

ФЕНОМЕНОЛОГИЧЕСКАЯ ТЕОРИЯ МЕТАСТАБИЛЬНЫХ СОСТОЯНИЙ В НЕУПОРЯДОЧЕННЫХ ИЗИНГОВСКИХ МАГНЕТИКАХ

*П. Н. Тимонин**

*Научно-исследовательский институт физики
Ростовского государственного университета
344 090, Ростов-на-Дону, Россия*

Поступила в редакцию 6 апреля 2000 г.

Предложен механизм образования экспоненциально большого числа метастабильных состояний в магнитных фазах неупорядоченных изинговских магнетиков в результате конденсации фрактальных делокализованных мод вблизи порога локализации. В приближении эффективного поля исследованы термодинамические свойства метастабильных состояний в окрестности перехода в магнетиках с нулевой однородной намагниченностью в основном состоянии: в разбавленных антиферромагнетиках, спиновых стеклах и разбавленных ферромагнетиках с дипольным взаимодействием. Показано, что этими свойствами определяются параметры неравновесных процессов в стекольной фазе: форма петли гистерезиса, значения термодинамических величин при охлаждении в малом постоянном поле и в отсутствие поля, величины термоостаточной и изотермической остаточной намагниченностей.

PACS: 05.70.Fh, 05.70.Ln, 75.50.Lk

1. ВВЕДЕНИЕ

Характерной особенностью неупорядоченных магнетиков является то, что магнитные переходы в них сопровождаются появлением множества метастабильных состояний, являющихся причиной ряда явлений необратимости в их реакции на изменения внешнего магнитного поля и температуры, таких как зависимость термодинамических параметров от порядка и скорости этих изменений, появление петель гистерезиса, форма которых меняется в зависимости от амплитуды приложенного поля и др. [1–4]. При этом эффекты необратимости свойственны всем исследованным типам магнитного беспорядка в соответствующих неоднородных магнитных фазах — от разбавленных магнетиков, имеющих примеси немагнитных атомов [2, 4], до спиновых стекол, существующих в кристаллических твердых растворах ферромагнетиков с антиферромагнетиками [1, 3].

В настоящее время свидетельства существова-

ния метастабильных состояний, число которых экспоненциально зависит от числа спинов, обнаружены в численных исследованиях ряда моделей неупорядоченных магнетиков с короткодействующим обменом [5–8]. Теоретическое описание связанных с ними явлений неэргодичности в большинстве моделей также возможно лишь с помощью численных методов, см., например, [1, 4, 9].

Основные аналитические результаты получены в модели спинового стекла Шеррингтона–Киркпатрика с бесконечным радиусом взаимодействия. Установлено, что в этой модели область неэргодичности ограничена конечными полями, меньшими поля Альмейды–Таулеса H_{AT} [10], а в рамках схемы нарушения репличной симметрии [11] и представления об иерархии макроскопических времен релаксации [12] определены термодинамические параметры при охлаждении в малом постоянном поле и в отсутствие поля с последующим его приложением [1]. Этим, однако, и исчерпываются сведения о необратимых процессах, полученные в данной модели. Несмотря на то что такой подход широко используется в исследовании других эффективно-полевых

*E-mail: timonin@icomm.ru

моделей, см., например, [13, 14], до сих пор остается неясным, как с помощью методов работ [11, 12] можно описать всю совокупность необратимых процессов, связанных с переходами между различными метастабильными состояниями.

Между тем теоретическое описание эффектов неэргодичности было бы вполне очевидным и простым, если бы были известны физические свойства метастабильных состояний неупорядоченных магнетиков, их области существования и точки возможных фазовых переходов между ними при $H < H_{AT}$. В принципе, в эффективно-полевых моделях с бесконечным радиусом взаимодействия такая информация может быть получена при исследовании (неусредненных) уравнений для локальных магнитных моментов. Наиболее известным примером использования такого подхода являются ТАП-уравнения в той же модели Шеррингтона–Киркпатрика [15]. Хотя и было показано, что число решений этих уравнений экспоненциально велико [16], однако аналитическими методами установить их явный вид не удалось. Неясно даже, сколько решений соответствует минимумам термодинамического потенциала и каким образом появляются между ними расходящиеся в термодинамическом пределе барьеры.

Кроме того, результаты исследования ТАП-уравнений в случае большого, но конечного радиуса взаимодействия [17], вообще ставят под сомнение возможность использования моделей с бесконечным радиусом взаимодействия как хорошее приближение для описания реальных неупорядоченных магнетиков. Авторы [17] впервые обратили внимание на следствия качественного отличия спектра гауссовского ансамбля матриц случайного обмена в модели Шеррингтона–Киркпатрика, в котором все собственные векторы делокализованы, от спектра короткодействующих матриц с локализованными состояниями на его хвостах [18]. Как показано в [17], в трехмерном спиновом стекле с достаточно большим, но конечным радиусом взаимодействия конденсация локальных мод может изменить характер перехода, исключив возможность конденсации делокализованных мод, если критический индекс радиуса локализации $\nu > 2/3$. Хотя такая ситуация с отсутствием метастабильных состояний вряд ли имеет место в большинстве реальных неупорядоченных магнетиков, эти результаты демонстрируют необходимость учета качественных особенностей спектральных характеристик случайного обмена.

Между тем исследования структуры спектров

различных ансамблей короткодействующих случайных матриц показали, что все они имеют подобную структуру с локализованными состояниями вблизи границ спектра и фрактальной структурой собственных векторов вблизи порога локализации [18–20]. Поэтому можно предположить, что универсальность явлений необратимости в неупорядоченных магнетиках с разными типами короткодействующего случайного обмена связана именно с подобием их спектральных характеристик. Общим механизмом возникновения множества метастабильных состояний в таких системах может быть практически одновременная конденсация макроскопически большого числа почти не перекрывающихся и слабо взаимодействующих фрактальных мод, близких к порогу локализации.

При этом следует отметить, что конечность радиуса взаимодействия вовсе не исключает возможности достаточно точного количественного описания такого механизма перехода в рамках приближения эффективного поля. Дело в том, что макроскопически большое число конденсирующихся мод (компонент параметра порядка) существенно уменьшает число неконденсирующихся мод с близкими собственными значениями (флуктуаций параметра порядка) по сравнению с однородным магнетиком той же размерности. Поэтому можно ожидать, что параметр Гинзбурга при таком переходе будет заметно меньше, чем в однородном случае, для всех ансамблей случайных короткодействующих обменов.

На основе таких представлений в настоящей работе сделана попытка построения феноменологической эффективно-полевой теории неупорядоченных изинговских магнетиков с нулевой намагниченностью в основном состоянии, использующей эвристические предположения о виде фрактальных собственных векторов матриц обменных интегралов. В рамках такого подхода удастся естественным образом объяснить появление множественных метастабильных состояний в неоднородных магнитных фазах, а использование некоторых упрощающих предположений позволяет получить полное аналитическое описание термодинамических свойств этих состояний в окрестности фазовых переходов. В свою очередь, эти результаты дают возможность определить параметры любых необратимых процессов и, в частности, впервые получить аналитические выражения, описывающие форму петель гистерезиса при произвольной амплитуде поля и полевые и температурные зависимости остаточных намагниченностей в магнетиках указанных типов.

