

# ТЕОРИЯ ТУННЕЛИРОВАНИЯ В 2D-СТРУКТУРАХ «НОРМАЛЬНЫЙ МЕТАЛЛ–СВЕРХПРОВОДНИК $d$ -ТИПА»

*И. А. Девятов\*, Д. В. Гончаров, М. Ю. Курриянов*

*Научно-исследовательский институт ядерной физики им. Д. В. Скобельцына  
Московского государственного университета им. М. В. Ломоносова  
119899, Москва, Россия*

Поступила в редакцию 27 июля 2000 г.

Проведен последовательный теоретический анализ туннелирования в структурах «нормальный металл–сверхпроводник  $d$ -типа», содержащих рассеивающие центры в прослойке между нормальным металлом и сверхпроводником. В результате было показано, что наличие рассеивающего центра внутри диэлектрической прослойки приводит к частичному подавлению предсказанных ранее аномально больших значений проводимости в области малых напряжений (zero bias anomaly (ZBA)). При этом учет «интерференционного» члена в операторе тока (интерференция туннелирования через рассеивающий центр с прямым потенциальным туннелированием) приводит к подавлению ZBA. Предсказанный эффект практически не зависит ни от положения рассеивающего центра в прослойке, ни от формы резонансной кривой рассеяния (лоренцевской в случае резонансного туннелирования через рассеивающий центр).

PACS: 74.50.+r, 74.80.Fr

## 1. ВВЕДЕНИЕ

Совокупность полученных к настоящему времени экспериментальных данных достаточно убедительно подтверждает существование  $d$ -симметрии параметра порядка в высокотемпературных сверхпроводниках (ВТСП) [1–4]. При такой симметрии предполагается, что знак параметра порядка  $\Delta$ , а следовательно, и описывающих поведение квазичастиц квазиклассических функций Грина зависит от направления движения этих квазичастиц в  $ab$ -плоскости. В частности, при рассеянии квазичастиц, движущихся вдоль  $a$ , в направлении параллельном кристаллографической оси  $b$  этот знак должен измениться на противоположный. При отличном от нуля значении угла  $\alpha$  между нормалью к границе ВТСП и кристаллографическим направлением  $a$  рассеяние квазичастиц границами структуры может сопровождаться именно такой сменой знака. Это автоматически приводит сразу к нескольким эффектам: подавлению параметра порядка в окрестности границы [5], образованию связанного электрон-дырочного состояния с энергией  $\varepsilon = 0$ , вы-

званного изменением знака параметра порядка [6–9], а также андреевских состояний с  $\varepsilon < |\Delta|$  [10], генерации изотропного бесщелевого сверхпроводящего состояния  $s$ -типа при наличии диффузного рассеяния квазичастиц границей [11].

Столь необычное поведение ВТСП должно приводить к целому ряду особенностей на вольт-амперных характеристиках как джозефсоновских переходов, так и структур «нормальный металл–изолятор–сверхпроводник  $d$ -типа» ( $N-I-D$ ). В частности, в последнем случае в модели с  $\delta$ -функциональным барьером было теоретически доказано существование аномалий проводимости в области малых напряжений, обусловленных наличием связанного состояния с  $\varepsilon = 0$  (zero bias anomaly (ZBA)) [6–9], а также ряда менее выраженных особенностей, порожденных андреевскими связанными состояниями с энергиями  $\varepsilon < |\Delta|$  [10, 11].

Экспериментально ZBA наблюдалась в переходах на бикристаллических подложках [12]. Однако все попытки обнаружить эти особенности в практически значимых структурах  $N-I-D$  и  $D-I-D$  с прослойкой из металлооксидных материалов с полупроводниковым характером проводимости (празеодим-барий-медная керами-

\*E-mail: idev@pn.sinp.msu.ru

ка  $\text{Pr}_1\text{Ba}_2\text{Cu}_3\text{O}_7$ , стронций-титановая керамика  $\text{SrTiO}_3$  и лантан-стронций-титановая керамика  $\text{La}_1\text{Sr}_2\text{Ti}_3\text{O}_7$ ) не увенчались успехом. Экспериментальные данные [13–18], полученные на этих переходах, позволяют лишь уверенно констатировать, что основным каналом переноса в них нормальной компоненты тока является резонансное туннелирование через локализованные состояния в прослойке (см. также обзор [19]).

Теоретически процессы резонансного туннелирования в структурах с нормальными электродами исследовались ранее как в рамках одномерного приближения [20], так и с учетом трехмерного характера рассеяния [21, 22]. При этом было показано, что в самом процессе резонансного туннелирования эффективно задействована лишь часть локализованных состояний, расположенная в середине барьера в слое толщиной порядка эффективного радиуса локализованного состояния. Положение энергетического уровня такого «эффективного» локализованного состояния могло отличаться от энергии Ферми на величину порядка полуширины этого уровня [20]. Учет трехмерного характера туннелирования [21, 22] лишь модифицировал предэкспоненциальные факторы в зависимостях проводимости структуры от толщины барьера. Это было следствием преимущественного туннелирования квазичастиц в узком конусе углов в окрестности нормали к границам и не приводило к каким-либо качественным изменениям. Учет сверхпроводимости  $s$ -типа в одном из электродов структуры [23] не менял качественно картину процесса, хотя и приводил к появлению особенности в усредненной дифференциальной проводимости при  $eU \rightarrow 0$  ( $U$  — напряжение на переходе). Попытка рассмотреть резонансный транспорт в  $S$ - $I$ - $S$ -структуре в рамках феноменологической  $1D$ -модели резонансной связи между берегами была предпринята в [24, 25].

В данной работе будет показано, что при наличии  $d$ -спаривания в электродах принципиально нельзя ограничиваться одномерным приближением. Качественно это связано с тем, что в  $N$ - $I$ - $D$ -структурах прямое туннелирование также является резонансным процессом, приводящим к образованию  $ZBA$ , но с полушириной особенности существенно меньшей полученной в модели с  $\delta$ -функциональным барьером. При этом имеющая место в области малых напряжений интерференция двух процессов приводит не только к частичному подавлению  $ZBA$ , но и к резкому усилению процесса туннелирования через локализованные состояния, в котором оказываются задействованы практически

все локализованные состояния, независимо от их местоположения в прослойке.

## 2. МОДЕЛЬ ПЕРЕХОДА

Будем считать, что туннельный барьер  $V(\mathbf{r})$  в исследуемой  $N$ - $I$ - $D$ -структуре представляет собой сумму потенциалов,

$$V(\mathbf{r}) = V_{rect} + V_{imp}, \quad (1)$$

в которой первое слагаемое моделирует двумерный прямоугольный барьер высотой  $V_0$  и толщиной  $2d$ ,

$$V_{rect}(x) = V_0 \theta(|x| - d) \quad (2)$$

(координаты отсчитываются от середины барьера), а второе описывает имеющийся в точке  $\mathbf{r}_0 = (x_0, y_0)$  «дефект»,

$$V_{imp}(\mathbf{r}) = \begin{cases} -\beta, & |\mathbf{r} - \mathbf{r}_0| \leq \rho, \\ 0, & |\mathbf{r} - \mathbf{r}_0| > \rho. \end{cases} \quad (3)$$

Здесь  $\rho \ll k_0^{-1}$  — радиус дефекта,  $\hbar k_0$  — ферми-импульс.

Потенциал (3) нарушает пространственную однородность структуры, т. е. приводит к несохранению параллельной барьеру компоненты импульса квазичастиц в процессе их туннелирования. При  $\beta > 0$  потенциал (3) описывает резонансное туннелирование (см. Приложение А). Отрицательные значения  $\beta$  соответствуют обычному, нерезонансному, рассеянию. Будем также считать, что плотность локализованных состояний мала, так что их взаимное влияние несущественно, а толщина барьера  $2d$  относительно велика:

$$\kappa_0 d \gg 1. \quad (4)$$

Здесь  $\hbar \kappa_0 = \sqrt{2m(V_0 - E_f)}$  — подбарьерный импульс,  $m$  — электронная масса,  $E_f$  — энергия Ферми. Выполнение условия (4) необходимо для эффективной локализации волновой функции квазичастицы на локализованном состоянии и согласуется с имеющимися экспериментальными данными [13–19].

При проведении расчетов транспортных свойств  $N$ - $I$ - $D$ -структуры будем предполагать, что протекающий через нее ток не приводит к выводу ВТСП-электрода из состояния термодинамического равновесия. Это условие автоматически выполняется в  $N$ - $I$ - $D$ -переходах с широким потенциальным барьером малой прозрачности,  $D \ll 1$ , даже при наличии в нем локализованных состояний, отстоящих друг от друга на расстояния, значительно превышающие их эффективный «поперечный» радиус

$l_{\perp} = d/\sqrt{\kappa_0 d}$ . В отсутствие локализованных состояний связанные с неравновесностью поправки к проводимости возникают лишь во втором порядке по прозрачности. Наличие локализованных состояний приводит к образованию в барьере пространственно узких каналов туннелирования с проводимостью порядка квантовой и поперечными размерами порядка  $l_{\perp}$ . При среднем расстоянии между локализованными состояниями, большем  $l_{\perp}$ , интерференция инжектируемых через эти каналы токов незначительна и неравновесные эффекты малы в силу геометрического фактора. Сказанное выше позволяет считать приложенное к переходу напряжение  $U$  фиксированным и падающим только на потенциальном барьере структуры.

