

# ВЛИЯНИЕ ЭФФЕКТОВ КВАНТОВОЙ ИНТЕРФЕРЕНЦИИ НА СПЕКТРЫ РЕЗОНАНСНОЙ ФЛУОРЕСЦЕНЦИИ ВЫРОЖДЕННОГО ТРЕХУРОВНЕВОГО АТОМА

*А. А. Пантелеев, Вл. К. Рерих\**

*Государственный научный центр Российской Федерации  
Троицкий институт инновационных и термоядерных исследований  
142092, Троицк, Московская обл., Россия*

Поступила в редакцию 18 августа 2000 г.

Проведено исследование спектров резонансной флуоресценции вырожденного трехуровневого атома  $V$ -типа в поле интенсивной монохроматической волны произвольного поляризационного состава. Получены аналитические выражения для спектров резонансной флуоресценции и исследовано угловое распределение спонтанного свечения атомов для  $D$ -линии паров щелочных металлов. Показано, что при наблюдении линейной поляризации спонтанного излучения в некотором направлении число линий в спектре может уменьшаться. Получен оператор радиационной релаксации для  $D$ -линии щелочных металлов в том случае, когда атом находится вблизи поверхности металла. Проанализированы интерференционные эффекты для таких систем.

PACS: 32.50.+d, 42.50.Hz, 42.50.Ct, 42.50.Lc

## 1. ВВЕДЕНИЕ

Последнее время большой интерес вызывают исследования процессов квантовой интерференции при спонтанном испускании атомов для двух и более близлежащих состояний [1–10]. Это связано с тем, что интерференционные процессы для таких систем могут приводить к многочисленным и разнообразным эффектам, таким как захват населенности [7], уменьшение полной интенсивности спонтанного свечения [11], сужение отдельных линий в спектрах [1–5], биения населенностей [6, 12], зависимость формы спектра от фазы возбуждающих полей [2, 3, 10].

Для возникновения интерференции необходимы минимум два скоррелированных пути, при этом влияние интерференционных процессов на структуру оператора радиационной релаксации возможно в только том случае, если система приходит в одинаковое конечное состояние. Простейшей системой такого рода является невырожденный трехуровневый атом  $V$ -типа, для которого уже проявляются все вышеописанные эффекты. Однако необходимо

отметить, что такая система является модельной и не учитывает многие характеристики реальных физических систем, которые важны при рассмотрении интерференционных процессов. К недостаткам моделей такого типа следует отнести то, что она не учитывает возможное вырождение уровней, угловой и поляризационный состав возбуждающего и спонтанного излучений, кроме того, дипольный момент переходов полагается скалярной величиной. В работе [11] нами было показано, что учет этих моментов приводит к тому, что для большинства реальных физических систем оператор радиационной релаксации не отличается от стандартного, диагонального вида. Это связано с тем, что интерференционные члены обращаются в нуль либо при интегрировании по телесному углу, либо при суммировании по поляризациям. Для появления интерференционных членов необходимо выполнение дополнительного условия: неизотропность плотности состояний электромагнитного поля [11, 13]. Исследования времени жизни возбужденного состояния для таких систем уже проводились, в [14] исследовалось излучение колеблющегося диполя в диэлектрической сфере малого радиуса, также хорошо извест-

\*E-mail: vroerieh@fly.troitsk.ru

тен эффект изменения релаксационных констант в резонаторе. Однако влияние неизотропной плотности состояний на интерференционные процессы при спонтанном испускании привлекло внимание лишь недавно [13].

Другой аспект, который до сих пор не рассматривался, — влияние интерференционных эффектов на угловое распределение спонтанного свечения атомов. В работе [15] нами было проанализировано угловое распределение интенсивности резонансной флуоресценции для вырожденных трехуровневых систем  $V$ -типа в поле электромагнитной волны произвольного поляризационного состава. Показано, что, несмотря на то что для систем в обычных условиях интерференционные процессы не оказывают влияния на динамику населенностей и полную интенсивность резонансной флуоресценции, их вклад необходимо учитывать при анализе углового распределения спонтанного излучения.

Целью данной работы является изучение спектров резонансной флуоресценции для вырожденных трехуровневых систем  $V$ -типа и их зависимости от направления наблюдения и поляризационного состава волны накачки. Подробно проанализированы спектры  $D$ -линии паров щелочных металлов с учетом влияния интерференционных эффектов на структуру радиационной релаксации в том случае, когда атом находится вблизи поверхности металла.

## 2. ОСНОВНЫЕ УРАВНЕНИЯ

Рассмотрим взаимодействие между ансамблем вырожденных трехуровневых атомов  $V$ -типа со значениями полного углового момента уровней  $J_j$  ( $j = b, c, d$ ) и монохроматической электромагнитной

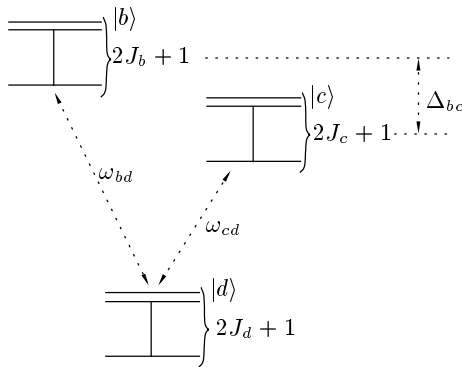


Рис. 1. Схема вырожденного трехуровневого атома  $V$ -типа

волной резонансной переходам  $b \rightarrow d, c \rightarrow d$  (см. рис. 1). Полагая, что электромагнитная волна имеет произвольный поляризационный состав, и используя приближение вращающейся волны, представим ее в виде суммы:

$$\mathbf{E} = \sum_{\sigma=0,\pm 1} \mathbf{e}^\sigma E_\sigma (e^{i\omega t} + e^{-i\omega t}), \quad (1)$$

$$E_{\pm 1} = \mp \frac{1}{\sqrt{2}}(E_x \pm iE_y), \quad E_0 = E_z.$$

Здесь  $\mathbf{E}$  — вектор электромагнитного поля,  $\mathbf{e}^\sigma$  — единичный вектор  $\sigma$ -поляризации,  $E_x, E_y, E_z$  — амплитуды колебаний поля по соответствующим осям,  $E_{\pm 1}, E_0$  — соответствующие амплитуды поляризованного излучения. Используя дипольное и резонансное приближения, гамильтониан (в рад/с) системы представим в виде суммы:

$$\hat{H} = \hat{H}_0 + \hat{H}_f + \hat{V}_L + \hat{V}_q. \quad (2)$$

В (2)  $\hat{H}_0$  описывает невозмущенную атомную систему:

$$\hat{H}_0 = \sum_{j=b,c} \sum_{M_j} \frac{\epsilon(J_j, M_j)}{\hbar} |jM_j\rangle \langle M_jj|, \quad (3)$$

где  $\epsilon(J_j, M)$  — энергия атомного состояния с значением полного углового момента  $J_j$  и его проекцией  $M_j$  на ось квантования  $z$ ,  $\langle M_jj|, |jM_j\rangle$  — соответственно бра- и кет-векторы этого состояния. Так как в дальнейшем мы будем пренебрегать эффектом расщепления магнитных подуровней и другими эффектами, приводящими к зависимости энергии уровня от проекции магнитного момента или других квантовых чисел, то гамильтониан свободного атома можно переписать в виде

$$\hat{H}_0 = \sum_{j=b,c} \sum_{M_j} \omega_{jd} |jM_j\rangle \langle M_jj|, \quad (4)$$

где  $\omega_{jd}$  — частота перехода  $j \rightarrow d$  для любой пары подуровней.

Второе слагаемое в (2) описывает гамильтониан квантового поля излучения:

$$\hat{H}_f = \sum_{\mathbf{k}\sigma} \omega_k \hat{a}_{\mathbf{k}\sigma}^\dagger \hat{a}_{\mathbf{k}\sigma}, \quad (5)$$

$\omega_k$  — частота фотонов с волновым вектором  $\mathbf{k}$  и  $\sigma$ -поляризацией,  $\hat{a}_{\mathbf{k}\sigma}^\dagger, \hat{a}_{\mathbf{k}\sigma}$  — операторы рождения и уничтожения для соответствующих фотонов.