2. ПРИБЛИЖЕНИЕ ЭФФЕКТИВНОГО ПОЛЯ ДЛЯ НЕУПОРЯДОЧЕННЫХ ИЗИНГОВСКИХ МАГНЕТИКОВ

Гамильтониан неупорядоченного изинговского магнетика имеет вид

$$\mathcal{H} = -\frac{1}{2} \sum_{i,j} J_{ij} S_i S_j, \quad (1)$$

где J_{ij} — матрица случайных обменных интегралов, $S_i = \pm 1$. В большинстве реалистических моделей J_{ij} отлична от нуля, лишь если расстояния между узлами решетки $|\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j|$ не превышают нескольких ближайших радиусов координационных сфер кристаллической решетки, а сама величина J_{ij} ограничена:

$$|J_{ij}| < J_{max}.$$

Здесь мы будем рассматривать именно такие модели. Приближение эффективного поля для гамильтониана (1) сводится к замене матрицы J_{ij} на проектор на ее максимальное собственное значение J :

$$J_{ij} \approx J \sum_{\alpha=1}^{N_0} c_i^\alpha c_j^\alpha. \quad (2)$$

Здесь c_i^α — нормированные собственные векторы матрицы J_{ij} , соответствующие максимальному (вообще говоря, вырожденному в случае многоподрешеточного антиферромагнетика) собственному значению J , $\alpha = 1, \dots, N_0$.

В результате гамильтониан становится функцией (многокомпонентного) параметра порядка

$$\eta^\alpha = N^{-1/2} \sum_{i=1}^N c_i^\alpha S_i$$

и остается только вычислить энтропию

$$S(\eta^\alpha) = \ln \text{Tr} \delta_{N^{1/2} \eta^\alpha, \sum c_i^\alpha S_i}, \quad (3)$$

чтобы получить неравновесный термодинамический потенциал

$$F(\eta^\alpha) = -\frac{NJ}{2} \sum_{\alpha=1}^{N_0} (\eta^\alpha)^2 - TS(\eta^\alpha).$$

Минимизация F по η^α дает возможность получить равновесные значения термодинамических параметров, которые соответствуют самому глубокому минимуму, а также параметры метастабильных состояний, соответствующих более мелким минимумам. В частности, можно найти средние значения спинов,

$$\langle S_i \rangle = N^{1/2} \sum_{\alpha=1}^{N_0} c_i^\alpha \eta^\alpha. \quad (4)$$

Результаты такого приближения могут дать качественное, а в определенных случаях (при достаточно большом радиусе взаимодействия или слабом взаимодействии различных мод) и довольно точное количественное описание термодинамики переходов второго рода в однородных магнетиках. Поэтому представляется естественным применить приближение эффективного поля и для моделей неупорядоченных магнетиков со случайным обменом. В этом случае достаточно было бы усреднить результаты, полученные в рамках описанной схемы, по случайным величинам J и c_i^α . Тогда термодинамика неупорядоченных магнетиков не отличалась бы качественно от термодинамики идеальных магнитных кристаллов, и, в частности, в неоднородных магнитных фазах не было бы множества метастабильных состояний.

Наиболее вероятной причиной появления экспоненциально большого числа метастабильных состояний является специфическая структура спектра и собственных векторов случайной матрицы J_{ij} . Действительно, собственные состояния случайной матрицы J_{ij} с описанными выше свойствами являются локализованными в окрестности верхней и нижней границ спектра [18]. Поэтому для описания перехода в неупорядоченном магнетике необходимо взять в формуле (2) не максимальное собственное значение, а несколько меньшее собственное значение J на пороге локализации, т. е. максимальное собственное значение из тех, что имеют делокализованные собственные векторы. Такое требование связано с тем, что макроскопический фазовый переход может происходить лишь в случае конденсации делокализованной спиновой конфигурации, тогда как предшествующая ему конденсация локальных конфигураций с большими собственными значениями (температурами перехода) соответствует специфическому переходу в фазу Гриффитса, не сопровождающемуся заметными аномалиями термодинамических величин [21, 22]. Следует, однако, отметить, что, согласно результатам работы [17], в случае достаточно большого радиуса взаимодействия последовательная конденсация локальных мод в трехмерном спиновом стекле может привести к тому, что делокализованные моды станут устойчивыми и макроскопический переход не произойдет. Здесь мы будем предполагать, что радиус взаимодействия достаточно мал для того, чтобы такой переход все же имел место.

Между тем, представляется весьма вероятным, что в большинстве случайных реализаций конденсации лишь одной делокализованной спиновой конфигурации с собственным значением, ближайшим

к порогу локализации, недостаточно для стабилизации новой фазы. По-видимому, для размерности $d > 2$ собственные векторы J_{ij} имеют вблизи порога довольно рыхлую (фрактальную) структуру, почти распадающуюся на отдельные области локализации, связанные лишь квазиодномерными цепочками [19, 20]. Иными словами, имеется множество узлов со структурой, напоминающей структуру перколяционного кластера [23], где $N(c_i^\alpha)^2 \gg 1$, тогда как на остальных узлах $N(c_i^\alpha)^2 \ll 1$. Этим близкие к порогу локализации моды существенно отличаются от мод внутри непрерывного спектра и собственных функций трансляционно-инвариантных матриц J_{ij} , у которых $N(c_i^\alpha)^2 \approx 1$ почти на всех узлах решетки.

Свидетельства существования такой фрактальной структуры у мод на пороге локализации получены во многих численных исследованиях различных статистических ансамблей короткодействующих случайных матриц, см. [19, 20]. Согласно (4) конденсация одной такой моды приводит к появлению достаточно больших средних значений спинов лишь на рыхлой фрактальной структуре, чего недостаточно для стабилизации мод с меньшими собственными значениями, локализованными, вообще говоря, на других фрактальных множествах узлов. Более точно, конденсация первой делокализованной моды с вектором c_i^0 может стабилизировать лишь те моды с $J_\alpha < J$, которые заметно перекрываются с ней, т. е. такие, что $Nc_i^0 c_i^\alpha \gg 1$ для большинства узлов, где $N(c_i^\alpha)^2 \gg 1$. Поэтому вслед за конденсацией ближайшей к порогу локализации моды с понижением температуры произойдет конденсация другой рыхлой моды, почти не перекрывающейся с первой, затем конденсируется мода, почти не перекрывающаяся с первой и второй и т. д.

Такая последовательная конденсация перекрывающихся мод с уменьшающимися собственными значениями будет происходить до тех пор, пока достаточно большие средние значения спинов не появятся на подавляющем множестве узлов решетки. При этом в промежутках между собственными значениями конденсирующихся мод может существовать, вообще говоря, произвольное число мод, которые не конденсируются вследствие их существенного перекрытия с уже сконденсированными. В приближении эффективного поля такие моды представляют собой флуктуации параметра порядка и их можно не рассматривать.

Фрактальная структура конденсирующихся мод предполагает, что их число будет расходиться при $N \rightarrow \infty$. Действительно, полагая, что множества узлов, на которых в основном локализованы рассмат-

риваемые моды, имеют фрактальную размерность $d_f < d$ (т. е. число узлов в этих областях порядка $N^{d_f/d}$), число конденсирующихся мод N_0 можно оценить как величину порядка $N^{1-d_f/d}$.