### 3. ТРАНСПОРТ ТОКА

#### 3.1. Общее выражение для тока

В рамках сделанных выше предположений транспорт тока в  $N-I-D$ -структуре естественно описывать в терминах электрон-подобных и дырочно-подобных возбуждений [26]. Общее выражение для тока имеет следующий вид:

$$I = \frac{e}{\pi\hbar} \int d\varepsilon \{ I_e f(\varepsilon - eU) + I_h (1 - f(-\varepsilon - eU)) + (I_{el} + I_{hl})f(\varepsilon) \}. \quad (5)$$

Первое и второе слагаемые в (5) представляют собой электронные токи, порожденные соответственно электронами и дырками из нормального металла. Их ферми-распределение смещено по отношению к ферми-распределению сверхпроводника  $f(\varepsilon)$  на  $eU$ . Третье слагаемое в фигурных скобках (5) — ток электронов, порожденный электрон-подобными и дырочно-подобными возбуждениями сверхпроводника. Структура формулы для тока (5) совпадает с аналогичным выражением теории БТК [26]. Отличие состоит лишь в том, что в нашем случае ток удобнее считать после рассеивателя, на границе со сверхпроводником, в то время как в теории БТК ток рассчитывался до рассеивателя, на границе с нормальным металлом.

Входящие в выражение (5) компоненты тока

$$I_i = I_i^{pot} + I_i^{int} + I_i^{res}, \quad i = e, h, el, hl, \quad (6)$$

$$\frac{I_i^{pot}}{L_y} = \frac{1}{2\pi} \int dk_y^0 \times \left\{ |C_{i\rightarrow}^{pot}(\mathbf{k}, \mathbf{k}_0)|^2 - |C_{i\leftarrow}^{pot}(\mathbf{k}, \mathbf{k}_0)|^2 \right\}, \quad (7)$$

$$I_i^{int} = \frac{1}{\pi} \int dk_y^0 \operatorname{Re} \left\{ C_{i\rightarrow}^{pot}(\mathbf{k}, \mathbf{k}_0) (C_{i\rightarrow}^{res}(\mathbf{k}, \mathbf{k}_0))^* - C_{i\leftarrow}^{pot}(\mathbf{k}, \mathbf{k}_0) (C_{i\leftarrow}^{res}(\mathbf{k}, \mathbf{k}_0))^* \right\}, \quad (8)$$

$$I_i^{res} = \frac{1}{(2\pi)^2} \iint dk_y dk_y^0 \frac{k_x}{k_x^0} \times \left\{ |C_{i\rightarrow}^{res}(\mathbf{k}, \mathbf{k}_0)|^2 - |C_{i\leftarrow}^{res}(\mathbf{k}, \mathbf{k}_0)|^2 \right\} \quad (9)$$

связаны обычным квантовомеханическим выражением

$$\psi_i(\mathbf{r}) = \frac{1}{2\pi} \int dk_y \exp(ik_y y) \{ \exp(ik_x x) C_{i\rightarrow}(\mathbf{k}, \mathbf{k}_0) + \exp(-ik_x x) C_{i\leftarrow}(\mathbf{k}, \mathbf{k}_0) \} \quad (10)$$

с фурье-компонентами рассеянной электронной волны

$$C_{i\leftrightarrow}(\mathbf{k}, \mathbf{k}_0) = 2\pi C_{i\leftrightarrow}^{pot}(\mathbf{k}, \mathbf{k}_0) \delta(k_y - k_y^0) + C_{i\leftrightarrow}^{res}(\mathbf{k}, \mathbf{k}_0), \quad (11)$$

описывающими ее распространение «вперед» в сверхпроводник ( $C_{i\rightarrow}(\mathbf{k}, \mathbf{k}_0)$ ) и в противоположном направлении ( $C_{i\leftarrow}(\mathbf{k}, \mathbf{k}_0)$ ). В формулах (6)–(10)  $k_x^0 = \sqrt{k_0^2 - k_y^0{}^2}$  и  $k_x = \sqrt{k_0^2 - k_y^2}$  — перпендикулярные  $I-D$ -границе компоненты волновых векторов соответственно исходной и рассеянной (см. следующий раздел) электронных волн,  $L_y$  в (7) — ширина барьера в направлении перпендикулярном нормали к границам. Выражения (8), (9) задают значение тока через один дефект. Коэффициент при дельта-функции в (11) описывает потенциально рассеянную волну, т.е. характеризует процесс туннелирования квазичастиц через потенциальный барьер, не содержащий локализованных состояний. Второе слагаемое в (11) описывает резонансно рассеянную волну и отвечает процессу резонансного туннелирования. Отметим, что название «резонансная» для электронной волны  $C_{i\leftrightarrow}^{res}(\mathbf{k}, \mathbf{k}_0)$  в (11) и особенно названия «интерференционная» и «резонансная» для компонент тока (8) и (9) достаточно условны в нашем случае сложной структуры с рассеивателем в барьере и андреевским отражением на  $S-N$ -границе (см. обсуждения в разд. 4).

Из формул (5)–(11) следует, что задача расчета тока через  $N-I-D$ -структуру фактически сводится к нахождению фурье-компонент рассеянных электронных волн  $C_{i\leftrightarrow}(\mathbf{k}, \mathbf{k}_0)$ .

### 3.2. Рекуррентные соотношения для фурье-компонент электронных волн

Для расчета фурье-компонент рассеянной электронной волны  $C_{i\leftrightarrow}(\mathbf{k}, \mathbf{k}_0)$  удобно воспользоваться динамической моделью последовательных нормальных и андреевских отражений на  $I$ - $D$ -границе. Ранее такой подход был использован в [27] при исследовании процессов в  $N$ - $I$ - $N$ - $I$ - $S$ -переходах, происходящих с сохранением компоненты импульса квазичастиц, параллельной плоскости границы. Ниже мы обобщим этот метод на тот случай, когда из-за рассеяния на локализованных состояниях в барьере такой закон сохранения уже не имеет места.

Рассмотрим падение плоской электронной волны с волновым вектором  $\mathbf{k}_0 = (k_x^0, k_y^0)$  и энергией  $\varepsilon$  из

нормального металла на рассеиватель. Прошедшую в сверхпроводник волну можно представить в виде (см. Приложение А)

$$\psi_{e\rightarrow}^0(\mathbf{r}) = \frac{1}{2\pi} \int dk_y \exp(ik_y y + ik_x x) C_{e\rightarrow}^0(\mathbf{k}, \mathbf{k}_0), \quad (12)$$

$$C_{e\rightarrow}^0 = 2\pi D_0(k_y) \delta(k_y - k_y^0) + C_{e\text{res}}^0(\mathbf{k}, \mathbf{k}_0), \quad (13)$$

$$C_{e\text{res}}^0 = L_e d_{\rightarrow}^e(k_y^0, x_0) \exp(ik_y^0 y_0) \tilde{G}_e(k_y, x_0). \quad (14)$$

Первое слагаемое в (13) описывает процесс потенциального рассеяния на однородном, не содержащем локализованных состояний прямоугольном барьере (2). Коэффициент прохождения  $D_0(k_y)$  в (13) описывается хорошо известным выражением:

$$D_0(k_y) = -\frac{4ik_x \kappa_x \exp(-2idk_x)}{(\kappa_x - ik_x)^2 \exp(2d\kappa_x) - (\kappa_x + ik_x)^2 \exp(-2d\kappa_x)}, \quad (15)$$

$$\kappa_x = \sqrt{\kappa_0^2 + k_y^2}.$$

Второе слагаемое в (13) описывает рассеяние на дефекте. Рассеивающий потенциал нарушает пространственную однородность структуры. Поэтому в общем случае процесс рассеяния сопровождается изменением поперечной компоненты электрона. При этом амплитуда резонансного рассеяния  $L_e$  при  $\beta > 0$  в (3) имеет вид (см. Приложение А)

$$L_e = \frac{2\pi\hbar^2}{m} \frac{V_0 - E_f}{\varepsilon - \varepsilon_R + i\Gamma^{2D}}, \quad (16)$$

где

$$\Gamma^{2D} = \frac{\Gamma_l^{2D} + \Gamma_r^{2D}}{2}, \quad \Gamma_{l,r}^{2D} = 4\sqrt{\pi} (V_0 - E_f) \frac{k_0 \kappa_0}{k_0^2 + \kappa_0^2} \frac{\exp[-2\kappa_0(d \mp x_0)]}{\sqrt{\kappa_0(d \mp x_0)}} \quad (17)$$

— ширина уровня электронного состояния на локализованном состоянии в  $2D$ -случае (см. Приложение А). Величина  $d_{\rightarrow}^e(k_y^0, x_0)$  в (14) — амплитуда распространяющейся из нормального металла единичной электронной волны с волновым вектором  $\mathbf{k}_0$  под прямоугольным барьером (2) до точки с координатой  $\mathbf{r}_0$ , в которой находится локализованное состояние,

$$d_{\rightarrow}^e(k_y^0, x_0) = \frac{-2ik_x^0 \{ (\kappa_x^0 + ik_x^0) \exp[-\kappa_x^0(d - x_0)] + (\kappa_x^0 - ik_x^0) \exp[\kappa_x^0(d - x_0)] \}}{(\kappa_x^0 - ik_x^0)^2 \exp(2d\kappa_x^0) - (\kappa_x^0 + ik_x^0)^2 \exp(-2d\kappa_x^0)} \exp(-ik_x^0 d), \quad (18)$$

а  $\tilde{G}_e(k_y, x_0)$  — фурье-образ электронной функции Грина  $G_e(\mathbf{r}, \mathbf{r}_0)$  барьера (2) с источником в точке  $\mathbf{r}_0$ ,

$$G_e(\mathbf{r}, \mathbf{r}_0) = \frac{1}{2\pi} \int dk_y \exp[ik_y(y - y_0)] G_e(k_y, x, x_0) = \frac{1}{2\pi} \int dk_y \exp(ik_y y + ik_x x) \tilde{G}_e(k_y, x_0), \quad (19)$$

$$G_e(k_y, x, x_0) = \frac{2m}{\hbar^2} \frac{\exp[ik_x(x - d)] \{ (\kappa_x + ik_x) \exp[-\kappa_x(d + x_0)] + (\kappa_x - ik_x) \exp[\kappa_x(d + x_0)] \}}{(\kappa_x + ik_x)^2 \exp(-2d\kappa_x) - (\kappa_x - ik_x)^2 \exp(2d\kappa_x)}, \quad (20)$$

$$\tilde{G}_e(k_y, x_0) = G_e(k_y, x, x_0) \exp(-ik_x x) \exp(-ik_y y_0). \quad (21)$$

Прошедшая рассеиватель электронная волна, описываемая фурье-разложением (12), покомпонентно отразится в сверхпроводнике андреевским образом [28, 29], породив дырочную волну с групповой скоростью, направленной в сторону нормального металла:

$$\psi_{h\leftarrow}^0(\mathbf{r}) = \frac{1}{2\pi} \int dk_y \exp[i(k_y y + k_x x)] C_{h\leftarrow}^0(\mathbf{k}), \quad (22)$$

$$C_{h\leftarrow}^0(k_x, k_y) = a_e(k_x, k_y) C_{e\rightarrow}^0(k_x, k_y), \quad (23)$$

где  $a_e(\mathbf{k})$  — коэффициенты андреевского отражения.