Взаимодействие волны накачки с атомной системой описывается выражением

$$\hat{V}_L = \sum_{j=b,c} \sum_{M_j M_d} \left[ V_{jd}(M_j M_d) \times \exp(-i\omega_L t) |j M_j\rangle \langle M_d d| + V_{dj}(M_d M_j) \exp(i\omega_L t) |d M_d\rangle \langle M_j j| \right], \quad (6)$$

$$V_{jd}(M_j M_d) = V_{dj}^*(M_d M_j) = \sum_{\sigma=0,\pm 1} -\frac{\mu_{jd}(M_j M_d) E_\sigma}{2\hbar}, \quad (7)$$

где  $\mu_{jd}(M_j M_d)$  — матричный элемент дипольного момента. Используя теорему Вигнера–Эккарта [16], выражение (7) представим в виде

$$V_{jd}(M_j M_d) = \sum_{\sigma=0,\pm 1} (-1)^{J_j - M_j} C_{J_j M_j J_d - M_d}^{1-\sigma} V_{jd}(\sigma), \quad (8)$$

$$V_{jd}(\sigma) = -\frac{(-1)^\sigma \|\mu_{jd}\| E_\sigma}{2\sqrt{3}\hbar},$$

где  $C_{J_j M_j J_d - M_d}^{1-\sigma}$  — коэффициенты Клебша–Гордана [16],  $\|\mu_{jd}\|$  — неприводимое значение матричного элемента дипольного момента.

Взаимодействие атомов с квантовым полем излучения описывается выражением

$$\hat{V}_q = \sum_{j=b,c} \sum_{\mathbf{k}\sigma} \sum_{M_j M_d} \left( g_{jd}^{\mathbf{k}\sigma}(M_j M_d) \hat{a}_{\mathbf{k}\sigma} |j M_j\rangle \langle M_d d| - g_{dj}^{\mathbf{k}\sigma}(M_d M_j) \hat{a}_{\mathbf{k}\sigma}^+ |d M_d\rangle \langle M_j j| \right), \quad (9)$$

здесь

$$g_{jd}^{\mathbf{k}\sigma}(M_j M_d) = \mu_{jd}(M_j M_d) \sqrt{\frac{2\pi\omega_k}{\hbar W}},$$

$W$  — объем квантования. Используя теорему Вигнера–Эккарта, окончательно получаем

$$g_{dj}^{\mathbf{k}\sigma}(M_d M_j) = g_{jd}^{\mathbf{k}\sigma}(M_j M_d) = (-1)^\sigma C_{J_j M_j J_d - M_d}^{1-\sigma} \|\mu_{jd}\| \sqrt{\frac{2\pi\omega_k}{\hbar W}}. \quad (10)$$

Для описания рассматриваемой системы используем формализм атомной матрицы плотности [17]. Уравнение для атомной матрицы плотности примет вид

$$i\rho = [\hat{H}_0 + \hat{V}_L, \rho] + i\hat{\Gamma}^{at}(\rho), \quad (11)$$

$\hat{\Gamma}^{at}$  описывает процессы радиационной релаксации. Как показано в работе [15], пренебрегая величиной дублетного расщепления, оператор  $\hat{\Gamma}^{at}$  можно представить как

$$\hat{\Gamma}^{at}(\rho) = \sum_{\mathbf{k}} (2\hat{G}^{\mathbf{k}} \rho \hat{G}^{\mathbf{k}*} - \hat{G}^{\mathbf{k}*} \hat{G}^{\mathbf{k}} \rho - \rho \hat{G}^{\mathbf{k}*} \hat{G}^{\mathbf{k}}), \quad (12)$$

где ненулевые элементы оператора  $\hat{G}^{\mathbf{k}}$  имеют вид

$$\hat{G}_{dj}^{\mathbf{k}}(M_d, M_j) = g_{dj}^{\mathbf{k}\sigma}(M_d M_j), \quad j = b, c.$$

Все остальные элементы оператора равны нулю. Звездочка в (12) обозначает эрмитово сопряжение. В выражении (12) последние два члена описывают процессы радиационного затухания матрицы плотности и переходы на нижележащие уровни, первое слагаемое соответствует приходам на нижние уровни. Применяя процедуру Вигнера–Вайскопфа к суммам в (12), для констант радиационной релаксации магнитных подуровней, включая недиагональные элементы, получаем следующее выражение:

$$\gamma_{j_1 j_2}(M_{j_1} M_{j_2}) = \int \sum_{M_d \sigma \sigma'} \times g_{j_1 d}^{\mathbf{k}\sigma}(M_{j_1} M_d) g_{d j_2}^{\mathbf{k}\sigma'}(M_d M_{j_2}) \zeta(\omega_k - \omega_p, \sigma, \sigma') \frac{d\mathbf{k}}{(2\pi)^3} = \frac{2\pi \|\mu_{j_1 d}\| \|\mu_{j_2 d}\|}{\hbar \sqrt{(2J_{j_1} + 1)(2J_{j_2} + 1)}} \sum_{M_d \sigma \sigma'} C_{J_d M_d 1 \sigma}^{J_{j_1} M_{j_1}} C_{J_d M_d 1 \sigma'}^{J_{j_2} M_{j_2}} \times \int \sum_{\lambda=\pm 1} (D_{\lambda \sigma'}^1)^* D_{\lambda \sigma}^1 \omega_k \zeta(\omega_k - \omega_p) \frac{d\mathbf{k}}{(2\pi)^3}. \quad (13)$$

Применяя аналогичную процедуру, для приходов на нижние уровни можно получить

$$\gamma_{dd}(M_d M_d) = \int 2 \sum_{M_{j_1} M_{j_2} \sigma \sigma'} g_{d j_2}^{\mathbf{k}\sigma'}(M_d M_{j_2}) \times g_{j_1 d}^{\mathbf{k}\sigma}(M_{j_1} M_d) \rho_{j_1 j_2}(M_{j_1} M_{j_2}) \zeta(\omega_k - \omega_p, \sigma, \sigma') \frac{d\mathbf{k}}{(2\pi)^3} = \frac{4\pi \|\mu_{j_1 d}\| \|\mu_{j_2 d}\|}{\hbar \sqrt{(2J_{j_1} + 1)(2J_{j_2} + 1)}} \times \sum_{j_1, j_2, M_{j_1}, M_{j_2}, \sigma, \sigma'} C_{J_d M_d 1 \sigma}^{J_{j_1} M_{j_1}} C_{J_d M_d 1 \sigma'}^{J_{j_2} M_{j_2}} \rho_{j_1 j_2}(M_{j_1} M_{j_2}) \times \int \sum_{\lambda=\pm 1} (D_{\lambda \sigma'}^1)^* D_{\lambda \sigma}^1 \omega_k \zeta(\omega_k - \omega_p) \frac{d\mathbf{k}}{(2\pi)^3}. \quad (14)$$

Здесь  $\zeta(\omega_k - \omega_p, \sigma, \sigma')$  — спектральный контур линии,  $\omega_p = (\omega_{bd} + \omega_{cd})/2$ ,  $D_{\lambda \sigma}^1 = D_{\lambda \sigma}^1(\alpha = \phi, \beta = \theta, \gamma = 0)$  — функция Вигнера [18], где углы  $\phi, \theta$  определяют направление волнового вектора  $\mathbf{k}$  испущенного фотона. Метод, позволяющий получить

структуру (12) оператора радиационной релаксации и выражение для его элементов (13) с учетом интерференционных процессов при спонтанном испускании, для вырожденной трехуровневой системы  $V$ -типа подробно рассмотрен в работе [15]. Выражения (12)–(14) полностью определяют процессы радиационной релаксации для рассматриваемой модели. В [11] было показано, что оператор радиационных переходов для большинства реальных систем имеет диагональную структуру. Это следует из ортогональности вигнеровских функций [18],

$$\int D_{\lambda_1 \sigma_1}^{J_1} D_{\lambda_2 \sigma_2}^{J_2} \frac{dO}{4\pi} = \frac{1}{2J+1} \delta_{J_1 J_2} \delta_{\sigma_1 \sigma_2}, \quad (15)$$

при учете свойства сумм [16]

$$\sum_{M_d} C_{J_d M_d 1 \sigma}^{J_1 M} C_{J_d M_d 1 \sigma}^{J_2 M} = \delta_{J_1, J_2}. \quad (16)$$

Из формул (15), (16) непосредственно следует, что величины  $\gamma_{j_1 j_2}(M_{j_1} M_{j_2})$  будут отличны от нуля лишь при  $j_1 = j_2$  и  $M_1 = M_2$ .

Следует особо подчеркнуть, что применение равенства (15) в выражении для констант релаксации (13) неявно предполагает изотропность плотности состояний электромагнитного поля. Другая ситуация имеет место, например, вблизи поверхности металла. В этом случае свойство нормировки и ортогональности (15) в общем случае не выполняется и оператор  $\gamma_{j_1 j_2}(M_{j_1} M_{j_2})$  может не иметь диагональной структуры. Кроме того, явный вид оператора и значения его элементов могут зависеть от выбора направления оси  $z$  по отношению к поверхности. Для примера значения  $\gamma_{j_1 j_2}(M_{j_1} M_{j_2})$  вблизи поверхности металла при различных ориентациях оси  $z$  по отношению к поверхности приведены в Приложении.

