

# СТАЦИОНАРНЫЙ БЕСФОНОННЫЙ ТОК В СВЕРХРЕШЕТКАХ В СИЛЬНОМ ЭЛЕКТРИЧЕСКОМ ПОЛЕ, ИНДУЦИРОВАННЫЙ ТЕРАГЕРЦОВЫМ ИЗЛУЧЕНИЕМ

*В. В. Брыксин*<sup>\*</sup>

*Физико-технический институт им. А. Ф. Иоффе Российской академии наук  
194021, Санкт-Петербург, Россия*

*П. Кляйнерт*<sup>\*\*</sup>

*Paul-Drude-Institut für Festkörperelektronik  
10117, Berlin, Germany*

Поступила в редакцию 25 декабря 2000 г.

Методом двухвременных неравновесных функций Грина исследовано влияние сильного излучения в терагерцовом диапазоне на вольт-амперные характеристики в одномерных сверхрешетках. Показано, что уширение линий дискретного спектра за счет упругого рассеяния играет фундаментальную роль в этой задаче. Предсказан новый, бесфононный, тип переноса заряда в прыжковом режиме, индуцированный фотонами. При определенных условиях в этом режиме постоянные составляющие тока и электрического поля могут быть направлены противоположно. Бесфононный ток принципиально не может быть описан в рамках формализма одновременной матрицы плотности и отражает двухвременную природу корреляционных функций.

PACS: 72.20.Ht

## 1. ВВЕДЕНИЕ

Нелинейная динамика заряженных частиц в полупроводниковых сверхрешетках (СР) в сильных постоянном и переменном электрических полях интенсивно исследуется в литературе как теоретически, так и экспериментально [1–23]. Интересные экспериментальные результаты [1–5] стимулировали различные теоретические приближения, базирующиеся на уравнении баланса [6–9] или туннелировании [10–12]. Большинство теоретических работ [13–20] посвящено решению уравнения Больцмана для одномерных моделей в приближении времени релаксации. И только в нескольких работах [21–23] рассматриваются квантовые эффекты при переносе тока в СР при наличии электромагнитного излучения.

Мы рассмотрим перенос тока перпендикулярно слоям СР при низкой концентрации носителей тока

(при статистике Больцмана). Если блоховская частота  $\Omega_{dc} = eE_{dc}d/\hbar$  ( $d$  — период СР,  $E_{dc}$  — постоянное электрическое поле) становится больше обратного эффективного времени релаксации  $1/\tau$ , то удобно использовать представление штарковской лестницы. Электронный транспорт осуществляется посредством неупругих переходов между уровнями этой лестницы за счет поглощения и испускания фононов. Если имеется также дополнительная переменная составляющая электрического поля, то открывается дополнительный канал для переноса тока за счет поглощения и испускания фотонов. При этом поглощение фотонов при определенных условиях может оказаться эффективнее их испускания, вследствие чего постоянная составляющая электрического тока окажется направленной против постоянной составляющей поля [1].

При наличии сильного магнитного поля, направленного вдоль электрического (и поперек слоев СР), спектр электронов дискретен и в трехмерном случае вследствие квантования Ванье–Штарка и Лан-

<sup>\*</sup>E-mail: val@bryk.ioffe.rssi.ru

<sup>\*\*</sup>P. Kleinert, e-mail: kl@pdi-berlin.de

дау. В этом случае уширение уровней за счет упругого рассеяния играет фундаментальную роль. При этом нельзя использовать теорию возмущений по упругому рассеянию при исследовании электронного транспорта. Необходимо проводить суммирование бесконечного набора диаграмм, в результате чего получается неаналитическая зависимость времени жизни электронных состояний от константы электрон-примесного взаимодействия. В условиях континуального электронного спектра (например, в трехмерных системах в отсутствие магнитного поля) при наличии штарковской локализации допустимо использование теории возмущений по электрон-примесному взаимодействию и можно ограничиться рассмотрением одновременной матрицы плотности  $f(\mathbf{k}, t)$  ( $\mathbf{k}$  — волновой вектор) [24]. При наличии переменной составляющей электрического поля с частотой  $\omega_{ac}$  функция распределения периодична,  $f(\mathbf{k}, t) = f(\mathbf{k}, t + 2\pi/\omega_{ac})$ , и временную зависимость тока можно исследовать посредством изучения фурье-компонент  $f_m(\mathbf{k}, \omega_{ac})$  ( $m$  — номер фурье-компоненты). Все предыдущие работы [21–23] используют такой подход или уравнение Больцмана в приближении времени релаксации. Этот метод фактически приводит к теории Эзаки–Тсу [25] с учетом переменной составляющей поля. Тот же результат получен и при использовании двухвременных функций Грина с применением приближения Каданова–Бейма [26–28].

В настоящей статье будет показано, что такой полуженуменологический подход неудовлетворителен для систем с дискретным спектром, когда последовательный учет времени жизни электронных состояний принципиален. На микроуровне время жизни связано с введением дополнительного времени  $t_-$ , имеющего смысл длительности акта рассеяния ( $t_- \rightarrow 0$  в приближении матрицы плотности). В результате будет получено транспортное уравнение для двухвременной функции Грина  $f(\mathbf{k}, t, t_-)$ , которое является основным объектом нашего исследования. Заметим, что при использовании предположения Каданова–Бейма это уравнение трансформируется в кинетическое уравнение типа уравнения Больцмана для стандартной одновременной матрицы плотности. Полученное транспортное уравнение описывает как прыжковый, так и зонный характер переноса в различных предельных случаях. Кроме того, оно учитывает влияние электрического поля на процессы рассеяния и уширение уровней за счет рассеяния. Показано, что двухвременная природа функции распределения приводит к индуцированному фотонами стационарному току. Конкретное рас-

смотрение проводится на одномерной модели. Более реалистический случай дискретного спектра трехмерных систем в магнитном поле лишь несколько сложнее технически, так как требует использования вигнеровского представления, но принципиально не отличается от рассмотренной модели.

В разд. 2 даны уравнения Дайсона для двухвременных функций Грина и приводятся соотношения симметрии для них. В разд. 3 получено выражение для плотности состояний (функции Грина  $G^+$ ). В разд. 4 исследовано транспортное уравнение для компоненты  $G^-$  без использования предположения Каданова–Бейма. В разд. 5 проведены конкретные расчеты бесфононного вклада в ток. В разд. 6 приводятся результаты численных расчетов.

## 2. ОСНОВНЫЕ УРАВНЕНИЯ

Мы изучаем нелинейный транспорт в узкозонных СР с приложенным электрическим полем вдоль оси  $z$ , направленной поперек слоев. Рассмотрение базируется на технике Келдыша для двухвременных функций Грина  $G^\pm$ . Уравнения Дайсона для таких функций Грина имеют вид [28]

$$\begin{aligned} & \left[ i\hbar \frac{\partial}{\partial t} - \varepsilon(\mathbf{k}) + ie\mathbf{E}(t)\nabla_{\mathbf{k}} \right] G^\pm(\mathbf{k}t|\mathbf{k}'t') = \\ & = \pm\hbar \int d\mathbf{k}_1 \left\{ \int_{t'}^t dt_1 \Sigma^\pm(\mathbf{k}t|\mathbf{k}_1t_1)G^\pm(\mathbf{k}_1t_1|\mathbf{k}'t') + \right. \\ & \quad \left. + \int_{-\infty}^{t'} dt_1 \Sigma^\pm(\mathbf{k}t|\mathbf{k}_1t_1)G^\mp(\mathbf{k}_1t_1|\mathbf{k}'t') - \right. \\ & \quad \left. - \int_{-\infty}^t dt_1 \Sigma^\mp(\mathbf{k}t|\mathbf{k}_1t_1)G^\pm(\mathbf{k}_1t_1|\mathbf{k}'t') \right\}. \quad (1) \end{aligned}$$

Ниже используется дисперсионное соотношение для СР:

$$\varepsilon(\mathbf{k}) = \frac{\hbar^2 k_\perp^2}{2m^*} + \frac{\Delta}{2} [1 - \cos(k_z d)], \quad (2)$$

где  $d$  — период СР,  $m^*$  — эффективная масса,  $\Delta$  — ширина минизоны,  $\mathbf{k}_\perp$  — импульс в плоскости слоев  $xy$ . Поле  $\mathbf{E}(t)$  есть сумма постоянной и переменной во времени составляющих, которые направлены вдоль оси  $z$ . Собственные энергии  $\Sigma^\pm$  рассматриваются в рамках борновского приближения и приведены ниже.