Далее, дырочная волна, описываемая фурье-разложением (22), отражается потенциально и резонансно от рассеивателя, порождая дырочную волну, распространяющуюся в направлении сверхпроводника:

$$\psi_{h\rightarrow}^1(\mathbf{r}) = \frac{1}{2\pi} \int dk_y \exp[i(k_y y - k_x x)] C_{h\rightarrow}^1(\mathbf{k}), \quad (24)$$

$$C_{h\rightarrow}^1 = r_{h\leftarrow}(k_y) C_{h\rightarrow}^0 + L_h d_{h\leftarrow}^0(\mathbf{r}_0) \tilde{G}_h(k_y). \quad (25)$$

Первое слагаемое в (25) описывает потенциальное отражение дырочной волны, распространяющейся со стороны сверхпроводника, от прямоугольного потенциала (2) с коэффициентом отражения

$$r_{h\leftarrow}(k_y) = \frac{\exp(2idk_x)(k_x^2 + \kappa_x^2) [\exp(2d\kappa_x) - \exp(-2d\kappa_x)]}{(\kappa_x + ik_x)^2 \exp(2d\kappa_x) - (\kappa_x - ik_x)^2 \exp(-2d\kappa_x)}. \quad (26)$$

Второе слагаемое в (25) описывает резонансное отражение от общего потенциала (1), причем выражение для амплитуды резонансного рассеяния дырок  $L_h$  имеет вид

$$L_h = -\frac{2\pi}{m} \frac{V_0 - E_f}{\varepsilon + \varepsilon_R + i\Gamma^{2D}} = L_e^*(-\varepsilon). \quad (27)$$

Величина  $d_{h\leftarrow}(\mathbf{r}_0)$  в формуле (25) — амплитуда дырочной волны (22), дошедшей под потенциалом (2) до локализованного состояния:

$$d_{h\leftarrow}^0(\mathbf{r}_0) = \frac{1}{2\pi} \int dk_y d_{h\leftarrow}(k_y, x_0) \exp(ik_y y_0) C_{h\leftarrow}^0(\mathbf{k}), \quad (28)$$

$$d_{h\leftarrow}(k_y, x_0) = -\frac{2ik_x \exp(idk_x) \{(\kappa_x + ik_x) \exp[\kappa_x(d + x_0)] + (\kappa_x - ik_x) \exp[-\kappa_x(d + x_0)]\}}{(\kappa_x + ik_x)^2 \exp(2d\kappa_x) - (\kappa_x - ik_x)^2 \exp(-2d\kappa_x)}, \quad (29)$$

а  $\tilde{G}_h(k_y, x_0)$  — фурье-образ дырочной функции Грина однородного прямоугольного барьера (2) с источником в точке  $\mathbf{r}_0$ :

$$\tilde{G}_h(k_y, x_0) = G_e^*(k_y, x, x_0) \exp(ik_x x - ik_y y_0). \quad (30)$$

Дырочная волна  $\psi_{h\rightarrow}^1(\mathbf{r})$ , описываемая фурье-разложением (24), отразится андреевским образом [27, 28] от сверхпроводника, породив электронную волну, направленную в сторону рассеивателя:

$$\psi_{e\leftarrow}^1(\mathbf{r}) = \frac{1}{2\pi} \int dk_y \exp(ik_y y - ik_x x) C_{e\leftarrow}^1(\mathbf{k}), \quad (31)$$

$$C_{e\leftarrow}^1(\mathbf{k}) = a_h(k_x, k_y) C_{h\rightarrow}^1(\mathbf{k}), \quad (32)$$

$$a_h(k_x, k_y) = a_e(-k_x, k_y). \quad (33)$$

Электронная волна, отвечающая фурье-разложению (31), в свою очередь нормальным образом отразится от общего потенциала локализованных состояний (1), породив электронную волну, направленную в глубь сверхпроводника:

$$\psi_{e\rightarrow}^2(\mathbf{r}) = \frac{1}{2\pi} \int dk_y \exp(ik_y y + ik_x x) C_{e\rightarrow}^2(\mathbf{k}), \quad (34)$$

$$C_{e\rightarrow}^2(\mathbf{k}) = r_{e\leftarrow}(k_y) C_{e\leftarrow}^1(\mathbf{k}) + L_e \tilde{G}_e(k_y, x_0) d_{e\leftarrow}^1(\mathbf{r}_0). \quad (35)$$

В формуле (35)  $r_{e\leftarrow}(k_y) = r_{h\leftarrow}^*(k_y)$  — коэффициент отражения фурье-компоненты электронной волны, описываемой формулой (31), от прямоугольного барьера (2), а величина  $d_{e\leftarrow}^1(\mathbf{r}_0)$  представляет собой амплитуду электронной волны (31), дошедшей от сверхпроводника под потенциалом (2) до локализованного состояния:

$$d_{e\leftarrow}^1(\mathbf{r}_0) = \frac{1}{2\pi} \int dk_y \exp(ik_y y_0) d_{e\leftarrow}(k_y, x_0) C_{e\leftarrow}^1(\mathbf{k}), \quad (36)$$

$$d_{e\leftarrow}(k_y, x_0) = d_{h\leftarrow}^*(k_y, x_0). \quad (37)$$

Таким образом, начав рассмотрение с электронной волны (12), направленной в сторону S-N-границы, после серии андреевских и нормальных отражений мы получили опять электронную волну, распространяющуюся в том же направлении. Далее процесс повторяется бесчисленное число раз. При этом для фурье-компонент электронных и дырочных волн из формул (23), (25), (32), (35) можно получить интегральные рекуррентные соотношения

$$\begin{aligned}
C_{h\leftarrow}^{2N}(\mathbf{k}) &= a_e(\mathbf{k})C_{e\rightarrow}^{2N}(\mathbf{k}), \\
C_{h\rightarrow}^{2N+1}(\mathbf{k}) &= r_{h\leftarrow}(k_y)C_{h\leftarrow}^{2N}(\mathbf{k}) + \\
&\quad + L_h\tilde{G}_h(k_y, x_0)d_{h\leftarrow}^{2N}(\mathbf{r}_0), \\
C_{e\leftarrow}^{2N+1}(\mathbf{k}) &= a_h(\mathbf{k})C_{h\rightarrow}^{2N+1}(\mathbf{k}), \\
C_{e\rightarrow}^{2N+2}(\mathbf{k}) &= r_{e\leftarrow}(k_y)C_{e\leftarrow}^{2N+1}(\mathbf{k}) + \\
&\quad + L_e\tilde{G}_e(k_y, x_0)d_{e\leftarrow}^{2N+1}(\mathbf{r}_0),
\end{aligned} \tag{38}$$

в которых верхний индекс  $N$  обозначает число андреевских отражений. Формулы (13), (14) задают начальные условия для рекуррентных соотношений (38).

### 3.3. Решения для фурье-компонент электронных волн

Фурье-компоненты рассеянной электронной волны (10)  $C_{i\leftrightarrow}(\mathbf{k}, \mathbf{k}_0)$  выражаются через суммы парциальных фурье-компонент  $C_{e\leftrightarrow}^N$ , описываемых рекуррентными соотношениями (38):

$$C_{i\leftrightarrow} = \sum_N C_{i\leftrightarrow}^N. \tag{39}$$

Из рекуррентных соотношений (38) следуют выражения для этих сумм (39) (см. Приложение Б):

$$\begin{aligned}
C_{e\rightarrow}^{pot} &= \frac{D_0(k_y)}{Q}, \\
C_{e\rightarrow}^{res} &= \frac{1}{Q} \left\{ L_e\tilde{G}_e(d_{\rightarrow}^e + \hat{\Sigma}_e) + r_{e\leftarrow}a_nL_h\tilde{G}_h\hat{\Sigma}_h \right\}, \\
C_{e\leftarrow}^{pot} &= \frac{a_e a_h r_{h\leftarrow} D_0(k_y)}{Q}, \\
C_{e\leftarrow}^{res} &= \frac{a_h}{Q} \left\{ r_{h\leftarrow}a_e L_e\tilde{G}_e(d_{\rightarrow}^e + \hat{\Sigma}_e) + L_h\tilde{G}_h\hat{\Sigma}_h \right\},
\end{aligned} \tag{40}$$