Динамика рассматриваемой системы в приближении вращающейся волны описывается следующими уравнениями:

$$\begin{aligned} i\dot{\rho}_{j_1 j_2}(M_{j_1} M_{j_2}) &= \Delta_{j_1 j_2} \rho_{j_1 j_2}(M_{j_1} M_{j_2}) + \\ &+ \sum_{j M_j} (-i) \left[ \gamma_{j_1 j}(M_{j_1} M_j) \rho_{j j_2}(M_j M_{j_2}) + \right. \\ &+ \left. \rho_{j_1 j}(M_{j_1} M_j) \gamma_{j j_2}(M_j M_{j_2}) \right] + \\ &+ \sum_{M_d} [\tilde{V}_{j_1 d}(M_{j_1} M_d) \tilde{\rho}_{d j_2}(M_d M_{j_2}) - \\ &- \tilde{\rho}_{j_1 d}(M_{j_1} M_d) \tilde{V}_{d j_2}(M_d M_{j_2})], \\ i\dot{\tilde{\rho}}_{j_1 d}(M_{j_1} M_d) &= \Delta_L^{j_1} \tilde{\rho}_{j_1 d}(M_{j_1} M_d) - \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &- i \sum_{j M_j} \gamma_{j_1 j}(M_{j_1} M_j) \tilde{\rho}_{j d}(M_j M_d) + \\ &+ \sum_{M'_d} \tilde{V}_{j_1 d}(M_{j_1} M'_d) \tilde{\rho}_{d d}(M'_d M_d) - \\ &- \sum_{j=b,c} \sum_{M_j} \rho_{j_1 j}(M_{j_1} M_j) \tilde{V}_{j d}(M_j M_d), \\ i\dot{\rho}_{d d}(M_d^1 M_d^2) &= i\gamma_{d d}(M_d^1 M_d^2) + \\ &+ \sum_{j=b,c} \sum_{M_d} [\tilde{V}_{d j}(M_d^1 M_j) \tilde{\rho}_{j d}(M_j M_d^2) - \\ &- \tilde{\rho}_{j_1 d}(M_d^1 M_j) \tilde{V}_{j d}(M_j M_d^2)], \\ \rho_{j_1 d}(M_{j_1} M_d) &= \rho_{d j_1}^*(M_d M_{j_1}), \end{aligned} \quad (17)$$

где

$$\begin{aligned} \tilde{V}_{j_1 d}(M_{j_1} M_d) &= \tilde{V}_{d j_1}^*(M_{j_1} M_d) = \\ &= V_{j_1 d}(M_{j_1} M_d) \exp(-i\omega_L t), \end{aligned}$$

$$\tilde{\rho}_{j_1 d}(M_{j_1} M_d) = \rho_{j_1 d}(M_{j_1} M_d) \exp(-i\omega_L t),$$

$$\Delta_L^{j_1} = \omega_{j_1 d} - \omega_L, \quad \Delta_{j_1 j_2} = \Delta_L^{j_1} - \Delta_L^{j_2}.$$

Влиянием релаксационных процессов, обусловленных столкновениями, мы пренебрегали, считая, что плотность среды достаточно мала. Не вызывает сомнений, что для плотных сред влияние столкновений будет значительно и может приводить не только к деполаризации между состояниями, но и к сдвигу магнитных подуровней. Так как влияние других, внешних, уровней не учитывается, то уравнения (17) необходимо дополнить условием нормировки:

$$\sum_{j=b,c,d} \sum_{M_j} \rho_{j j}(M_j M_j) = 1. \quad (18)$$

### 3. СПЕКТРЫ РЕЗОНАНСНОЙ ФЛУОРЕСЦЕНЦИИ

Получим общие выражения для спектра резонансной флуоресценции при наблюдении в произвольном направлении. Для построения спектра используем аппарат атомно-фотонной матрицы плотности [19]. Определим операцию  $\text{Cnv}(\dots)$ , которая ставит в соответствие матрице размером  $n \times n$ , где

$$n = \sum_{j=b,c,d} (2J_j + 1),$$

вектор длиной  $N = n \times n$  по следующему правилу:

$$\begin{aligned} \text{Cnv}(h) &= (h_{bb}(J_b J_b), h_{bb}(J_b J_b - 1), \dots, \\ &h_{j_1 j_2}(M_{j_1} M_{j_2}), \dots, h_{dd}(-J_d - J_d)). \end{aligned}$$

Используя это преобразование, запишем уравнения для матрицы плотности (17) в следующем виде:

$$i \frac{d \text{Cnv}(\rho)}{dt} = M \text{Cnv}(\rho). \quad (19)$$

Тогда с помощью матрицы  $M$  уравнения для атомно-фотонной матрицы плотности могут быть представлены в следующей форме:

$$i \frac{d \text{Cnv}(\rho_\nu^{\mathbf{k}_z \sigma})}{dt} = (M - \nu I) \text{Cnv}(\rho_\nu^{\mathbf{k}_z \sigma}) + \text{Cnv}(\rho^{\mathbf{k}_z} T^{\mathbf{k}_z \sigma}), \quad (20)$$

$$\nu = \omega_{k_z} - \omega_L, \quad \mathbf{k}_z = |k| \mathbf{e}_z,$$

где  $\rho_\nu^{\mathbf{k}\lambda}$  — оператор атомно-фотонной матрицы плотности,  $\rho^{\mathbf{k}}$  — оператор атомной матрицы плотности, полученные из уравнений (17), (20) в том случае, когда ось квантования  $z$  направлена вдоль волнового вектора испущенного фотона. Элементы оператора  $T^{\mathbf{k}_z \sigma}$  определяются соотношением

$$(T^{\mathbf{k}\sigma})_{j_1 j_2} (M_{j_1} M_{j_2}) = [(G^{\mathbf{k}})_{j_1 j_2} (M_{j_1} M_{j_2}) a_{\mathbf{k}\sigma'}^+, a_{\mathbf{k}\sigma}^+].$$

Выражение для поляризационных компонент спектра резонансной флуоресценции при наблюдении вдоль вектора  $\mathbf{k}$  имеет вид

$$A_{\lambda\lambda'}^{\mathbf{k}}(\nu) d\nu dO = i \sum_{M_d} \left[ T^{k\lambda} \rho_\nu^{\mathbf{k}\lambda'} + (\rho_\nu^{\mathbf{k}\lambda'})^* (T^{k\lambda})^* \right]_{dd} \times \\ \times (M_d M_d) \frac{\omega_k^2}{c^3} d\nu dO, \quad \lambda, \lambda' = \pm 1. \quad (21)$$

Для того чтобы получить поляризационные компоненты спектра в единой системе координат, необходимо выразить элементы атомно-фотонной матрицы  $(\rho_\nu^{\mathbf{k}\lambda})_{j_1 j_2} (M_{j_1} M_{j_2})$  через элементы матрицы  $\rho_\nu^{\mathbf{k}_z \lambda}$ , которая получена из (17), (20) в единой системе координат. Это преобразование выполняется стандартным образом [18]:

$$\left( \rho_\nu^{\mathbf{k}\lambda} \right)_{j_1 j_2} (M_{j_1} M_{j_2}) = \\ = \sum_{\sigma=0, \pm 1} \left( D_{\sigma\lambda}^1 \right)^* \sum_{M'_{j_1} M'_{j_2}} \left( D_{M'_{j_1} M_{j_1}}^{J_{j_1}} \right)^* \times \\ \times D_{M'_{j_2} M_{j_2}}^{J_{j_2}} \left( \rho_\nu^{\mathbf{k}_z \sigma} \right)_{j_1 j_2} (M'_{j_1} M'_{j_2}). \quad (22)$$

Выражения (21), (22) полностью определяют спектральные, угловые и поляризационные характеристики спонтанного излучения рассматриваемой системы. Необходимо заметить, что при вычислении

величин  $A_{\lambda\lambda'}^{\mathbf{k}}(\nu)$  преобразование единой системы координат к той, в которой ведется наблюдение, в общем случае на стадии решения уравнения (20) к атомной матрице плотности или сразу к вектору  $\mathbf{E}$  возбуждающего поля не может быть применено. Это возможно только при рассмотрении систем, для которых плотность состояний электромагнитного поля изотропна. В противном случае оператор радиационной релаксации, а следовательно, и матрица  $M$  будут зависеть от выбора направления оси  $z$ .