Функции Грина  $G$  и энергии  $\Sigma$  при наличии электрического поля недиагональны в импульсном пред-

ставлении, но обладают соотношением трансляционной симметрии,

$$G^\pm(\mathbf{k}t|\mathbf{k}'t') = G^\pm(\mathbf{k}|t, t')\delta[\mathbf{k}' - \mathbf{k} - \mathbf{A}(t', t)], \quad (3)$$

с вектор-потенциалом  $\mathbf{A}(t)$ , определяемым соотно-

шениями

$$\frac{d\mathbf{A}(t)}{dt} = \frac{e\mathbf{E}(t)}{\hbar}, \quad \mathbf{A}(t', t) = \mathbf{A}(t') - \mathbf{A}(t).$$

Соотношение (3) позволяет упростить уравнение (1):

$$\left[ \frac{\partial}{\partial t} + \frac{i}{\hbar}\varepsilon(\mathbf{k}) - \frac{\partial\mathbf{A}(t', t)}{\partial t}\nabla_{\mathbf{k}} \right] G^\pm(\mathbf{k}|t, t') = \mp i \left\{ \int_{t'}^t dt_1 \Sigma^\pm(\mathbf{k}|t, t_1)G^\pm(\mathbf{k} + \mathbf{A}(t_1, t)|t_1, t') + \right. \\ \left. + \int_{-\infty}^{t'} dt_1 \Sigma^\pm(\mathbf{k}|t, t_1)G^\mp(\mathbf{k} + \mathbf{A}(t_1, t)|t_1, t') - \int_{-\infty}^t dt_1 \Sigma^\mp(\mathbf{k}|t, t_1)G^\pm(\mathbf{k} + \mathbf{A}(t_1, t)|t_1, t') \right\}. \quad (4)$$

Второе соотношение симметрии удобно записать после введения новых обозначений для функций Грина:

$$\tilde{G}(\mathbf{k}|t, t') = G\left(\mathbf{k} - \frac{1}{2}\mathbf{A}(t', t)|t, t'\right). \quad (5)$$

Тогда из условия для исходной функции Грина  $G(x, x') = -G^*(x', x)$  имеем

$$\tilde{G}^\pm(\mathbf{k}|t, t')^* = -\tilde{G}(\mathbf{k}|t', t), \quad (6)$$

и из (4) и (5) получаем систему уравнений Дайсона для  $\tilde{G}^\pm$ :

$$\left[ \frac{\partial}{\partial t} + \frac{i}{\hbar}\varepsilon\left(\mathbf{k} - \frac{1}{2}\mathbf{A}(t', t)\right) - \frac{1}{2}\frac{\partial\mathbf{A}(t', t)}{\partial t}\nabla_{\mathbf{k}} \right] \tilde{G}^\pm(\mathbf{k}|t, t') = \mp i \left\{ \int_{t'}^t dt_1 \tilde{\Sigma}^\pm\left(\mathbf{k} + \frac{1}{2}\mathbf{A}(t_1, t')|t, t_1\right) \times \right. \\ \times \tilde{G}^\pm\left(\mathbf{k} + \frac{1}{2}\mathbf{A}(t_1, t)|t_1, t'\right) + \int_{-\infty}^{t'} dt_1 \tilde{\Sigma}^\pm\left(\mathbf{k} + \frac{1}{2}\mathbf{A}(t_1, t')|t, t_1\right) \tilde{G}^\mp\left(\mathbf{k} + \frac{1}{2}\mathbf{A}(t_1, t)|t_1, t'\right) - \\ \left. - \int_{-\infty}^t dt_1 \tilde{\Sigma}^\mp\left(\mathbf{k} + \frac{1}{2}\mathbf{A}(t_1, t')|t, t_1\right) \tilde{G}^\pm\left(\mathbf{k} + \frac{1}{2}\mathbf{A}(t_1, t)|t_1, t'\right) \right\}. \quad (7)$$

Для расчета  $\tilde{G}^\pm$  удобнее использовать несколько иную форму уравнений Дайсона, которую можно получить суммированием уравнения (7) с комплексно-сопряженным уравнением и заменой  $t \leftrightarrow t'$  (см. Приложение А). В условиях малой концентрации электронов имеем  $\tilde{G}^- \ll \tilde{G}^+$ , причем  $\tilde{G}^+$  описывает плотность электронных состояний, в то время как  $\tilde{G}^-$  играет роль двухвременной матрицы плотности (см. ниже). При переходе от электронов к дыркам роли  $\tilde{G}^+$  и  $\tilde{G}^-$  меняются.

Величину  $\varepsilon(\mathbf{k})$  можно исключить из левой части уравнения (7) посредством подстановки

$$\tilde{G}^\pm(\mathbf{k}|t, t') = \mp i g^\pm(\mathbf{k}|t, t') \exp\left\{ -\frac{i}{\hbar} \int_{t'}^t d\tau \varepsilon(\mathbf{k} - \mathbf{A}(t, t'|\tau)) \right\}, \quad (8)$$

где

$$\mathbf{A}(t, t'|\tau) = \frac{1}{2}[\mathbf{A}(t, \tau) + \mathbf{A}(t', \tau)]. \quad (9)$$

В соответствии с (6) имеем соотношение симметрии

$$g^\pm(\mathbf{k}|t, t') = g^\pm(\mathbf{k}|t', t)^*. \quad (10)$$

Собственные энергии в борновском приближении можно выразить через функции Грина:

$$\tilde{\Sigma}^{\pm}(\mathbf{k}|t, t') = \sum_{\mathbf{q}} D_{\mathbf{q}}^{\pm}(t' - t) \tilde{G}^{\pm}(\mathbf{k} + \mathbf{q}|t, t'). \quad (11)$$

При упругом рассеянии на ионизованных примесях используем простейшую модель, в которой функция  $D_{\mathbf{q}}^{\pm}(t)$  заменяется постоянным параметром рассеяния  $U$ , определяющим парный коррелятор белого шума [28]. Для рассеяния на полярных оптических фононах

$$D_{\mathbf{q}}^{\pm}(t) = \frac{2\pi}{\hbar^2} \frac{|M_{\mathbf{q}}|^2}{\text{sh}(\hbar\omega_{\mathbf{q}}/2k_B T)} \cos \left\{ \omega_{\mathbf{q}} \left( t \mp \frac{i\hbar}{2k_B T} \right) \right\}, \quad (12)$$

где  $M_{\mathbf{q}}$  — матричный элемент электрон-фононного взаимодействия для фононов с волновым вектором  $\mathbf{q}$ . Для простоты рассматриваем взаимодействие с обычными объемными фононами, не учитывая их перенормировку за счет потенциала СР. Это не принципиально, так как исследуется бесфононный вклад в ток под влиянием терагерцового излучения.

### 3. РАСЧЕТ ПЛОТНОСТИ СОСТОЯНИЙ (ФУНКЦИИ ГРИНА $G^+$ )

Как отмечено выше,  $G^+ \gg G^-$  в случае низкой концентрации носителей тока, так как  $G^-$  пропорциональна концентрации электронов. В этом пределе в уравнении (7) для  $G^+$  в правой части можно опустить вклады, пропорциональные  $G^-$  (и  $\Sigma^-$ ), в результате чего получаем замкнутое уравнение для  $G^+$ :

$$\begin{aligned} \left[ \frac{\partial}{\partial t} + \frac{i}{\hbar} \varepsilon \left( \mathbf{k} - \frac{1}{2} \mathbf{A}(t', t) \right) - \frac{1}{2} \frac{\partial \mathbf{A}(t', t)}{\partial t} \nabla_{\mathbf{k}} \right] \tilde{G}^+(\mathbf{k}|t, t') = \\ = -i \int_{t'}^t dt_1 \tilde{\Sigma}^+ \left( \mathbf{k} + \frac{1}{2} \mathbf{A}(t_1, t') | t, t_1 \right) \tilde{G}^+ \left( \mathbf{k} + \frac{1}{2} \mathbf{A}(t_1, t) | t_1, t' \right), \end{aligned} \quad (13)$$

или, переходя к  $g^+$ ,

$$\begin{aligned} \left[ \frac{\partial}{\partial t} - \frac{1}{2} \frac{\partial \mathbf{A}(t', t)}{\partial t} \nabla_{\mathbf{k}} \right] g^+(\mathbf{k}|t, t') = \\ = - \sum_{\mathbf{q}} \int_{t'}^t dt_1 D_{\mathbf{q}}^+(t_1 - t) \Phi_{t_1 t}(\mathbf{k}, \mathbf{q}|t, t') g^+ \left( \mathbf{k} + \mathbf{q} + \frac{1}{2} \mathbf{A}(t_1, t') | t, t_1 \right) g^+ \left( \mathbf{k} + \frac{1}{2} \mathbf{A}(t_1, t) | t_1, t' \right). \end{aligned} \quad (14)$$

В этом уравнении введен фазовый множитель

$$\Phi_{t_1 t}(\mathbf{k}, \mathbf{q}|t, t') = \exp \left\{ -\frac{i}{\hbar} \int_{t_1}^t d\tau [\varepsilon(\mathbf{k} + \mathbf{q} - \mathbf{A}(t, t'|\tau)) - \varepsilon(\mathbf{k} - \mathbf{A}(t, t'|\tau))] \right\}, \quad (15)$$

описывающий влияние электрического поля на рассеяние.