где

$$\begin{aligned}
Q &= 1 - r_{e\leftarrow}r_{h\leftarrow}a_e a_h, \\
\hat{\Sigma}_e &= \frac{c_1 a_2 + (1 - c_2)a_1}{(1 - b_1)(1 - c_2) - c_1 b_2}, \\
\hat{\Sigma}_h &= \frac{b_2 a_1 + a_2(1 - b_1)}{(1 - b_1)(1 - c_2) - c_1 b_2}, \\
a_1 &= \frac{1}{2\pi} \int dk_y \frac{d_{e\leftarrow}r_{h\leftarrow}a_e a_h C_{e\rightarrow}^0}{Q}, \\
a_2 &= \frac{1}{2\pi} \int dk_y \frac{d_{h\leftarrow}a_e C_{e\rightarrow}^0}{Q}, \\
b_1 &= \frac{1}{2\pi} \int dk_y \frac{d_{e\leftarrow}r_{h\leftarrow}a_e a_h L_e\tilde{G}_e}{Q}, \\
b_2 &= \frac{1}{2\pi} \int dk_y \frac{d_{h\leftarrow}a_e L_e\tilde{G}_e}{Q},
\end{aligned} \tag{41}$$

$$\begin{aligned}
a_1 &= \frac{1}{2\pi} \int dk_y \frac{d_{e\leftarrow}r_{h\leftarrow}a_e a_h C_{e\rightarrow}^0}{Q}, \\
a_2 &= \frac{1}{2\pi} \int dk_y \frac{d_{h\leftarrow}a_e C_{e\rightarrow}^0}{Q}, \\
b_1 &= \frac{1}{2\pi} \int dk_y \frac{d_{e\leftarrow}r_{h\leftarrow}a_e a_h L_e\tilde{G}_e}{Q}, \\
b_2 &= \frac{1}{2\pi} \int dk_y \frac{d_{h\leftarrow}a_e L_e\tilde{G}_e}{Q},
\end{aligned} \tag{42}$$

$$\begin{aligned}
c_1 &= \frac{1}{2\pi} \int dk_y \frac{d_{e\leftarrow}L_h a_h \tilde{G}_h}{Q}, \\
c_2 &= \frac{1}{2\pi} \int dk_y \frac{d_{h\leftarrow}r_{e\leftarrow}a_e a_h L_h \tilde{G}_h}{Q}.
\end{aligned}$$

Структура выражений (40) имеет ясный физический смысл. Числители в формулах (40) определяют мощность источников электронов, двигающихся в направлении к сверхпроводнику и от него. В потенциальном слагаемом ими соответственно являются амплитуда прохождения электрона под потенциалом (2)  $D_0(k_y)$  и величина  $a_e a_h r_{h\leftarrow} D_0(k_y)$ . Коэффициент  $a_e a_h r_{h\leftarrow}$  свидетельствует о том, что первая, распространяющаяся в сторону нормального металла, электронная волна возникает в результате трех последовательных отражений: андреевского отражения от сверхпроводника, конвертирующего прошедший с амплитудой  $D_0(k_y)$  электрон в дырку с вероятностью  $a_e$ , отражение этой дырки от потенциала (2) с вероятностью  $r_{h\leftarrow}$  и последующее превращение ее в электрон, двигающийся в сторону нормального металла, в результате андреевского отражения дырки от сверхпроводника с вероятностью  $a_h$ .

В резонансном канале имеются два источника электронов в каждом из направлений. Это обусловлено тем, что в результате процесса множественных андреевских и нормальных отражений на дефекте образуются электронные и дырочные состояния с самосогласованными амплитудами  $\hat{\Sigma}_e$  и  $\hat{\Sigma}_h$ . Поэтому в резонансном канале источники электронов, двигающихся в сторону сверхпроводника, равны сумме произведений амплитуд вероятностей существования на дефекте электронного ( $d_{\rightarrow}^e + \hat{\Sigma}_e$ ) и дырочного ( $\hat{\Sigma}_h$ ) состояний, умноженных на вероятности туннелирования с дефекта, которые равны соответственно  $L_e\tilde{G}_e$  и  $r_{e\leftarrow}a_n L_h\tilde{G}_h$ . При этом коэффициент  $r_{e\leftarrow}a_n$  учитывает то обстоятельство, что порожденный амплитудой дырочного состояния  $\hat{\Sigma}_h$  двигающийся вперед электрон получается в результате андреевского отражения дырки от сверхпроводника и последующего потенциального отражения электрона от потенциала (2). Электроны, двигающиеся назад, возникают в результате андреевского отражения дырок ( $a_h L_h\tilde{G}_h\hat{\Sigma}_h$ ) и трех последовательных отражений  $r_{h\leftarrow}a_e a_h$ , переводящих распространяющуюся в сторону сверхпроводника электронную волну  $L_e\tilde{G}_e(d_{\rightarrow}^e + \hat{\Sigma}_e)$  в электронную волну в обратном направлении.

Знаменатель  $Q = 1 - r_{e\leftarrow}r_{h\leftarrow}a_e a_h$  во всех выражениях (40) — результат суммирования многократных андреевских и потенциальных отражений волн, инициированных описанными выше источниками.

Аналогичным образом рассчитываются вклады в электронный ток от дырок из нормального металла ( $C_{h\leftrightarrow}(\mathbf{k}, \mathbf{k}_0)$ ),

$$\begin{aligned} C_{h\rightarrow}^{pot} &= \frac{D_0^*(k_y)r_{e\leftarrow}a_n}{Q}, \\ C_{h\rightarrow}^{res} &= \\ &= \frac{1}{Q} \left\{ L_h r_{e\leftarrow} a_h \tilde{G}_h \left( \hat{\Sigma}_e^h + d_{e\rightarrow}^* \right) + L_e \tilde{G}_e \hat{\Sigma}_h^h \right\}, \\ C_{h\leftarrow}^{pot} &= \frac{D_0^*(k_y)a_n}{Q}, \\ C_{h\leftarrow}^{res} &= \\ &= \frac{a_h}{Q} \left\{ L_h \tilde{G}_h \left( \hat{\Sigma}_e^h + d_{e\rightarrow}^* \right) + L_e \tilde{G}_e r_{h\leftarrow} a_e \hat{\Sigma}_h^h \right\}, \end{aligned} \quad (43)$$

а также от электрон-подобных ( $C_{el\leftrightarrow}(\mathbf{k}, \mathbf{k}_0)$ ) и дырочно-подобных ( $C_{hl\leftrightarrow}(\mathbf{k}, \mathbf{k}_0)$ ) возбуждений сверхпроводника:

$$\begin{aligned} C_{el\rightarrow}^{pot} &= \frac{r_{e\leftarrow} \sqrt{1 - |a_h|^2}}{Q}, \\ C_{el\rightarrow}^{res} &= \frac{1}{Q} \left\{ L_e \tilde{G}_e \hat{\Sigma}_e^{el} + r_{e\leftarrow} a_n L_h \tilde{G}_h \hat{\Sigma}_h^{el} \right\}, \\ C_{el\leftarrow}^{pot} &= \frac{\sqrt{1 - |a_h|^2}}{Q}, \\ C_{el\leftarrow}^{res} &= \frac{a_h}{Q} \left\{ r_{h\leftarrow} a_e L_e \tilde{G}_e \hat{\Sigma}_e^{el} + L_h \tilde{G}_h \hat{\Sigma}_h^{el} \right\}, \\ C_{hl\rightarrow}^{pot} &= \frac{r_{e\leftarrow} r_{h\leftarrow} a_h \sqrt{1 - |a_e|^2}}{Q}, \\ C_{hl\rightarrow}^{res} &= \frac{1}{Q} \left\{ L_e \tilde{G}_e \hat{\Sigma}_e^{hl} + r_{e\leftarrow} a_n L_h \tilde{G}_h \hat{\Sigma}_h^{hl} \right\}, \\ C_{hl\leftarrow}^{pot} &= \frac{r_{h\leftarrow} a_h \sqrt{1 - |a_e|^2}}{Q}, \\ C_{hl\leftarrow}^{res} &= \frac{a_h}{Q} \left\{ r_{h\leftarrow} a_e L_e \tilde{G}_e \hat{\Sigma}_e^{hl} + L_h \tilde{G}_h \hat{\Sigma}_h^{hl} \right\}. \end{aligned} \quad (44)$$

Величины  $\hat{\Sigma}_{e,h}^i$  в формулах (43)–(45) определяются соотношениями (41). Различие состоит в выражениях для коэффициентов (42). Так, в формулах (43) коэффициенты  $a_i, b_i, c_i$  описываются формулами (42) с заменой  $e \leftrightarrow h$ . В формулах (44), (45) следует использовать при тех же  $b_i, c_i$  другие коэффициенты  $a_i$ :

$$a_1^{el} = \frac{\sqrt{1 - |a_h|^2} d_{e\leftarrow}}{Q}, \quad (46)$$

$$a_2^{el} = \frac{\sqrt{1 - |a_h|^2} d_{h\leftarrow} a_e r_{e\leftarrow}}{Q},$$

$$a_1^{hl} = \frac{\sqrt{1 - |a_e|^2} d_{e\leftarrow} a_h r_{h\leftarrow}}{Q}, \quad (47)$$

$$a_2^{hl} = \frac{\sqrt{1 - |a_e|^2} d_{h\leftarrow}}{Q}.$$

Так же, как и в формуле (40), в выражениях (43)–(45) числители определяют источники электронных волн, распространяющихся к сверхпроводнику и от него, в то время как знаменатели учитывают многократные андреевские и потенциальные отражения этих волн.

При численных расчетах андреевские коэффициенты  $a_{e,h}(k_x, k_y)$  в приведенных выше выражениях рассчитывались нами самосогласованно в соответствии с процедурой, описанной в работах [10, 11]. Расчет проводился для произвольных углов  $\alpha$  между нормалью к границе и кристаллографическим направлением  $a$  сверхпроводника  $d$ -типа. Отметим, что только для угла ориентации  $\alpha = 0$  результаты совпадают со значениями, полученными несамосогласованным образом,

$$\begin{aligned} a_e(k_x, k_y) &= \\ &= \begin{cases} \frac{\varepsilon - \text{sign}(\varepsilon) \sqrt{\varepsilon^2 - |\Delta(\mathbf{k})|^2}}{\Delta(\mathbf{k})}, & \varepsilon \geq |\Delta|, \\ \frac{\varepsilon - i \sqrt{|\Delta(\mathbf{k})|^2 - \varepsilon^2}}{\Delta(\mathbf{k})}, & \varepsilon < |\Delta|, \end{cases} \quad (48) \\ &\Delta(\mathbf{k}) = \Delta_0 \cos [2(\theta - \alpha)], \end{aligned}$$

и применявшимися ранее [7, 8] для анализа резонансного транспорта в слабых связях на основе сверхпроводников  $d$ -типа.

