамике. В настоящей работе (разд. 5, 8) этот подход применяется к задачам описания свойств двухкомпонентных моделей (разд. 7), для того чтобы отделить различные эпохи друг от друга.

Согласно современным данным наблюдений сразу после завершения инфляционной стадии происходил вторичный разогрев вещества, заполняющего Вселенную в этот период времени. Такой разогрев обычно связывают (см. [4, 6]) с переходом динамики инфлантонного поля в режим затухающих осцилляций поля вблизи локального минимума потенциала самодействия. В работах [9, 10, 13] были предложены некоторые новые типы моделей инфляции в рамках стандартной модели с самодействующим скалярным полем с естественным выходом на фридмановский режим расширения. В этих моделях выход на фридмановский режим сопровождается монотонным увеличением скалярного поля по логарифмическому закону (при монотонном уменьшении плотности его энергии) и не предполагает перехода к осциллирующему режиму. Таким образом, для таких моделей вторичный разогрев должен иметь другое происхождение, чем в стандартных моделях с осциллирующим выходом. В настоящей работе предлагается иная трактовка механизма разогрева вещества как на инфляционной, так и на послееинфляционной стадиях. Этот механизм определяется естественной для инфляционной стадии формой эффективного уравнения состояния материи и соответствующими ему законами термодинамического равновесия форм материи. В данной работе рассматриваются семейство однокомпонентных (разд. 6) моделей такого типа и аналогичные двухкомпонентные модели с переменным уравнением состояния вещества (разд. 7–10). Особое внимание в работе уделено выводу основных уравнений, описывающих поведение всех важных параметров модели, и их асимптотическому анализу вблизи момента рождения Вселенной и выхода из режима инфляции.

2. ПРЕДСТАВЛЕНИЕ «МЕДЛЕННОГО СКАТЫВАНИЯ»

Стандартная космологическая модель, включающая этап инфляции, в случае пространственно-плоской однородной и изотропной Вселенной описывается системой уравнений (см., например, [4])

$$\begin{aligned} H^2 &= \frac{\kappa}{3} \left(\left[\frac{1}{2} \dot{\phi}^2 + V(\phi) \right] + \varepsilon \right), \\ \ddot{\phi} + 3H\dot{\phi} &= -\frac{d}{d\phi} V(\phi), \end{aligned} \quad (1)$$

где ϕ — скалярное поле, $V(\phi)$ — соответствующий ему потенциал самодействия, $H(t) = \dot{R}/R$ — параметр Хаббла, $R(t)$ — масштабный фактор, κ — гравитационная постоянная, ε — плотность энергии вещества. К этим двум уравнениям следует добавить уравнение для давления p идеальной жидкости, имеющее вид

$$p = -\frac{1}{\kappa} \left(2\frac{\ddot{R}}{R} + \frac{\dot{R}^2}{R^2} \right) - \frac{1}{2} \dot{\phi}^2 + V(\phi). \quad (2)$$

Эти три уравнения полностью описывают эволюцию однородной пространственно-плоской Вселенной, заполненной скалярным полем и идеальной жидкостью с заданным уравнением состояния вещества $p = p(\varepsilon)$. Прежде чем строить и изучать различные типы космологических моделей, полезно преобразовать уравнения (1) к более удобному для анализа виду и ввести понятие эффективного уравнения состояния материи.

В [9, 10] было показано, что в случае отсутствия обычной материи ($\varepsilon = 0$), точные уравнения (1) могут быть представлены в форме укороченных уравнений, называемых в теории космологической инфляции уравнениями «медленного скатывания». Такой переход, согласно [9, 10], осуществляется с помощью введения эффективного потенциала самодействия по правилу

$$W(\phi) = V(\phi) + \frac{1}{2} U^2(\phi), \quad (3)$$

где

$$\dot{\phi} = U(\phi), \quad (4)$$

а $U(\phi)$ — некоторая функция ϕ . Это соотношение выполняется всегда, поскольку $\phi = \phi(t)$. Функция $W(\phi)$ представляет собой полную плотность энергии поля. Используя (3), исходные уравнения (1) можно привести к следующему виду:

$$H^2 = \frac{\kappa}{3} W(\phi), \quad 3H\dot{\phi} = -\frac{d}{d\phi} W(\phi). \quad (5)$$

Теперь с точностью до замены $V(\phi)$ на $W(\phi)$ уравнения (5) совпадают с укороченными уравнениями приближения «медленного скатывания». Масштабный фактор как функция t вычисляется следующим образом:

$$R(t) = R_0 \exp \left[\int_{t_0}^t \sqrt{\frac{\kappa}{3} W(t)} dt \right]. \quad (6)$$

Такое представление уравнений будем называть представлением «медленного скатывания».

3. ЭФФЕКТИВНОЕ УРАВНЕНИЕ СОСТОЯНИЯ МАТЕРИИ

Уравнения (5) приводят к соотношению

$$\sqrt{3\kappa} U W^{1/2} = -W', \quad (7)$$

которое совместно с (3) описывает связь между функциями $W(\phi)$ и $U(\phi)$. При этом видно, что только одна из этих функций произвольна. Это соотношение позволяет получить общую связь между полной плотностью энергии W скалярного поля и эффективным давлением поля

$$\mathcal{P} = -V(\phi) + \frac{1}{2} U^2(\phi).$$

Поскольку $U^2 = W + \mathcal{P}$, из (7) следует

$$\mathcal{P} = -W - \frac{1}{\sqrt{3\kappa}} \frac{\dot{W}}{\sqrt{W}}. \quad (8)$$

Здесь $\dot{W} = dW/dt$. Уравнение (8) можно рассматривать как эффективное уравнение состояния вещества, согласующееся с динамикой гравитационного поля и материи (в данном случае скалярного поля). Это уравнение указывает на тесную связь между скоростью убывания плотности энергии поля и эффективным уравнением состояния. Например, для $\dot{W} = 0$ получаем квазивакуумное состояние материи $\mathcal{P} = -W$, а условию

$$\dot{W} = -(\gamma + 1) \sqrt{3\kappa} W^{3/2}$$

соответствуют все уравнения состояния вещества вида $\mathcal{P} = \gamma W$. Из (7) также следует, что скорость убывания плотности энергии однозначно определяет и форму потенциала самодействия скалярного поля $V(\phi)$. Таким образом, наряду с уравнением состояния идеальной жидкости $p = p(\varepsilon)$, можно говорить об эффективном уравнении состояния скалярного поля в каждой конкретной модели.

4. ОБЩИЕ СВОЙСТВА МОДЕЛЕЙ С КОМБИНИРОВАННОЙ МАТЕРИЕЙ: СКАЛЯРНОЕ ПОЛЕ + ИДЕАЛЬНАЯ ЖИДКОСТЬ

Рассмотрим модель, включающую и скалярное поле, и материю. В этом случае уравнения эволюции в представлении медленного скатывания будут иметь следующий вид:

$$H^2 = \frac{\kappa}{3} (W(\phi) + \varepsilon), \tag{9}$$

$$3H\dot{\phi} = -\frac{d}{d\phi}W(\phi), \tag{10}$$

а уравнение (7) —

$$\sqrt{3\kappa} U \sqrt{W(\phi) + \varepsilon} = -W'. \tag{11}$$

Из этих соотношений для эволюции масштабного фактора находим

$$R(t) = R_0 \exp \left[\int_{t_0}^t \sqrt{\frac{\kappa}{3} (W(t) + \varepsilon)} dt \right]. \tag{12}$$

Таким образом, эволюция масштабного фактора целиком зависит от полной энергии материи $E = W(t) + \varepsilon$.

Как и в предыдущем разделе, через \mathcal{P} обозначим эффективное давление скалярного поля. Используя (12), уравнение (2) можно представить в следующей форме

$$p = -\varepsilon - \frac{1}{\sqrt{3\kappa}} \frac{\dot{\varepsilon}}{\sqrt{E}}. \tag{13}$$

Последнее соотношение можно рассматривать как обобщенное уравнение состояния вещества. Учитывая (11), уравнение (8) можно преобразовать к аналогичному виду

$$\mathcal{P} = -W - \frac{1}{\sqrt{3\kappa}} \frac{\dot{W}}{\sqrt{E}}. \tag{14}$$

Введем полное эффективное давление

$$P = p + \mathcal{P}.$$

Тогда, объединяя (13) и (14), получаем соотношение

$$P = -E - \frac{1}{\sqrt{3\kappa}} \frac{\dot{E}}{\sqrt{E}}, \tag{15}$$

которое связывает полное эффективное давление и полную энергию материи. Если из (13) и (14) исключить полную энергию E , то приходим к еще одному полезному соотношению

$$\frac{d\varepsilon}{\varepsilon + p} = \frac{dW}{W + \mathcal{P}} = \frac{dE}{E + P}, \tag{16}$$

которое устанавливает связь между приращениями плотностей энергии вещества, поля и полной энергии.

Полученные соотношения без труда обобщаются на случай нескольких компонент скалярного поля. Для этого во всех формулах (9)–(15) следует в качестве плотности энергии скалярного поля, W , и эффективного давления скалярного поля, P , рассматривать суммарные величины плотности энергии и эффективного давления всех компонент скалярного поля:

$$W = \sum_{k=1}^N W_k(\phi_k) = \sum_{k=1}^N \left(\frac{1}{2} \dot{\phi}_k^2 + V_k(\phi_k) \right),$$

$$\mathcal{P} = \sum_{k=1}^N \mathcal{P}_k(\phi_k) = \sum_{k=1}^N \left(\frac{1}{2} \dot{\phi}_k^2 - V_k(\phi_k) \right).$$

В этом случае, как и раньше, $E = \varepsilon + W$, а эффективные уравнения состояния для каждой компоненты имеют тот же вид (14):

$$\mathcal{P}_k = -W_k - \frac{1}{\sqrt{3\kappa}} \frac{\dot{W}_k}{\sqrt{E}}, \quad k = 1, \dots, N.$$

Соотношение (16) принимает вид

$$\frac{d\varepsilon}{\varepsilon + p} = \frac{dW_1}{W_1 + \mathcal{P}_1} = \dots = \frac{dW_N}{W_N + \mathcal{P}_N} = \frac{dE}{E + P}.$$

Заметим, что для полного анализа космологических моделей достаточно рассматривать совокупность соотношений (14), (13) и (12) или эквивалентную им совокупность соотношений (15), (16) и (12). Действительно, эти соотношения описывают и изменение масштабного фактора, и форму потенциала самодействия, и изменение плотности энергии материи. Исходя из формы эффективного уравнения состояния материи, можно получить в явном виде изменение эффективной температуры материи в процессе эволюции в предположении квазистационарности термодинамических процессов, сопровождающих эту эволюцию. Единственным важным элементом, который не может быть проанализирован на основе полученных соотношений, является

рост возмущений плотности материи в такой модели. Для его анализа необходимо решать дополнительные уравнения, описывающие эволюцию возмущений скалярного поля, метрики и плотности материи [4, 15]. Однако ряд общих наиболее важных свойств эволюции возмущений можно установить, исходя из анализа уравнения состояния, а именно, из анализа поведения скорости звука в таких моделях, т. е. не прибегая к решению уравнений эволюции возмущений плотности, выяснить ряд их важных свойств. На такую возможность указывают результаты работы [14]. В дальнейшем мы будем опираться на эту возможность, не проводя прямой анализ эволюции возмущений. Начнем с простых уравнений инфляции.