В рамках описанного механизма несложно объяснить появление экспоненциально большого числа метастабильных состояний в неоднородных магнитных фазах. Действительно, в нулевом поле конденсация одной моды приводит к появлению двух устойчивых состояний, отличающихся глобальным переворотом спинов, и каждая последующая конденсация удваивает их число. Таким образом, конденсация N_0 мод приведет к появлению $2^{N_0} \sim \exp(N^{1-d_f/d} \ln 2)$ устойчивых состояний. При этом каждое из таких состояний будет связано с другими переворотами независимых групп спинов, соответствующих фрактальным модам. Именно такая структура спиновых конфигураций основных состояний обнаружена в недавних численных исследованиях трехмерной модели спинового стекла с бинарным случайным обменом [8], что недвусмысленно свидетельствует в пользу рассматриваемого механизма.

То обстоятельство, что собственные векторы конденсирующихся мод c_i^α почти не перекрываются (т. е. $Nc_i^\alpha c_i^\beta \ll 1$ для большинства узлов при $\alpha \neq \beta$), позволяет существенно упростить рассмотрение. Подпространство таких c_i^α можно аппроксимировать набором неперекрывающихся (нормированных) векторов e_i^α ($e_i^\alpha e_i^\beta = 0$ при $\alpha \neq \beta$), которые совпадают с собственными векторами c_i^α в областях их преимущественной локализации (где $N(c_i^\alpha)^2 \gg 1$) и равны нулю вне этих областей. Тогда на подпространстве, натянутом на (очевидно, ортогональные) векторы e_i^α , J_{ij} будет почти диагональна:

$$J_{ij} = \sum_{\alpha, \beta=1}^{N_0} (J\delta_{\alpha\beta} - J_{\alpha\beta}) e_i^\alpha e_j^\beta.$$

Здесь $J_{\alpha\beta}$ — малая неотрицательно определенная матрица,

$$|J_{\alpha\beta}| \ll J.$$

Тогда несложно определить эффективно-полевой термодинамический потенциал, зависящий от многокомпонентного параметра порядка

$$l_\alpha = N_\alpha^{-1/2} \sum_i e_i^\alpha S_i, \quad N_\alpha \equiv \sum_i \theta(|e_i^\alpha|)$$

($\theta(x)$ — ступенчатая функция Хевисайда) и (квази)локальных намагниченностей

$$m_\alpha = N_\alpha^{-1} \sum_i S_i \theta(|e_i^\alpha|).$$

Он имеет вид

$$F = -\frac{1}{2} \sum_{\alpha, \beta=1}^{N_0} \sqrt{N_\alpha N_\beta} (J\delta_{\alpha\beta} - J_{\alpha\beta}) l_\alpha l_\beta - T \sum_{\alpha=1}^{N_0} N_\alpha S_\alpha(l_\alpha, m_\alpha) - NHm, \quad (5)$$

$$S_\alpha(l_\alpha, m_\alpha) = N_\alpha^{-1} \ln \text{Tr}_\alpha \delta_{N_\alpha^{1/2} l_\alpha, \sum e_i^\alpha S_i} \delta_{N_\alpha m_\alpha, \sum S_i \theta(|e_i^\alpha|)}. \quad (6)$$

Здесь Tr_α означает суммирование по спиновым конфигурациям тех узлов, где $e_i^\alpha \neq 0$. Отметим, что в соответствии со сказанным выше $N_\alpha \rightarrow \infty$ при $N \rightarrow \infty$ и

$$\sum_{\alpha} N_\alpha \approx N,$$

а однородная намагниченность

$$m \approx \sum_{\alpha} \frac{N_\alpha}{N} m_\alpha.$$

Выражение (5) зависит от малой случайной матрицы $J_{\alpha\beta}$ и случайных векторов e_i^α , вид которых определяется типом ансамбля случайных матриц J_{ij} . В некоторых случаях можно представить вид e_i^α . Например, в спиновом стекле с бинарным случайным обменом,

$$J_{ij} = \pm J_{max},$$

в каждой конфигурации связей имеются нефрустрированные d -мерные кластеры, т. е. такие, для которых существует единственная спиновая конфигурация σ_i , соответствующая минимуму энергии, причем

$$J_{ij} \sigma_i \approx 2d J_{max} \sigma_i.$$

Таким образом, делокализованные собственные векторы с наибольшими собственными значениями можно приближенно построить из локальных спиновых конфигураций с помощью соединения некоторых нефрустрированных d -мерных кластеров ветвящимися цепочками без замкнутых петель, которые также нефрустрированы при любой конфигурации связей [24]. В результате векторы e_i^α будут иметь вид

$$e_i^\alpha = N_\alpha^{-1/2} \sigma_i^\alpha, \quad (7)$$

где σ_i^α — спиновые конфигурации, построенные указанным способом на нефрустрированных фрактальных подмножествах узлов.

В таком же виде (7) можно представить векторы e_i^α и в разбавленных ферромагнетиках, и антиферромагнетиках с помощью соединения цепочками d -мерных ферромагнитных (антиферромагнитных) кластеров, принадлежащих перколяционному

кластеру связей. При этом $\sigma_i^\alpha = 1$ в разбавленном ферромагнетике и $\sigma_i^\alpha = (-1)^{\text{kr}i}$ в разбавленном антиферромагнетике. Следует, однако, подчеркнуть, что в конкретных конфигурациях связей выражения для e_i^α могут существенно отличаться от соотношения (7). Тем не менее будем полагать, что в большинстве конфигураций оно достаточно хорошо аппроксимирует e_i^α и может быть использовано при оценке средних по ансамблю от сумм вида

$$u_{n\alpha} = N_\alpha^{n/2-1} \sum_i (e_i^\alpha)^n. \quad (8)$$

Как будет видно дальше, термодинамика в окрестности перехода в неоднородную магнитную фазу мало зависит от детального вида случайных векторов e_i^α , определяясь лишь несколькими константами вида (8).

Преимуществом представления F в виде (5) является аддитивность энтропии. Однако при произвольной случайной матрице $J_{\alpha\beta}$ выражение (5) все еще сложно для анализа. Чтобы его упростить, можно использовать то обстоятельство, что собственные значения $J_{\alpha\beta}$, распределенные в интервале от нуля до некоторого $J_0 \ll J$, должны сгущаться к нулю, вследствие того что по мере удаления от порога локализации все реже встречаются собственные векторы, не перекрывающиеся со всеми предыдущими. При этом, поскольку средний интервал между соседними собственными значениями имеет порядок $1/N$, малые собственные значения $J_{\alpha\beta}$ могут иметь тот же порядок. Это позволяет приближенно заменить $J_{\alpha\beta}$ проектором на некоторый (случайный) вектор r_α , свойства которого определяются конкретным типом ансамбля случайных матриц J_{ij} :

$$J_{\alpha\beta} = J_0 r_\alpha r_\beta, \quad \sum_{\alpha=1}^{N_0} r_\alpha^2 = 1. \quad (9)$$

Вообще говоря, предположение о том, что лишь одно из собственных значений матрицы $J_{\alpha\beta}$ конечно, а все остальные имеют порядок $1/N$, является довольно грубым. Оно приводит к совпадению точек конденсации всех мод кроме одной и делает переход более резким, тогда как реально конденсация мод может происходить во всем интервале от $T = J$ до $T = J - J_0$. Вместе с тем, такое приближение позволяет получить довольно простое аналитическое описание термодинамики всех метастабильных состояний, которое качественно согласуется с экспериментом и может послужить отправной точкой для построения более точной теории, учитывающей распределение температур конденсации фрактальных мод.