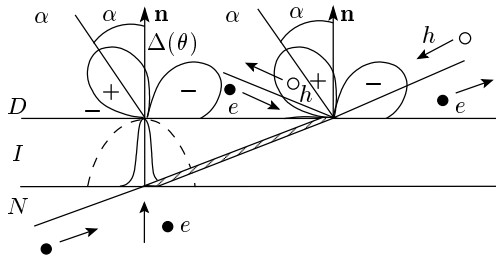
#### 4. ЗВА ПРИ РЕЗОНАНСНОМ ТУННЕЛИРОВАНИИ

В области малых напряжений амплитуды коэффициентов андреевского отражения  $a_{h,e}$  стремятся к  $\pm i$  (см. (48)) независимо от характера пространственного изменения параметра порядка в окрестности границы. Если при этом в результате акта рассеяния квазичастицы этой границей она попадает в область с тем же знаком параметра порядка, то  $(a_e a_h)_{\varepsilon=0} = -1$ . Это имеет место, например, в случае сверхпроводника с  $s$ -типом спаривания ( $N-I-S$ -переход) или в частном случае  $\alpha = 0$  в  $N-I-D$ -структурах. Однако, если  $\alpha \neq 0$ , такая смена знака может иметь место, приводя к соотношению

$$(a_e a_h)_{\varepsilon=0} = 1. \quad (49)$$

В этом случае из (40), (43)–(45) немедленно получаются аномально большие значения коэффициентов  $C_{i\leftrightarrow}$ , а следовательно, и аномалии в проводимости.

Подставляя выражения для фурье-компонент  $C_{i\leftrightarrow}(\mathbf{k}, \mathbf{k}_0)$  (40)–(43) в выражения для тока (5), (7) и



**Рис. 1.** Диаграмма, иллюстрирующая процесс туннелирования в двумерной  $N-I-D$ -структуре без дефектов. Штриховая линия в области  $I$  изображает угловую зависимость прозрачности  $\delta$ -функционального барьера, а сплошная линия — угловую зависимость прозрачности толстого прямоугольного барьера

используя (49), можно получить следующее выражение для потенциальной компоненты проводимости при  $eU \rightarrow 0$ :

$$G_d^{pot}(0) = \frac{2e^2}{\pi\hbar} \frac{k_0}{2\pi} L_y \int_{ZBA} d\theta \cos\theta. \quad (50)$$

Здесь под интегрированием по  $ZBA$  понимается интегрирование по области углов, в направлении которых выполняется условие электрон-дырочного резонанса (49), приводящего к образованию в сверхпроводнике связанного состояния с энергией  $E_M = 0$ .

Соотношение (50) является хорошо известным выражением для  $ZBA$ , полученным ранее [7] (правда, с некоторыми неточностями: не учитывался косинус под интегралом) для потенциального рассеяния в модели  $\delta$ -потенциального барьера. Интересно отметить, что в рассматриваемой нами модели «толстого» барьера с прозрачностью, описываемого формулой (15), величина  $ZBA$  такая же, как в случае модели  $\delta$ -потенциального барьера, несмотря на то что модуль прозрачности толстого прямоугольного барьера имеет гораздо более острый максимум в области малых углов падения  $\theta = 0$  (см. рис. 1), чем  $\delta$ -потенциальный барьер. Этот результат естествен:  $ZBA$  возникают вследствие резонанса между энергиями Ферми нормального металла и связанного электрон-дырочного состояния с  $E_M = 0$  на  $I-D$ -границе. Ширина электрон-дырочного состояния с  $E_M = 0$  определяется вероятностью ухода электрона (дырки) из  $I-S$ -области в результате туннелирования обратно в нормальный металл. Поэтому, несмотря на то что первое прохождение электронной волновой функции в направлении, удовлетворяющем условию (49), для толстого прямоуголь-

ного барьера может быть крайне маловероятно, эта малая вероятность компенсируется образованием более узкого электрон-дырочного резонанса. Ширина по напряжению пика  $ZBA$  составляет величину порядка  $|D(\theta_{ZBA})|^2 \Delta_0$  (см. рис. 2, 3).

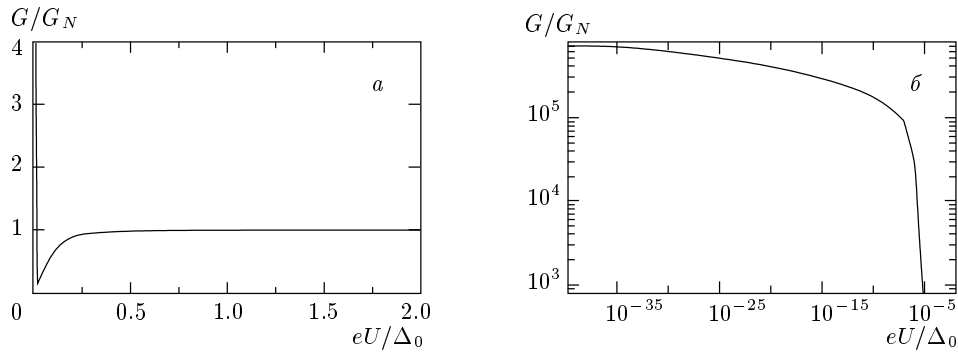
На рис. 2а, 3а представлены зависимости проводимости потенциального канала  $N-I-D$ -перехода от напряжения для углов ориентаций соответственно  $\alpha = \pi/4$  и  $\alpha = \pi/8$  с параметрами  $\kappa_0 d = 2$ ,  $\kappa_0/k_0 = 0.1$ , рассчитанные с использованием несамосогласованных андреевских коэффициентов (48). Данные зависимости нормированы на проводимость аналогичного  $N-I-N$ -перехода. На рис. 2б, 3б отдельно изображены области малых напряжений. Видно, что в обоих случаях нормированная проводимость имеет особенность при  $eU \rightarrow 0$ . При этом ширина этой особенности при  $\alpha = \pi/8$  примерно на 10 порядков меньше, чем при  $\alpha = \pi/4$ . Это объясняется крайне малой прозрачностью толстого прямоугольного барьера для направлений  $\theta_{ZBA} \neq 0$ . Для угла ориентации  $\alpha = \pi/8$  эта область такова, что  $\theta_{ZBA} \in [-5\pi/32, -\pi/8] \cup [\pi/8, 5\pi/32]$ , в то время как для угла ориентации  $\alpha = \pi/4$  условие (49) выполняется для любых  $\theta$ , включая  $\theta = 0$ .

Для сравнения на рис. 4а, 5а изображены зависимости нормированной проводимости  $N-I-D$ -перехода от напряжения, рассчитанные в модели  $\delta$ -функционального рассеивателя с использованием несамосогласованных андреевских коэффициентов (48) (см. [7]). Коэффициент при  $\delta$ -функции соответствует той же проводимости перехода, что и у прямоугольного барьера на рис. 2, 3. На рис. 4б, 5б изображены те же зависимости в области малых напряжений. Видно, что ширина пика проводимости для угла ориентации  $\alpha = \pi/8$  меньше, чем для угла ориентации  $\alpha = \pi/4$ , но обе величины одного порядка. Это объясняется гораздо менее резкой зависимостью прозрачности от угла в модели  $\delta$ -функционального рассеивателя, чем в случае длинного прямоугольного барьера (см. рис. 1).

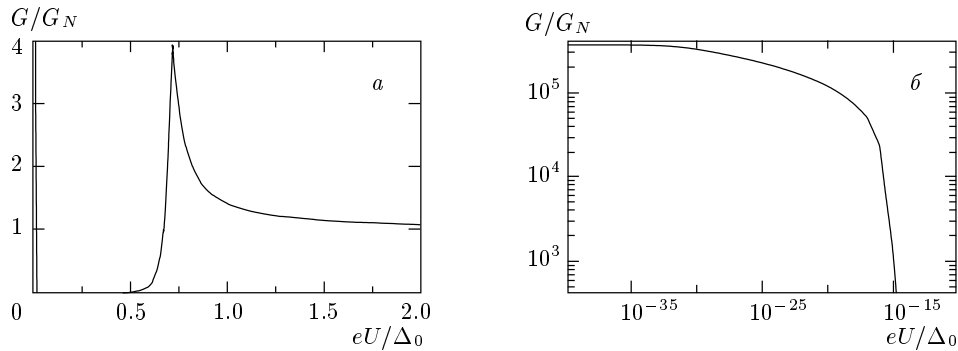
На рис. 6 изображены зависимости нормированной проводимости  $N-I-D$ -перехода с прямоугольным барьером, рассчитанные с использованием самосогласованных андреевских коэффициентов [10, 11] для случая зеркальной границы. Из сравнения рис. 6 с рис. 2, 3 следует, что качественно характер зависимостей совпадает.