Формула для интенсивности спонтанного свечения, проинтегрированной по спектру в направлении вектора  $\mathbf{k}$ , была получена в [15]:

$$S_{\lambda\lambda'}^{\mathbf{k}} = \int A_{\lambda\lambda'}^{\mathbf{k}}(\nu) d\nu = \\ = \sum_{j_1, j_2=b, c} \sum_{M_{j_1} M_{j_2}} \sum_{M_d} g_{d j_1}^{\mathbf{k}\lambda} (M_{j_1} M_d) \times \\ \times g_{j_2 d}^{\mathbf{k}\lambda'} (M_d M_{j_2}) \rho_{j_1 j_2}^{\mathbf{k}} (M_{j_1} M_{j_2}). \quad (23)$$

Переход к единой системе координат для величин  $\rho_{j_1 j_2}^{\mathbf{k}} (M_{j_1} M_{j_2})$  осуществляется аналогично преобразованию (22):

$$\rho_{j_1 j_2}^{\mathbf{k}} (M_{j_1} M_{j_2}) = \\ = \sum_{M'_{j_1} M'_{j_2}} \left( D_{M'_{j_1} M_{j_1}}^{J_{j_1}} \right)^* D_{M'_{j_2} M_{j_2}}^{J_{j_2}} \rho_{j_1 j_2}^{\mathbf{k}_z} (M'_{j_1} M'_{j_2}). \quad (24)$$

Полная интенсивность спонтанного излучения определяется соотношением

$$I_{total} = \int \sum_{\lambda=\pm 1} S_{\lambda\lambda} dO = \\ = \sum_{j_1, j_2=b, c} \sum_{M_{j_1} M_{j_2}} [\gamma_{j_1 j_2} (M_{j_1} M_{j_2}) \rho_{j_2 j_1}^{\mathbf{k}_z} (M_{j_2} M_{j_1}) + \\ + \rho_{j_1 j_2}^{\mathbf{k}_z} (M_{j_1} M_{j_2}) \gamma_{j_2 j_1} (M_{j_2} M_{j_1})]. \quad (25)$$

Фактически правая часть выражения (25) представляет собой след оператора  $\sum_{\mathbf{k}} (\hat{G}^{k*} \hat{G}^k \rho^{\mathbf{k}_z} + \rho^{\mathbf{k}_z} \hat{G}^{k*} \hat{G}^k)$  по переменным, относящимся к верхним уровням, а поскольку преобразования (22), (24) унитарны, как и следовало ожидать, полная интенсивность резонансной флуоресценции не зависит от выбора направления оси  $z$ . В том случае, когда плотность состояний электромагнитного поля изотропна, выражение (25) сводится к классической форме:

$$I_{total} = 2 \sum_{j=a, b} \sum_{M_j} \gamma_{jj} (M_j M_j) \rho_{jj}^{\mathbf{k}_z} (M_j M_j). \quad (26)$$

Как видно из выражений (26), (13), для большинства реальных физических систем интерференционные эффекты при спонтанном испускании не влияют на динамику атома в лазерном поле и

полную интенсивность резонансной флуоресценции. Однако интерференционные эффекты необходимо учитывать при изучении углового распределения спонтанного излучения, что было показано в [15]. Интерференционные эффекты также вносят свой вклад и в спектральные характеристики спонтанного излучения. Необходимо отметить, что интерференционные процессы учитываются естественным образом для поляризационных компонент спектра (21) и в уравнении (20) через структуру операторов  $T^{k\sigma}$ , в которые входят константы связи одновременно для двух верхних уровней. При этом в окончательном выражении для спектра будут присутствовать ненулевые члены с недиагональными элементами атомной матрицы плотности, которые отражают вклад интерференционных процессов.

#### 4. ИССЛЕДОВАНИЕ СПЕКТРОВ РЕЗОНАНСНОЙ ФЛУОРЕСЦЕНЦИИ D-ЛИНИИ ПАРОВ ЩЕЛОЧНЫХ МЕТАЛЛОВ

Используя формализм, развитый в предыдущих разделах, рассмотрим резонансную флуоресценцию D-линии паров щелочных металлов в стационарном случае. Введем следующее соответствие для уровней:  $b \rightarrow P_{3/2}$ ,  $c \rightarrow P_{1/2}$ ,  $d \rightarrow S_{1/2}$ , при этом  $J_b = 3/2$ ,  $J_c = 1/2$ ,  $J_d = 1/2$ . Схема уровней и структура переходов для атома в обычных условиях приведена на рис. 2. Далее при анализе спектров будет использоваться хорошо известный факт, что для свободного атома релаксационные константы магнитных подуровней равны между собой:  $\gamma_{j_1 j_2}(M_{j_1} M_{j_2}) = \gamma$  (см. Приложение).

Поскольку стационарное решение уравнений (20) представляет собой рациональную функцию  $\nu$ , это

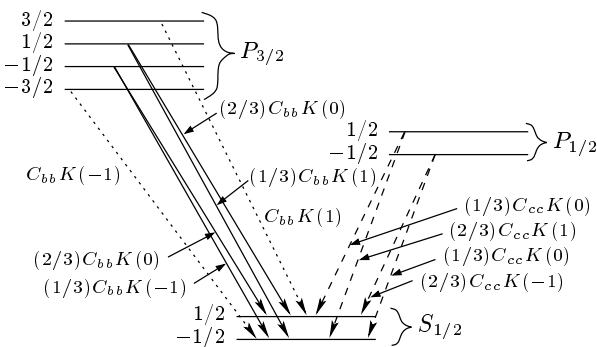


Рис. 2. Схема спонтанных переходов для D-линии паров щелочных металлов

дает возможность представить спектры резонансной флуоресценции в виде следующего разложения:

$$A_{\lambda\lambda'}^k(\nu) = \sum_1^N \frac{f_m}{\gamma_m + i(\Omega_m - \nu)} + \text{c.c.}, \quad (27)$$

где  $N = n \times n$ ,  $n = 8$  — число уровней в рассматриваемой системе,  $\gamma_m$ ,  $\Omega_m$  — мнимая и действительная части  $m$ -го собственного значения матрицы  $M$ , характеризующие соответственно ширину и частоту линии спектра. В стационарном случае  $f_m$  можно выразить через собственные векторы матрицы  $M$ , атомную матрицу плотности  $\rho^k$  и операторы  $T^{k\sigma}$ . Из разложения (27) можно определить все характеристики, относящиеся к отдельной линии. Практический интерес представляет энергия спонтанного излучения отдельной линии. Ее можно выразить в форме

$$F_{\lambda\lambda'}^{km} = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{f_m}{\gamma_m + i(\Omega_m - \nu)} d\nu + \text{c.c.} = 2\pi \text{Re}(f_m). \quad (28)$$

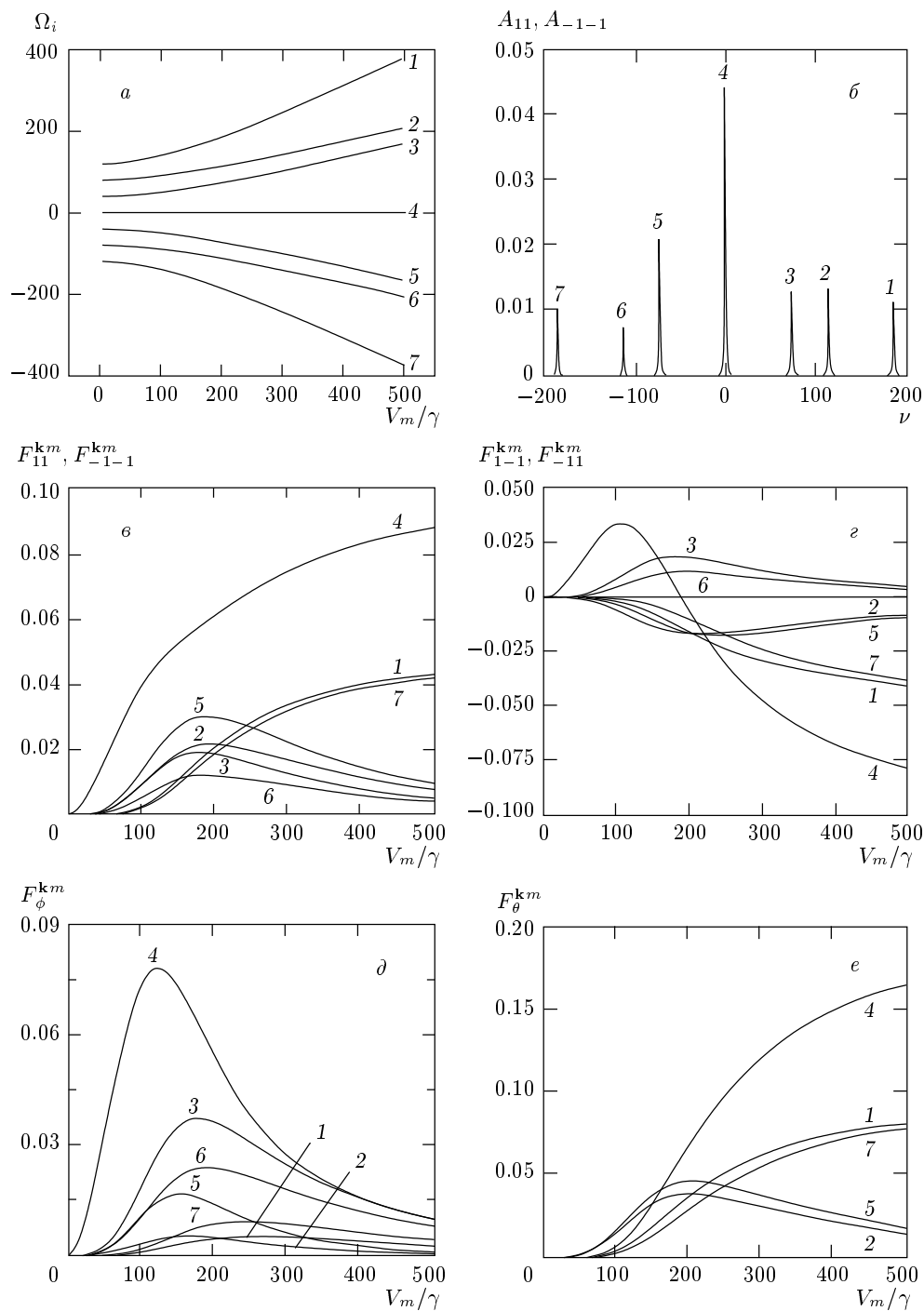
Мнимая часть  $f_m$  отвечает составляющей дисперсионного вида в спектре и не вносит вклада в энергию свечения линии. Следует отметить, что соотношение между действительными и мнимыми частями констант  $f_m$  таково, что, как и для спектра Моллоу [20], величины  $A_{\lambda\lambda'}^k(\nu)$  на «крыльях» спектра уменьшаются как  $1/\nu^4$ .