Далее мы покажем, что вид r_α в (9) можно установить, воспользовавшись тем обстоятельством, что матрица $J_{\alpha\beta}$ определяет тип основного состояния кристалла. В результате термодинамический потенциал (5) приобретает вид

$$F = -\frac{J}{2} \sum_{\alpha=1}^{N_0} N_\alpha l_\alpha^2 + \frac{J_0}{2} \left(\sum_{\alpha=1}^{N_0} \sqrt{N_\alpha} r_\alpha l_\alpha \right)^2 - T \sum_{\alpha=1}^{N_0} N_\alpha S_\alpha(l_\alpha, m_\alpha) - NHm. \quad (10)$$

Парциальные энтропии (6) можно представить в виде

$$S_\alpha(l_\alpha, m_\alpha) = \ln 2 - \max_{\varphi, \psi} \left[\varphi m_\alpha + \psi l_\alpha - N_\alpha^{-1} \sum_i \theta(|e_i^\alpha|) \ln \text{ch} \left(\varphi + \psi e_i^\alpha \sqrt{N_\alpha} \right) \right],$$

где соответствующие максимуму значения φ_α и ψ_α определяются из уравнений

$$\begin{aligned} m_\alpha &= N_\alpha^{-1} \sum_i \text{th} \left(\varphi_\alpha + \psi_\alpha e_i^\alpha \sqrt{N_\alpha} \right), \\ l_\alpha &= N_\alpha^{-1/2} \sum_i e_i^\alpha \text{th} \left(\varphi_\alpha + \psi_\alpha e_i^\alpha \sqrt{N_\alpha} \right). \end{aligned} \quad (11)$$

Дифференцируя потенциал (10) по l_α, m_α , получим уравнения состояния

$$\begin{aligned} J_0 N_\alpha^{-1/2} r_\alpha \sum_\beta N_\beta^{1/2} r_\beta l_\beta - J l_\alpha + T \psi_\alpha &= 0, \\ T \varphi_\alpha &= H. \end{aligned} \quad (12)$$

Устойчивые решения уравнений (11), (12), соответствующие минимумам F , определяются условием положительной определенности матрицы

$$G_{\alpha\beta} = \delta_{\alpha\beta} \left\{ T \left[1 - \sum_i (e_i^\alpha)^2 \times \text{th}^2 \left(\varphi_\alpha + \psi_\alpha e_i^\alpha \sqrt{N_\alpha} \right) \right]^{-1} - J \right\} + J_0 r_\alpha r_\beta. \quad (13)$$

При $H = 0, T = 0$ из (11), (12) следует

$$m_\alpha = N_\alpha^{-1} \sum_i \text{sign}(e_i^\alpha l_\alpha), \quad |l_\alpha| = N_\alpha^{-1/2} \sum_i |e_i^\alpha|.$$

Таким образом, имеется 2^{N_0} устойчивых решений уравнений (11), (12), различающихся знаками l_α .

Если ансамбль случайных J_{ij} таков, что в большинстве реализаций имеет место переход в состояние с $m = 0$, то обеспечить минимальную энергию для состояний с $m = 0$ можно, положив $\sum_{\alpha=1}^{N_0} \sqrt{N_\alpha} r_\alpha l_\alpha = cm$. При произвольных знаках l_α этому условию удовлетворяет единственный вектор r_α :

$$r_\alpha = c' \sum_i \text{sign}(e_i^\alpha) / \sum_i |e_i^\alpha|. \quad (14)$$

Здесь c' — нормировочная константа.

Мы ограничимся рассмотрением неупорядоченных магнетиков с $m = 0$ в основном состоянии, к которым относятся разбавленные антиферромагнетики, спиновые стекла, а также разбавленные ферромагнетики с дипольным взаимодействием [25]. В силу обсуждавшихся выше свойств случайных векторов e_i^α в разбавленных магнетиках и бинарных спиновых стеклах, формулу (14) можно представить в виде (см. (7), (8))

$$r_\alpha = u_{1\alpha} \left(\frac{N_\alpha}{\sum_\beta N_\beta u_{1\beta}^2} \right)^{1/2}. \quad (15)$$

Таким образом, исследование метастабильных состояний в магнетиках указанных типов заключается в поиске устойчивых решений уравнений состояния (11), (12) с r_α в виде (15). Спиновые конфигурации, соответствующие полученным l_α, m_α , определяются выражением

$$\begin{aligned} \langle S_i \rangle_T &= \sum_\alpha N_\alpha^{-1/2} e_i^\alpha \frac{l_\alpha - u_{1\alpha} m_\alpha}{1 - u_{1\alpha}^2} + \\ &+ \sum_\alpha N_\alpha^{-1} \theta(|e_i^\alpha|) \frac{m_\alpha - u_{1\alpha} l_\alpha}{1 - u_{1\alpha}^2}. \end{aligned} \quad (16)$$

Усреднение полученных решений по беспорядку сводится к усреднению по случайным векторам e_i^α и по $J_0 \ll J$. Отметим, что порог локализации J не является случайной величиной, представляя собой характеристику всего ансамбля случайных матриц J_{ij} .

Малость $J_0 > 0$ означает, что соответствующая функция распределения должна иметь достаточно узкий ограниченный носитель, т.е. возможные значения J_0 должны быть меньше некоторого $\bar{J} > 0$, удовлетворяющего условию $\bar{J} \ll J$. В отличие от сумм (8) макроскопического числа слагаемых, нет оснований считать флуктуации J_0 мсамоусредняющимися, т.е. что $\langle J_0^k \rangle \rightarrow \langle J_0 \rangle^k$ при $N \rightarrow \infty$. Поэтому термодинамические параметры метастабиль-

ных и равновесных состояний в неоднородных магнитных фазах будут, вообще говоря, несосредняющимися величинами, определяясь разными значениями J_0 в разных образцах. Отметим, что отсутствие самоусредняемости равновесных параметров обнаружено и в численных исследованиях моделей неупорядоченных магнетиков [1, 26].

3. ТЕРМОДИНАМИКА В ОКРЕСТНОСТИ ПЕРЕХОДА

В отсутствие поля уравнения состояния (11), (12) имеют единственное парамагнитное решение при $T > J$ и множество устойчивых решений при $T < J$. Таким образом, при $T = J$ и $H = 0$ имеет место переход из парамагнитной фазы в неоднородную магнитную.

Рассмотрим термодинамику модели в окрестности этого перехода, определяемой условием

$$l_\alpha, m_\alpha \ll 1. \quad (17)$$

В этом случае из (11), (12), (15) следуют уравнения для намагниченностей конденсирующихся мод m_α :

$$\tau m_\alpha + \frac{\tau_0 u_{1\alpha}^2 m N}{\sum_\beta N_\beta u_{1\beta}^2} + \frac{u_{4\alpha} m_\alpha^3}{3u_{1\alpha}^2} = \frac{u_{1\alpha}^2 H}{J}, \quad (18)$$

а l_α могут быть выражены через m_α ,

$$u_{1\alpha} l_\alpha = m_\alpha + \frac{(u_{1\alpha}^2 - 1)H}{J} + \frac{(u_{3\alpha} - u_{1\alpha} u_{4\alpha}) m_\alpha^3}{3u_{1\alpha}^3}. \quad (19)$$

Здесь $\tau = 1 - J/T$, $\tau_0 = J_0/J > 0$.