5. ИНФЛЯЦИОННЫЕ КОСМОЛОГИИ СО СКАЛЯРНЫМ ПОЛЕМ

Исходя из проведенного анализа уравнений космологической динамики, рассмотрим несколько специальных моделей инфляции с материей в форме скалярного поля без идеальной жидкости. Согласно результатам [9, 10], в инфляционной космологии представляет интерес уравнение состояния вещества, соответствующее экспоненциально быстрому убыванию плотности энергии материи:

$$\dot{W} = -\beta W \quad (17)$$

при $\beta = \text{const}$. В этом случае, согласно (8), эффективное уравнение состояния имеет следующий вид:

$$\mathcal{P} = \frac{\beta}{\sqrt{3\kappa}} W^{1/2} - W. \quad (18)$$

К этому уравнению состояния приводят две различные модели инфляции, выделяющиеся своими особыми свойствами. Первая модель была построена в [13] на основе вариационного определения режима медленного скатывания. Вторая модель инфляции, имеющая эффективное уравнение состояния вещества типа (18), соответствует хиггсовскому потенциалу самодействия вида:

$$V(\phi) = \frac{\lambda}{4}(\phi - \phi_\infty)^4 - \frac{1}{2}M_h^2(\phi - \phi_\infty)^2. \quad (19)$$

Здесь $\lambda = M_h \sqrt{3\kappa}$, M_h — планковская масса, равная в данном случае массе хиггсовского бозона. Модель такого типа была рассмотрена в [9, 10] в связи с задачами построения моделей с выходом из инфляции на фридмановскую стадию.

Особым свойством модели с хиггсовским потенциалом является то, что в процессе инфляционной по своей природе эволюции наступает момент, когда потенциальная энергия самодействия поля становится отрицательной. Легко проверить, что при отрицательных значениях потенциала самодействия нарушается принцип энергодоминантности. С этого момента времени модель начинает вести себя «странно». Во-первых, в этой модели Вселенная в асимптотическом пределе стремится к неустойчивому состоянию равновесия, соответствующему локальному максимуму $V(\phi)$ (это было отмечено в работе [10]), а во-вторых, (что еще более удивительно!) спустя некоторый период времени скорость звука в такой модели достигает скорости света, а затем становится больше нее (этот эффект не был отмечен в [10]). Скорость звука, как указывалось во Введении, является одним из наиболее простых индикаторов осуществления фазовых переходов в процессе эволюции. Легко вычислить скорость звука для модели (18):

$$c_s^2 \equiv \frac{dp}{d\rho} = c^2 \left(-1 + \frac{\beta}{2\sqrt{3\kappa}} W^{-1/2} \right). \quad (20)$$

Здесь c — скорость света, $W = c^2\rho$, а ρ — плотность массы. Поведение квадрата скорости звука c_s^2 , соответствующее (20), представлено на рис. 1. Монотонное возрастание скорости звука с уменьшением плотности энергии вещества является самым примечательным эффектом, который сопровождает расширение Вселенной в инфляционном сценарии с указанным типом состояния вещества. При этом существуют два пороговых значения плотности энергии. Как видно из (20), при $W \rightarrow \infty$ скорость звука является мнимой величиной. Поэтому возмущения плотности либо затухают, либо быстро нарастают. С уменьшением плотности достигается такое ее значение W_0 , которое соответствует $c_s = 0$. После достижения этого значения плотности энергии скорость звука принимает действительные значения, динамика возмущений приобретает волновой характер и инфляционная стадия заканчивается. Второе пороговое значение соответствует достижению критической плотности W_c , при которой скорость звука становится равной скорости света $c_s = c$. Эта критическая плотность для (20) равна

$$W_c = \frac{1}{4}W_0 = \frac{\beta^2}{12\kappa}.$$

Дальнейшее уменьшение плотности энергии в рассматриваемой модели будет приводить к дальнейшему увеличению скорости звука и переходу динамики поля в закритическую область: $c_s > c$.

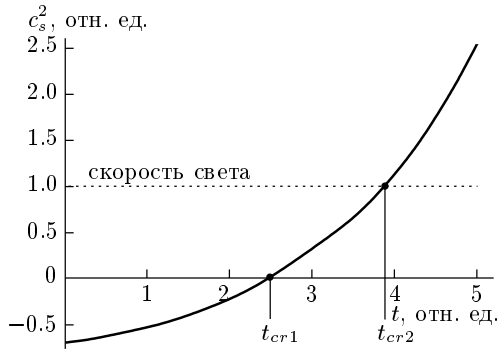


Рис. 1. Зависимость квадрата скорости звука от времени для модели с хиггсовским потенциалом самодействия ($\alpha = 1$)

Таким образом, в данной модели нарушение принципа энергодоминантности приводит к появлению процессов, имеющих скорость, большую скорости света. Заметим также, что этот эффект не связан с полевой спецификой рассматриваемой модели, а всецело определяется нарушением принципа энергодоминантности. В связи с этим напомним, что модель самодействующего скалярного поля эквивалентна с точностью до переобозначений модели идеальной жидкости. Заметим, что явление выхода модели в закритическую область возникает не сразу после нарушения энергодоминантности, а спустя некоторый конечный промежуток времени. Из этого следует, что модель становится непригодной для описания реальных процессов лишь при достижении границы закритической области для скорости звука. Если вспомнить далее, что режимы эволюции с нарушением принципа энергодоминантности связывают с временными интервалами, в которых происходят фазовые превращения материи, то напрашивается естественное предложение интерпретировать рассматриваемые модели как прообразы моделей с фазовым переходом. В дальнейшем в данной работе мы будем ссылаться на модели такого типа как на модели с фазовым переходом.

Основная идея заключается в следующем. В области закритических плотностей условия свободного распространения звуковых возмущений исчезают, поскольку скорость звуковых возмущений не может превышать скорость света. Поэтому волновые возмущения плотности материи (в данном случае поля) должны быстро затухать, передавая энергию некоторой иной форме материи, которая должна интенсивно формироваться при приближении к пороговой плотности. Отсюда следует, что дости-

жение критической плотности должно приводить к существенному изменению характера уравнения состояния материи, т. е. к фазовому переходу. Так как скорость звука вблизи критического значения плотности энергии оказывается равной скорости света, то звуковые колебания (возмущения плотности), по-видимому, должны в этот период времени наиболее эффективно отдавать энергию электромагнитным волнам. Таким образом, вблизи критической плотности будет происходить фазовый переход к материи, в основном, в форме изотропного излучения с уравнением состояния $p = \epsilon/3$. Однако модель перестает быть пригодной для описания процессов на фридмановской стадии и требует модификации.

Один из вариантов такой модификации был предложен в [9, 10]. Он основан на «исправлении» асимптотического поведения поля и потенциала самодействия как функций времени при $t \rightarrow \infty$ и, следовательно, формы потенциала самодействия как функции поля. Это достигается добавлением в вид функции $\dot{\phi}$ члена, убывающего по закону t^{-1} , в предположении, что остальные элементы функционального представления $\dot{\phi}$ убывают быстрее. При этом $\phi \sim \ln t$. При правильном учете асимптотического поведения параметров в истории эволюции в такой модели исчезает период нарушения энергодоминантности при сохранении всех основных ее свойств на инфляционной стадии. Модель в таком виде становится пригодной для описания глобальной эволюции от инфляционной стадии до современной эпохи.

Единственным неудовлетворительным элементом такой модели является то, что в этой модели вся материя представлена одним скалярным полем. Это скалярное поле обладает различными свойствами на инфляционной стадии и стадии фридмановского расширения. Как было показано в [13], выход на фридмановскую стадию в моделях с одним скалярным полем обязательно связан с логарифмическим нарастанием этого поля: $\phi \sim \ln t$. Однако, в силу наличия в стандартной модели элементарных частиц хиггсовского механизма образования массы частиц, значение поля связано с массой частиц: $m \sim \phi^2$. Это означает нарастание массы частиц на фридмановской стадии по закону $\sim (\ln t)^2$. Поскольку данный эффект не обнаруживается в эксперименте, следует считать, что выход на фридмановскую стадию должен обеспечиваться не скалярным полем, а другой компонентой материи, которая к моменту завершения инфляции представляет собой уже вещество, а не поле (см. [10]). Было бы более приемлемым считать, что материя и скалярное поле имеют разные источники, и с самого

начала в модели рассматривать две компоненты материи. В настоящей работе предлагается именно такой вариант модификации модели, явно учитывающий существование как минимум двух форм материи на всем промежутке эволюции Вселенной от инфляционной стадии до современной эпохи.

6. ОБЩИЙ КЛАСС МОДЕЛЕЙ ИНФЛЯЦИИ С ФАЗОВЫМ ПЕРЕХОДОМ

Прежде чем анализировать двухкомпонентные модели, рассмотрим более подробно все типы однокомпонентных моделей, в которых указанный выше фазовый переход может осуществляться по аналогичному сценарию. Такие модели можно описать уравнением изменения плотности энергии следующего вида

$$\frac{dW}{dt} = -kW^\alpha, \quad (21)$$

где k, α — постоянные. Закон убывания плотности энергии имеет при этом вид

$$W(t) = [kt(\alpha - 1)]^{-1/(\alpha-1)} = w_0 t^{-m}. \quad (22)$$

Здесь введены обозначения $m = (\alpha - 1)^{-1}$, $w_0 = (k(\alpha - 1))^{-m}$. За нулевой момент времени выбран момент сингулярности: $W = \infty$. Заметим, что соотношение имеет смысл рассматривать при $\alpha \geq 1$. В противном случае энергия не убывает в процессе расширения, а возрастает, поскольку $m < 0$, т. е. во Вселенной происходит увеличение суммарной энергии, что возможно только при нарушении принципа энергодоминантности.

В связи с современными данными об ускоренном расширении в современную эпоху [5] имеет смысл также рассматривать модели с законом убывания плотности энергии не к нулевому ее значению, а к некоторому малому постоянному значению $\Lambda > 0$, которое можно интерпретировать как космологическую постоянную [16]. В этом случае уравнение (21) следовало бы заменить на уравнение

$$\frac{dW}{dt} = -k(W - \Lambda)^\alpha, \quad (23)$$

решением которого будет

$$W(t) = [kt(\alpha - 1)]^{-1/(\alpha-1)} + \Lambda = w_0 t^{-m} + \Lambda. \quad (24)$$

В дальнейшем мы обсудим влияние введения космологической постоянной в модель, но первоначально будем полагать, что $\Lambda = 0$.