В интересующей нас области квантующих электрических полей, когда  $\Omega_{dc}\tau \gg 1$ , удобно перейти к представлению Фурье по  $k_z$ , что соответствует переходу от импульсного представления к штарковской лестнице:

$$g^{\pm}(\mathbf{k}|t, t') = \sum_{l=-\infty}^{\infty} g_l^{\pm}(\mathbf{k}_{\perp}|t, t') \exp(il k_z d). \quad (16)$$

Удобство представления штарковской лестницы при  $\Omega_{dc}\tau \gg 1$  обусловлено тем, что в таких условиях  $g_0^{\pm} \gg g_l^{\pm}$  ( $l \neq 0$ ). Это неравенство означает переход в область прыжкового переноса по уровням штарковской лестницы; при этом ток пропорционален вероятности перехода между этими уровнями.

Далее удобно использовать временные переменные

$$T = \frac{t+t'}{2}, \quad t_- = t' - t, \quad (17)$$

причем время  $T$  описывает изменения на макроскопической шкале  $\omega_{ac}^{-1}$ , а  $t_-$  — на микроскопической шкале (порядка времени взаимодействия).

Теперь перейдем к одномерной модели, когда зависимость от  $\mathbf{k}_\perp$  отсутствует. Эта модель использована в [13–20] для исследования транспорта в СР.

Далее предположим, что время жизни электронных состояний связано только с упругим рассеянием. Полевую зависимость времени жизни можно изучать с помощью (14) как в прыжковом, так и в зонном режимах. При  $\Omega_{dc}\tau \ll 1$  удобно пользоваться импульсным представлением, а при  $\Omega_{dc}\tau \gg 1$  перепишем (14) в штарковском представлении (16). При  $g_0 \gg g_l$  имеем

$$\left\{ \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial T} - \frac{\partial}{\partial t_-} + \frac{il}{2} \left[ \Omega_{dc} + \Omega_{ac} \cos \left( \omega_{ac} \left( T - \frac{t_-}{2} \right) \right) \right] \right\} g_l^+(T, t_-) = U \int_0^{t_-} dt_1 I_l(T, t_-, t_1) g_0^+ \left( T + \frac{t_1 - t_-}{2}, t_1 \right) g_0^+ \left( T + \frac{t_1}{2}, t_- - t_1 \right), \quad (18)$$

где  $U$  — константа связи для упругого рассеяния,  $\Omega_{ac} = eE_{ac}d/\hbar$ , если  $E_{ac}(t) = E_{ac} \cos(\omega_{ac}t)$ . Ядро интегрального уравнения имеет вид

$$I_l(T, t_-, t_1) = \exp \left[ -i \frac{eld}{2\hbar} \int_0^{t_-} d\tau E \left( \tau + T - \frac{t_-}{2} \right) \right] \times \sum_{k_z q_z} \exp(-ik_z d) \exp \left\{ \frac{i}{\hbar} \int_0^{t_1} d\tau \left[ \varepsilon \left( k_z + q_z + \frac{e}{\hbar} \int_0^\tau d\tau' E \left( \tau' + T - \frac{t_-}{2} \right) \right) - \varepsilon \left( k_z + \frac{e}{\hbar} \int_0^\tau d\tau' E \left( \tau' + T - \frac{t_-}{2} \right) \right) \right] \right\}. \quad (19)$$

Эта функция периодична по  $T$ ,

$$g_l^\pm(T + 2\pi/\omega_{ac}, t_-) = g_l^\pm(T, t_-), \quad (20)$$

что позволяет перейти к представлению Фурье

$$g_l^\pm(T, t_-) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} g_{lm}^\pm(t_-) \exp(im\omega_{ac}T). \quad (21)$$

Фурье-компоненты удовлетворяют уравнению

$$\left[ \frac{m}{2} \omega_{ac} + \frac{l}{2} \Omega_{dc} + i \frac{\partial}{\partial t_-} \right] g_{lm}^+(t_-) + \frac{l}{4} \Omega_{ac} \left[ g_{lm-1}^+(t_-) \exp \left( -i \frac{\omega_{ac} t_-}{2} \right) + g_{lm+1}^+(t_-) \exp \left( i \frac{\omega_{ac} t_-}{2} \right) \right] = -iU \sum_{m_1 m_2} \int_0^{t_-} dt_1 I_{m_1 m_2}^{lm}(t_-, t_1) g_{0m_1}^+(t_1) g_{0m_2}^+(t_- - t_1) \quad (22)$$

с ядром

$$I_{m_1 m_2}^{lm}(t_-, t_1) = \frac{\omega_{ac}}{2\pi} \int_0^{2\pi/\omega_{ac}} dT I_l(T, t_-, t_1) \exp \left\{ i\omega_{ac} \left[ m_1 \left( T + \frac{t_1 - t_-}{2} \right) + m_2 \left( T + \frac{t_1}{2} \right) - mT \right] \right\}. \quad (23)$$

И, наконец, введя величину

$$h_{0m}(t_-) = g_{0m}^+(t_-) \exp \left( -\frac{i}{2} m\omega_{ac} t_- \right), \quad (24)$$

получаем для нее уравнение

$$\frac{\partial h_{0m}(t_-)}{\partial t_-} = -U \sum_{m_1 m_2} \int_0^{t_-} dt_1 I_{m_1+m_2-m}(t_-, t_1) \exp \{i\omega_{ac} [m_1 t_1 + (m_2 - m)t_-]\} h_{0m_1}(t_1) h_{0m_2}(t_- - t_1) \quad (25)$$

с

$$I_m(t_-, t_1) = \frac{\omega_{ac}}{2\pi} \int_0^{2\pi/\omega_{ac}} dT \exp(im\omega_{ac}T) I_{l=0}(T, t_-, t_1). \quad (26)$$

Для узких минизон ( $\Delta \rightarrow 0$ ) в представлении Лапласа по  $t_-$  уравнение (25) принимает вид

$$s h_{0m}(s) + U \sum_{m_1} h_{0m_1}(s) h_{0m-m_1}(s + im_1\omega_{ac}) = \delta_{m,0}. \quad (27)$$

При переходе к представлению Лапласа мы ограничились рассмотрением области  $t_- > 0$ . Продолжить решение на область  $t_- < 0$  можно с помощью (10). Из (27) видно, что при  $m \neq 0$  все  $h_{0m} = 0$ . В случае же  $m = 0$  уравнение (25) можно представить в компактном виде и при произвольной ширине минизоны:

$$\left[ s + U \int_0^\infty dt e^{-st} I_0(t) g_{00}^+(t) \right] g_{00}^+(s) = 1 \quad (28)$$

с ядром

$$I_0(t) = \frac{\omega_{ac}}{2\pi} \int_0^{2\pi/\omega_{ac}} dT J_0^2 \left( \frac{\Delta}{\hbar} \left| \sum_{k=-\infty}^\infty J_k \left( \frac{\Omega_{ac}}{\omega_{ac}} \right) \frac{\sin(\Omega_{dc} + k\omega_{ac})t/2}{\Omega_{dc} + k\omega_{ac}} \exp(ik\omega_{ac}T) \right| \right), \quad (29)$$

где  $J_k(x)$  — функции Бесселя.

С помощью интегрального уравнения (28) можно найти зависимость плотности состояний от частоты переменной составляющей поля  $\omega_{ac}$  и блоховских частот  $\Omega_{dc}$  и  $\Omega_{ac}$ . Полевая зависимость плотности состояний, рассчитанная численно по (28), представляет собой основной пик и ряд смещенных относительно него на целое число значений  $\Omega_{dc}$  и  $\omega_{ac}$ . Наиболее существенным является факт отсутствия «хвостов» плотности состояний в промежутках между пиками. Это можно продемонстрировать аналитически с помощью (27) для предела узких зон. В этом случае получается хорошо известный, не зависящий от поля результат:

$$g_{00}^+(s) = \frac{\sqrt{s^2 + 4U} - s}{2U} \quad (30)$$

с характерной неаналитической зависимостью от константы связи  $U$ . Подобный результат был получен нами ранее для случая отсутствия переменного

поля [29]. После обратного перехода к временному представлению,

$$g_{00}^+(t) = \frac{1}{\sqrt{U}t} J_1 \left( 2\sqrt{U}t \right), \quad (31)$$

получаем осциллирующую и степенным образом убывающую временную зависимость. Такое медленное убывание по времени приводит к резким пикам в энергетическом пространстве плотности состояний. Проводя аналитическое продолжение  $s \rightarrow i\omega$  в (30), получаем плотность состояний

$$g_{00}^+(\omega) = \text{Re} \frac{\sqrt{4U - \omega^2}}{2U}. \quad (32)$$

Такой неаналитический результат нельзя воспроизвести в рамках теории возмущений. В [29] мы сравнили его с результатом полюсного приближения, которое ведет к экспоненциальной временной зависимости  $g_{00}^+(t)$  и, соответственно, к лоренцевским хвостам для плотности состояний.