Гауссиан (13) можно представить в виде

$$T^{-1} G_{\alpha\beta} = \left(\tau + \frac{u_{4\alpha} m_\alpha^2}{u_{1\alpha}^2} \right) \delta_{\alpha\beta} + \tau_0 r_\alpha r_\beta.$$

Из (17), (18) следует, что $H \ll J$, $\tau \ll 1$, $\tau_0 \ll 1$, причем последнее условие следует из малости τ .

Естественно предположить, что суммы макроскопического числа слагаемых (8) являются самоусредняющимися величинами, так что их можно заменить средними значениями. Полагая при этом, что для большинства случайных реализаций на большинстве узлов справедливо приближение (7), получим

$$\bar{u}_{4\alpha} = 1, \quad \bar{u}_{3\alpha} = \bar{u}_{1\alpha}.$$

Предположим также, что константы $\bar{u}_{1\alpha}^2$ не зависят от номера моды α ,

$$\bar{u}_{1\alpha}^2 = \bar{u}_1^2 \equiv N_0^{-1} \sum_\alpha \bar{u}_{1\alpha}^2. \quad (20)$$

Вообще говоря, такое приближение не может качественно изменить результаты, отказ от него приведет лишь к некоторым флуктуациям в полученных решениях. Вместе с тем, оно позволяет существенно упростить уравнения (18), делая их доступными для аналитического исследования.

Константу \bar{u}_1^2 можно оценить, исходя из представления (7). Из (7), (8) следует, что

$$\bar{u}_1^2 = N_0^{-1} \sum_\alpha (\nu_\alpha^+ - \nu_\alpha^-)^2,$$

где ν_α^+ и ν_α^- — доли положительных и отрицательных значений e_i^α , так что всегда $\bar{u}_1^2 \leq 1$. При этом $\bar{u}_1^2 = 1$ в разбавленном дипольном ферромагнетике. В разбавленном антиферромагнетике разность $\nu_\alpha^+ - \nu_\alpha^-$ может быть отлична от нуля лишь за счет нескомпенсированных спинов на поверхности d -мерных антиферромагнитных кластеров, на которых в основном локализованы e_i^α . Поэтому $\nu_\alpha^+ - \nu_\alpha^-$ имеет порядок отношения числа узлов в d -мерных кластерах к числу узлов на их поверхности, так что

$$\bar{u}_1^2 \approx D^{-2},$$

где D — средний диаметр d -мерного кластера (в единицах параметра решетки). Очевидно, D является функцией концентрации антиферромагнитных атомов, обращаясь в бесконечность, когда концентрация стремится к единице.

Величина \bar{u}_1^2 в бинарном спиновом стекле будет зависеть от концентрации ферромагнитных связей p . В этом случае $\bar{u}_1^2 = 1$ при $p > 1 - p_c$ и $\bar{u}_1^2 = D^{-2}$ при $p < p_c$, где p_c — порог протекания по связям на решетке магнитных атомов. При $p_c < p < 1 - p_c$ зависимость \bar{u}_1^2 от p можно качественно описать формулой

$$\bar{u}_1^2 = \frac{p - p_c + D^{-2}(1 - p - p_c)}{1 - 2p_c}.$$

Мы также заменим N_α их средними значениями

$$N_\alpha = N/N_0.$$

Тогда, вводя вместо m_α приведенные намагниченности μ_α ,

$$\mu_\alpha = m_\alpha / \bar{u}_1,$$

и безразмерное поле $h = \bar{u}_1 H / J$, уравнения (18) можно представить в виде

$$\tau \mu_\alpha + \tau_0 \mu + \frac{\mu_\alpha^3}{3} = h, \quad (21)$$

где

$$\mu = N_0^{-1} \sum_\alpha \mu_\alpha.$$

При $\tau > 0$ уравнения (21) имеют лишь одно парамагнитное решение с равными $\mu_\alpha = \mu$. Обозначим это решение μ_0 . Оно удовлетворяет уравнению

$$(\tau + \tau_0)\mu_0 + \frac{\mu_0^3}{3} = h. \quad (22)$$

При $\tau < 0$ помимо μ_0 может быть до $2^{N_0} - 2$ устойчивых неоднородных решений, которые могут быть представлены в виде

$$\mu_\alpha = \sqrt{-\tau} \left(\sin \varphi + \sqrt{3} \sigma_\alpha \cos \varphi \right),$$

где $\sigma_\alpha = \pm 1$, а $\varphi = \varphi(\tau, \tau_0, h, \Delta)$ есть решение уравнения

$$3\tau_0 \left(\sqrt{3} \Delta \cos \varphi + \sin \varphi \right) - 2\tau \sin 3\varphi = 3h|\tau|^{-1/2}, \quad (23)$$

$$\Delta = \sum_{\alpha} \sigma_\alpha / N_0. \quad (24)$$

Параметр Δ , меняющийся в интервале $(-1, 1)$, определяет степень неоднородности метастабильного состояния, причем значения $\Delta = \pm 1$ соответствуют парамагнитному состоянию с $\mu_\alpha = \mu$. Все состояния с одинаковыми Δ имеют и одинаковые значения однородной намагниченности

$$\mu = \sqrt{-\tau} \left(\sin \varphi + \sqrt{3} \Delta \cos \varphi \right) \quad (25)$$

и параметра Эдвардса-Андерсона

$$q = N^{-1} \sum_i \langle S_i \rangle_T^2 - m^2 \approx N_0^{-1} \sum_{\alpha} \mu_{\alpha}^2 - \bar{u}_1^2 \mu^2 = 3\tau(\Delta^2 - 1) \cos^2 \varphi + (1 - \bar{u}_1^2) \mu^2, \quad (26)$$

а также одинаковый термодинамический потенциал

$$\frac{4F}{TN} = (\tau_0 + \bar{u}_1^2 \tau) \mu^2 + \tau q - 3h\mu - 4 \ln 2. \quad (27)$$

Эти состояния устойчивы при $\tau + \mu_{\alpha}^2 > 0$, что эквивалентно неравенству

$$|\varphi| < \pi/6. \quad (28)$$

Так как $\tau_0 > 0$, левая часть уравнения (23) является монотонно растущей функцией φ при $|\varphi| < \pi/6$, так что имеется лишь одно устойчивое решение для φ при данном Δ , существующее в интервале полей $h_- < h < h_+$:

$$h_{\pm} = \sqrt{3} h_{AT} \frac{\Delta}{2} \pm h_c, \quad (29)$$

$$h_{AT} = \sqrt{-3\tau} \tau_0, \quad h_c = \sqrt{-\tau} \left(\frac{\tau_0}{2} - \frac{2\tau}{3} \right). \quad (30)$$

В этом интервале решение (23) достаточно хорошо аппроксимируется квадратичной функцией поля

$$\varphi \approx \frac{\pi}{12h_c} \left[2h - \sqrt{3} h_{AT} \Delta - \frac{4(2 - \sqrt{3}) \Delta h_{AT} (h_+ - h)(h - h_-)}{4h_c^2 - (2 - \sqrt{3})^2 \Delta^2 h_{AT}^2} \right], \quad (31)$$

дающей точные значения $\varphi(h_{\pm}) = \pm\pi/6$ и $\varphi(\Delta h_{AT}) = 0$.