На рис. 3а и 4а приведены зависимости частот линий спектра с ненулевой интенсивностью от напряженности поля волны накачки. Для удобства вычислений и представления результатов отношение  $\Delta_{bc}/\gamma = 120$  выбрано существенно меньшим, чем для реальных систем, например  $\Delta_{bc}^{\text{Na}}/\gamma^{\text{Na}} \approx 6 \cdot 10^4$ . Однако для достаточно сильных полей ( $V_m \gg \gamma$ ) результаты, полученные в этом разделе, остаются неизменными. Величина

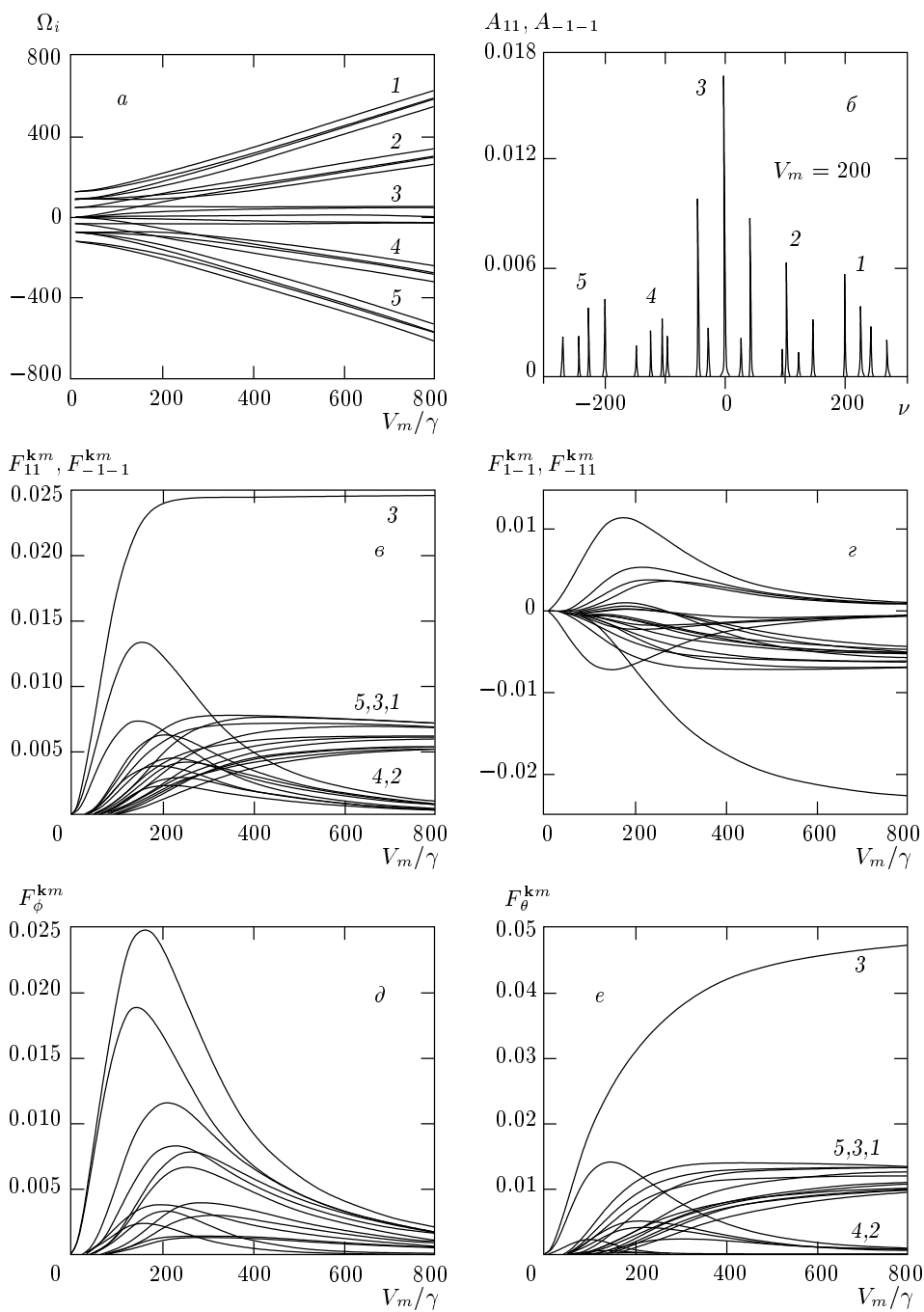
$$V_m = \sqrt{\sum_{\sigma} \frac{(V_{jd}(\sigma))^2}{2J_j + 1}}$$

определяет частоту Раби рассматриваемой системы. Следует отметить, что так как  $|\mu_{bd}|/\sqrt{2J_b + 1} = |\mu_{cd}|/\sqrt{2J_c + 1}$ , то  $V_m$  не зависит от  $j$ .

Рисунок 3 соответствует наблюдению резонансной флуоресценции при линейной поляризации лазерного поля, рис. 4 — при круговой. В работе [17] было показано, что максимально возможное число линий в спектре определяется выражением  $N_{\Lambda} = n(n - 1) + 1$ , в рассматриваемом случае  $N_{\Lambda} = 57$ . Существенно меньшее число пиков на



**Рис. 3.** Зависимости характеристик спектров резонансной флуоресценции от напряженности поля линейно поляризованной волны накачки: *a* — частоты линий; *б* — характерный спектр резонансной флуоресценции для круговых поляризаций, *в* — энергии линий при наблюдении круговых поляризаций;  $F_{11}^{km}, F_{-1-1}^{km}$ ; *г* — недиагональные элементы  $F_{-11}^{km}, F_{1-1}^{km}$ ; *д*, *е* — энергии линий линейно поляризованного излучения. Наблюдение ведется в направлении перпендикулярном вектору напряженности поля возбуждающего излучения. Значения параметров:  $E_x = E, E_y = 0, E_z = 0, \Delta_L^b = 80, \Delta_L^c = -40, \gamma = 1$ . Номера кривых соответствуют линиям спектра в порядке убывания частоты

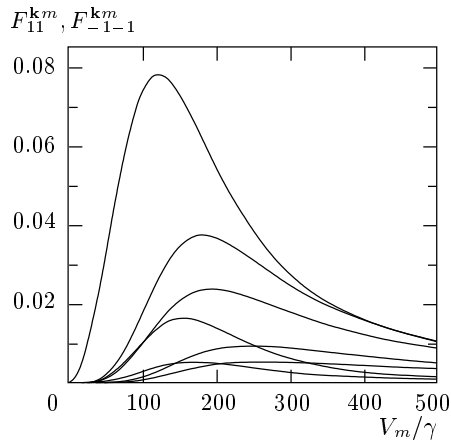


**Рис. 4.** Зависимости характеристик спектров резонансной флуоресценции от напряженности поля волны накачки круговой поляризации (виды графиков те же, что на рис. 3). Наблюдение ведется в направлении перпендикулярном волновому вектору возбуждающего поля. Значения параметров:  $E_x = E/\sqrt{2}$ ,  $E_y = 0$ ,  $E_z = iE/\sqrt{2}$ ,  $\Delta_L^b = 80$ ,  $\Delta_L^c = -40$ ,  $\gamma = 1$

рис. 3а, 4а, по всей видимости, объясняется тем, что мы считали магнитные подуровни вырожденными по энергии. Однако интересен тот факт, что количества квазиэнергетических уровней, образующих-

ся при возбуждении, существенно различаются для различных поляризаций лазерной волны. Так, при возбуждении линейно поляризованной волной образуется по три квазиэнергетических уровня вверх



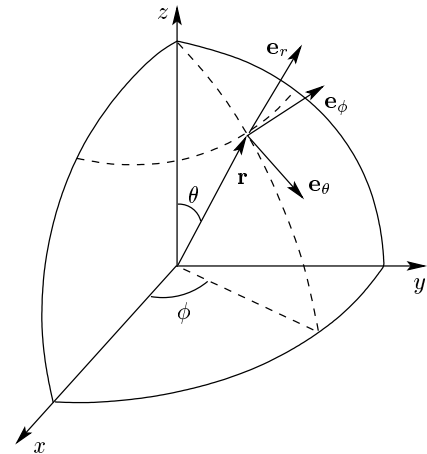


**Рис. 5.** Зависимости энергии линий спектров резонансной флуоресценции от напряженности поля линейно поляризованной волны накачки. Наблюдение спонтанного излучения круговых поляризаций ведется в направлении вектора напряженности поля возбуждающего излучения. Значения параметров:  $E_x = E$ ,  $E_y = 0$ ,  $E_z = 0$ ,  $\Delta_L^o = 80$ ,  $\Delta_L^c = -40$ ,  $\gamma = 1$

и внизу, а при возбуждении волной круговой поляризации — по пять уровней. При этом число пиков равно соответственно 7 и 21.