4. РАСЧЕТ ФУНКЦИИ ГРИНА  $\tilde{G}^-$ 

Расчет функции Грина  $\tilde{G}^-$  будем проводить с помощью уравнения (А.1) из Приложения А. Для невырожденного электронного газа вклад  $\Sigma^- G^-$  в правой части (А.1) можно опустить, в результате чего уравнение для  $G^-$  становится линейным (А.2). Метод его решения подобен использованному

в разд. 3, и его можно не повторять. В отличие от расчета плотности состояний, здесь необходимо принять во внимание неупругое рассеяние, обеспечивающее диссипацию энергии. Ниже рассматривается взаимодействие с полярными оптическими фононами без учета их дисперсии и константой связи, не зависящей от  $\mathbf{q}$ . Из уравнения (А.3) в Приложении А имеем

$$\left[ \frac{\partial}{\partial T} + i l \Omega_{dc} + i l \Omega_{ac} \cos(\omega_{ac} T) \cos\left(\frac{1}{2} \omega_{ac} t_{-}\right) \right] g_l^-(T, t_{-}) = \int_0^{\infty} dt_1 \left\{ D^-(t_{-} - t_1) A_l(t, t' | t' - t_1) \times \right. \\ \times g_0^-\left(T - \frac{t_1}{2}, t_{-} - t_1\right) g_0^+\left(T + \frac{t_{-} - t_1}{2}, t_1\right) - D^+(t_1) B_l(t, t' | t' - t_1) g_0^-\left(T - \frac{t_1}{2}, t_{-} - t_1\right) \times \\ \times g_0^+\left(T + \frac{t_{-} - t_1}{2}, t_1\right) + D^-(t_{-} + t_1) B_l(t, t' | t - t_1) g_0^-\left(T - \frac{t_1}{2}, t_{-} + t_1\right) \times \\ \left. \times g_0^+\left(T - \frac{t_{-} + t_1}{2}, -t_1\right) - D^+(-t_1) A_l(t, t' | t - t_1) g_0^-\left(T - \frac{t_1}{2}, t_{-} + t_1\right) g_0^+\left(T - \frac{t_{-} + t_1}{2}, -t_1\right) \right\}, \quad (33)$$

что соответствует уравнению (18) для  $g_l^+$  и где

$$A_l(t, t' | t_1) = \sum_{k_z q_z} \Phi_{t_1 t}(k_z, q_z | t, t') \exp(-i l k_z d), \quad (34)$$

$$B_l(t, t' | t_1) = \sum_{k_z q_z} \Phi_{t_1 t'}^*(k_z, q_z | t, t') \exp(-i l k_z d). \quad (35)$$

Уравнение (33) можно использовать как для определения  $g_{l=0}^-$ , так и для нахождения плотности тока, зависящей от  $g_{l \neq 0}^-$ . Используя представление Фурье (21), из (33) получаем уравнение для  $g_{00}^-(t)$ :

$$\int_{-\infty}^{\infty} dt_1 [F^-(t_1) g_{00}^-(t_1) g_{00}^+(t - t_1) - F^+(t_1) g_{00}^+(t_1) g_{00}^-(t - t_1)] = 0, \quad (36)$$

где

$$F^{\pm}(t) = D^{\pm}(t) I_0(t) \quad (37)$$

с зависящей от поля функцией  $I_0(t)$  (29). Линейное интегральное уравнение (36) следует решать с учетом дополнительного условия  $g_{00}^-(t=0) = 1$ .

Теперь целесообразно перейти к представлению Фурье по времени и ввести частотное распределение  $f_{00}(\omega)$ :

$$g_{00}^-(\omega) = g_{00}^+(\omega) f_{00}(\omega). \quad (38)$$

Тогда из (36) получаем уравнение для  $f_{00}(\omega)$ :

$$\int_{-\infty}^{\infty} d\omega' g_{00}^+(\omega - \omega') \times \\ \times [F^-(\omega') f_{00}(\omega - \omega') - F^+(\omega') f_{00}(\omega)] = 0 \quad (39)$$

с дополнительным условием

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\omega}{2\pi} g_{00}^+(\omega) f_{00}(\omega) = 1. \quad (40)$$

Уравнение (39) является центральным результатом настоящей работы. Совместно с (40) оно определяет частотную ( $\omega$ ) или временную ( $t_{-}$ ) зависимость функции распределения, которая отражает двухвременную природу коррелятора  $g_l^-(T, t_{-})$ . В случае упругого рассеяния, когда  $F^+(\omega) = F^-(\omega)$ , имеет простое решение:  $f_{00}(\omega) = 1$ , т. е. двухвременной характер функции распределения несуществен. Приближение Каданова–Бейма соответствует тому, что тривиальное решение  $f_{00}(\omega) = 1$  имеет место и при

неупругом рассеянии (см. [26–28]). В противоположность этому уравнение (39) не допускает тривиального решения при неупругом рассеянии (т. е. при наличии диссипации энергии). Однако можно использовать такую аппроксимацию, если пренебречь зависимостью  $g_l^-(T, t_-)$  от  $t_-$ . При этом (33) приводит к стандартному кинетическому уравнению для одновременной матрицы плотности [22]. Если использовать это приближение, ток можно найти из компонент матрицы плотности  $g_{l \neq 0}^-(T, t_- = 0)$ . Такое приближение было предложено много лет назад [21] и было использовано нами в [22, 23] для исследования циклотрон-штарк-фонон-фотонного резонанса в СР. Однако предлагаемое здесь двухвременное приближение позволяет рассмотреть совершенно новые физические свойства, связанные с  $t_-$ -зависимостью функции распределения. Эти свойства не имеют аналога при использовании стандартной матрицы плотности [22] или уравнения Больцмана [17, 18, 20]. В следующем разделе будет показано, что учет двухвременного характера функций Грина не только имеет академический интерес, но приводит к принципиально новому вкладу в ток, не возникающему при одновременном приближении.

### 5. ПРИМЕНЕНИЕ: БЕСФОНОННЫЙ ТОК

Здесь мы применяем развитый выше формализм для описания индуцированного фотонами вклада в ток. Для этого используем связь стационарного тока с функцией Грина  $g^-$ :

$$j_z = \frac{en}{\hbar} \sum_{k_z} \frac{\partial \varepsilon(k_z)}{\partial k_z} \frac{\omega_{ac}}{2\pi} \times \int_0^{2\pi/\omega_{ac}} dT g^-(k_z|T, t_- = 0), \quad (41)$$

где  $n$  — концентрация электронов, или в представлении Фурье (16) и (21)

$$j_z = \frac{en_s \Delta}{2\hbar} \times \frac{1}{2i} \left[ g_{l=-1, m=0}^-(t_- = 0) - g_{l=1, m=0}^-(t_- = 0) \right], \quad (42)$$

где  $n_s$  — двумерная электронная плотность. Величина  $g_{l,0}^-(t_- = 0)$  рассчитана в Приложении В. Из (В.8) имеем (см. также [23])

$$g_{l,0}^-(t_- = 0) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \frac{P_{lm} S_{lm}}{i l \Omega_{dc}}. \quad (43)$$

Матричные элементы

$$S_{lm} = \sum_{k=-\infty}^{\infty} J_{k-m} \left( l \frac{\Omega_{ac}}{\omega_{ac}} \right) \times J_k \left( l \frac{\Omega_{ac}}{\omega_{ac}} \right) \frac{l \Omega_{dc}}{l \Omega_{dc} + k \omega_{ac}} \quad (44)$$

равны  $\delta_{m,0}$  в пределе отсутствия переменной составляющей поля ( $\Omega_{ac} \rightarrow 0$ ). Компоненты  $P_{l=\pm 1, m}$  получены посредством преобразования Фурье правой части уравнения (В.1) и учитывают двухвременную природу корреляционных функций. Используя симметрию матричных элементов,  $P_{-1, -m} = P_{1, m}^*$ ,  $S_{-1, -m} = S_{1, m}^*$ , выражение для тока можно привести к виду

$$j_z = \frac{en_s \Delta}{2\hbar \Omega_{dc}} \operatorname{Re} \sum_{m=-\infty}^{\infty} P_{1m} S_{1m}. \quad (45)$$

В [22, 23] мы изучали перенос в СР при взаимодействии с полярными оптическими фононами, и эти расчеты можно повторить в рамках нового приближения. Однако значительно интереснее рассмотреть бесфононный вклад, который возникает лишь в рамках двухвременного подхода. Для упругого рассеяния на примесях получаем

$$P_{l=\pm 1, m} = 2U \frac{\omega_{ac}}{2\pi} \int_0^{2\pi/\omega_{ac}} dT \exp(-im\omega_{ac}T) \times \int_0^{\infty} dt_1 A_{l=\pm 1}(t, t|t-t_1) \times \left[ g_0^- \left( T - \frac{t_1}{2}, -t_1 \right) g_0^+ \left( T - \frac{t_1}{2}, t_1 \right) - g_0^+ \left( T - \frac{t_1}{2}, -t_1 \right) g_0^- \left( T - \frac{t_1}{2}, t_1 \right) \right]. \quad (46)$$

Уравнения (42)–(46) описывают транспорт в СР с произвольной шириной минизон в квантующем электрическом поле, когда  $\Omega_{dc}\tau > 1$ . Как видно из (46), матричные элементы  $P_{l=\pm 1, m} = 0$  при использовании приближения Каданова–Бейма, когда  $g_{00}^+(\omega) = g_{00}^-(\omega)$ . Это означает, что бесфононный вклад в ток отсутствует в аппроксимации одновременной матрицы плотности.