Из условия устойчивости (27) и равенств (23), (25) следует, что метастабильные состояния устойчивы в области

$$9(\tau_0 \mu - h)^2 < -4\tau^3,$$

представляющей собой полосу на плоскости μ, h . Намагниченность является монотонно увеличивающейся функцией h и Δ внутри этой полосы, так что полевые зависимости намагниченностей представляют собой семейство непересекающихся кривых, ограниченное сверху и снизу кривой $\mu_0(h)$, как представлено на рис. 1.

Очевидно, что область существования метастабильных состояний на рис. 1 определяет форму петли гистерезиса, появляющейся в результате реакции на медленно меняющееся переменное внешнее поле с амплитудой большей

$$h_e = h_c + \frac{\sqrt{3} h_{AT}}{2}. \quad (32)$$

При этом имеет место изменение формы петли с изменением температуры, так как при $-2\tau < 3\tau_0$ только часть метастабильных состояний устойчива при $h = 0$ (см. рис. 1а), тогда как при $3\tau_0 < -2\tau$ устойчивыми при $h = 0$ становятся все метастабильные состояния (рис. 1б). Отметим, что при амплитуде поля меньшей h_e форма петли определяется полевыми зависимостями намагниченности в соответствующих метастабильных состояниях. Приведем также выражения для (безразмерной) магнитной восприимчивости $\chi = \partial\mu/\partial h$:

$$\chi^{-1} = \tau_0 - \frac{2\tau \cos 3\varphi}{\cos \varphi - \sqrt{3} \Delta \sin \varphi},$$

удельной энтропии S и удельной теплоемкости C :

$$S = \ln 2 - \frac{q + \bar{u}_1^2 \mu^2}{2},$$

$$C = 1 + \chi \left[\frac{3}{2} \frac{\tau_0(1 - \Delta^2)}{1 - \sqrt{3} \Delta \operatorname{tg} \varphi} - \tau_0 - \tau \right].$$

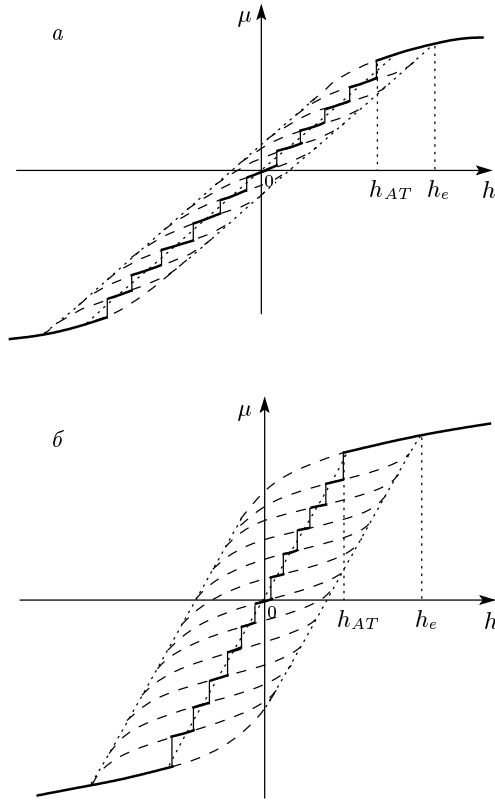


Рис. 1. Полевые зависимости намагниченности метастабильных (штриховые линии) и стабильных (сплошные линии) состояний в окрестности перехода: а — при $2\tau < 3\tau_0$, б — при $3\tau_0 < -2\tau$

Приведенные формулы позволяют составить представление о характере полевых и температурных зависимостей термодинамических величин в различных метастабильных состояниях. Так, на границах области устойчивости при $h = h_{\pm}$ величины q и χ^{-1} имеют наименьшие значения:

$$q = \frac{9}{4}\tau(\Delta^2 - 1) - \frac{1}{4}(1 - \bar{u}_1^2)\tau(3\Delta \pm 1)^2, \quad (33)$$

$$\chi^{-1} = \tau_0,$$

а намагниченность, энтропия и теплоемкость имеют вид

$$\mu = \frac{\sqrt{-\tau}}{2}(3\Delta \pm 1), \quad S = \ln 2 + \frac{\tau}{4}(5 \pm 3\Delta), \quad (34)$$

$$C = \frac{3}{2}(1 \pm \Delta) - \frac{\tau}{\tau_0}.$$

При приближении $|h|$ к h_e из (32) устойчивыми остаются все более однородные состояния с $\Delta \rightarrow \pm 1$, намагниченность которых стремится к $\mu_0(\pm h_e) = \pm 2\sqrt{-\tau}$. Однако при этом магнитная вос-

приимчивость и теплоемкость этих состояний стремятся к пределам, отличным от соответствующих величин в парамагнитном состоянии:

$$\chi_0^{-1} = \tau + \tau_0 + \mu_0^2, \quad C_0 = \frac{\mu_0^2}{\tau + \tau_0 + \mu_0^2}.$$

На середине полосы устойчивости при $\varphi = 0$ или $h = \Delta h_{AT}$ получим

$$\mu = \Delta\sqrt{-3\tau}, \quad q = -3\tau(1 - \bar{u}_1^2\Delta^2), \quad \chi^{-1} = \tau_0 - 2\tau,$$

$$S = \ln 2 + \frac{3\tau}{2}, \quad C = \frac{3}{2}\left(1 - \Delta^2\frac{\tau_0}{\tau_0 - 2\tau}\right).$$

В этом случае по мере уменьшения неоднородности при $\Delta \rightarrow \pm 1$ или $h \rightarrow \pm h_{AT}$ величины μ , χ , S , C стремятся к соответствующим значениям для парамагнитной фазы.

Поле Альмейды–Таулеса h_{AT} (30) определяет (с точностью до членов порядка $1/N_0$) точку фазового перехода в парамагнитную фазу. Чтобы показать это, найдем значения Δ_{eq} , соответствующие самым глубоким состояниям. Дифференцируя потенциал F (27) по Δ и используя (23), (25) и (26), получим

$$\frac{\partial F}{\partial \Delta} = -NT \sin \varphi \cos^3 \varphi, \quad \left. \frac{\partial^2 F}{\partial \Delta^2} \right|_{\varphi=0} > 0.$$

Таким образом, минимальное значение потенциала имеют состояния с такими Δ , для которых $\varphi = 0$ при данных τ и h . Нетрудно видеть, что решения уравнения (23) с $\varphi = 0$ существуют при $\Delta = h/h_{AT}$, что возможно лишь при $h^2 < h_{AT}^2$. При $h^2 > h_{AT}^2$ величина $F(\Delta)$ не имеет минимума внутри области определения $\Delta^2 < 1$ и минимум достигается на ее границах при $\Delta_{eq} = \text{sign } h$. Следовательно, при $h = \pm h_{AT}$ имеют место переходы в парамагнитное состояние.