При изотропном рассеянии квазичастиц на локализованных состояниях всегда найдутся такие направления, при туннелировании вдоль которых квазичастица попадает в область существования электрон-дырочного резонанса (49) (рис. 7). При взаи-

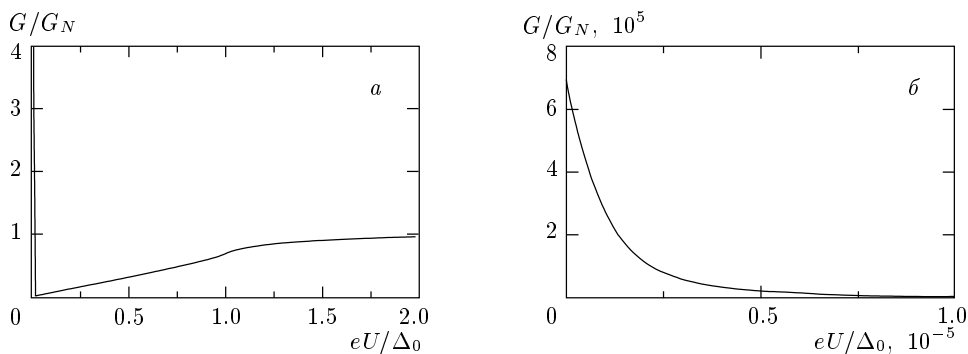




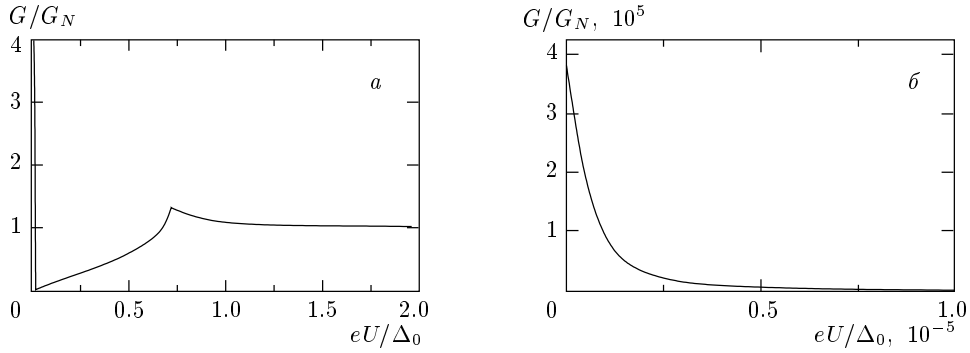
**Рис. 2.** а) Проводимость  $N-I-D$ -перехода с толстым прямоугольным барьером без дефектов с углом ориентации  $\alpha = \pi/4$  и параметрами  $\kappa_0 d = 2$ ,  $\kappa_0/k_0 = 0.1$ , рассчитанная с использованием несамосогласованных андреевских коэффициентов (48). Проводимость нормирована на проводимость аналогичного  $N-I-N$ -перехода. б) Проводимость в области малых напряжений в логарифмическом масштабе



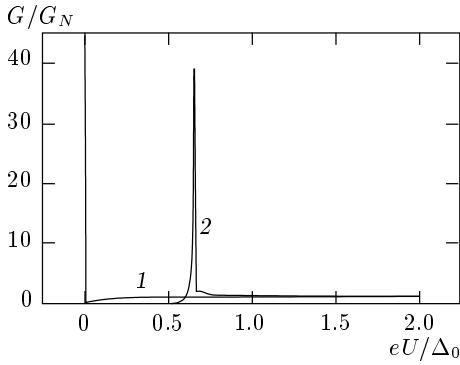
**Рис. 3.** а) Проводимость  $N-I-D$ -перехода с толстым прямоугольным барьером без дефектов с углом ориентации  $\alpha = \pi/8$  и параметрами  $\kappa_0 d = 2$ ,  $\kappa_0/k_0 = 0.1$ , рассчитанная с использованием несамосогласованных андреевских коэффициентов (48). Проводимость нормирована на проводимость аналогичного  $N-I-N$ -перехода. б) Проводимость в области малых напряжений в логарифмическом масштабе



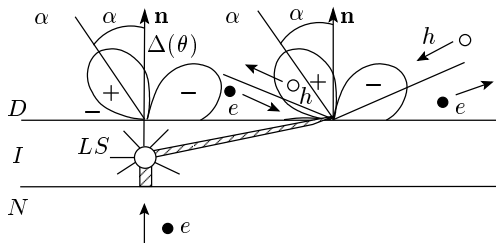
**Рис. 4.** а) Проводимость  $N-I-D$ -перехода с  $\delta$ -функциональным барьером с нормальной проводимостью, равной проводимости толстого прямоугольного барьера с параметрами  $\kappa_0 d = 2$ ,  $\kappa_0/k_0 = 0.1$ . Угол ориентации  $\alpha = \pi/4$ . Расчеты проводились с использованием несамосогласованных андреевских коэффициентов (48). Проводимость нормирована на проводимость аналогичного  $N-I-N$ -перехода. б) Проводимость в области малых напряжений



**Рис. 5.** а) Проводимость  $N-I-D$ -перехода с  $\delta$ -функциональным барьером с нормальной проводимостью, равной проводимости толстого прямоугольного барьера с параметрами  $\kappa_0 d = 2$ ,  $\kappa_0/k_0 = 0.1$ . Угол ориентации  $\alpha = \pi/8$ . Расчеты проводились с использованием несамосогласованных андреевских коэффициентов (48). Проводимость нормирована на проводимость аналогичного  $N-I-N$ -перехода. б) Проводимость в области малых напряжений



**Рис. 6.** Проводимость  $N-I-D$ -перехода с толстым прямоугольным барьером без дефектов с параметрами  $\kappa_0 d = 2$ ,  $\kappa_0/k_0 = 0.1$ , рассчитанная с использованием самосогласованных андреевских коэффициентов. Проводимость нормирована на проводимость аналогичного  $N-I-N$ -перехода. Кривая 1 соответствует углу ориентации  $\alpha = \pi/4$ , а кривая 2 — углу ориентации  $\alpha = \pi/8$



**Рис. 7.** Диаграмма, иллюстрирующая процесс туннелирования в двумерной  $N-I-D$ -структуре с дефектом в  $I$ -слое

модействии с дефектом в процессе туннелирования происходит эффективное «сканирование» границы рассеянной волной, с неизбежностью приводящее к образованию резонансных траекторий. Качественно ясно, что факт образования такого канала не связан ни с положением энергетического уровня локализованного состояния, ни с его пространственным расположением. Достаточно лишь факта изотропного перерасеяния на любом дефекте в процессе туннелирования.

При справедливости легко выполнимого условия для координаты локализованного состояния  $x_0$  и углов  $ZBA$

$$\int_{ZBA} d\theta \frac{k_x^2 + k_z^2}{4\kappa_x^2} \exp[2\kappa_x(d + x_0)] \gg 1, \tag{51}$$

$$\kappa_0(d + x_0) \gg 1$$

амплитуды электронного ( $d_{\rightarrow}^e + \hat{\Sigma}_e$ ) и дырочного ( $\hat{\Sigma}_h$ ) состояний на локализованном состоянии определяются преимущественно перерасеянными назад, от сверхпроводника, волнами. При выполнении условия (51) после подстановки выражений для фурье-компонент  $C_{i\leftrightarrow}(\mathbf{k}, \mathbf{k}_0)$  (40)–(43) в формулы для тока (5), (8), (9) можно получить следующие соотношения для интерференционной и резонансной компонент проводимости при  $eU \rightarrow 0$ , описывающих рассеяние электронной волны на дефекте:

$$G_d^{int}(0) \approx -4 \frac{e^2}{\pi\hbar} = -8R_K^{-1}, \quad R_K = \frac{2\pi\hbar}{e^2}, \tag{52}$$

$$G_d^{res}(0) \approx 0. \tag{53}$$

Интерференционная компонента (52) тока (8), как правило, не учитывалась при анализе процес-

сов резонансного туннелирования из-за более резкой по сравнению с резонансным каналом зависимости от толщины барьера. В  $N-I-D$ -контактах этот вклад в ток оказывается значимым и наиболее нетривиальным. Он отражает процесс разрушения резонанса в потенциальном канале из-за взаимодействия с дефектом. Действительно, для образования связанного электрон-дырочного состояния с  $E_M = 0$  на  $I-D$ -границе наряду с выполнением условия (49) необходимо сохранение поперечной компоненты импульса квазичастицы в процессе ее отражения от пространственно-однородного барьера. Однако наличие рассеивающего центра на траектории с неизбежностью приводит к перерасеянию квазичастицы в других направлениях, что приводит к разрушению электрон-дырочного резонанса. Этот эффект не должен существенно зависеть ни от положения энергетического уровня локализованного состояния, ни от его пространственного расположения на выделенной траектории. Его цена — уменьшение проводимости на восемь квантов  $R_K^{-1}$  в расчете на каждый дефект. Отметим, однако, что в рамках данной модели это не может привести к смене знака суммарной дифференциальной проводимости с увеличением концентрации локализованных состояний, поскольку ранее произойдет нарушение условия независимости туннелирования через отдельные рассеивающие центры.

Необходимо отметить, что в отсутствие андреевского отражения (в  $N-LS-N$ -структуре) интерференционный вклад в ток существенно зависит от формы резонансной кривой и обращается в нуль как при  $eU = \varepsilon_R$ , так и при усреднении по  $\varepsilon_R$ .

Парадоксальный, на первый взгляд, результат для резонансного канала (53) связан с тем обстоятельством, что в соответствии с (40) мощности источников движущихся навстречу друг другу электронов определяются амплитудами вероятностей существования на дефекте не только электронного ( $d_{\rightarrow}^e + \hat{\Sigma}_e$ ), но и дырочного ( $\hat{\Sigma}_h$ ) состояния. При этом оказывается, что «число» распространяющихся «вперед» (т. е. к сверхпроводнику) электронов, порожденных электронным состоянием, в  $(r_{h\leftarrow} a_e a_h)^{-1}$  раз больше числа электронов, движущихся «назад». Для электронов, порожденных дырочным состоянием на локализованном состоянии, ситуация полностью противоположна: число электронов, движущихся вперед, оказывается в  $r_e$  раз меньше числа электронов, движущихся назад. Учитывая (49), а также то обстоятельство, что резонансный вклад в ток, согласно формуле (9), определяется разностью квадратов модулей  $|C_{i\rightarrow}^{res}(\mathbf{k}, \mathbf{k}_0)|^2$  и  $|C_{i\leftarrow}^{res}(\mathbf{k}, \mathbf{k}_0)|^2$ ,

нетрудно установить, что вклады в резонансный ток (9) от электронного и дырочного состояний на локализованном состоянии при  $eU \rightarrow 0$  полностью компенсируют друг друга, приводя к результату (53).