Соответствующие (22) эффективные уравнения состояния вещества имеют вид

$$\mathcal{P} = -W + \frac{k}{\sqrt{3\kappa}} W^{\alpha-1/2}. \quad (25)$$

Анализ этого соотношения показывает, что эффективное давление \mathcal{P} при $t \rightarrow \infty$ будет убывать вместе с W только для значений параметра $\alpha \leq 3/2$. Действительно, в случае $\alpha < 3/2$ в (25) первый член будет меньше второго при достаточно больших $t > 0$ и в этом пределе

$$\mathcal{P} \sim W^{\alpha-1/2} \frac{k}{\sqrt{3\kappa}} \rightarrow 0.$$

При $\alpha = 3/2$, что соответствует фридмановским моделям, $\mathcal{P} = \gamma W \rightarrow 0$, но знак давления будет определяться постоянными k и α . Если же $\alpha > 3/2$, то при достаточно больших $t > 0$ эффективное давление будет неограниченно нарастать, в то время как $W \rightarrow 0$.

В связи с этим «фридмановское» значение параметра $\alpha = 3/2$ разделяет все модели на два класса. Первый тип моделей соответствует $1 \leq \alpha < 3/2$, а второй — $\alpha > 3/2$. Для моделей первого типа показатель степени в (22) удовлетворяет неравенству $m = (\alpha - 1)^{-1} > 2$. Это означает, что плотность энергии во всех таких моделях убывает при $t \rightarrow \infty$ быстрее, чем во фридмановских моделях с уравнением состояния $\mathcal{P} = \gamma W$, соответствующим $\alpha = 3/2$ и $W \sim t^{-2}$ [13]. Фридмановский закон соответствует ситуации, когда «число частиц материи» в каждом элементе пространства не изменяется, а энергия убывает лишь за счет растяжения элементарного объема пространства. В случае $\alpha > 3/2$ имеем $m < 2$, и энергия убывает медленней, чем во фридмановских режимах. Последнее приводит к тому, что модели с $\alpha > 3/2$ описывают никогда не прекращающуюся инфляцию, что не допускает их перехода на фридмановский режим расширения (см. [10]). При $1 \leq \alpha < 3/2$, как следует из (22), скорость убывания энергии увеличивается с уменьшением α и достигает максимального значения при $\alpha = 1$, которое соответствует экспоненциальному убыванию плотности энергии поля. Таким образом, в диапазоне значений $1 < \alpha < 3/2$ происходит «распад квантов» скалярного поля и эволюция масштабного фактора со временем замедляется. Этот вывод иллюстрируется еще и тем, что для моделей с $1 < \alpha < 3/2$ скалярное поле монотонно убывает, что означает приближение масс частиц к постоянному значению. Напомним (см. выше и [10]), что для $\alpha = 3/2$ поле растет по закону $\ln t$, что ведет к росту масс частиц по

закону $(\ln t)^2$. По этим соображениям имеет смысл рассматривать модели именно с $1 \leq \alpha < 3/2$.

Скорость звука для этих уравнений состояния зависит от плотности энергии следующим образом:

$$c_s^2 \equiv \frac{dp}{d\rho} = c^2 \left(-1 + \frac{k(2\alpha - 1)}{2\sqrt{3\kappa}} W^{\alpha-3/2} \right).$$

Диапазон значений $1 < \alpha < 3/2$ выделяется еще и тем, что скорость звука в нем возрастает при уменьшении плотности энергии и в некоторый момент времени достигает критического значения, равного скорости света. Это возможно даже в более широком диапазоне — для всех $\alpha \geq 1$, $\alpha \neq 3/2$. Соответственно, критическая плотность равна

$$W_c = \left[\frac{k(2\alpha - 1)}{4\sqrt{3\kappa}} \right]^{2/(3-2\alpha)},$$

а момент достижения критической плотности —

$$t_c = \frac{1}{k(\alpha - 1)} \left[\frac{4\sqrt{3\kappa}}{k(2\alpha - 1)} \right]^{2(1-\alpha)/(2\alpha-3)}.$$

При $\alpha = 3/2$ критическая плотность не достигается никогда, за исключением случая материи с предельно жестким уравнением состояния вещества $p = \varepsilon$. Таким образом, все модели, допускающие достижение критической плотности, удовлетворяют условиям $1 \leq \alpha$, $\alpha \neq 3/2$. Предельное значение параметра $\alpha = 3/2$, как уже отмечалось, соответствует фридмановским моделям. Второй предельный случай $\alpha = 1$ соответствует инфляционным моделям (19), в которых плотность энергии убывает экспоненциально (17). Отметим также, что во всех моделях с $1 < \alpha < 3/2$, как и в модели $\alpha = 1$, имеется пороговая плотность энергии W_0 , выше которой скорость звука мнимая, а ниже — действительная. Этому пороговому значению соответствует $c_s = 0$. Значение W_0 определяется формулой

$$W_0 = \left[\frac{k(2\alpha - 1)}{2\sqrt{3\kappa}} \right]^{2/(3-2\alpha)} = 2^{2/(3-2\alpha)} W_c.$$

Еще одним важным отличительным свойством рассматриваемого класса моделей является поведение температуры. Знание эффективного уравнения состояния материи позволяет установить зависимость плотности энергии от температуры в предположении, что материя (совокупность квантов поля) находится в тепловом равновесии и представляет собой некоторый аналог релятивистского газа, но с уравнением состояния (25). В этом случае внутренняя энергия $U = W\mathcal{V}$, причем $W = W(T)$, а \mathcal{V} — объем области, занятой материей. Из второго начала

термодинамики обратимых процессов следует, что U и \mathcal{P} связаны уравнением

$$\frac{\partial U}{\partial \mathcal{V}} = -\mathcal{P} + T \frac{\partial \mathcal{P}}{\partial T}. \quad (26)$$

Отсюда для $W(T)$ получаем

$$W = -\mathcal{P} + T \frac{\partial \mathcal{P}(W)}{\partial T} = -\mathcal{P} + T \frac{c_s^2}{c^2} \frac{\partial W}{\partial T}. \quad (27)$$

Для уравнения состояния (25) интегрирование (27) приводит к следующему соотношению:

$$W \exp \left[-\frac{4\sqrt{3\kappa} W^{3/2-\alpha}}{k(3-2\alpha)(2\alpha-1)} \right] = \left(\frac{T}{T_0} \right)^{2/(2\alpha-1)}. \quad (28)$$

Отсюда следует, что в моделях с $1 < \alpha < 3/2$ температура в начально сингулярном состоянии равна нулю: $T \rightarrow 0$ при $W \rightarrow \infty$. В момент рождения $t = 0$ Вселенная холодная. Последнее представляется естественным, поскольку вначале Вселенная заполнена полем, а флуктуации этого поля имеют в этот период квантовое происхождение. После рождения Вселенной температура нарастает при монотонном убывании плотности энергии и, достигнув максимума, затем вновь стремится к нулю: ($T \rightarrow 0$ при $W \rightarrow 0$). Максимум температуры достигается в момент достижения пороговой плотности, соответствующей условию $c_s = 0$. Этот момент, как уже указывалось, соответствует моменту выхода Вселенной из инфляционного процесса и фактически совпадает с предполагаемым вторичным разогревом в стандартных сценариях.

В этом отношении данные сценарии отличаются от сценариев стандартной модели. В последних Вселенная изначально горячая, и на инфляционной стадии ее температура падает, затем происходит вторичный разогрев за счет передачи энергии от осциллирующего поля к веществу. В рассматриваемых здесь моделях первоначально холодная Вселенная разогревается на стадии инфляции и достигает максимума температуры в конце инфляции. Поэтому в этих моделях вторичный разогрев по сути совпадает с первичным, и для его осуществления не требуется выхода в осциллирующий режим поля.

Нарастание температуры в процессе инфляции является следствием того, что до достижения пороговой плотности W_0 волновые возмущения генерироваться не могут, а плотность энергии убывает медленнее, чем в случае сохранения количества квантов поля. Поэтому вся энергия распада поля расходуется на увеличение внутренней энергии совокупности квантов поля как газового конденсата. Затем температура падает на отрезке эволюции от значений

плотности W_0 до W_c . Далее модель теряет способность правильно описывать эволюцию Вселенной.

Проведем теперь анализ эволюции масштабного фактора и формы потенциала самодействия, соответствующих рассматриваемым моделям. Подставляя (22) в (6), найдем закон эволюции масштабного фактора для моделей с уравнениями состояния (25) при $1 < \alpha < 3/2$:

$$R(t) = R_0 \exp \left[\int_{t_0}^t \sqrt{\frac{\kappa}{3}} W(t) dt \right] = R_\infty \exp \left(-\frac{\sigma}{\nu t^\nu} \right). \quad (29)$$

Здесь

$$\nu = \frac{3 - 2\alpha}{2(\alpha - 1)} > 0$$

для $1 < \alpha < 3/2$ и $\nu < 0$ для $\alpha > 3/2$,

$$\sigma = \sqrt{\frac{\kappa}{3}} [k(\alpha - 1)]^{-1/(\alpha-1)}, \quad R_0 = R(t_0),$$

$$R_\infty = R_0 \exp \left(\frac{\sigma}{\nu t_0^\nu} \right).$$

Отсюда следует, что в моделях с $1 < \alpha < 3/2$ Вселенная расширяется, асимптотически переходя в стационарное состояние. При $\alpha > 3/2$ расширение происходит в ускоряющемся режиме. Случаи $\alpha = 1$ и $\alpha = 3/2$ являются особыми. При $\alpha = 1$ эволюция масштабного фактора имеет вид [9, 10]

$$R(t) = R_\infty \exp(-qe^{-2\mu t}). \quad (30)$$

В случае $\alpha = 3/2$ эволюция масштабного фактора подчиняется степенному закону $R(t) = R_1 t^s$.

Обсудим общие характеристики законов эволюции масштабного фактора (29) для $1 < \alpha < 3/2$. При $t \rightarrow 0$ имеем $R(t) \rightarrow 0$. Это означает, что в момент времени $t = 0$ Вселенная находится в сингулярном состоянии: $\varepsilon \rightarrow \infty$ при $t \rightarrow 0$. При этом все производные масштабного фактора по времени при $t \rightarrow +0$ равны нулю. Вселенная начинает расширяться с нулевой скоростью. Затем Вселенная почти скачком расширяется до некоторого конечного размера R_∞ , к которому асимптотически стремится при $t \rightarrow \infty$. Предельному случаю $\alpha = 1$ отвечает в целом аналогичная по форме эволюция за тем исключением, что Вселенная находится в предельно сжатом состоянии $R = 0$ при $t \rightarrow -\infty$. Почти «скачкообразное» изменение масштабного фактора вблизи некоторого момента времени для всех рассматриваемых моделей,

как и в случае $\alpha = 1$, естественно связать с инфляционным процессом. Модель с $\alpha = 1$ была рассмотрена в [9, 10], где было показано, что расширение в этой модели носит инфляционный характер. Скорость расширения в моделях с $1 < \alpha < 3/2$ меньше, чем в модели с $\alpha = 1$, но инфляционный характер расширения сохраняется.