Проведем теперь преобразование Фурье по  $T$  правой части (В.1) и для сильного терагерцового поля сохраним только компоненты  $g_{0m}^{\pm}$  с  $m = 0$ :

$$P_{l=\pm 1, m} = 4iU \times \int_0^{\infty} dt_1 A_{l=\pm 1, m}(t_1) \operatorname{Im} [g_{00}^-(-t_1) g_{00}^+(t_1)] \quad (47)$$

с матричными элементами



$$A_{l,m}(t_1) = \frac{\omega_{ac}}{2\pi} \int_0^{2\pi/\omega_{ac}} dT \exp(-im\omega_{ac}T) \times \\ \times J_0 \left( \frac{\Delta}{\hbar} \left| \sum_{k=-\infty}^{\infty} J_k \left( \frac{\Omega_{ac}}{\omega_{ac}} \right) \frac{\sin [(\Omega_{dc} + k\omega_{ac})t_1/2]}{\Omega_{dc} + k\omega_{ac}} \right. \right. \\ \left. \left. \times \exp \left[ ik\omega_{ac} \left( T - \frac{t_1}{2} \right) \right] \right| \right) \times \\ \times \int_0^{2\pi} \frac{dk}{2\pi} \exp \left[ -ilk + \frac{i\Delta}{2\hbar} \int_0^{-t_1} d\tau \cos [k + A(T, \tau)] \right]. \quad (48)$$

В (48) следует использовать обозначение

$$A(T, \tau) = \Omega_{dc}\tau + \frac{\Omega_{ac}}{\omega_{ac}} \{ \sin [\omega_{ac}(T + \tau)] - \sin(\omega_{ac}T) \}. \quad (49)$$

Ограничимся далее пределом узких минизон. Тогда первый неисчезающий вклад по  $\Delta$  из (В.6) имеет вид

$$\text{Re } P_{1m} = \frac{U\Delta}{2\pi\hbar} \times \\ \times \sum_{k=-\infty}^{\infty} \int_0^{2\pi} dT \cos(mT) J_k \left( 2 \frac{\Omega_{ac}}{\omega_{ac}} \cos T \right) \times \\ \times \int_0^{\infty} dt_1 \frac{\sin [(\Omega_{dc} + (m+k)\omega_{ac}/2)t_1]}{\Omega_{dc} + (m+k)\omega_{ac}/2} \text{Im } g_{00}^-(t_1) g_{00}^+(t_1). \quad (50)$$

Это соотношение можно упростить, используя равенство

$$\int_0^{2\pi} \frac{dT}{2\pi} J_{2k} \left( 2 \frac{\Omega_{ac}}{\omega_{ac}} \cos T \right) = J_k^2 \left( \frac{\Omega_{ac}}{\omega_{ac}} \right). \quad (51)$$

Тогда

$$\text{Re } P_{10} = -\frac{U\Delta}{8\pi\hbar} \sum_{k=-\infty}^{\infty} \frac{J_k^2(\Omega_{ac}/\omega_{ac})}{\Omega_{dc} + k\omega_{ac}} \int_{-\infty}^{\infty} d\omega g_{00}^-(\omega) \times \\ \times [g_{00}^+(\omega + \Omega_{dc} + k\omega_{ac}) - g_{00}^+(\omega - \Omega_{dc} - k\omega_{ac})]. \quad (52)$$

Теперь из (45) можно получить выражение для тока

в виде

$$j_z = \frac{en_s U \Delta^2}{8\hbar^2 \Omega_{dc}} \times \\ \times \left[ \text{Re} \sum_{k'=-\infty}^{\infty} J_{k'}^2 \left( \frac{\Omega_{ac}}{\omega_{ac}} \right) \frac{i\Omega_{dc} + 1/\tau_{ac}}{i(\Omega_{dc} + k'\omega_{ac}) + 1/\tau_{ac}} \right] \times \\ \times \sum_{k=-\infty}^{\infty} \frac{J_k^2(\Omega_{ac}/\omega_{ac})}{\Omega_{dc} + k\omega_{ac}} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\omega}{2\pi} g_{00}^+(\omega) g_{00}^+(\omega + \Omega_{dc} + k\omega_{ac}) \times \\ \times [f_{00}(\omega + \Omega_{dc} + k\omega_{ac}) - f_{00}(\omega)]. \quad (53)$$

Здесь, как и в [23], феноменологически введено время релаксации  $\tau_{ac}$ , устраняющее расходимости в резонансных точках  $\Omega_{dc} = k\omega_{ac}$ . Это затухание имеет совершенно иной источник, чем время жизни, выражаемое через  $g_{00}^+$  (см. также [22], где  $\tau_{ac}$  описывается на уровне микротехории).

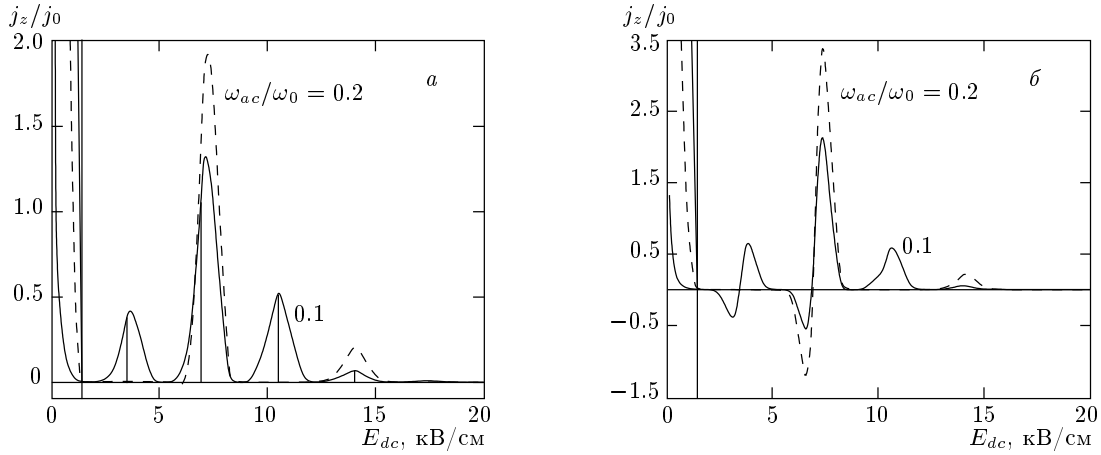
В пределе узких минизон ( $\Delta \rightarrow 0$ ) кинетическое уравнение (39) имеет точное аналитическое решение:

$$f_{00}(\omega) = \frac{2\hbar\sqrt{U}/k_B T}{I_1(2\hbar\sqrt{U}/k_B T)} \exp\left(\frac{\hbar\omega}{k_B T}\right). \quad (54)$$

Такая термодинамически равновесная функция распределения реализуется в том случае, если время термализации носителей на уровне штарковской лестницы меньше характерного времени перескока между уровнями (последнее определяет ток в системе). Когда это условие не выполнено, транспорт принимает немарковский характер, а функцию распределения необходимо определять численно из (39), (40). Заметим, что неупругое рассеяние управляет процессами термализации носителей на уровне штарковской лестницы, происходящими в промежутке между перескоками.

