

ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ НЕЙТРИНО С СИЛЬНО ЗАМАГНИЧЕННОЙ ЭЛЕКТРОН-ПОЗИТРОННОЙ ПЛАЗМОЙ

*А. В. Кузнецов**, *Н. В. Михеев***

*Ярославский государственный университет им. П. Г. Демидова
150000, Ярославль, Россия*

Поступила в редакцию 27 апреля 2000 г.

Исследуется полный набор нейтрино-электронных процессов в замагниченной плазме. Показано, что процессы с нейтрино в начальном и конечном состояниях, $\nu e^\mp \rightarrow \nu e^\mp$, $\nu \leftrightarrow \nu e^- e^+$, имеют кинематическое усиление в ультрарелятивистском пределе. Получены относительно простые выражения для вероятности и средней потери энергии-импульса нейтрино, удобные для количественного анализа. Обнаружено, что суммарный вклад νe -процессов оказался не зависящим от химического потенциала замагниченной электрон-позитронной плазмы.

PACS: 13.15.+g, 95.30.Cq, 97.60.Bw

1. ВВЕДЕНИЕ

В последние десятилетия одной из наиболее бурно развивающихся физических наук является космомикробиология, лежащая на стыке физики элементарных частиц, астрофизики и космологии [1, 2]. Важнейшим стимулом ее развития стало понимание важной роли квантовых процессов в динамике астрофизических объектов, а также в ранней Вселенной. С другой стороны, экстремальные физические условия, существующие внутри таких объектов, а именно, наличие горячей плотной плазмы и сильных электромагнитных полей, должны оказывать существенное влияние на протекание квантовых процессов. В связи с этим наблюдается устойчивый интерес к исследованиям взаимодействий элементарных частиц во внешней активной среде.

До настоящего времени в астрофизических расчетах процессов типа взрывов сверхновых решались, в сущности, одномерные задачи, а в анализе влияния активной среды на квантовые процессы присутствовал только вклад плазмы. Однако имеются серьезные аргументы в пользу того, что физика сверхновых значительно сложнее. В частности, необходим учет вращения оболочки, а также возможного наличия сильного магнитного поля, причем

эти два феномена оказываются связанными между собой. Действительно, величина магнитного поля, развиваемого при коллапсе ядра сверхновой, может достигать критического швингеровского значения¹⁾ $B_e = m_e^2/c \simeq 4.41 \cdot 10^{13}$ Гс. Наличие вращения может увеличить магнитное поле на дополнительный фактор 10^3 – 10^4 [3].

При таких астрофизических явлениях, как звездный коллапс, отсутствие сильных магнитных полей представляется скорее экзотическим, чем типичным случаем. Действительно, уместно обсудить следующий ряд вопросов.

1. Что может считаться более экзотическим объектом: звезда, обладающая магнитным полем, или звезда без него? Насколько нам известно из астродинамики, звезда без магнитного поля должна скорее считаться экзотическим, чем типичным объектом. Точно так же для предсверхновой может считаться естественным наличие первичного магнитного поля. Как известно, первичное магнитное поле на уровне 100 Гс в процессе коллапса приведет, за счет сохранения магнитного потока, к генерации поля масштаба 10^{12} – 10^{13} Гс.

2. Что может рассматриваться как более типичный случай: звезда, обладающая вращением, или

*E-mail: avkuzn@uniyar.ac.ru

**E-mail: mikheev@yars.free.net

¹⁾ Мы используем естественную систему единиц $c = \hbar = 1$. Везде в статье $e > 0$ — элементарный заряд.

звезда без вращения? По-видимому, звезда без вращения выглядит более экзотическим объектом.

3. Какой вид коллапса выглядит более экзотическим: сжатие без градиента или с градиентом угловой скорости? Поскольку скорости на периферии сжимающегося астрофизического объекта могут достигать релятивистского масштаба, сжатие с дифференциальным вращением, т. е. с градиентом угловой скорости, выглядит более вероятным.

Все перечисленные моменты необходимы для реализации сценария Бисноватого-Когана для ротационного взрыва сверхновой [3]. Основной деталью данного сценария является то, что исходно полоидальные магнитные силовые линии поля напряженностью 10^{12} – 10^{13} Гс благодаря градиенту угловой скорости закручиваются и уплотняются, образуя практически тороидальное поле интенсивностью 10^{15} – 10^{17} Гс.

Подчеркнем, что такое поле действительно является весьма плотной средой с массовой плотностью

$$\rho = \frac{B^2}{8\pi} \simeq 0.4 \cdot 10^{10} \frac{\text{г}}{\text{см}^3} \left(\frac{B}{10^{16}\text{Гс}} \right)^2, \quad (1.1)$$

что становится сопоставимым с характерной массовой плотностью оболочки взрывающейся сверхновой, 10^{10} – 10^{12} г/см³. Таким образом, при детальном исследовании таких астрофизических процессов, как коллапс сверхновых, учет влияния комплексной активной среды, включающей как плазму, так и магнитное поле, является насущной необходимостью.