Поведение основных параметров рассматриваемых моделей со скалярным полем для некоторых значений параметра α представлены на рис. 2а, б, в.

Суммируя результаты проведенного анализа, можно предложить разделение эпох эволюции Вселенной по величине скорости звука. Инфляция — эпоха, в течение которой $c_s^2 < 0$. Момент ее завершения соответствует достижению критической плотности, при которой $c_s^2 = 0$. «Волновая эпоха» — это период времени, в течение которого $0 < c_s^2 < c^2$. По смыслу она должна соответствовать эре преобладания излучения (по крайней мере, ее завершающая часть). В этот период по стандартному сценарию должен возникать вторичный разогрев и переход к современной эпохе преобладания вещества и темной материи. Определение этих эпох будет уточнено ниже в рамках двухкомпонентной модели, однако определение инфляции останется при этом неизменным.

Рассмотрим теперь выражения для потенциала самодействия поля, обеспечивающего данные режимы расширения в рамках их полевой интерпретации. Заметим, что для $\alpha = 1$, как было показано в [9, 10], потенциал самодействия имеет вид (19), являющийся стандартным при описании хиггсовского механизма спонтанного нарушения симметрии в квантовой теории поля. Интегрируя уравнение,

$$U^2 = -\frac{\dot{W}}{\sqrt{3\kappa W}}, \quad (31)$$

являющееся следствием (7), относительно $W(t) = W(\phi(t))$, находим выражения для $U(t)$, $\phi(t)$. Затем, исключив время с помощью явной зависимости $\phi = \phi(t)$

$$\phi(t) = \phi_0 \pm \frac{4\sqrt{\alpha - 1}}{(3 - 2\alpha)(3\kappa)^{1/4}} [k(\alpha - 1)]^{-1/4(\alpha-1)} t^{-l},$$

$$l = \frac{3 - 2\alpha}{4(\alpha - 1)},$$

в соответствии с (3) получаем

$$V(\phi) = A(\alpha)(\phi - \phi_0)^M - B(\alpha)(\phi - \phi_0)^N, \quad (32)$$

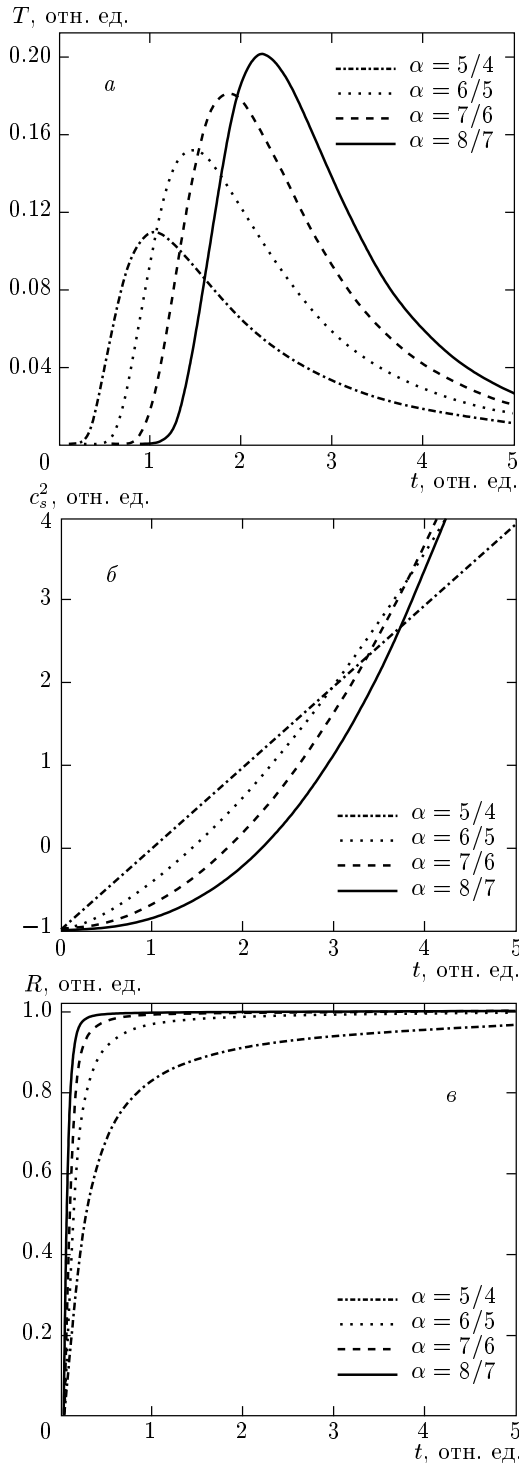


Рис. 2. Зависимость температуры (а), квадрата скорости звука (б) и масштабного фактора (в) от времени для различных значений параметра α ($\kappa = 1, k = 3$)

где

$$A(\alpha) = [k(\alpha - 1)]^{-1/(\alpha-1)} \times \left\{ \frac{2\alpha - 3}{4\sqrt{\alpha - 1}} (3\kappa)^{1/4} [k(\alpha - 1)]^{1/4(\alpha-1)} \right\}^M,$$

$$B(\alpha) = \frac{1}{(\alpha - 1)\sqrt{3\kappa}} [k(\alpha - 1)]^{-1/2(\alpha-1)} \times \left\{ \frac{2\alpha - 3}{4\sqrt{\alpha - 1}} (3\kappa)^{1/4} [k(\alpha - 1)]^{1/4(\alpha-1)} \right\}^n,$$

$$M = \frac{4}{3 - 2\alpha}, \quad N = 2\frac{2\alpha - 1}{3 - 2\alpha},$$

$$n = -\frac{4(\alpha - 1)(2\alpha - 1)}{(3 - 2\alpha)^2}.$$

Например, для $\alpha = 1$ получаем $M = 4, N = 2$, что соответствует стандартному потенциалу Хиггса (19). Для $\alpha = 5/4$ имеем $M = 8, N = 6$, а для $\alpha = 4/3$ получаем $M = 12, N = 10$. Для фридмановского значения $\alpha = 3/2$ потенциал имеет иной вид, а именно, $V(\phi) = c \exp(-2\phi)$.

Таким образом, потенциал самодействия для всех рассматриваемых моделей имеет характерный вид потенциала Хиггса, но с несколько иной функциональной формой потенциальных ям, что обеспечивает существование хиггсовского механизма спонтанного нарушения симметрии. Однако, следует отметить, что для $1 \leq \alpha < 3/2$ в процессе эволюции существует период времени, когда $V(\phi) < 0$ и нарушается принцип энергодоминантности. Именно вследствие этого поле стремится к значению ϕ_0 , которое соответствует максимуму потенциала $V(\phi)$, т. е. неустойчивому состоянию, а скорость звука становится больше скорости света. Эти дефекты моделей с $1 \leq \alpha < 3/2$ устраняются введением специальной модификации модели, которая аналогична рассмотренной в [10] модели с $\alpha = 1$. Такая модификация дает монотонное убывание потенциала при $t \rightarrow \infty$ с выходом эволюции на фридмановский режим.

7. ДВУХКОМПОНЕНТНЫЕ ИНФЛЯЦИОННЫЕ МОДЕЛИ

Для того чтобы система уравнений для модели с комбинированной материей была замкнута, необходимо, во-первых, установить уравнение состояния вещества (идеальной жидкости). Обычно это уравнение выбирается в виде $p = \gamma\varepsilon$. Величина γ определяет тип вещества. При $\gamma = 1/3$ это изотропное

излучение, при $\gamma = 0$ — пыль и т. д. В самом общем случае $\gamma = \gamma(t)$ — функция времени, выражающая изменение состояния вещества, заполняющего Вселенную, через последовательность фазовых переходов. Во-вторых, необходимо указать условия, фиксирующие динамику поля. Такими условиями могут быть: а) явное представление потенциала самодействия $V(\phi)$ как функции поля ϕ и, возможно, t , б) эффективное уравнение состояния поля: $\mathcal{P} = \mathcal{P}(W)$, в) закон эволюции поля во времени, например, $\dot{W} = -kW^\alpha$.

Способ (а) обычно рассматривается в квантовых моделях и определяется физическими квантовыми свойствами поля. Основным его недостатком является то, что при изменении потенциала самодействия во времени $V = V(\phi, t)$, что соответствует фазовым переходам в состоянии ранней Вселенной, эта временная эволюция в однородных моделях не отличается от усложненной зависимости:

$$V = V(\phi, t) = \tilde{V}(\phi).$$

Поэтому такой способ задания динамики поля не фиксирует строго все физические механизмы в модели.

Способ (б) представляет собой попытку трактовать поле как некоторую вещественную субстанцию наподобие газа релятивистских частиц, но возможно с экзотическим уравнением состояния. Предыдущий анализ показывает, что эффективное уравнение состояния можно выбрать в форме (25). Такой выбор соответствует вполне определенным механизмам развития возмущений поля, например, будет фиксироваться эволюция скорости звука для полевой компоненты материи. Недостатком этого способа является также проблема с неоднозначностью выбора уравнения состояния и сложностью описания динамики. Последний наиболее простой способ (в) жестко фиксирует временную эволюцию плотности энергии поля и поэтому однозначно задает эволюцию всех остальных компонент модели. Это можно трактовать как условие того, что эволюция поля определяется только его внутренними свойствами — распадом квантов этого поля. Исходя из этого, в дальнейшем будем использовать третий способ фиксации динамики поля.