Так как Δ является рациональным числом вида $2n/N_0 - 1$ (см. (24)), то Δ не может точно равняться h/h_{AT} при всех $h^2 < h_{AT}^2$. Поэтому Δ_{eq} , соответствующее минимальному значению F , определяется условием минимальности величины $|\Delta - h/h_{AT}|$, и его можно представить в виде

$$\Delta_{eq} = \sum_{n=1}^{N_0-1} \left(\frac{2n}{N_0} - 1 \right) \theta(N_0^{-2} - \varepsilon_n^2) +$$

$$+ (\text{sign } h) \theta \left[h^2 - \left(\frac{N_0 - 1}{N_0} \right)^2 h_{AT}^2 \right],$$

где

$$\varepsilon_n \equiv \frac{h}{h_{AT}} - \frac{2n}{N_0} + 1.$$

Таким образом, при $h^2 < h_{AT}^2$ имеет место серия переходов первого рода между неоднородными состояниями в полях

$$h_n = h_{AT} \left(\frac{2n+1}{N_0} - 1 \right).$$

Соответствующее φ_{eq} при $h^2 < h_{AT}^2$ равно

$$\varphi_{eq} = \frac{\sqrt{3}\tau_0}{\tau_0 - 2\tau} \sum_{n=1}^{N_0-1} \varepsilon_n \theta(N_0^{-2} - \varepsilon_n^2).$$

Подставляя Δ_{eq} и φ_{eq} в (25), (26), получим равновесные значения μ_{eq} и q_{eq} при $N_0 \rightarrow \infty$:

$$\mu_{eq} = \frac{h}{\tau_0} \theta(h_{AT}^2 - h^2) + \mu_0 \theta(h^2 - h_{AT}^2),$$

$$q_{eq} = -3\tau \left(1 - \frac{h^2}{h_{AT}^2} \right) \theta(h_{AT}^2 - h^2) + (1 - \bar{u}_1^2) \mu_{eq}^2.$$

Дифференцируя μ_{eq} по h , получим

$$\chi_{eq} = \tau_0^{-1} \theta(h_{AT}^2 - h^2) + (\tau + \tau_0 + \mu_0^2)^{-1} \theta(h^2 - h_{AT}^2).$$

Равновесная энтропия получается дифференцированием равновесного потенциала, который с точностью до членов порядка ε_n^2 имеет вид

$$F_{eq} = F \left(\Delta = \frac{h}{h_{AT}} \right) - TS_{conf},$$

где конфигурационная энтропия S_{conf} определяется логарифмом числа состояний, имеющих одинаковый потенциал F :

$$S_{conf} = N^{-1} \ln \left(\frac{N_0}{N_0(1 - \Delta_{eq})/2} \right).$$

Величина S_{conf} имеет порядок N_0/N и ею можно пренебречь, так что при $N_0 \rightarrow \infty$

$$S_{eq} = \ln 2 + \frac{3\tau}{2} \theta(h_{AT}^2 - h^2) - \frac{\mu_0^2}{2} \theta(h^2 - h_{AT}^2).$$

Для равновесной теплоемкости получаем следующее выражение:

$$C_{eq} = \frac{3}{2} \theta(h_{AT}^2 - h^2) - \frac{\mu_0^2}{\tau + \tau_0 + \mu_0^2} \theta(h^2 - h_{AT}^2).$$

Отметим, что μ_{eq} , q_{eq} и S_{eq} непрерывны при $h^2 = h_{AT}^2$, тогда как χ_{eq} и C_{eq} испытывают скачки при переходе в парамагнитную фазу.

Следует также отметить, что средние равновесные параметры являются, вообще говоря, ненаблюдаемыми величинами из-за наличия макроскопических барьеров между метастабильными состояниями. По-видимому, близкие к ним экспериментальные величины можно получить при охлаждении в

малом постоянном поле (режим field cooled, FC) при температурах, близких к температуре перехода [1, 3], когда барьеры между метастабильными состояниями относительно малы и система успевает перейти в самое глубокое (или близкое к нему) состояние при достаточно медленном охлаждении. При охлаждении в отсутствие поля до некоторой температуры и последующем его «включении» (режим zero field cooled, ZFC) наблюдаемые величины будут отличаться от равновесных, поскольку в этом случае система попадает в одно из состояний с $\Delta = 0$ и остается в нем при $h < h_c$ (30) (см. рис. 1), так что измеряемые величины будут соответствовать этому состоянию. Их значения получаются из общих формул при $\Delta = 0$ и $\varphi = \pi h/6h_c$ (см. (31)).

При $h_c < h < h_e$ система релаксирует в состояние на границе устойчивости (на нижней ветви петли гистерезиса) с

$$\Delta_{ZFC} = \frac{2}{\sqrt{3}} \frac{h - h_c}{h_{AT}}.$$

Подстановка $\Delta = \Delta_{ZFC}$ в (33) и (34) (со знаком «+») дает значения термодинамических параметров, к которым будут релаксировать наблюдаемые величины в ZFC-режиме при $h_c < h < h_e$. Наконец, при $h > h_e$ ZFC-параметры соответствуют парамагнитному состоянию. Полевые и температурные зависимости некоторых термодинамических параметров в FC- и ZFC-режимах представлены на рис. 2.

Подобным же образом, исходя из интервалов существования метастабильных состояний (см. рис. 1) и их параметров, можно найти величины, определяемые в любых других неравновесных процессах в неоднородных магнитных фазах. Например, можно найти термоостаточную намагниченность (thermo-remanent magnetization, m_{TRM}), которая остается при «выключении» поля после FC-процесса, и изотермическую остаточную намагниченность (isothermal remanent magnetization, m_{IRM}), остающуюся после охлаждения в нулевом поле и последующего его включения в течение конечного промежутка времени (большого, чем время внутримолекулярной релаксации) [1, 3]. Так, очевидно, что m_{IRM} отлична от нуля лишь при $h > h_c$, и выражение для нее можно получить из (25) при

$$\Delta_{IRM} = \min \left(1, \frac{2h_c}{\sqrt{3}h_{AT}}, \frac{2}{\sqrt{3}} \frac{h - h_c}{h_{AT}} \right),$$

$$\varphi_{IRM} \equiv \varphi(h = 0, \Delta_{IRM}) \approx -\frac{\sqrt{3}\pi h_{AT} \Delta_{IRM}}{12h_c}.$$

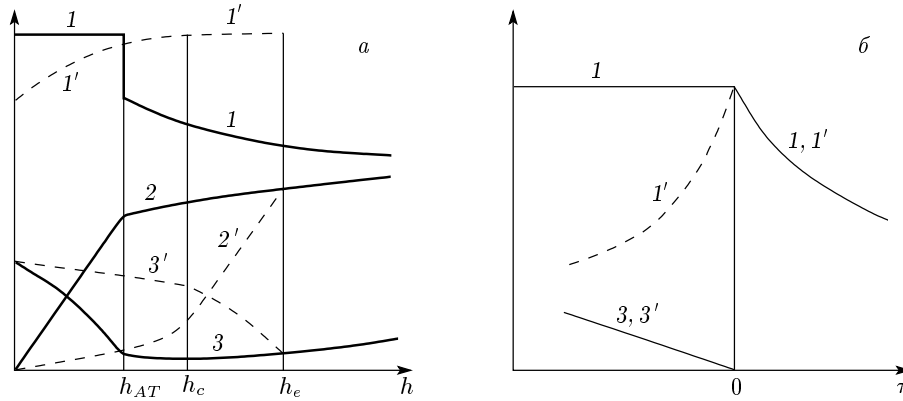


Рис. 2. Полевые (а) и температурные (б) зависимости (при $h = 0$) термодинамических параметров в FC- и ZFC-режимах: 1 — FC-восприимчивость, 1' — ZFC-восприимчивость, 2 — FC-восприимчивость, 2' — ZFC-восприимчивость, 3 — FC-параметр Эдвардса-Андерсона, 3' — ZFC-параметр Эдвардса-Андерсона