Бесфононный ток исчезает, если выключить переменное поле ( $\Omega_{ac} \rightarrow 0$ ), так как  $g_{00}^+(\omega)g_{00}^+(\omega + \Omega_{dc}) = 0$  при  $2\Omega_{dc} > \sqrt{U}$  (см. (32)). Это означает, что в сильном электрическом поле, когда перенос имеет характер прыжков по уровням штарковской лестницы, упругое рассеяние не приводит к появлению тока (т. е. делокализация электронов не происходит). В предыдущих исследованиях транспорта в СР при наличии электромагнитного излучения [1–4, 10, 12, 17, 18, 20, 30–32] используют формулу, полученную в [33, 34]:

$$j_z(\Omega_{dc}, \Omega_{ac}) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} J_k^2 \left( \frac{\Omega_{ac}}{\omega_{ac}} \right) j_z^{(dc)}(\Omega_{dc} + k\omega_{ac}), \quad (55)$$



**Рис. 1.** Безразмерная плотность тока  $j_z/j_0$  как функция постоянной составляющей электрического поля при  $E_{ac} = 10$  кВ/см,  $\sqrt{U}/\omega_0 = 0.01$ ,  $T = 4$  К и  $\tau_{ac} = 0.5$  пс (а) и 1 пс (б). Энергия оптического фонона, которую используем в качестве энергетической шкалы,  $\hbar\omega_0 = 35$  мэВ. Сплошная и штриховая линии получены из (53) соответственно для  $\omega_{ac}/\omega_0 = 0.1$  и 0.2. Вертикальная тонкая линия в левой части рисунка отмечает границу  $E_{dc} = 4\hbar\sqrt{U}/ed$ , ниже которой наше приближение неприменимо. Тонкой сплошной линией представлен ток при  $\Omega_{ac} = 0$ . Этот ток обращается в нуль при полях  $E_{dc} > 4\hbar\sqrt{U}/ed$ . Положения резонансов на рис. 1а также отмечены вертикальными линиями

которая дает  $j_z(\Omega_{dc}, \Omega_{ac} = 0) \equiv j_z^{(dc)}(\Omega_{dc}) \neq 0$ , что противоречит результату, полученному выше на основе использования двухвременных функций Грина. Именно это фундаментальное отличие от известных в литературе результатов указывает на то, что выше получен принципиально новый вклад в ток, названный бесфононным.

Выражение для тока (53) можно интерпретировать в рамках картины перескокового транспорта между уровнями штарковской лестницы с поглощением и испусканием фотонов. Вольт-амперная характеристика представляет собой набор резких пиков шириной порядка  $2\sqrt{U}$  (на шкале  $\Omega_{dc}$ ), отстоящих друг от друга на расстояние  $\omega_{ac}$ . Наличие дополнительного фононного вклада в ток приведет к появлению фона, заполняющего глубокие провалы между этими пиками.

### 6. ЧИСЛЕННЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ И ДИСКУССИЯ

Нами был проведен также численный расчет индуцированного фотонами тока из (53). При этом мы ограничились случаем, когда термализация на уровне штарковской лестницы происходит достаточно быстро и можно использовать равновесное распределение (54).

На рис. 1а представлена вольт-амперная харак-

теристика (53) для  $\omega_{ac}/\omega_0 = 0.1$ . При этом мы используем энергетическую шкалу  $\hbar\omega_0$  ( $\omega_0$  — частота оптического фонона), хотя здесь фононы явно и не участвуют в переносе заряда и введена константа  $j_0 = en_s \Delta^2 / 16\hbar^2 \omega_0$ , имеющая размерность плотности тока. Как отмечено выше, бесфононный ток отсутствует при  $\Omega_{ac} \rightarrow 0$ , и при достаточно сильном поле  $E_{dc} > 4\hbar\sqrt{U}/ed$ . В области слабого поля  $E_{dc} < 4\hbar\sqrt{U}/ed$  перенос имеет не прыжковый, а зонный характер, а в этих условиях полученные выше результаты несправедливы. На рис. 1а область столь слабых полей отделена вертикальной чертой. Фотонные пики тока центрированы вблизи точек  $\Omega_{dc} = k\omega_{ac}$  и отмечены вертикальными линиями. Пики разделены областями нулевого тока, где отсутствует перекрытие плотностей начального и конечного состояний при перескоке. Отметим, что индуцированные фотонами перескоки реализуются и при локализации в неупорядоченных системах и могут быть описаны с помощью уравнения баланса [35]. Ширина пиков тока зависит от времени жизни электронов на уровнях штарковской лестницы.

При  $\tau_{ac} \rightarrow \infty$  выражение для тока (53) упрощается (см. Приложение С):

$$j_z = \frac{\pi en_s U \Delta^2}{8\hbar^2 \omega_{ac}^2} \frac{J_\nu(\nu') J_{-\nu}(\nu')}{\sin \pi \nu} F(\nu), \quad (56)$$

где  $\nu = \Omega_{dc}/\omega_{ac}$ ,  $\nu' = \Omega_{ac}/\omega_{ac}$  и

$$F(\nu) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \frac{\text{sh}[\hbar\omega_{ac}(\nu - k)/2k_B T]}{\pi(\nu - k)} \times \\ \times \int_{-\infty}^{\infty} d\omega g_{00}^+(\omega - \frac{\omega_{ac}}{2}(\nu - k)) \times \\ \times g_{00}^+(\omega + \frac{\omega_{ac}}{2}(\nu - k)) f_{00}(\omega).$$

Это выражение, конечно, расходится, когда  $\nu$  равно целому числу, что продемонстрировано на рис. 1б, на котором  $\tau_{ac}$  удвоено по сравнению с рис. 1а. При этом возникают области, внутри которых переменное поле индуцирует постоянный ток, текущий против направления постоянной составляющей поля. Такой отрицательный ток возникает вследствие поглощения фотонов и движения носителей вверх по штарковской лестнице. Это радикально отличается бесфононный ток от фононного вклада, где ток всегда положителен, так как процессы испускания фононов всегда более вероятны, чем процессы поглощения, и в среднем электрон движется вниз по лестнице.

Влияние ширины уровней штарковской лестницы на вольт-амперную характеристику иллюстрируется рис. 2. Пики тока хорошо разрешены при выполнении условия  $8\sqrt{U}/\omega_{ac} < 1$ . Сплошная линия соответствует тем же параметрам, что и на рис. 1б, но величина  $\sqrt{U}$  удвоена. Ширина уровня равна 2.8 мэВ. В этом случае области нулевого тока отсут-

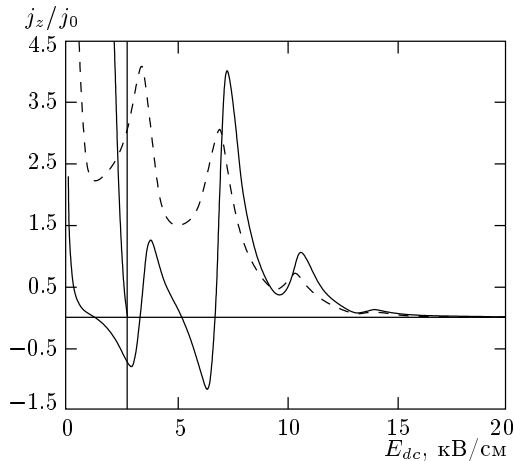


Рис. 2. Безразмерная плотность тока  $j_z/j_0$  как функция электрического поля при  $E_{ac} = 10$  кВ/см,  $\sqrt{U}/\omega_0 = 0.02$ ,  $T = 4$  К,  $\omega_{ac}/\omega_0 = 0.1$ . Сплошная и штриховая линии получены из (53) соответственно при  $\tau_{ac} = 1$  пс и 0

ствуют. И вообще в пределе не малых значений параметра  $8\sqrt{U}/\omega_{ac}$  результаты не сильно отличаются от получаемых методом одновременной матрицы плотности [22, 23]. Штриховая линия на рис. 2 дает бесфононный вклад в ток при большом затухании ( $\tau_{ac} = 0$ ). В этом пределе вольт-амперная характеристика для бесфононного вклада подобна электрофононному резонансу [36].

## 7. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящей работе изучен нелинейный транспорт под влиянием постоянного и переменного электрических полей в системах с дискретным электронным спектром на примере одномерных СР. В таких системах фундаментальную роль играет уширение уровней плотности состояний за счет упругого рассеяния, например, на ионизованных примесях. Методом Келдыша получена система уравнений Дайсона для плотности состояний и двухвременной электронной функции распределения. Эти уравнения изучены в пределе сильного поля ( $\Omega_{dc}\tau > 1$ ), когда существенно квантование Ванье–Штарка. Показано, что плотность состояний представляет собой набор узких и резких пиков. Получено аналитическое решение транспортного уравнения в пределе узких мини-зон СР. При этом не использовалось приближение Каданова–Бейма, так как двухвременной характеристикой Грина играет принципиальную роль. Эффективность предложенного метода продемонстрирована на примере индуцированного фотонами бесфононного прыжкового транспорта между уровнями штарковской лестницы. Этот вклад в ток невозможно получить в рамках метода одновременной матрицы плотности или посредством приближения Каданова–Бейма, которые используются в большинстве теоретических работ. Важным свойством бесфононного тока является возможность его протекания против направления постоянного электрического поля с поглощением энергии электромагнитного излучения. Мы надеемся, что экспериментальные исследования бесфононного переноса тока позволят глубже понять природу двухвременного транспорта, когда необходимо принимать во внимание конечность длительности акта рассеяния.

Много лет назад бесфононный транспорт был изучен при локализации в неупорядоченных системах на базе уравнений баланса электронной плотности на узле [35]. Полученные в [35] соотношения имеют структуру, похожую на (53). Основное

различие заключается в том, что в системах со штарковской лестницей степень локализации связана с величиной электрического поля, и по мере его уменьшения происходит переход от прыжкового транспорта к зонному. Предложенный метод в принципе позволяет описать оба эти режима и переход от одного к другому в области  $\Omega_{dc}\tau \approx 1$ .