8. ФИКСИРОВАННЫЙ ЗАКОН ЭВОЛЮЦИИ ПЛОТНОСТИ ЭНЕРГИИ СКАЛЯРНОГО ПОЛЯ

Система уравнений модели в случае заданной скорости эволюции плотности энергии поля выгля-

дит следующим образом:

$$\begin{aligned} \dot{W} &= -kW^\alpha, \quad p = \gamma\varepsilon, \\ \mathcal{P} &= -W + \frac{k}{\sqrt{3\kappa}} \frac{W^\alpha}{\sqrt{\varepsilon + W}}, \\ \frac{\dot{\varepsilon}}{\varepsilon + p} &= -\sqrt{3\kappa} \sqrt{W + \varepsilon}, \end{aligned} \quad (33)$$

$$R(t) = R_0 \exp \left[\int_{t_0}^t \sqrt{\frac{\kappa}{3}} (W(t) + \varepsilon) dt \right]. \quad (34)$$

Здесь мы предполагаем, что $\gamma = \text{const}$. Из первого уравнения этой системы вычисляем закон эволюции для плотности энергии поля, совпадающий с (22). Затем получаем уравнение для плотности энергии вещества

$$\frac{\dot{\varepsilon}}{(\gamma + 1)\varepsilon \sqrt{\varepsilon + W(t)}} = -\sqrt{3\kappa}. \quad (35)$$

Чтобы определить вид решения ε для моделей эволюции поля с $W \sim t^{-m}$, рассмотрим сначала случай $W = W_0 \cdot \text{const}$, что соответствует случаю квазивакуумного уравнения состояния для полевой части материи: $\mathcal{P} = -W = \text{const}$. В этом конкретном случае уравнение (35) интегрируется точно, и решение может быть представлено в виде

$$\varepsilon(t) = \frac{W_0}{\text{sh}^2(\Omega t)}, \quad (36)$$

где

$$\Omega = (\gamma + 1) \frac{\sqrt{3\kappa W_0}}{2}.$$

Это решение показывает, что при постоянном уровне плотности энергии полевой материи плотность энергии идеальной жидкости при $t \rightarrow 0$ растет как t^{-2} , а при $t \rightarrow \infty$ убывает как $e^{-2\Omega t}$. При этом Вселенная не выходит на фридмановский режим, но выходит со временем на де-ситтеровский сценарий.

Общим свойством решений уравнения (35) в случае $W \sim t^{-m}$ является монотонное убывание $\varepsilon(t)$ с ростом t . Действительно, поскольку $\varepsilon \geq 0$ и $W \geq 0$, то $\dot{\varepsilon} < 0$. Предполагая, что в пределе $t \rightarrow \infty$ ε убывает медленнее, чем W , и пренебрегая поэтому величиной W по сравнению с ε в знаменателе уравнения (35), приходим к асимптотическому уравнению

$$\frac{d\varepsilon}{\varepsilon^{3/2}} = -(\gamma + 1)\sqrt{3\kappa} dt. \quad (37)$$

Отсюда следует, что при $t \rightarrow \infty$

$$\varepsilon(t) \sim \frac{q}{t^2}, \quad (38)$$

где

$$q = \frac{4}{3(\gamma + 1)^2 \kappa}. \quad (39)$$

Этот результат не противоречит исходному предположению $W < \varepsilon$ при $t \rightarrow \infty$, поскольку $W(t) \sim t^{-m}$, а $m = (\alpha - 1)^{-1} > 2$ для $1 \leq \alpha < 3/2$. Таким образом, в силу последнего уравнения системы (33) Вселенная асимптотически выходит на фридмановский режим.

Рассмотрим теперь поведение ε вблизи момента времени $t = 0$, т. е. вблизи сингулярности $W(t)$. Естественно предположить, что в начальный момент времени вся энергия находится в материи полевой формы, а обычная материя возникает в результате распада поля. В силу этого вблизи точки $t = 0$ величина ε должна быть ограниченной или, по крайней мере, должно выполняться условие $W \gg \varepsilon$. Однако анализ уравнения (37) вблизи $t = 0$ показывает достаточно сложное поведение переменных модели вблизи $t = 0$.

По аналогии с (36) будем искать решение для ε в следующем виде:

$$\varepsilon(t) = \frac{W(t)}{\text{sh}^2 \Theta(t)}. \quad (40)$$

Подстановка этого соотношения в (37) приводит к следующему уравнению для функции $\Theta(t)$:

$$\dot{\Theta} = \frac{\dot{W}}{2W} \text{th} \Theta + \text{sign} \Theta \frac{\gamma + 1}{2} \sqrt{3\kappa W}. \quad (41)$$

Обратим внимание на то, что второй член в этом уравнении содержит разрывную функцию — знак функции Θ . Это определяет основные свойства асимптотик Θ . Если подставить в это уравнение $W(t)$ из (22), получим

$$\dot{\Theta} = -\frac{m}{2t} \text{th} \Theta + \text{sign} \Theta \frac{\gamma + 1}{2} \sqrt{3\kappa w_0 t^{-m/2}}. \quad (42)$$

Предположим, что в области малых значений $t \sim 0$ функция Θ положительна и достаточно велика, при этом $\text{th} \Theta \sim 1$. Тогда в области этих значений t

$$\Theta \rightarrow \Theta_0 - \frac{m}{2} \ln t - \frac{\gamma + 1}{m - 2} \sqrt{3\kappa w_0} t^{1-m/2}. \quad (43)$$

Для $1 < \alpha < 3/2$ имеем

$$2 - m = 2 - \frac{1}{\alpha - 1} = \frac{2\alpha - 3}{\alpha - 1} < 0.$$

Поэтому главный член асимптотики (43) отрицателен и неограниченно растет по модулю при $t \rightarrow 0$:

$$\Theta \rightarrow \frac{\gamma + 1}{2 - m} \sqrt{3\kappa w_0} t^{1-m/2} \rightarrow -\infty.$$

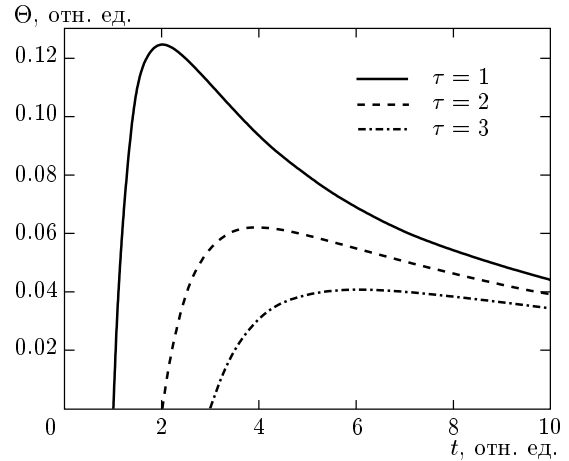


Рис. 3. Типичный вид интегральных кривых уравнения для функции $\Theta(t)$ в модели $\alpha = 5/4$

Отсюда следует, что при $t \rightarrow 0$ имеется момент, когда Θ достигает нуля. Предположим теперь обратное: пусть в некоторой области значений $t \sim 0$ функция $\Theta < 0$. Тогда главный член асимптотики Θ положителен и неограниченно растет. Поэтому при $t \rightarrow 0$ вновь наступит момент времени, когда $\Theta = 0$. Также видно, что уравнение (42) имеет точное решение $\Theta(t) = 0$. Все сказанное можно сформулировать следующим образом. Уравнение (42) для всех $t > 0$ имеет только такие интегральные кривые, которые начинаются из точек на оси абсцисс в некоторый фиксированный момент времени τ , определяемый начальным условием, т. е. из точек $(\tau, \Theta(\tau) = 0)$, и далее продолжают либо в область положительных значений $\Theta(t)$ (см. рис. 3), либо отрицательных.

Согласно (40), это означает, что до момента времени τ плотность энергии вещества бесконечна, и Вселенная находится в сингулярном состоянии. В момент времени τ , когда интегральная кривая выходит из точки $(\tau, \Theta(\tau) = 0)$, Вселенная выходит из сингулярного состояния, далее проходит инфляционную стадию и затем выходит на фридмановский режим. Таким образом, в рассматриваемых сценариях при $1 < \alpha < 3/2$ рождение Вселенной из сингулярного состояния происходит спустя конечное время после «распада» в момент $t = 0$ сингулярного состояния с бесконечной плотностью энергии поля. На самом деле этот вывод имеет более широкий смысл и относится не только к сценариям $W = W(t)$ с $1 < \alpha < 3/2$. Рассмотренное поведение ε связано со знаком величины $\gamma + 1$ в правой части уравнения (37). Проведенный анализ справедлив для всех сценариев с $\gamma + 1 > 0$ и с убывающим W при $t \rightarrow \infty$.

Этот результат выглядит несколько неожиданно. Исследованное поведение интегральных кривых уравнения (42) при $\gamma + 1 > 0$ указывает на то, что не существует вещественных решений уравнения (35), удовлетворяющих при конечных значениях t_0 начальному условию $\varepsilon(t_0) = 0$. Последнее означает, что вторая компонента материи, если она включена в модель, обязательно будет находиться в сингулярном состоянии в конечном интервале времени в прошлом. Поэтому, если мы хотим построить модель, в которой обычное вещество в момент распада сингулярного состояния отсутствует и рождается со временем вследствие распада «квантов» поля, то следует уточнить, что подразумевается под условием отсутствия вещества на начальной стадии возникновения Вселенной. Выполнение этого условия соответствует двум существенно различным физическим ситуациям. Одна из них соответствует требованию $\varepsilon = 0$ при заданном уравнении состояния в момент $t = 0$, что, как установлено выше, невыполнимо. Вторая соответствует требованию, что в момент времени $t = 0$ уравнение состояния вещества похоже на полевое, т. е. соответствует квазивакуумному: $p \sim -\varepsilon$. Другими словами, на начальных стадиях вторая компонента материи представляет собой второе скалярное поле, которое превращается в вещество в процессе эволюции Вселенной. Вторая ситуация может реализоваться в рамках рассматриваемой модели следующим образом. Уравнение состояния второй компоненты может меняться со временем, например, по закону $p = \gamma(t)\varepsilon$, так, чтобы на начальных стадиях эволюции величина $\gamma(t) \sim -1$, переходя к значению $\gamma > 0$ на послеевфузионной стадии.

Скажем несколько слов об интерпретации зависимости $\gamma = \gamma(t)$. Из квантовых соображений ясно, что каждое значение величины γ соответствует определенному типу вещества или излучения. Типичными являются, например, значения $\gamma = 1/3$ для излучения с частицами нулевой массы или $p = 0$ для пылевидной материи. Поэтому изменение γ со временем могло бы означать плавный переход вещества или излучения от одной формы к другой, т. е. плавный фазовый переход. Последнее невозможно в силу квантовой природы излучения и вещества. Однако допустима другая интерпретация этой зависимости. Если предположить, что вторая компонента материи состоит из нескольких форм материи, находящихся в тепловом равновесии, то под уравнением состояния этой смеси можно понимать средневзвешенное уравнение состояния. Действительно, пусть каждая из компонент смеси имеет уравнение состо-

яния вида

$$p_i = \gamma_i \varepsilon_i, \quad i = 1, 2, \dots,$$

где $\gamma_i = \text{const}$. Тогда суммарное давление всех компонент складывается из парциальных давлений, а суммарная плотность энергии — из парциальных плотностей компонент:

$$p = \sum_i p_i = \sum_i \gamma_i \varepsilon_i, \quad \varepsilon = \sum_i \varepsilon_i.$$

В результате, для смеси можно ввести уравнение состояния вида

$$p = \frac{\sum_i \gamma_i \varepsilon_i}{\sum_i \varepsilon_i} = \gamma(t) \varepsilon,$$

где

$$\gamma(t) = \frac{\sum_i \gamma_i \varepsilon_i(t)}{\sum_i \varepsilon_i(t)}.$$

Зависимость параметра γ от t будет определяться изменением относительного содержания отдельных компонент в смеси, что также, по сути, отражает происходящие в веществе фазовые переходы, но в виде плавного изменения процентного содержания компонент. В дальнейшем мы будем придерживаться именно этой концепции изменения γ со временем.