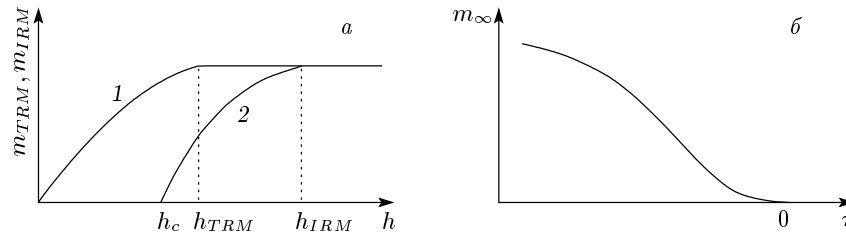


Рис. 3. Полевые зависимости m_{TRM} и m_{IRM} (а) и температурная зависимость намагниченности насыщения (б)

Величину m_{TRM} также можно получить из (25), подставив

$$\Delta_{TRM} = \min \left(1, \frac{2h_c}{\sqrt{3}h_{AT}}, \frac{h}{h_{AT}} \right),$$

$$\varphi_{TRM} \equiv \varphi(h = 0, \Delta_{TRM}) \approx -\frac{\sqrt{3}\pi h_{AT} \Delta_{TRM}}{12h_c}.$$

Полевые зависимости m_{TRM} и m_{IRM} представлены на рис. 3а. При

$$h > h_{TRM} = \min \left(\frac{2h_c}{\sqrt{3}}, h_{AT} \right)$$

m_{TRM} становится не зависящей от поля, а при

$$h > h_{IRM} = \min(2h_c, h_e)$$

постоянной становится и m_{IRM} , совпадая при этом с m_{TRM} . Намагниченность насыщения в сильных полях для обеих этих величин дается выражением

$$\mu_{\infty} = \frac{2}{3\tau_0} \theta(3\tau_0 + 2\tau)(-\tau)^{3/2} + [-3(\tau_0 + \tau)]^{1/2} \theta(-3\tau_0 - 2\tau).$$

Ее температурная зависимость представлена на рис. 3б.

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Основным результатом настоящей работы является хотя и качественное, но полное описание свойств всех метастабильных состояний в магнитных фазах неупорядоченных изинговских магнетиков с $m = 0$ в основном состоянии и демонстрация того, как эти свойства связаны с параметрами медленных неравновесных процессов. Представленные на рис. 1 результаты позволяют описать любой достаточно медленный неравновесный процесс с любым мыслимым чередованием нагреваний, охладений и изменений поля. Качественное согласие с экспериментом и численными расчетами [1–4] полученных в настоящей работе параметров некоторых таких процессов свидетельствует об оправданности приближений, принятых в формулах (7), (9), (15) и (20), и о том, что физическим механизмом появления экспоненциально большого числа метастабильных состояний действительно может быть конденсация макроскопического числа фрактальных мод, существующих вблизи порога локализации. Отметим еще раз, что в пользу рассмотренного механиз-

ма свидетельствует и структура множества основных состояний, обнаруженная в численных расчетах $3d$ -модели спинового стекла с бинарным обменом [8].

Следует также подчеркнуть, что все результаты, полученные в рамках принятых приближений, выражены через статистические характеристики матрицы случайных обменных взаимодействий и не содержат никаких феноменологических параметров. Поэтому предложенный подход может послужить отправной точкой для построения более точной количественной теории свойств метастабильных состояний неупорядоченных магнетиков. Такая теория должна опираться на детальное исследование свойств собственных векторов случайных матриц J_{ij} вблизи порога локализации, которые в настоящей работе вынужденно описаны на уровне феноменологических предположений. Задачей количественной теории может быть, в частности, проверка универсальности свойств всех неупорядоченных магнетиков с $m = 0$ в основном состоянии, результаты для которых в рамках принятых приближений отличаются лишь значениями константы \bar{u}_1^2 .

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 98-02-18069).

ЛИТЕРАТУРА

1. K. Binder and A. P. Young, *Rev. Mod. Phys.* **58**, 801 (1986).
2. R. B. Stinchcomb, in *Phase Transitions and Critical Phenomena*, Vol. 7, ed. by C. Domb, J. L. Lebowitz, Academic Press, London (1983).
3. C. Y. Huang, *JMMM* **51**, 1 (1985).
4. C. Ro, G. S. Grest, and C. M. Soukoulis, *Phys. Rev. B* **31**, 1682 (1985).
5. P. Sibani, E-print archives, cond-mat/9706232 (1997).
6. S. Bastea and P. M. Duxbury, E-print archives, cond-mat/9801108 (1998).
7. A. K. Hartmann, E-print archives, cond-mat/9902120 (1999).
8. G. Hed, A. K. Hartmann, D. Stauffer, and E. Domany, E-print archives, cond-mat/0007356 (2000).
9. A. A. Likhachev, E-print archives, cond-mat/0007504 (2000).
10. J. R. L. de Almeida and D. J. Thouless, *J. Phys. A* **11**, 983 (1978).
11. G. Parisi, *J. Phys. A* **13**, L115, 1101, 1807 (1980).
12. H. Sompolinsky, *Phys. Rev. Lett.* **47**, 935 (1981).
13. C. de Dominicis and Y. Y. Goldschmidt, *Phys. Rev. B* **41**, 2184 (1990).
14. Crisanti and H.-J. Sommers, *Z. Phys. B* **87**, 341 (1992).
15. D. J. Thouless, P. W. Anderson, and R. G. Palmer, *Phil. Mag.* **35**, 593 (1977).
16. A. J. Bray and M. A. Moore, *J. Phys. C* **13**, L469 (1980).
17. Л. Б. Иоффе, М. В. Фейгельман, *ЖЭТФ* **89**, 654 (1985).
18. I. M. Lifshitz, S. A. Gredescul, and L. A. Pastur, *Introduction to the Theory of Disordered Systems*, Wiley, New York (1988).
19. M. Janssen, *Int. J. Mod. Phys. B* **8**, 943 (1994); *Phys. Rep.* **295**, 1 (1998).
20. F. Evers and A. D. Mirlin, E-print archives, cond-mat/0001086 (2000).
21. R. B. Griffiths, *Phys. Rev. Lett.* **23**, 17 (1969).
22. A. J. Bray, *Phys. Rev. Lett.* **59**, 586 (1987).
23. D. Stauffer and A. Aharony, *Introduction to Percolation Theory*, Taylor & Francis, London (1992).
24. A. Coniglio, F. di Liberto, G. Montroy, and F. Peruggi, *Phys. Rev. B* **44**, 12605 (1991).
25. M. J. Stephen and A. Aharony, *J. Phys. C* **14**, 1665 (1981).
26. S. Wiseman and E. Domany, E-print archives, cond-mat/9802095 (1998).