Кроме поляризационного состава волны накачки сильное влияние на вид спектров будет оказывать направление наблюдения резонансной флуоресценции. При этом будет изменяться как поляризационный состав спонтанного излучения, так и интенсивность отдельных линий в спектре. На рис. 5 представлены зависимости энергии спонтанного свечения линий в спектре при возбуждении линейно поляризованным излучением. Направление наблюдения совпадает с вектором напряженности поля лазерной волны. Расчеты показали, что в этом случае недиагональные элементы  $A_{1-1}^k(\nu)$ ,  $A_{-11}^k(\nu)$  тождественно равны нулю, при этом излучение будет абсолютно не поляризованным на любых участках спектра. Следует отметить, что энергия свечения линий убывает с ростом напряженности волны накачки. Этот факт согласуется с аналогичным результатом для полной интенсивности резонансной флуоресценции, который был получен нами в работе [15].

Другой характер спонтанное излучение будет носить при наблюдении в перпендикулярном направлении, т. е. когда ось наблюдения ортогональна вектору напряженности поля волны накачки. В этом случае (см. рис. 3г) недиагональные элементы  $A_{1-1}^k(\nu)$ ,  $A_{-11}^k(\nu)$  не равны нулю и их вклад существенно из-



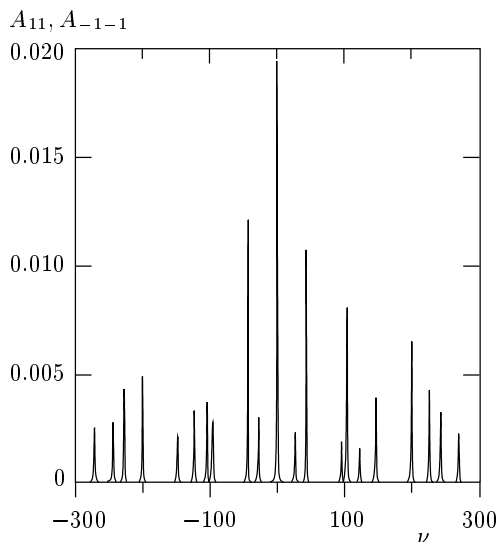
**Рис. 6.** Направления линейно поляризованного излучения

меняет вид спектров при наблюдении линейно поляризованного излучения вдоль осей направлений  $e_\phi$  и  $e_\theta$  (см. рис. 6):

$$\begin{aligned} F_\theta^{km} &= (F_{11}^{km} + F_{-1-1}^{km} - F_{1-1}^{km} - F_{-11}^{km})/2, \\ F_\phi^{km} &= (F_{11}^{km} + F_{-1-1}^{km} + F_{1-1}^{km} + F_{-11}^{km})/2. \end{aligned} \quad (29)$$

При наблюдении излучения поляризованного в направлении  $e_\phi$  (см. рис. 3д) энергия линий в спектре достигает максимума в диапазоне  $\Delta_{bc} < V_m < 2\Delta_{bc}$  и с ростом напряженности поля спадает до нуля. Спонтанное излучение, поляризованное вдоль оси ( $\theta$ ), существенно отличается. Оно содержит только пять пиков (см. рис. 3е). Линии спектра, расположенные симметрично линиям переходов относительно частоты возбуждающего излучения, оказываются вырожденными. С ростом напряженности лазерного поля интенсивности центрального и крайних пиков будут возрастать, а пиков, соответствующих частотам переходов, — уменьшаться, и при достаточно больших мощностях,  $V_m \gg \Delta_{bc}$ , вид спектра будет соответствовать спектру двухуровневого атома, помещенного в лазерное поле, при отстройке от частоты перехода равной  $\Delta_{bc}$ . Следует отметить, что с ростом интенсивности лазерного поля поляризация спонтанного излучения будет меняться: так, в слабом поле оно в основном будет поляризовано в направлении  $e_\phi$ , в то время как в сильном поле — в направлении  $e_\theta$ .

Исследование резонансной флуоресценции при круговой поляризации возбуждающего поля показало, что в целом характер поведения спонтанного излучения с ростом напряженности лазерного по-



**Рис. 7.** Спектр резонансной флуоресценции атомов вблизи поверхности металла. Наблюдение ведется перпендикулярно поверхности. Значения параметров:  $E_x = E/\sqrt{2}$ ,  $E_y = 0$ ,  $E_z = iE/\sqrt{2}$ ,  $\Delta_L^b = 80$ ,  $\Delta_L^c = -40$ ; за единицу принята величина константы радиационной релаксации для свободного атома

ля соответствует разобранным выше случаям (см. рис. 4). При этом ясно, что вид спектров не зависит от выбора направления наблюдения в плоскости, перпендикулярной распространению волны накачки. Как и для случая линейной поляризации возбуждающего поля, число линий  $N_\theta = 17$  в спектре при наблюдении в направлении  $\mathbf{e}_\theta$  (см. рис. 4e) будет меньше, чем при наблюдении круговой поляризации  $N_{11} = N_{-1-1} = 21$  (см. рис. 4e). Однако в отличие от предыдущего случая, число пиков также будет меньше и для излучения в направлении  $\mathbf{e}_\phi$ ,  $N_\phi = 13$  (см. рис. 4e). Кроме того, интересной особенностью является тот факт, что при большой напряженности поля группы линий состоят из нескольких пиков, которые относятся к соседним компонентам при малой напряженности возбуждающего поля (см. рис. 4a).

В заключение мы провели исследование спектров резонансной флуоресценции в том случае, когда атом находится вблизи поверхности металла (см. Приложение, вариант a). Как и следовало ожидать, существенного влияния на энергию свечения линий изменение оператора радиационной релаксации не оказывает. Это связано с тем, что константы  $f_m$  зависят только от собственных векторов матрицы  $M$  и значений элементов матрицы плотности. И на то, и на другое изменение констант релаксации при  $V_m \gg \gamma_{j_1 j_2} (M_{j_1} M_{j_2})$  не оказывает серьезного влияния.

Однако сильно изменится интенсивность линий в спектре (см. рис. 7, 4б). Действительно, интенсивность свечения центра линии определяется отношением  $f_m/\gamma_m$ , в то время как ширина линий  $\gamma_m$  сильно зависит от релаксационных констант. При этом изменение величин  $\gamma_m$  носит неоднородный характер, что приводит к изменению относительной интенсивности пиков.

### 5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В данной работе проведено исследование спектров резонансной флуоресценции вырожденного трехуровневого атома V-типа в поле интенсивной монохроматической волны произвольного поляризационного состава. Приведен общий вид оператора радиационной релаксации для рассматриваемых систем. Проанализировано влияние интерференционных эффектов при спонтанном испускании на структуру радиационной релаксации. Показано, что для большинства реальных физических систем интерференционные процессы не изменяют динамику населенностей атомных подуровней; необходимым условием, при котором нужно учитывать влияние интерференционных эффектов, является изменение плотности состояний электромагнитного поля. В Приложении получены выражения для релаксационных констант вблизи поверхности металла, показано, что в этом случае вид оператора радиационной релаксации будет существенно зависеть от выбора направления оси квантования. С помощью аппарата атомно-фотонной матрицы плотности получены выражения для спектров резонансной флуоресценции при наблюдении в выбранном направлении.

Проведено подробное рассмотрение стационарных спектров резонансной флуоресценции для D-линии паров щелочных металлов. Исследованы угловые и поляризационные характеристики спонтанного свечения атомов. Показано, что число пиков в спектре может уменьшаться в зависимости от выбора направления наблюдения и исследуемой поляризации спонтанного излучения.

Авторы выражают благодарность А. Н. Старостину, А. Г. Леонову, Д. И. Чехову, А. А. Руденко за обсуждение и замечания, высказанные к работе. Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проекты № 99-02-17063 и № 99-15-96539).