Таким образом, рассматриваемый сценарий предполагает, что во время инфляционного процесса во Вселенной имеются две компоненты материи, имеющие полевую форму. Одна из компонент этой материи ведет себя как полевая на всем протяжении развития Вселенной, вторая же имеет переменное уравнение состояния, т. е. переменный состав смеси компонент, из которых она состоит. На инфляционной стадии плотность энергии второй компоненты убывает медленнее, чем первой чисто полевой компоненты. Во второй компоненте запасается энергия, которая после завершения инфляции в результате фазового перехода превращается в вещество с $\gamma \geq 0$.

9. ЭВОЛЮЦИЯ ПАРАМЕТРА $\gamma(t)$ В ДВУХКОМПОНЕНТНЫХ МОДЕЛЯХ ПРИ УСЛОВИИ ИХ ТЕПЛОВОГО РАВНОВЕСИЯ

Будем предполагать, что при $\gamma = \gamma(t)$ характер эволюции Вселенной будет соответствовать при $t = 0$ значениям плотностей энергий $\varepsilon \ll W$

и $W = \infty$. Дальнейшая эволюция должна происходить по сценарию, в котором плотность энергии ε должна убывать медленнее, чем W , в течение некоторого конечного интервала времени Δt : $\dot{\varepsilon} > 0, t \in \Delta t$, так что к концу интервала во Вселенной будет иметься достаточное количество материи, которое при изменении уравнения состояния превратится в вещество. В настоящую эпоху вещество имеет уравнение состояния близкое к пылевидному: $\gamma \sim 0$, поэтому для γ как функции времени должны выполняться асимптотические условия: $\gamma \rightarrow -1$ при $t \rightarrow 0$, где $\delta(t) \leq 0$, и $\gamma(t) \rightarrow 0$ при $t \rightarrow \infty$. Кроме того, следует отметить, что в процессе эволюции существовали эпохи, когда Вселенная была заполнена излучением, имеющим уравнение состояния с $\gamma = 1/3$. Поэтому зависимость $\gamma = \gamma(t)$ должна достигать в интервале времени $(0, \infty)$ положительного значения γ близкого к $1/3$.

Основная проблема решения задачи об эволюции $\gamma(t)$ состоит в формулировке физических условий, управляющих этой эволюцией. Изменение $\gamma(t)$ как величины, характеризующей свойства структуры одной из компонент материи, может быть прямо связанным только с термодинамическими характеристиками эволюции: плотностью энергий обоих компонент, их давлением и температурой. При этом наиболее важным является вопрос: находятся ли обе компоненты материи в термодинамическом равновесии между собой или нет? Естественно предположить, что отсутствие равновесия может быть только на некоторых достаточно коротких интервалах времени, когда происходят быстрые фазовые переходы в одной или обеих компонентах материи. Следовательно, условие теплового равновесия, эквивалентное здесь условию равенства температур обеих компонент, может рассматриваться как наиболее подходящее для описания процесса совместной эволюции двух компонент. Оказывается, что этого условия достаточно для того, чтобы описать и эволюцию $\gamma(t)$.

Воспользуемся уравнением (26), для того чтобы описать зависимость общей температуры компонент материи от времени в предположении их теплового равновесия. Для первой из них уравнение состояния имеет вид (33), для второй $p = \gamma(t)\varepsilon$. Записывая уравнение (26) для обеих компонент по отдельности, получаем следующую систему уравнений для вычисления зависимостей $T(t)$ и $\gamma(t)$:

$$\frac{d}{dS} \left(\frac{W^\alpha}{\sqrt{W + \varepsilon}} \right) - \frac{W^\alpha}{\sqrt{W + \varepsilon}} = \frac{\sqrt{3\kappa}}{k} \frac{dW}{dS}, \quad (44)$$

$$\frac{d(\gamma\varepsilon)}{dS} = (\gamma + 1)\varepsilon, \quad (45)$$

где $S = \ln T$. Исключая из этих уравнений производную по времени \dot{S} и используя уравнения (33) и (35), получаем следующее уравнение для величины $\delta(t) = \gamma(t) + 1$:

$$\dot{\delta} = -\delta A(t) + \delta^2 B(t), \quad (46)$$

где

$$A(t) = \frac{kW^{\alpha-1}}{2(W + \varepsilon)} [(2\alpha - 1)W + 2\alpha\varepsilon],$$

$$B(t) = \sqrt{3\kappa} \frac{2W + 3\varepsilon}{2\sqrt{W + \varepsilon}}.$$

При заданной эволюции $\varepsilon = \varepsilon(t)$ это уравнение интегрируется в квадратурах. Его общее решение имеет вид

$$\delta(t) = -\frac{\Delta_0 F_1(t)}{\Delta_0 F_2(t) - 1}, \quad (47)$$

где

$$F_1(t) = \exp \left[-\int_{t_0}^t A(t) dt \right],$$

$$F_2(t) = \int_{t_0}^t F_1(t) B(t) dt,$$

$\Delta_0 = \delta(t_0)$ — значение функции $\delta(t)$ при $t = t_0$. Совместное же решение уравнений (46) и (35) не может быть найдено в явном виде. Однако нас интересует асимптотическое поведение решений этих уравнений при $t \rightarrow 0$ и $t \rightarrow \infty$, а также существование локальных экстремумов функции δ при $t > 0$. Такой анализ можно проводить, опираясь на заданные свойства эволюции $\varepsilon(t)$ в указанных пределах.

Проведем сначала асимптотический анализ решений уравнения (46) при $t \rightarrow \infty$, основываясь на двух предположениях. Первое соответствует условию $\varepsilon \rightarrow \varepsilon_\infty$ при $t \rightarrow \infty$, а второе — условию $\varepsilon \rightarrow qt^{-2}$ в том же пределе. Первый случай соответствует возврату второй компоненты к квазивакуумному состоянию, а второй — возврату к идеальной жидкости.

В обоих случаях при $t \rightarrow \infty$ имеем $W \ll \varepsilon$. Пусть при этом $\varepsilon \rightarrow \varepsilon_\infty$. Тогда

$$A(t) \rightarrow kw_0^{\alpha-1} t^{-1} \alpha = \alpha(\alpha - 1)^{-1} t^{-1},$$

$$B(t) \rightarrow \sqrt{3\kappa\varepsilon_\infty},$$

и уравнение (46) принимает вид

$$\dot{\delta} = -a_0 t^{-1} \delta + d_0 \delta^2,$$

где $a_0 = \alpha(\alpha - 1)^{-1} > 0$, $b_0 = \sqrt{3\kappa\varepsilon_\infty} > 0$. Интегрируя последнее уравнение с помощью подстановки

$$\delta = \mu \frac{d \ln \chi}{dt}, \quad (48)$$

находим

$$\delta \rightarrow -\frac{\alpha - 1}{b_0} \frac{1}{C_1 t^{a_0} - t} \rightarrow 0 \quad \text{при} \quad t \rightarrow \infty$$

(C_1 — постоянная интегрирования). Отсюда следует, что $\gamma \rightarrow -1$ в этом пределе, что и предполагалось. Следовательно, такое решение допускается данной моделью с тепловым равновесием.

Важность полученного решения определяется анализом более общей ситуации. Рассмотрим общие решения вида $\varepsilon \sim \varepsilon_\infty t^\beta$ при $t \rightarrow \infty$ и условию $\varepsilon \gg W$. Асимптотику для δ будем искать также в степенной форме: $\delta \sim \delta_0 t^\nu$. Подставляя эти функции в уравнение для ε и δ , находим, что $\beta = -(\alpha - 1)^{-1} < 0$ и $\gamma = -\beta/2 - 1 > 0$. Отсюда следует, что условие теплового равновесия в общем случае соответствует одинаковому асимптотическому поведению обеих компонент материи: $W \sim t^{-1/(\alpha-1)}$ и $\varepsilon \sim t^{-1/(\alpha-1)}$. Отклонение от этого поведения возможно лишь в особом случае, когда $\varepsilon \rightarrow \varepsilon_\infty > 0$. Кроме того, из полученного асимптотического решения следует, что δ неограниченно увеличивается при $\varepsilon \rightarrow 0$. Это со временем неизбежно приведет к нарушению принципа энергодоминантности, что неприемлемо с физической точки зрения. Поэтому единственным правильным решением уравнений для ε и δ будут решения, удовлетворяющие условию $\varepsilon \rightarrow \varepsilon_\infty > 0$ при $t \rightarrow \infty$. В этом случае, как было показано выше, $\delta \rightarrow 0$ при $t \rightarrow \infty$. Единственным исключением из этого общего правила может быть поиск решения для случая $\varepsilon \rightarrow qt^{-2}$.

В пределе $t \rightarrow \infty$ для $\varepsilon \rightarrow qt^{-2}$ имеем

$$A(t) \sim \frac{a_0}{t},$$

$$B(t) \sim \frac{b_1}{t},$$

где $a_0 = \alpha(\alpha - 1)^{-1}$, $b_1 = 3\sqrt{3\kappa q}$. Уравнение (35) в этом пределе приводит к требованию

$$\delta \rightarrow \delta_\infty = \frac{2}{\sqrt{3\kappa q}} = \text{const.} \quad (49)$$

Уравнение же (46) приобретает следующий вид:

$$t\dot{\delta} = -a_0\delta + b_1\delta^2.$$

Интегрируя это уравнение, получаем

$$\delta \rightarrow \frac{\alpha - 1}{\alpha b_1} \frac{1}{1 - C_1 t^{a_0}} \quad \text{при} \quad t \rightarrow \infty.$$

Здесь также C_1 — постоянная интегрирования. Поскольку $a_0 > 0$, то $\delta \rightarrow 0$, если $C_1 \neq 0$. Таким образом, данное решение будет согласовано с исходным предположением $\delta \rightarrow \delta_\infty > 0$ в единственном случае, когда $C_1 = 0$. При этом

$$\delta \rightarrow \delta_\infty = \frac{\alpha - 1}{\alpha b_1} > 0.$$

Приравнивая полученное асимптотическое значение для δ_∞ значению из (49), находим, что это возможно в единственном случае

$$\alpha = 3/2.$$

Таким образом, как и следовало ожидать, существует единственная модель эволюции полевой компоненты вида (33), соответствующая $\alpha = 3/2$, для которой возможен выход Вселенной на фридмановский сценарий после завершения инфляции при условии теплового равновесия между компонентами материи. В случае $\alpha = 3/2$, соответствующем идеальной жидкости, как уже отмечалось, отсутствует инфляция. Поэтому этот вариант следует отбросить.