Авторы выражают признательность Deutsches Zentrum für Luft- und Raumfahrt за финансовую поддержку.

## ПРИЛОЖЕНИЕ А

### Кинетическое уравнение для $G^-$

В этом Приложении мы приводим промежуточные результаты, которые использованы при получении кинетического уравнения для  $g_l^-(t, t')$ . Просуммируем систему уравнений (7) с комплексно-сопряженной ей с заменой  $t \leftrightarrow t'$ :

$$\begin{aligned} & \left[ \frac{\partial}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial t'} + \frac{i}{\hbar} \left( \varepsilon \left( \mathbf{k} - \frac{1}{2} \mathbf{A}(t', t) \right) \right) - \varepsilon \left( \mathbf{k} - \frac{1}{2} \mathbf{A}(t, t') \right) + \frac{1}{2} \left( \frac{\partial}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial t'} \right) \mathbf{A}(t', t) \nabla_{\mathbf{k}} \right] \tilde{G}^{\pm}(\mathbf{k}|t, t') = \\ & = \mp i \left\{ \int_{t'}^t dt_1 \left[ \tilde{\Sigma}^{\pm} \left( \mathbf{k} + \frac{1}{2} \mathbf{A}(t_1, t') | t, t_1 \right) \tilde{G}^{\pm} \left( \mathbf{k} + \frac{1}{2} \mathbf{A}(t_1, t) | t_1, t' \right) - \right. \right. \\ & \quad \left. \left. - \tilde{\Sigma}^{\pm} \left( \mathbf{k} + \frac{1}{2} \mathbf{A}(t_1, t) | t_1, t' \right) \tilde{G}^{\pm} \left( \mathbf{k} + \frac{1}{2} \mathbf{A}(t_1, t') | t, t_1 \right) \right] + \right. \\ & \quad \left. + \int_{-\infty}^{t'} dt_1 \left[ \tilde{\Sigma}^{\mp} \left( \mathbf{k} + \frac{1}{2} \mathbf{A}(t_1, t') | t, t_1 \right) \tilde{G}^{\mp} \left( \mathbf{k} + \frac{1}{2} \mathbf{A}(t_1, t) | t_1, t' \right) - \right. \right. \\ & \quad \left. \left. - \tilde{\Sigma}^{\mp} \left( \mathbf{k} + \frac{1}{2} \mathbf{A}(t_1, t) | t_1, t' \right) \tilde{G}^{\pm} \left( \mathbf{k} + \frac{1}{2} \mathbf{A}(t_1, t') | t, t_1 \right) \right] - \right. \\ & \quad \left. - \int_{-\infty}^t dt_1 \left[ \tilde{\Sigma}^{\mp} \left( \mathbf{k} + \frac{1}{2} \mathbf{A}(t_1, t') | t, t_1 \right) \tilde{G}^{\pm} \left( \mathbf{k} + \frac{1}{2} \mathbf{A}(t_1, t) | t_1, t' \right) - \right. \right. \\ & \quad \left. \left. - \tilde{\Sigma}^{\pm} \left( \mathbf{k} + \frac{1}{2} \mathbf{A}(t_1, t) | t_1, t' \right) \tilde{G}^{\mp} \left( \mathbf{k} + \frac{1}{2} \mathbf{A}(t_1, t') | t, t_1 \right) \right] \right\}. \quad (\text{A.1}) \end{aligned}$$

Теперь с помощью (8) от  $G^{\pm}$  перейдем к  $g^{\pm}$ . Учитывая лишь главный вклад для невырожденного электронного газа, из (A.1) получаем

$$\begin{aligned} & \left[ \frac{\partial}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial t'} + \frac{1}{2} \left( \frac{\partial}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial t'} \right) \mathbf{A}(t', t) \nabla_{\mathbf{k}} \right] g^-(\mathbf{k}|t, t') = \\ & = \sum_{\mathbf{q}} \left\{ \int_{-\infty}^{t'} dt_1 \left[ D_{\mathbf{q}}^-(t_1 - t) \Phi_{t_1 t}(\mathbf{k}, \mathbf{q}|t, t') g^-(\mathbf{k} + \mathbf{q} + \frac{1}{2} \mathbf{A}(t_1, t') | t, t_1) g^+(\mathbf{k} + \frac{1}{2} \mathbf{A}(t_1, t) | t_1, t') - \right. \right. \\ & \quad \left. \left. - D_{\mathbf{q}}^+(t' - t_1) \Phi_{t_1 t'}^*(\mathbf{k}, \mathbf{q}|t, t') g^+(\mathbf{k} + \mathbf{q} + \frac{1}{2} \mathbf{A}(t_1, t) | t_1, t') g^-(\mathbf{k} + \frac{1}{2} \mathbf{A}(t_1, t') | t, t_1) \right] - \right. \\ & \quad \left. - \int_{-\infty}^t dt_1 \left[ D_{\mathbf{q}}^+(t_1 - t) \Phi_{t_1 t}(\mathbf{k}, \mathbf{q}|t, t') g^+(\mathbf{k} + \mathbf{q} + \frac{1}{2} \mathbf{A}(t_1, t') | t, t_1) g^-(\mathbf{k} + \frac{1}{2} \mathbf{A}(t_1, t) | t_1, t') - \right. \right. \\ & \quad \left. \left. - D_{\mathbf{q}}^-(t' - t_1) \Phi_{t_1 t'}^*(\mathbf{k}, \mathbf{q}|t, t') g^-(\mathbf{k} + \mathbf{q} + \frac{1}{2} \mathbf{A}(t_1, t) | t_1, t') g^+(\mathbf{k} + \frac{1}{2} \mathbf{A}(t_1, t') | t, t_1) \right] \right\}, \quad (\text{A.2}) \end{aligned}$$

где величина  $\Phi_{t_1 t}$  определена соотношением (15). В специальном случае одномерной системы, используя (16), получаем

$$\begin{aligned}
& \left[ \frac{\partial}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial t'} + i l \Omega_{dc} + i l \Omega_{ac} \cos\left(\frac{\omega_{ac}}{2}(t+t')\right) \cos\left(\frac{\omega_{ac}}{2}(t-t')\right) \right] g_l^-(t, t') = \\
& = \int_{-\infty}^{t'} dt_1 [D^-(t_1-t) A_l(t, t'|t_1) g_0^-(t, t_1) g_0^+(t_1, t') - D^+(t'-t_1) B_l(t, t'|t_1) g_0^+(t_1, t') g_0^-(t, t_1)] - \\
& - \int_{-\infty}^t dt_1 [D^+(t_1-t) A_l(t, t'|t_1) g_0^+(t, t_1) g_0^-(t_1, t') - D^-(t'-t_1) B_l(t, t'|t_1) g_0^-(t_1, t') g_0^+(t, t_1)] \equiv P_l(t, t') \quad (\text{A.3})
\end{aligned}$$

с величинами  $A_l(t, t'|t_1)$  и  $B_l(t, t'|t_1)$ , определенными соотношениями (34) и (35).

## ПРИЛОЖЕНИЕ В

### Решение кинетического уравнения

В этом Приложении приводится аналитическое решение кинетического уравнения для функции Грина  $g_l^-(T, 0)$ . Вводя новые временные переменные  $T$  и  $t_-$  в соответствии с (17), из (A.3) получаем

$$\begin{aligned}
\left[ \frac{d}{dT} + i \frac{dA_l(T)}{dT} \right] g_l^-(T, 0) = \int_0^\infty dt_1 \left\{ D^-(t_1) A_l(t, t|t-t_1) g_0^-\left(T - \frac{t_1}{2}, -t_1\right) g_0^+\left(T - \frac{t_1}{2}, t_1\right) - \right. \\
- D^+(t_1) B_l(t, t|t-t_1) g_0^+\left(T - \frac{t_1}{2}, t_1\right) g_0^-\left(T - \frac{t_1}{2}, -t_1\right) + D^-(t_1) B_l(t, t|t-t_1) g_0^-\left(T - \frac{t_1}{2}, t_1\right) \times \\
\left. \times g_0^+\left(T - \frac{t_1}{2}, -t_1\right) - D^+(-t_1) A_l(t, t|t-t_1) g_0^+\left(T - \frac{t_1}{2}, -t_1\right) g_0^-\left(T - \frac{t_1}{2}, t_1\right) \right\} \equiv P_l(T), \quad (\text{B.1})
\end{aligned}$$

где правая часть уравнения обозначена как  $P_l(T)$ . Величина  $A_l(T)$  определена уравнением

$$\frac{dA_l(T)}{dT} = l \Omega_{dc} + l \Omega_{ac} \cos(\omega_{ac} T) \quad (\text{B.2})$$