ПРИЛОЖЕНИЕ

**Структура оператора радиационной релаксации вырожденного трехуровневого атома V-типа вблизи поверхности металла**

Получим и проанализируем структуру оператора радиационной релаксации для переходов  $P_{3/2} \rightarrow S_{1/2}, P_{1/2} \rightarrow S_{1/2}$  D-линии щелочных металлов вблизи поверхности металла в двух случаях: а) ось  $z$  направлена нормально к поверхности, б) ось  $z$  направлена параллельно плоскости поверхности. Изменения в операторе радиационной релаксации в рассматриваемых случаях по сравнению с атомом в свободном пространстве обусловлено тем, что атом не может излучать в направлениях, расстояние вдоль которых до поверхности металла меньше излучаемой длины волны. Это приводит к тому, что для величин

$$K(\sigma, \sigma') = \int_{\Phi} D_{\lambda_1 \sigma_1}^{J_1} D_{\lambda_2 \sigma_2}^{J_2} \frac{dO}{4\pi}, \quad (\text{II.1})$$

которые входят в выражение для элементов оператора радиационной релаксации (13), интегрирование ведется не по полному телесному углу, а по некоторому углу  $\Phi$ . При рассмотрении спонтанного испускания вблизи металлической поверхности телесный угол, в который излучение невозможно, будет иметь форму конуса (см. рис. 8). При этом в пространстве сферических углов  $\phi, \theta$  он будет занимать различные области в зависимости от выбора оси  $z$ , что определяет свойства величин  $K(\sigma, \sigma')$  и вид оператора радиационной релаксации.

Для дальнейших вычислений нам потребуется явный вид функций  $s_{m'm}^1(\beta)$ , которые определяют преобразования волновых функций при повороте системы координат вокруг линии узлов [18]:

$$\begin{aligned} s_{10}^1 &= s_{0-1}^1 = -s_{01}^1 = -s_{-10}^1 = \frac{1}{\sqrt{2}} \sin \beta, \\ s_{11}^1 &= s_{-1-1}^1 = \frac{1}{2}(1 + \cos \beta), \\ s_{1-1}^1 &= s_{-11}^1 = \frac{1}{2}(1 - \cos \beta). \end{aligned} \quad (\text{II.2})$$

Для напомним приведем значения констант  $K(\sigma, \sigma')$  и вид ненулевых элементов оператора радиационной релаксации для свободного атома:

$$K(\sigma, \sigma') = K_p \delta_{\sigma\sigma'} = \frac{2}{3} \delta_{\sigma\sigma'},$$

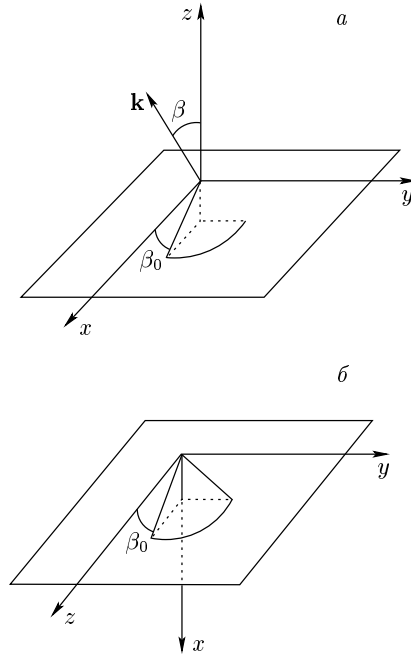


Рис. 8. Система координат для атома вблизи поверхности металла: а — ось  $z$  перпендикулярна поверхности, б — ось  $z$  параллельна поверхности

$$\begin{aligned} \gamma_{bb} \left( \frac{3}{2}, \frac{3}{2} \right) &= C_{bb} K(1, 1), \\ \gamma_{bb} \left( -\frac{3}{2}, -\frac{3}{2} \right) &= C_{bb} K(-1, -1), \\ \gamma_{bb} \left( \frac{1}{2}, \frac{1}{2} \right) &= C_{bb} \frac{K(1, 1) + 2K(0, 0)}{3}, \\ \gamma_{bb} \left( -\frac{1}{2}, -\frac{1}{2} \right) &= C_{bb} \frac{K(-1, -1) + 2K(0, 0)}{3}, \\ \gamma_{cc} \left( \frac{1}{2}, \frac{1}{2} \right) &= C_{cc} \frac{2K(1, 1) + K(0, 0)}{3}, \\ \gamma_{cc} \left( -\frac{1}{2}, -\frac{1}{2} \right) &= C_{cc} \frac{2K(-1, -1) + K(0, 0)}{3}, \end{aligned} \quad (\text{II.3})$$

где

$$C_{j_1 j_2} = \frac{2\pi |\mu_{j_1 d}| |\mu_{j_2 d}| \omega_{jd}^3}{\hbar \sqrt{(2J_{j_1} + 1)(2J_{j_2} + 1)} c^3}, \quad j_1, j_2 = b, c.$$

Отметим хорошо известный факт, что

$$\frac{|\mu_{bd}|}{\sqrt{2J_b + 1}} = \frac{|\mu_{cd}|}{\sqrt{2J_c + 1}}, \quad (\text{II.4})$$

в силу чего все константы релаксации для магнитных подуровней равны между собой.

а) Если ось  $z$  направлена перпендикулярно поверхности (см. рис. 8а), то

$$K_a(\sigma, \sigma') = K_p \delta_{\sigma\sigma'} - \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \exp[i(\sigma - \sigma')\alpha] d\alpha \times \\ \times \int_{\pi/2+\beta_0}^{\pi} \sum_{\lambda=\pm 1} s_{\lambda\sigma}^1 s_{\lambda\sigma'}^1 \frac{\sin \beta}{2} d\beta. \quad (\text{П.5})$$

Из (П.5) непосредственно следует, что  $K_a(\sigma, \sigma') = 0$  при  $\sigma \neq \sigma'$ ,

$$K_a(1, 1) = K_a(-1, -1) = K_p \delta_{\sigma\sigma'} - \frac{1}{2\pi} \times \\ \times \int_0^{2\pi} d\alpha \int_{\frac{\pi}{2}+\beta_0}^{\pi} \frac{1}{2}(1 + \cos^2 \beta) \frac{\sin \beta}{2} d\beta = \\ = \frac{1}{3} + \frac{1}{4} \left( \sin \beta_0 + \frac{\sin^3 \beta_0}{3} \right), \quad (\text{П.6})$$

$$K_a(0, 0) = K_p \delta_{\sigma\sigma'} - \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} d\alpha \times \\ \times \int_{\pi/2+\beta_0}^{\pi} \sin^2 \beta \frac{\sin \beta}{2} d\beta = \\ = \frac{1}{3} + \frac{1}{2} \left( \sin \beta_0 - \frac{\sin^3 \beta_0}{3} \right). \quad (\text{П.7})$$

Дополнительные к (П.3) ненулевые элементы оператора радиационной релаксации имеют вид

$$\gamma_{bc} \left( \frac{1}{2}, \frac{1}{2} \right) = \gamma_{cb} \left( \frac{1}{2}, \frac{1}{2} \right) = \\ = C_{bc} \frac{\sqrt{2}}{3} [K(0, 0) - K(1, 1)], \quad (\text{П.8}) \\ \gamma_{bc} \left( -\frac{1}{2}, -\frac{1}{2} \right) = \gamma_{cb} \left( -\frac{1}{2}, -\frac{1}{2} \right) = \\ = C_{bc} \frac{\sqrt{2}}{3} [K(-1, -1) - K(0, 0)].$$

Как следует из формул (П.6)–(П.8), в отличие от оператора радиационной релаксации для атома в свободном пространстве соответствующий оператор для атома вблизи поверхности металла будет иметь ненулевые недиагональные элементы. Константы  $\gamma_{bc}(1/2, 1/2)$  и  $\gamma_{bc}(-1/2, -1/2)$  описывают спонтанное испускание атома, обусловленное наведенной интерференцией между соответствующими магнитными подуровнями для уровней  $b, c$ .