Прежде чем формулировать окончательные выводы, рассмотрим асимптотику параметров модели при $t \rightarrow 0$.

Анализ поведения δ при $t \sim 0$ показывает, что

$$A(t) \sim A_0 t^{-1}, \quad B(t) \sim B_0 t^{-m/2},$$

где

$$A_0 = \frac{2\alpha - 1}{2(\alpha - 1)} > 0, \quad B_0 = \sqrt{3\kappa w_0} > 0.$$

Уравнение (46) для δ в этом пределе имеет вид

$$t^{m/2}\dot{\delta}(t) = A_0 t^{(m-2)/2}\delta + B_0 \delta^2.$$

Решением этого уравнения является функция

$$\delta(t) = D_0 \frac{t^{m/2-1}}{1 + C_1 t^{(A_0+1)(m/2-1)}},$$

где

$$D_0 = \frac{2}{\sqrt{3\kappa w_0}(3 - 2\alpha)} > 0. \quad (50)$$

Как следует из этого выражения, при $t \rightarrow 0$ величина $\delta(t)$ стремится к 0, оставаясь положительной. Это означает, что эта компонента материи, как и первая, первоначально имеет квазивакуумное состояние. Но затем параметр $\delta(t) = \gamma(t) + 1$ увеличивается, и вещество приобретает свойства идеальной жидкости.

Обратим внимание на то, что, согласно (46), на интервале эволюции $0 < t < \infty$ существует по крайней мере один максимум δ . Если обозначить через t_* момент достижения максимума δ : $\delta'(t_*) = 0$, $\delta(t_*) = \delta_{max}$, то из (46) получаем

$$\delta_{max} = \frac{A(t_*)}{B(t_*)} > 0.$$

Последнее неравенство является следствием того, что на всем интервале $t > 0$ имеем $A(t) > 0$ и $B(t) > 0$. Как отмечалось выше, следует ожидать, что $\delta_{max} \sim 4/3$.

Проведенный асимптотический анализ подтверждают результаты численного решения рассмотренной системы уравнений, приведенной для удобства к следующему виду:

$$\xi' = -\xi\sqrt{1+\xi}\Delta - \frac{2}{3-2\alpha}\frac{\xi}{\tau}, \quad (51)$$

$$\Delta' = \frac{1}{(3-2\alpha)\tau} \frac{(2\alpha-1)+2\alpha\xi}{1+\xi}\Delta - \frac{2+3\xi}{2\sqrt{1+\xi}}\Delta^2. \quad (52)$$

Здесь $\xi = \varepsilon/W$, $\Delta = \delta\Delta_0$,

$$\Delta_0 = \sqrt{3kw_0\tau} = \frac{2(\alpha-1)t^{-(3-2\alpha)/2(\alpha-1)}}{3-2\alpha}.$$

В таком виде условие $\tau \rightarrow 0$ соответствует $t \rightarrow \infty$, и наоборот, $\tau \rightarrow \infty$ соответствует $t \rightarrow 0$. Такой подход позволяет поставить приближенные граничные условия для параметров модели при $t \rightarrow \infty$, заменив асимптотические условия приближенными. Однако это затрудняет анализ при больших значениях t . Оказывается невозможным продолжить решения за пределы минимального шага по τ . Вместе с тем это облегчает анализ при $t \rightarrow 0$.

Результаты численного решения этих уравнений относительно δ для некоторых значений параметра α приведены на рис. 4. Эти решения получены для начальных условий $\delta(\tau_*) = \delta_*$ и $\ln(\varepsilon(\tau_*)/W(t_*)) = 0$, где $\tau_* = 0.01$ — малая величина, что соответствует достаточно большому моменту времени t_* , а $\delta_* = 0.00001$, что также достаточно мало для численного счета.

Рассмотрим теперь поведение ε при $t \rightarrow 0$, предполагая, как и раньше, что в этом пределе $W \gg \varepsilon$. С учетом (50) уравнение (35) будет иметь следующий вид:

$$\dot{\varepsilon} = -\Delta_0 t^{-1}\varepsilon = -\frac{2}{3-2\alpha}t^{-1}\varepsilon.$$

Отсюда находим, что при $t \rightarrow 0$

$$\varepsilon \sim t^{-D},$$

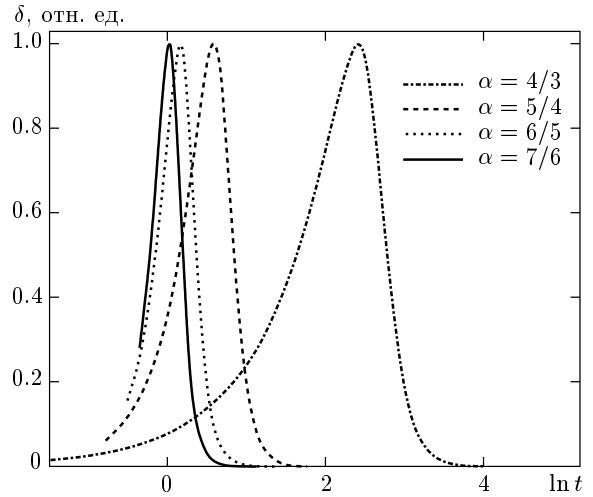


Рис. 4. Изменение параметра δ , нормированного на максимальное значение, для моделей с различным значением параметра α

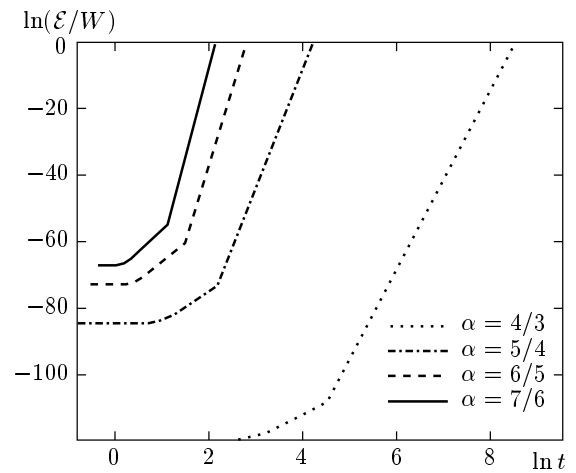


Рис. 5. Изменение параметра $\ln(\varepsilon/W)$ для моделей с различным значением параметра α

где

$$D = \frac{2}{3-2\alpha} > 0.$$

Условие $W \gg \varepsilon$ будет выполняться, если

$$\frac{2}{3-2\alpha} < \frac{1}{\alpha-1}.$$

Это условие эквивалентно следующему:

$$\alpha < 5/4.$$

На рис. 5 приведены результаты численного анализа уравнений модели относительно функции

$\ln(\varepsilon/W)$ для тех же значений параметра α и начальных условий, что и на рис. 4. Как видно из этого рисунка, скорости изменения ε и W вблизи $t \sim 0$ различаются незначительно, однако сами эти величины различаются на много порядков, причем, как и ожидалось, $\varepsilon \ll W$. При $t \rightarrow \infty$ функция $\ln(\varepsilon/W)$ растет линейно, это означает, что в этом пределе начинает превалировать величина ε . В этом решении δ стремится к малой величине при больших t (рис. 4), поэтому при больших t $\varepsilon \rightarrow \varepsilon_\infty$, как это следует из асимптотического анализа. Поскольку при этом $W \rightarrow 0$, значение ε_∞ фактически соответствует космологической постоянной [16].

Согласно (9) и (12), эволюция параметра Хаббла и масштабного фактора определяется исключительно поведением полной энергии. Поэтому нет необходимости исследовать поведение этих величин отдельно. В целом можно охарактеризовать поведение масштабного фактора в данных моделях следующим образом. Вначале в эпоху инфляции масштабный фактор растет экспоненциально быстро. Затем в эпоху $\delta > 1$ масштабный фактор замедляет свой рост и эволюция напоминает фридмановскую, но на окончательной стадии при $\delta \rightarrow 0$ возобновляется его экспоненциальный рост.

В заключение данного раздела коротко остановимся на свойствах моделей с космологической постоянной, соответствующих (23)–(24). Важно оценить, какую роль играет космологическая постоянная с точки зрения проведенного анализа. Самым существенным в таких моделях является поведение компонент материи при $t \rightarrow \infty$. Если в случае $\Lambda = 0$ условие $\varepsilon \gg W$ будет выполняться начиная с некоторого, возможно большого, момента времени τ , то при $\Lambda \neq 0$, в силу того что $\varepsilon \sim t^{-2}$, $\Lambda = \text{const}$, в этом пределе будет выполняться обратное условие $\varepsilon \ll W \sim \Lambda$. В этом случае при $t \rightarrow \infty$ вторая компонента материи превращается в поле. Вакуум «растворяет» вещество. Однако, если Λ достаточно мало, в реальности может существовать достаточно продолжительный интервал времени, пока $\varepsilon \gg W$, на котором реализуется рассмотренный выше сценарий. Поэтому модели с малыми, но не нулевыми Λ , в целом эквивалентны моделям с $\Lambda = 0$, вплоть до очень больших времен жизни Вселенной.

10. ЭВОЛЮЦИЯ ТЕМПЕРАТУРЫ И СКОРОСТИ ЗВУКА

Рассмотрим теперь поведение температуры в исследуемой модели. Для этого уравнение (44) приве-

дем к следующему виду:

$$\frac{d}{dt}S(t) = \sqrt{3\kappa}\sqrt{W+\varepsilon} - k\alpha W^{\alpha-1} + \frac{kW^\alpha}{2(W+\varepsilon)} + \frac{\delta(t)\sqrt{3\kappa}}{2\sqrt{W+\varepsilon}}\varepsilon. \quad (53)$$

Как и следовало ожидать, при $t \sim 0$, когда $W \gg \varepsilon$, поведение температуры не сильно отличается от поведения в чисто полевых моделях (см. (28)). Поэтому сосредоточимся на поведении температуры при $t \rightarrow \infty$, когда $W \ll \varepsilon$. В этом случае уравнение (53) приводится к следующему виду

$$\frac{d}{dt}S(t) \sim \sqrt{3\kappa\varepsilon} - \frac{\alpha}{\alpha-1}t^{-1} + \frac{kW^\alpha}{2\varepsilon} + \frac{\delta(t)}{2}\sqrt{3\kappa\varepsilon}. \quad (54)$$

Подставляя сюда полученные асимптотики $\delta \rightarrow 0$ и $\varepsilon \rightarrow \varepsilon_\infty$ при $t \rightarrow \infty$, находим асимптотику для $S = \ln T$ при $t \rightarrow \infty$:

$$\frac{d}{dt}S(t) \rightarrow \sqrt{3\kappa\varepsilon_\infty} > 0. \quad (55)$$

Таким образом, температура в такой модели начинает со временем нарастать по экспоненциальному закону, но с очень малым инкрементом роста, равным $\sqrt{3\kappa\varepsilon_\infty}$. Следовательно, в рассматриваемых моделях осуществляется вторичный разогрев вещества за счет выхода Вселенной на стадию ускоренного расширения. Механизм этого вторичного разогрева тот же, что и на стадии первичной инфляции. Этот вторичный разогрев не совпадает по времени со вторичным разогревом в стандартных моделях и возникает спустя значительный промежуток времени после выхода Вселенной на вторичную инфляцию.