и удовлетворяет соотношению

$$A_l\left(T + \frac{2\pi}{\omega_{ac}}\right) = A_l(T) + 2\pi l \frac{\Omega_{dc}}{\omega_{ac}}. \quad (\text{B.3})$$

Линейное дифференциальное уравнение (B.1) легко разрешается:

$$g_l^-(T, 0) = \exp[-i A_l(T)] \left\{ C + \int_0^T dT' P_l(T') \exp[i A_l(T')] \right\}, \quad (\text{B.4})$$

а константа  $C$  определяется условием периодичности:

$$C = \left[ 1 - \exp\left(-2\pi i l \frac{\Omega_{dc}}{\omega_{ac}}\right) \right]^{-1} \int_{-2\pi/\omega_{ac}}^0 dT' P_l(T') \exp[i A_l(T')]. \quad (\text{B.5})$$

Интегрируя по  $T$  в (B.4) и (B.5) с помощью соотношения

$$\exp\left(i l \frac{\Omega_{ac}}{\omega_{ac}} \sin(\omega_{ac} T)\right) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} J_k\left(l \frac{\Omega_{ac}}{\omega_{ac}}\right) \exp(ik \omega_{ac} T) \quad (\text{B.6})$$

и проводя преобразование Фурье

$$P_l(T) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} P_{lm} \exp(im\omega_{ac}T), \quad (B.7)$$

получаем конечный результат, использованный в разд. 5:

$$g_l^-(T, 0) = -i \sum_{m=-\infty}^{\infty} P_{lm} \sum_{k, k'=-\infty}^{\infty} J_k \left( l \frac{\Omega_{ac}}{\omega_{ac}} \right) J_{k'} \left( l \frac{\Omega_{ac}}{\omega_{ac}} \right) \frac{\exp [i(m+k-k')\omega_{ac}T]}{l\Omega_{dc} + (k+m)\omega_{ac}}. \quad (B.8)$$

### ПРИЛОЖЕНИЕ С

#### Альтернативное выражение для тока

В этом Приложении приведена иная, чем (53), форма для плотности тока при  $\sqrt{U}/\omega_{ac} \ll 1$  и  $\omega_{ac}\tau_{ac} \rightarrow \infty$ . В этом случае (53) можно представить в виде

$$j_z = \frac{en_s U \Delta^2}{8\hbar^2} AB, \quad (C.1)$$

где

$$A = \frac{1}{\omega_{ac}} \sum_{k'=-\infty}^{\infty} \frac{J_{k'}^2(\nu')}{\nu+k'} = \frac{\pi}{\omega_{ac} \sin \pi\nu} J_\nu(\nu') J_{-\nu}(\nu'). \quad (C.2)$$

Другой (зависящий от поля) множитель в (C.1) имеет вид

$$B = \frac{1}{\omega_{ac}} \sum_{k=-\infty}^{\infty} \frac{J_k^2(\nu')}{k+\nu} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\omega}{2\pi} g_{00}^+(\omega) g_{00}^+(\omega + \omega_{ac}(k+\nu)) [f_{00}(\omega + \omega_{ac}(k+\nu)) - f_{00}(\omega)]. \quad (C.3)$$

Так как ширина уровней плотности состояний порядка  $\sqrt{U}$  и больше, чем  $\omega_{ac}$ , индекс функций Бесселя  $k$  можно заменить на  $-\nu$ . В результате получим

$$B \approx J_\nu^2(\nu') F(\nu) / \omega_{ac}, \quad (C.4)$$

$$\begin{aligned} F(\nu) &= \sum_{k=-\infty}^{\infty} \frac{1}{\nu-k} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\omega}{2\pi} g_{00}^+(\omega) g_{00}^+(\omega + \omega_{ac}(k+\nu)) [f_{00}(\omega + \omega_{ac}(k+\nu)) - f_{00}(\omega)] = \\ &= 2 \sum_{k=-\infty}^{\infty} \frac{\text{sh}[\hbar\omega_{ac}(\nu-k)/2k_B T]}{\nu-k} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\omega}{2\pi} g_{00}^+ \left[ \omega - \frac{\omega_{ac}}{2}(\nu-k) \right] g_{00}^+ \left[ \omega + \frac{\omega_{ac}}{2}(\nu-k) \right] f_{00}(\omega). \end{aligned} \quad (C.5)$$

Из (C.2), (C.4) и (C.5) следует выражение для тока в форме (56), если для  $f_{00}(\omega)$  использовать (54).

### ЛИТЕРАТУРА

- |  |  |
|--|--|
| <ol style="list-style-type: none"> <li>1. B. J. Keay, S. Zeuner, S. J. Allen et al., Phys. Rev. Lett. <b>75</b>, 4102 (1995).</li> <li>2. B. J. Keay, S. J. Allen, J. Galan et al., Phys. Rev. Lett. <b>75</b>, 4098 (1995).</li> <li>3. S. Zeuner, D. J. Keay, S. J. Allen et al., Phys. Rev. B <b>53</b>, R1717 (1996).</li> </ol> | <ol style="list-style-type: none"> <li>4. K. Unterrainer, D. J. Keay, M. C. Wanke et al., Phys. Rev. Lett. <b>76</b>, 2973 (1996).</li> <li>5. S. Winnerl, E. Schomburg, J. Grenzer et al., Phys. Rev. B <b>56</b>, 10303 (1997).</li> <li>6. X. L. Lei, B. Dong, and Y. Q. Chen, Phys. Rev. B <b>56</b>, 12120 (1997).</li> <li>7. J. B. Xia, Phys. Rev. B <b>58</b>, 3565 (1998).</li> </ol> |
|--|--|

8. E. W. S. Caetano, E. A. Mendes, V. N. Freire et al., *Phys. Rev. B* **57**, 11872 (1998).
9. X. L. Lei and H. L. Cui, *Eur. Phys. J. B* **4**, 513 (1998).
10. G. Platero and R. Aguado, *Appl. Phys. Lett.* **70**, 3546 (1997).
11. R. Aguado and G. Platero, *Phys. Rev. B* **55**, 12860 (1997).
12. A. Wacker, A. P. Jauho, S. Zeuner, and S. J. Allen, *Phys. Rev. B* **56**, 13268 (1997).
13. А. А. Игнатов, Ю. А. Романов, *ФТТ* **17**, 3388 (1975).
14. A. A. Ignatov and Yu. A. Romanov, *Phys. Stat. Sol. (b)* **73**, 327 (1976).
15. В. В. Павлович, Е. М. Эпштейн, *ФТП* **10**, 1196 (1976).
16. S. Y. Mensah, *J. Phys. C* **4**, L325 (1996).
17. A. A. Ignatov, E. Schomburg, J. Grenzer et al., *Z. Phys. B* **98**, 187 (1995).
18. O. M. Yevtushenko, *Phys. Rev. B* **54**, 2578 (1996).
19. H. N. Nazareno and R. A. Masut, *Sol. St. Comm.* **101**, 819 (1997).
20. X. G. Zhao, G. A. Georgaki, and Q. Niu, *Phys. Rev. B* **56**, 3976 (1997).
21. В. М. Поляновский, *ФТТ* **22**, 1975 (1980).
22. V. V. Bryksin and P. Kleinert, *Phys. Rev. B* **59**, 8152 (1999).
23. P. Kleinert and V. V. Bryksin, *J. Phys.: Condens. Matter* **11**, 2539 (1999).
24. В. В. Брыксин, Ю. А. Фирсов, *ЖЭТФ* **61**, 2373 (1971).
25. L. Esaki and R. Tsu, *IBM J. Res. Dev.* **14**, 61 (1970).
26. H. Haug and A. P. Jauho, *Quantum Kinetics in Transport and Optics of Semiconductors*, Springer Verlag, Berlin–Heidelberg–New York–Tokyo (1996).
27. P. Lipavsky, V. Spicka, and B. Velicky, *Phys. Rev. B* **34**, 6933 (1986).
28. V. V. Bryksin and P. Kleinert, *J. Phys. A* **32**, 2731 (1999).
29. V. V. Bryksin and P. Kleinert, *J. Phys. A* **33**, 233 (2000).
30. S. Zeuner, B. J. Keay, S. J. Allen et al., *Superlatt. Microstruct.* **22**, 149 (1997).
31. A. Wacker and A. P. Jauho, *Phys. Stat. Sol. (b)* **204**, 73 (1999).
32. A. Wacker, S. J. Allen, J. S. Scott et al., *Phys. Stat. Sol. (b)* **204**, 95 (1999).
33. P. R. Tien and J. P. Gordon, *Phys. Rev.* **129**, 647 (1963).
34. J. Tucker, *IEEE J. Quantum Electron.* **QE-15**, 1234 (1979).
35. H. Boettger and V. V. Bryksin, *Hopping Conduction in Solids*, Akademie Verlag, Berlin (1985).
36. V. V. Bryksin and P. Kleinert, *J. Phys. C* **9**, 7403 (1997).