б) Если ось  $z$  направлена параллельно поверхности (см. рис. 8б), то общий вид констант  $K_b(\sigma, \sigma')$  следующий:

$$K_b(\sigma, \sigma') = K_p \delta_{\sigma\sigma'} - \frac{1}{2\pi} \int_{\beta_0}^{\pi-\beta_0} \sum_{\lambda=\pm 1} s_{\lambda\sigma}^1 s_{\lambda\sigma'}^1 \times \\ \times \frac{\sin \beta}{2} d\beta \int_{-\alpha'}^{\alpha'} \exp[i(\sigma - \sigma')\alpha] d\alpha, \quad (\text{П.9})$$

где

$$\alpha' = \arctg \sqrt{\frac{1}{\sin^2 \beta_0} - \frac{1}{\sin^2 \beta}}.$$

Так как функции

$$\sum_{\lambda=\pm 1} s_{\lambda\sigma}^1 s_{\lambda\sigma'}^1 \frac{\sin \beta}{2}$$

нечетны относительно угла  $\beta = \pi/2$  при  $\sigma - \sigma' = \pm 1$ , в этих случаях  $K_b(\sigma, \sigma') = 0$ ,

$$K_b(1, 1) = K_p - \int_{\beta_0}^{\pi-\beta_0} \frac{1}{2}(1 + \cos^2 \beta) \times \\ \times \frac{\sin \beta}{2} d\beta \int_{-\alpha'}^{\alpha'} \frac{1}{2\pi} d\alpha = \\ = \frac{2}{3} - \frac{1}{\pi} \int_{\beta_0}^{\pi/2} \arctg \left( \sqrt{\frac{1}{\sin^2 \beta_0} - \frac{1}{\sin^2 \beta}} \right) \times \\ \times (1 + \cos^2 \beta) \frac{\sin \beta}{2} d\beta = \frac{2}{3} - \\ - \frac{1}{6\pi u(1+u)^2 \sqrt{u-1}} \left[ (u^2-1)E\left(\frac{\pi}{2} - \beta_0, 1 + \text{tg}^2 \beta_0\right) + \right. \\ \left. + (1 - 3u - 5u^2)F\left(\frac{\pi}{2} - \beta_0, 1 + \text{tg}^2 \beta_0\right) + \right. \\ \left. + u(3 + 4u)\pi \left( \text{ctg}^2 \beta_0, \frac{\pi}{2} - \beta_0, 1 + \text{tg}^2 \beta_0 \right) \right]. \quad (\text{П.10})$$

Здесь  $F(\zeta, k)$ ,  $E(\zeta, k)$ ,  $\pi(c, \zeta, k)$  — нормальные эллиптические интегралы Лежандра соответственно пер-

вого, второго и третьего рода,  $u = 1/\sin^2 \beta_0$ . Аналогично для  $K_b(0, 0)$  имеем

$$K_b(0, 0) = \frac{2}{3} - \frac{2}{\pi} \int_{\beta_0}^{\pi/2} \arctg \left( \sqrt{\frac{1}{\sin^2 \beta_0} - \frac{1}{\sin^2 \beta}} \right) \times \\ \times (1 - \cos^2 \beta) \frac{\sin \beta}{2} d\beta = \frac{2}{3} - \frac{1}{6\pi u(1+u)^2 \sqrt{u-1}} \times \\ \times \left[ (u^2 - 1) E \left( \frac{\pi}{2} - \beta_0, 1 + \operatorname{tg}^2 \beta_0 \right) + (1 + 3u + u^2) \times \right. \\ \times F \left( \frac{\pi}{2} - \beta_0, 1 + \operatorname{tg}^2 \beta_0 \right) - \\ \left. - u(3 + 2u) \pi \left( \operatorname{ctg}^2 \beta_0, \frac{\pi}{2} - \beta_0, 1 + \operatorname{tg}^2 \beta_0 \right) \right]. \quad (\text{П.11})$$

Выражение для недиагонального элемента  $K_b(1, -1)$  отличается от приведенных выше тем, что экспоненциальный член  $\exp[i(\sigma - \sigma')\alpha]$  не равен тождественно единице:

$$K_b(1, -1) = K_b^*(-1, 1) = -\frac{1}{4\pi} \times \\ \times \int_{\beta_0}^{\pi/2} \left\{ i \sin \left[ 2 \arctg \left( \sqrt{\frac{1}{\sin^2 \beta_0} - \frac{1}{\sin^2 \beta}} \right) \right] - 1 \right\} \times \\ \times (1 - \cos^2 \beta) \frac{\sin \beta}{2} d\beta = -\frac{2}{3\pi(1+u)^3 \sqrt{u}} \times \\ \times \left\{ (2u^3 + 6u^2 + 3u - 1) \left[ E(\arcsin(\sqrt{u}), \sin^2 \beta_0) - \right. \right. \\ \left. \left. - E \left( \frac{\pi}{2}, \sin^2 \beta_0 \right) \right] + (2u^3 + 5u^2 + u - 2) \times \right. \\ \times \left[ F(\beta_0, 1 + \operatorname{tg}^2 \beta_0) - F \left( \frac{\pi}{2}, 1 + \operatorname{tg}^2 \beta_0 \right) \right] - \\ \left. - 3u \left[ \pi \left( \frac{1}{1 + \sin^2 \beta_0}, \beta_0, 1 + \operatorname{ctg}^2 \beta_0 \right) - \right. \right. \\ \left. \left. - \pi \left( \frac{1}{1 + \sin^2 \beta_0}, \frac{\pi}{2}, 1 + \operatorname{ctg}^2 \beta_0 \right) \right] \right\}. \quad (\text{П.12})$$

Необходимо подчеркнуть, что, несмотря на внешний вид, полученное выражение является чисто мнимым.

Дополнительные к (П.8) элементы оператора радиационной релаксации представляются в виде

$$\begin{aligned} \gamma_{bb} \left( \frac{3}{2}, -\frac{1}{2} \right) &= \frac{1}{\sqrt{3}} C_{bb} K(1, -1), \\ \gamma_{bb} \left( -\frac{1}{2}, \frac{3}{2} \right) &= \frac{1}{\sqrt{3}} C_{bb} K(-1, 1), \\ \gamma_{bb} \left( \frac{1}{2}, -\frac{3}{2} \right) &= \frac{1}{\sqrt{3}} C_{bb} K(1, -1), \\ \gamma_{bb} \left( -\frac{3}{2}, \frac{1}{2} \right) &= \frac{1}{\sqrt{3}} C_{bb} K(-1, 1), \\ \gamma_{bc} \left( \frac{3}{2}, -\frac{1}{2} \right) &= C_{bc} K(1, -1), \\ \gamma_{cb} \left( -\frac{1}{2}, \frac{3}{2} \right) &= C_{cb} K(-1, 1), \\ \gamma_{bc} \left( -\frac{3}{2}, \frac{1}{2} \right) &= -C_{bc} K(1, -1), \end{aligned} \quad (\text{П.13})$$

$$\gamma_{cb} \left( \frac{1}{2}, -\frac{3}{2} \right) = -C_{cb} K(-1, 1).$$

Последние результаты отличаются от полученных для варианта *a* тем, что в структуре оператора радиационной релаксации появляются элементы, которые связывают не только уровни с одинаковым значением проекции магнитного момента, но и уровни с  $M_{j_1} - M_{j_2} = \pm 2$ . Кроме того, интерференционные эффекты будут иметь место между подуровнями  $P_{3/2}$  даже при отсутствии возбуждения уровня  $P_{1/2}$ .

## ЛИТЕРАТУРА

1. P. Zhou and S. Swain, Phys. Rev. Lett. **77**, 3995 (1996).
2. E. Paspalakis and P. L. Knight, Phys. Rev. Lett. **81**, 293 (1998).
3. E. Paspalakis, N. J. Kylstra, and P. L. Knight, Phys. Rev. Lett. **82**, 2079 (1999).
4. S. Y. Zhu and M. O. Scully, Phys. Rev. Lett. **76**, 388 (1996).
5. H. Lee, P. Polynkin, M. O. Scully, and S. Y. Zhu, Phys. Rev. A **55**, 2457 (1997).
6. G. C. Hegerfeldt and M. B. Plenio, Phys. Rev. A **46**, 373 (1992).
7. S. Menon and G. S. Agarwal, Phys. Rev. A **61**, 013807 (2000).

8. M. O. Scully and S. Y. Zhu, *Science* **281**, 1973 (1998).
9. E. Paspalakis, S. Q. Gong, and P. L. Knight, *Opt. Commun.* **152**, 293 (1998).
10. S. Menon and G. S. Agarwal, *Phys. Rev. A* **57**, 4014 (1998).
11. А. А. Пантелеев, Вл. К. Рерих, А. Н. Старостин, *ЖЭТФ* **117**, 57 (2000).
12. A. K. Patnaik and G. S. Agarwal, *J. Mod. Opt.* **45**, 2131 (1998).
13. G. S. Agarwal, E-prints archive quant-ph/0005093.
14. H. Chew, *Phys. Rev. A* **38**, 3410 (1988).
15. А. А. Пантелеев, Вл. К. Рерих, *ЖЭТФ* **118**, 312 (2000).
16. Д. А. Варшалович, А. П. Москалев, В. К. Херсонский, *Квантовая теория углового момента*, Наука, Ленинград (1975).
17. А. А. Пантелеев, *ЖЭТФ* **111**, 440 (1997).
18. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, *Квантовая механика*, Наука, Москва (1989).
19. С. Стенхолм, *Основы лазерной спектроскопии*, Мир, Москва (1987).
20. V. R. Mollow, *Phys. Rev.* **188**, 1969 (1969).