Таким образом, результат (52), (53) оказывается достаточно общим и не зависит от формы резонансной кривой. Более того, он сохраняется и при смене знака в потенциале дефекта (3) с отрицательного (резонансного) на положительный (нерезонансное рассеяние). Следовательно, эффект подавления  $ZBA$  имеет место не только при резонансном, но и при обычном рассеянии на дефекте, важно лишь несохранение поперечной компоненты импульса рассеянной волны при взаимодействии с дефектом. Кроме того, вклад в подавление имеющейся в потенциальном канале аномалии проводимости (50) вносит не только часть локализованных состояний с энергией вблизи энергии Ферми (отличающихся от нее на величину не большую нескольких полуширин линии резонанса  $\Gamma$ ) и с координатой вблизи середины барьера (отстоящих от середины на расстояния не более нескольких радиусов локализованного состояния  $\kappa_0^{-1}$ ), которые определяли резонансный ток в случае структур с нормальными или сверхпроводящими электродами с  $s$ -типом спаривания [20–23], а практически все дефекты внутри барьера с координатами, удовлетворяющими условию (51).

## 5. РЕЗОНАНСНОЕ ТУННЕЛИРОВАНИЕ ПРИ УГЛЕ ОРИЕНТАЦИИ $\alpha = 0$

Поскольку при угле ориентации  $\alpha = 0$  отсутствуют эффекты, связанные с возникновением  $ZBA$ , сверхпроводник  $d$ -типа может рассматриваться как обычный анизотропный сверхпроводник  $s$ -типа. Поэтому достаточно рассмотреть рассеяние электронных и дырочных волновых функций, определяемых соотношениями (40)–(47), только в узком конусе углов:

$$\theta \approx \frac{\kappa_0}{k_0} \frac{1}{\sqrt{\kappa_0 d}} \ll 1. \quad (54)$$

Таким образом, для толстых и относительно невысоких барьеров, удовлетворяющих условию (54), резонансное рассеяние становится «одномерным». Интегралы (42) берутся в явном виде, и после подстановки полученных фурье-компонент  $C_{i\leftrightarrow}(\mathbf{k}, \mathbf{k}_0)$  в выражения для тока (5)–(9) приходим к формуле (3) работы [23] для проводимости структуры при малых

напряжениях  $eU \ll \Delta_0$  с коэффициентами отражения и прохождения,

$$r(\varepsilon) = \frac{(\varepsilon - \varepsilon_R) + i \left( \frac{\Gamma_l^{2D} - \Gamma_r^{2D}}{2} \right)}{(\varepsilon - \varepsilon_R) + i\Gamma^{2D}}, \quad (55)$$

$$|t(\varepsilon)|^2 = 1 - |r(\varepsilon)|^2,$$

учитывающими  $2D$ -характер рассеяния в прослойке в выражениях для  $\Gamma_{l,r}^{2D}$  (17).

## 6. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Проведенный последовательный теоретический анализ резонансного туннелирования в двумерных  $N$ - $I$ - $D$ -структурах с дефектами в прослойке показал, что при наличии  $d$ -спаривания в электродах принципиально нельзя ограничиваться одномерным приближением. Качественно это связано с тем, что в  $N$ - $I$ - $D$ -структурах прямое туннелирование в области  $ZBA$  также является резонансным туннелированием в связанное электрон-дырочное состояние, приводящим к образованию  $ZBA$ . При этом имеющая место в области малых напряжений интерференция двух процессов приводит не только к частичному подавлению  $ZBA$ , но и к резкому усилению процесса туннелирования через локализованные состояния, в котором оказываются задействованы практически все локализованные состояния, независимо от их местоположения в прослойке. Данный результат является достаточно общим, не зависит от формы резонансной кривой и описывает как резонансное (при  $\beta > 0$ ), так и обычное рассеяние на потенциале дефекта (3). Только при угле ориентации  $\alpha = 0$  задача сводится к одномерной, и мы получили соотношение для проводимости, формально совпадающее с аналогичным выражением, полученным для  $1D$ -случая.

Работа выполнена при частичной поддержке Государственного контракта 107-6(00)-П.

## ПРИЛОЖЕНИЕ А

### Двумерное одноэлектронное резонансное рассеяние

Рассмотрим рассеяние электронной волны на  $2D$ -потенциале (1). Для этого запишем решение

уравнения Шредингера для потенциала (1) в следующем виде:

$$\psi(\mathbf{r}) = \psi_0(\mathbf{r}) + \int d^2r' G_0(\varepsilon, \mathbf{r}, \mathbf{r}') V_{imp}(\mathbf{r}' - \mathbf{r}_0) \psi(\mathbf{r}'), \quad (A.1)$$

где  $\psi_0(\mathbf{r})$ ,  $G_0(\varepsilon, \mathbf{r}, \mathbf{r}')$  — соответственно электронная волновая функция и функция Грина двумерного прямоугольного потенциала (2), удовлетворяющие уравнениям

$$\begin{aligned} [\varepsilon - H_0(\mathbf{r})] \psi_0(\mathbf{r}) &= 0, \\ [\varepsilon - H_0(\mathbf{r})] G_0(\varepsilon, \mathbf{r}, \mathbf{r}') &= \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}'), \\ H_0 &= -\frac{\hbar^2 \nabla^2}{2m} + V_{rect}(x). \end{aligned} \quad (A.2)$$

Радиус дефекта  $\rho$  имеет атомарные размеры, т. е.  $\rho \ll k_0^{-1}$ , в то время как волновая функция  $\psi(\mathbf{r})$  является в атомарных масштабах медленноменяющейся функцией переменной  $\mathbf{r}$ . Это позволяет вынести волновую функцию в (A.1) из-под знака интегрирования и представить это выражение в виде

$$\psi(\mathbf{r}) = \psi_0(\mathbf{r}) + \psi(\mathbf{r}_0) \times \int d^2r' G_0(\varepsilon, \mathbf{r}, \mathbf{r}') V_{imp}(\mathbf{r}' - \mathbf{r}_0). \quad (A.3)$$

Полагая в (A.3)  $\mathbf{r} = \mathbf{r}_0$ , для локального значения  $\psi(\mathbf{r}_0)$  нетрудно получить

$$\psi(\mathbf{r}_0) = \frac{\psi_0(\mathbf{r}_0)}{1 - \int d^2r' G_0(\varepsilon, \mathbf{r}_0, \mathbf{r}') V_{imp}(\mathbf{r}' - \mathbf{r}_0)}. \quad (A.4)$$

Подставляя далее выражение (A.4) в (A.3) и учитывая, что входящая в (A.3) функция Грина  $G_0(\varepsilon, \mathbf{r}, \mathbf{r}_0)$  в масштабе  $\rho$ , на котором имеют место изменения потенциала дефекта  $V_{imp}(\mathbf{r} - \mathbf{r}_0)$ , также является медленноменяющейся функцией переменной  $\mathbf{r}$ , получаем окончательное выражение для рассеянной на локализованном состоянии электронной волны (см. формулы (13)–(17) данной работы):

$$\psi(\mathbf{r}) = \psi_0(\mathbf{r}) + L_e \psi_0(\mathbf{r}_0) G_0(\varepsilon, \mathbf{r}, \mathbf{r}_0), \quad (A.5)$$

$$L_e = \frac{\int d^2r' V_{imp}(\mathbf{r}' - \mathbf{r}_0)}{1 - \int d^2r' G_0(\varepsilon, \mathbf{r}, \mathbf{r}') V_{imp}(\mathbf{r}' - \mathbf{r}_0)}. \quad (A.6)$$

Первое слагаемое в формуле (A.5) описывает потенциальное рассеяние на потенциале (1), а второе — резонансное рассеяние на локализованном состоянии.

Для расчета электронной амплитуды резонансно-

го рассеяния  $L_e$  необходимо знать выражение для электронной функции Грина в барьере:

$$\begin{aligned} G_e(\mathbf{r}, \mathbf{r}') &= \\ &= \frac{1}{2\pi} \int dk_y \exp[ik_y(y - y')] G_e(k_y, x, x'), \\ G_e(k_y, x, x_0)|_{|x, x'| < d} &= G_V + G_1, \\ G_V &= -\frac{m}{\kappa_x^e \hbar^2} \exp(-\kappa_x^e |x - x'|), \\ G_1 &= \frac{2m}{\kappa_x^e \hbar^2} \frac{\kappa_x^e + ik_x^e}{ik_x^e - \kappa_x^e} \times \\ &\times \exp(-2\kappa_x^e d) \operatorname{ch}[\kappa_x^e(x + x')], \end{aligned} \quad (\text{A.7})$$

где  $G_V$  — электронная функция Грина прямоугольного барьера (2) бесконечной толщины  $d \rightarrow \infty$ , а  $G_1$  — поправки к ней, обусловленные конечностью барьера,

$$\begin{aligned} k_x^e &= \sqrt{k_0^{e2} - k_y^2}, \quad k_0^{e2} = 2m(E_f + \varepsilon)/\hbar^2, \\ \kappa_x^e &= \sqrt{\kappa_0^{e2} + k_y^2}, \quad \kappa_0^{e2} = 2m(V_0 - E_f - \varepsilon)/\hbar^2. \end{aligned}$$

Подставляя функции Грина (A.7) в (A.6) и учитывая вид локального потенциала  $V_{imp}(\mathbf{r} - \mathbf{r}_0)$  (3), получаем следующее выражение для электронной амплитуды резонансного рассеяния  $L_e$ :

$$\begin{aligned} L_e &= \frac{\pi}{m} \frac{\hbar^2}{\ln(\kappa_{res}^e/\kappa_0^e) + J' + iJ''}, \\ \kappa_{res}^e &\equiv \frac{\sqrt{2m(V_0 - E_f - \varepsilon_0)}}{\hbar} = \\ &= \frac{\eta}{\rho} \exp\left(-\frac{\hbar^2}{m\beta\rho^2}\right), \end{aligned} \quad (\text{A.8})$$

где  $\hbar\kappa_{res}^e$  — резонансное значение подбарьерного импульса, определяющего величину резонансной энергии  $\varepsilon_0$ ,  $\eta = 2 \exp(0.5)/\gamma$ ,  $\gamma \approx 1.78$  — постоянная Эйлера, а  $J'$ ,  $J''$  имеют вид

$$\begin{aligned} J' &= \frac{\hbar^2 \sqrt{\pi}}{2mV_0} (\kappa_0^{e2} - k_0^{e2}) \phi(x_0), \\ J'' &= \frac{\hbar^2 \sqrt{\pi}}{mV_0} (\kappa_0^e k_0^e) \phi(x_0), \\ \phi(x_0) &= \frac{1}{2} \left( \frac{\exp[-2\kappa_0^e(d - x_0)]}{\sqrt{\kappa_0^e(d - x_0)}} + \right. \\ &\left. + \frac{\exp[-2\kappa_0^e(d + x_0)]}{\sqrt{\kappa_0^e(d + x_0)}} \right). \end{aligned} \quad (\text{A.9})$$

Разлагая логарифм в формуле (A.8) вблизи резонансного значения его аргумента ( $\kappa_{res}^e = \kappa_0^e$ ), получаем формулы (16), (17), в которых

$$\varepsilon_R = \varepsilon_0 + \delta\varepsilon, \quad \delta\varepsilon = -2(V_0 - E_f)J', \quad (\text{A.10})$$

где  $\delta\varepsilon$  — сдвиг энергии резонанса, обусловленный конечной шириной барьера.