На рис. 6 приведены результаты численного анализа уравнения для $\ln T$ для тех же значений параметра α и граничных значений, что и на предыдущих графиках. Решалось уравнение

$$S' = \Delta_0\sqrt{1+\xi} - \frac{\alpha}{(\alpha-1)\tau} + \frac{1}{(3-2\alpha)\tau} \frac{(2\alpha-1)+2\alpha\xi}{1+\xi} + \frac{\Delta\xi}{\sqrt{1+\xi}}, \quad (56)$$

в котором обозначения такие же, как в (51), (52). Выход на вторичный асимптотический рост температуры на этих графиках не происходит в силу специфики задания начальных условий для уравнений в переменных τ . Асимптотический рост лежит вне пределов интервала времени, на котором получено решение. Для его получения необходимо более детально подходить к численному решению данной задачи, что было невозможно на данном этапе исследований.

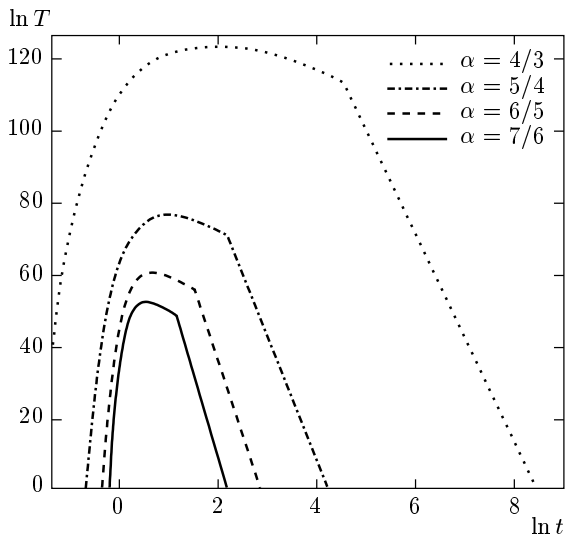


Рис. 6. Изменение температуры для моделей с различным значением параметра α

В связи с проведенными исследованиями интересно рассмотреть эволюцию скорости звука в двухкомпонентной модели. Скорость звука в веществе в силу уравнения состояния $p = \gamma(t)\varepsilon$ подчиняется закону $c_s = \sqrt{\gamma(t)c} = \sqrt{\delta(t) - 1}c$. Для полевой части материи из (14) и (21) имеем

$$P = -W + \frac{k}{\sqrt{3\kappa}} \frac{W^\alpha}{\sqrt{E}}$$

Отсюда находим выражение для скорости звука

$$\begin{aligned} c_s^2 &= \frac{dP}{dW} = c^2 \left\{ -1 + \frac{k}{\sqrt{3\kappa}} \times \right. \\ &\quad \times \left[\frac{\alpha W^{\alpha-1}}{\sqrt{E}} - \frac{1}{2} \frac{W^\alpha}{\sqrt{E^3}} \left(1 + \frac{d\varepsilon}{dW} \right) \right] \left. \right\} = \\ &= c^2 \left[-1 + \frac{k}{\sqrt{3\kappa}} \frac{W^{\alpha-1}}{\sqrt{E}} \left(\alpha - \frac{W}{2E} \right) - \frac{\gamma + 1}{2} \frac{\varepsilon}{E} \right]. \end{aligned}$$

В пределе $t \rightarrow \infty$ при условии $\varepsilon \rightarrow \varepsilon_\infty$ и $\delta \rightarrow 0$ получаем $c_s^2 \rightarrow -1$, что и следовало ожидать. При этом установленный выше для этого случая асимптотический рост температуры можно связать с выходом Вселенной со временем на де-ситтеровский сценарий.

11. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Проведенный анализ показывает, что общая совокупность имеющихся данных о характере эволюции Вселенной на этапе инфляции и после нее, а также разумные с физической точки зрения соображения

приводят к необходимости рассматривать космологические модели, как минимум, с двумя компонентами материи. Одна из этих компонент является чисто полевой, вторая должна иметь переменное уравнение состояния вещества. При вполне естественном предположении о тепловом равновесии компонент материи совокупность уравнений модели почти однозначно приводит к выводу о том, что при монотонном убывании энергии чисто полевой компоненты материи вторая компонента, первоначально имея уравнение состояния близкое к квазивакуумному, со временем превращается в вещество с уравнением состояния $p = \gamma(t)\varepsilon$ при $\gamma > 0$. После конечного интервала времени вторая компонента неизбежно возвращается к квазивакуумному состоянию, а Вселенная переходит на ускоренный режим расширения. В таких сценариях температура растет на начальном инфляционном этапе и, достигая максимума, когда скорость звука становится нулевой, далее убывает до некоторой конечной величины, а затем вновь асимптотически увеличивается, когда вторая компонента, имеющая переменное уравнение состояния, опять приближается к квазивакуумному состоянию.

Асимптотический выход на де-ситтеровскую стадию можно интерпретировать как процесс превращения вещества в вакуумо-подобное состояние, «таяние», или растворение, вещества в вакууме. Как известно, вещество не распадается самопроизвольно (протоны и электроны в обычных условиях устойчивы). Поэтому процесс «таяния» вещества должен происходить при специфических условиях, соответствующих очень высоким энергиям, например, в недрах нейтронных звезд и белых карликов. Если не существует альтернативы рассмотренной модели, то с космологической точки зрения процесс конденсации вещества в нейтронные звезды и белые карлики фактически означает постепенное превращение материи в их центральных областях в вакуумо-подобное поле. Косвенным подтверждением данной модели может служить обнаруженное недавно [5] ускоренное расширение Вселенной, о котором упоминалось во Введении. В рассмотренной модели это означает, что в современную эпоху параметр γ близок к нулевому значению (эпоха доминирования вещества), но стал уже отрицательным, так что Вселенная постепенно выходит на де-ситтеровскую стадию. Более того, поскольку процесс образования «нового вакуума» происходит в плотной материи, то в первую очередь он должен окружать такие объекты как галактики. Можно даже предположить, что «темная материя» с точки зрения данной модели — это «выработанное» в галактиках в процессе дли-

тельной эволюции скалярное квазивакуумное поле.

Как показано в работе, альтернативой модели с выходом на де-ситтеровскую стадию могут служить сценарии с нарушением принципа энергодоминантности, для которых $\gamma(t)$ неограниченно растет при $t \rightarrow \infty$. Кроме того, имеется выделенный сценарий, в котором и скалярное поле имеет эффективное уравнение состояния, эквивалентное уравнению состояния идеальной жидкости $\mathcal{P} = \gamma_0 W$, при котором $W \sim t^{-2}$, что соответствует $\alpha = 3/2$. Этот сценарий возможен при потенциале самодействия $V(\phi) \sim e^{-2\phi}$. В этом случае вторая компонента также асимптотически будет выходить на аналогичное уравнение состояния $p = \gamma_\infty \varepsilon$, однако при этом возникает проблема с асимптотическим ростом масс частиц, которая упоминалась выше (см. также [10]).

Еще одной альтернативой могут служить модели, в которых отдельные компоненты материи не находятся в тепловом равновесии. Это предположение, возможно, соответствует начальным этапам эволюции, в особенности эпохам фазовых переходов, но при $t \rightarrow \infty$ равновесие должно устанавливаться. Фактически отсутствие равновесия при $t \rightarrow \infty$ означает, что компоненты материи не взаимодействуют между собой ни прямо, ни опосредовано, что представляется слишком экзотическим требованием. Нарушение же теплового равновесия в какие-то эпохи в прошлом влечет лишь кратковременное отклонение от рассмотренного сценария и не влияет на асимптотическое поведение Вселенной. Можно, однако, предположить, что тепловое равновесие устанавливается не одновременно во всей Вселенной. В этом случае асимптотический выход на вторичную инфляцию будет происходить лишь в отдельных ее частях, где это равновесие устанавливается быстрее. Такой сценарий напоминает некоторые типы инфляционных глобальных сценариев [4] и, возможно, является наиболее приемлемым подходом к интерпретации полученных в данной работе результатов.

Пока автору не удалось придумать каких-либо других разумных альтернативных сценариев, которые имели бы иное асимптотическое поведение. Тем не менее, для полной убежденности в справедливости сделанных выводов необходимо провести расчеты спектра возмущений плотности материи (поля и вещества) в рамках данной модели. Только после этого можно сделать окончательное заключение о ее пригодности для объяснения экспериментальных фактов.

Автор благодарит за полезные обсуждения темы работы С. В. Червона и В. К. Щиголева.

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке РФФИ (проект № 01-02-17935).

ЛИТЕРАТУРА

1. W. de Sitter, Proc. Roy. Acad. Sci. (Amsterdam) **18**, 1217 (1917); **20**, 229 (1917).
2. A. H. Guth, Phys. Rev. D **23**, 347 (1981).
3. A. D. Linde, Phys. Lett. B **108**, 389 (1982).
4. А. Д. Линде, *Физика элементарных частиц и инфляционная космология*, Наука, Москва (1990).
5. S. Perlmutter et al., E-print archives, astro-ph/9812133, astro-ph/9812473; A. G. Riess et al., E-print archives, astro-ph/9804065.
6. A. A. Starobinsky, Phys. Lett. B **91**, 99 (1980).
7. B. Spokoiny, Phys. Lett. B **315**, 40 (1993).
8. R. Maartens, D. R. Taylor, and N. Roussos, Phys. Rev. D **52**, 3358 (1995).
9. S. V. Chervon and V. M. Zhuravlev, E-print archives, gr-qc/9907057 (1999).
10. В. М. Журавлев, С. В. Червон, ЖЭТФ **118**, 259 (2000).
11. С. В. Червон, *Нелинейные поля в теории гравитации и космологии*, Изд-во Средневолжского научного центра, Ульяновск (1997), с. 191.
12. S. V. Chervon, V. M. Zhuravlev, and V. K. Shchigolev, Phys. Lett. B **398**, 269 (1997).
13. В. М. Журавлев, С. В. Червон, В. К. Щиголев, ЖЭТФ **114**, 179 (1998).
14. J. Garriga and V. F. Mukhanov, Phys. Lett. B **458**, 219 (1999); E-print archives, gr-qc/9904176.
15. А. А. Старобинский, Письма в ЖЭТФ **68**, 757 (1998).
16. V. Sahni and A. A. Starobinskiy, E-print archives, astro-ph/9904398; Int. J. Mod. Phys. D **9**, 373 (2000).