Аналогичным образом рассчитывается и амплитуда резонансного рассеяния для дырок  $L_h$ . При этом необходимо сделать замену знака энергии ( $\varepsilon \rightarrow -\varepsilon$ ) и учесть, что дырочные функции Грина связаны с электронными соотношением  $G_h(k_y, x, x') = G_e^*(k_y, x, x')_{\varepsilon \rightarrow -\varepsilon}$ .

## ПРИЛОЖЕНИЕ Б

### Решение рекуррентных уравнений

Для расчета электрического тока через структуру необходимо знать фурье-компоненты рассеянной электронной волны  $C_{i\leftarrow}(\mathbf{k}, \mathbf{k}_0)$ , которые являются суммами соответствующих парциальных фурье-компонент  $C_{e\leftarrow}^N$ , удовлетворяющих интегральным рекуррентным соотношениям (38) с начальными условиями (13), (14). Для их нахождения в явном виде воспользуемся формулами

$$\begin{aligned} C_{e\leftarrow}^{2N+1} &= a_e(\mathbf{k})a_h(\mathbf{k})r_{h\leftarrow}(k_y)C_{e\rightarrow}^{2N} + \\ &+ a_h(\mathbf{k})L_h\tilde{G}_h(k_y, x_0)d_{h\leftarrow}^{2N}(\mathbf{r}_0), \end{aligned} \quad (\text{B.1})$$

$$\begin{aligned} C_{e\rightarrow}^{2N+2} &= r_{e\leftarrow}(k_y)r_{h\leftarrow}(k_y)a_e(\mathbf{k})a_h(\mathbf{k})C_{e\leftarrow}^{2N} + \\ &+ L_e\tilde{G}_e(k_y, x_0)d_{e\leftarrow}^{2N+1}(\mathbf{r}_0) + \\ &+ r_{e\leftarrow}(k_y)a_h(\mathbf{k})L_h\tilde{G}_h(k_y, x_0)d_{h\leftarrow}^{2N}(\mathbf{r}_0), \end{aligned} \quad (\text{B.2})$$

следующими из рекуррентных соотношений (38). Суммируя рекуррентную формулу (B.2) по параметру  $q = r_{e\leftarrow}(k_y)r_{h\leftarrow}(k_y)a_e(\mathbf{k})a_h(\mathbf{k})$ ,  $|q| < 1$ , для  $C_{e\rightarrow}$  получим выражение

$$\begin{aligned} C_{e\rightarrow} &= \frac{1}{Q} \left\{ C_{e\rightarrow}^0 + L_e\tilde{G}_e(k_y, x_0)\hat{\Sigma}_e + \right. \\ &\left. + r_{e\leftarrow}(k_y)a_h(\mathbf{k})L_h\tilde{G}_h(k_y, x_0)\hat{\Sigma}_h \right\}, \end{aligned} \quad (\text{B.3})$$

в котором

$$\hat{\Sigma}_e = \sum d_{e\leftarrow}^{2N+1}(\mathbf{r}_0), \quad \hat{\Sigma}_h = \sum d_{h\leftarrow}^{2N}(\mathbf{r}_0). \quad (\text{B.4})$$

Аналогично из формул (B.1) и (38) находим и выражения для  $C_{e\leftarrow}$ ,  $C_{h\leftarrow} = \sum C_{h\leftarrow}^{2N+1}$ :

$$\begin{aligned} C_{e\leftarrow} &= \frac{1}{Q} \left\{ a_e(\mathbf{k})a_h(\mathbf{k})r_{h\leftarrow}(k_y)C_{e\rightarrow}^0 + \right. \\ &+ a_e(\mathbf{k})a_h(\mathbf{k})r_{h\leftarrow}(k_y)L_e\tilde{G}_e(k_y, x_0)\hat{\Sigma}_e + \\ &\left. + a_h(\mathbf{k})L_h\tilde{G}_h(k_y, x_0)\hat{\Sigma}_h \right\}, \end{aligned} \quad (\text{B.5})$$

$$C_{h\leftarrow}(\mathbf{k}) = a_e(\mathbf{k})C_{e\leftarrow}(\mathbf{k}). \quad (\text{B.6})$$

Поскольку из формул (28), (36), (Б.4) следует, что  $\hat{\Sigma}_e$ ,  $\hat{\Sigma}_h$  — проинтегрированные по  $k_y$  с весовыми коэффициентами  $d_{e,h\leftarrow}(k_y)$  суммы соответствующих электронных и дырочных парциальных фурье-компонент, для их нахождения достаточно домножить формулу (Б.5) на  $d_{e\leftarrow}(k_y)$ , а (Б.6) — на  $d_{h\leftarrow}(k_y)$ , проинтегрировать полученные выражения по  $k_y$  и решить полученную систему двух линейных уравнений относительно  $\hat{\Sigma}_e$ ,  $\hat{\Sigma}_h$ . В результате получим формулу (40) для фурье-компонент рассеянной электронной волны с коэффициентами, определяемыми соотношениями (41), (42).

## ЛИТЕРАТУРА

1. C. C. Tsuei, J. R. Kirtley, C. C. Chi et al., Phys. Rev. Lett. **73**, 593 (1994).
2. D. A. Wollman, D. J. Van Harlingen, D. J. Lee et al., Phys. Rev. Lett. **71**, 2134 (1993).
3. D. A. Brawner and H. R. Ott, Phys. Rev. B **50**, 6530 (1994).
4. D. A. Wollman, D. J. Van Harlingen, J. Giapintzakis et al., Phys. Rev. Lett. **74**, 797 (1995).
5. Yu. S. Barash, A. V. Galaktionov, and A. D. Zaikin, Phys. Rev. B **52**, 665 (1995).
6. C.-R. Hu, Phys. Rev. Lett. **72**, 1526 (1994).
7. Y. Tanaka and S. Kashiwaya, Phys. Rev. Lett. **74**, 3451 (1995).
8. Y. Tanaka and S. Kashiwaya, Phys. Rev. B **53**, 11957 (1996).
9. S. Kashiwaya, Y. Tanaka, M. Koyanagi, and K. Kajimura, Phys. Rev. B **53**, 2667 (1996).
10. Yu. S. Barash, A. A. Svidzinsky, and H. Burkhardt, Phys. Rev. B **55**, 15282 (1997).
11. А. А. Голубов, М. Ю. Куприянов, Письма в ЖЭТФ **69**, 242 (1999).
12. L. Alff, R. Gross, A. Marx, S. Kleefisch et al., Phys. Rev. B **58**, 11197 (1998).
13. A. A. Golubov, M. A. J. Verthoeven, I. A. Devyatov et al., Physica C **235**, 1361 (1994).
14. T. Satoh, M. Hidaka, M. Yu. Kupriyanov et al., IEEE Trans. Appl. Sup. **5**, 2612 (1995).
15. И. И. Венгрус, М. Ю. Куприянов, О. В. Снигирев и др., Письма в ЖЭТФ **60**, 372 (1994).
16. R. Dommel, C. Horstmann, M. Siegel et al., Appl. Phys. Lett. **67**, 1775 (1995).
17. J. Yoshida, T. Nagano, and T. Hashimoto, Phys. Rev. B **53**, 8623 (1996).
18. Y. Savada, H. Terai, A. Fujimaki et al., IEEE Trans. Appl. Sup. **5**, 2099 (1995).
19. J. Yoshida, IEICE Trans. Electron. **E83-C**, 49 (2000).
20. А. И. Ларкин, К. А. Матвеев, ЖЭТФ **93**, 1030 (1987).
21. H. Knauer, J. Richer, and P. Siedel, Phys. Stat. Sol. (a) **44**, 303 (1977).
22. И. М. Лифшиц, В. Я. Кирпиченков, ЖЭТФ **77**, 989 (1979).
23. I. L. Aleiner, H. Clarke, and L. I. Glazman, Phys. Rev. B **53**, R7630 (1996).
24. G. Johansson, E. N. Bratus, V. S. Shumeiko, and G. Wendin, E-print archive, cond-mat/9807240 (1998).
25. И. А. Девятков, М. Ю. Куприянов, ЖЭТФ **114**, 687 (1998).
26. G. E. Blonder, M. Tinkham, and T. M. Klahwijk, Phys. Rev. B **25**, 4515 (1982).
27. M. Belogolovskii, M. Graiger, P. Kus et al., Phys. Rev. B **59**, 9617 (1999).
28. А. Ф. Андреев, ЖЭТФ **46**, 1823 (1964).
29. C. Bruder, Phys. Rev. B **41**, 4017 (1990).