Как известно, физика нейтрино играет определяющую роль в таких астрофизических катаклизмах, как взрывы сверхновых и слияния нейтронных звезд, а также в ранней Вселенной. Вследствие этого большой интерес представляет изучение нейтринных взаимодействий, в частности, нейтрино-электронных процессов во внешней активной среде. С другой стороны, исследование нейтринных процессов в таких экстремальных физических условиях является интересным с концептуальной точки зрения, поскольку затрагивает фундаментальные проблемы квантовой теории поля.

По-видимому, первыми исследованиями нейтрино-электронных процессов во внешнем электромагнитном поле были работы, посвященные «синхротронному» излучению нейтринных пар, $e \rightarrow e\nu\bar{\nu}$ [4], и нейтринному рождению электрон-позитронных пар, $\nu \rightarrow \nu e^- e^+$ [5]. Анализ проводился в ситуации так называемого относительно слабого магнитного поля, когда энергия начальной частицы является доминирующим параметром, $E^2 \gg eB$; фактически этот предел соответствует приближению

скрещенного поля. В наших работах [6, 7] процесс $\nu \rightarrow \nu e^- e^+$ исследовался при произвольных значениях магнитного поля и, в частности, в пределе сильного поля $eB \gg E_\nu^2$, когда электрон и позитрон могут рождаться только в состояниях, соответствующих основному уровню Ландау. Канонический канал нейтрино-электронного взаимодействия, рассеяние $\nu e^- \rightarrow \nu e^-$, исследовался в работе [8] в условиях вырожденной электронной плазмы с учетом влияния относительно слабого магнитного поля.

В настоящей статье мы покажем, что для корректного анализа процесса распространения нейтрино в горячей плотной плазме в присутствии сильного магнитного поля необходимо рассмотреть полный набор нейтрино-электронных процессов. А именно, кроме реакций рассеяния $\nu e^\mp \rightarrow \nu e^\mp$, идущих и в отсутствие поля, и процесса рождения пар $\nu \rightarrow \nu e^- e^+$, возможного только в магнитном поле, следует учесть «экзотический» процесс, когда нейтрино захватывает из плазмы электрон-позитронную пару: $\nu e^- e^+ \rightarrow \nu$. Этот процесс разрешен только при одновременном наличии и магнитного поля, и плазмы. При этом физический смысл имеет только вероятность процесса, просуммированная по всем начальным состояниям электронов и позитронов плазмы. Аналогично определяется вероятность каналов рассеяния $\nu e^\mp \rightarrow \nu e^\mp$ как сумма по начальным состояниям e^- или e^+ . Полная вероятность взаимодействия нейтрино с электрон-позитронной плазмой в магнитном поле складывается из вероятностей перечисленных процессов.

План статьи следующий: в разд. 2 охарактеризовано понятие сильно замагниченной электрон-позитронной плазмы, обосновывается реалистичность возникновения таких физических условий в процессе звездного коллапса. В разд. 3 получена общая амплитуда нейтрино-электронных процессов в условиях сильно замагниченной электрон-позитронной плазмы в пределе локального $\nu\nu e e$ -взаимодействия, вытекающего из стандартной модели электрослабых взаимодействий. Проведен кинематический анализ и показано, что те из нейтрино-электронных процессов, в которых нейтрино присутствует как в начальном, так и в конечном состоянии: $\nu e^\mp \rightarrow \nu e^\mp$, $\nu \leftrightarrow \nu e^- e^+$, имеют кинематическое усиление. Раздел 4 посвящен детальному описанию процедуры вычисления вероятности процесса $\nu \rightarrow \nu e^- e^+$ в сильно замагниченной электрон-позитронной плазме. В разд. 5 приведены вероятности остальных νe -процессов и получена полная вероятность взаимодействия нейтрино с замагниченной $e^- e^+$ -плазмой. В разд. 6

вычислены величины средних потерь энергии и импульса нейтрино при распространении сквозь замагниченную плазму. В разд. 7 вычислены характеристики интегрального действия нейтрино на замагниченную плазму: объемная плотность энергии, передаваемой от нейтрино плазме за единицу времени, $\dot{\mathcal{E}}$, и объемная плотность силы, действующей на плазму со стороны нейтрино. Анализируются возможные астрофизические проявления нейтрино-электронных процессов в рассмотренных экстремальных физических условиях. Показано, что эти процессы могут быть важны при детальном описании эволюции астрофизических объектов.

2. ЧТО МЫ ПОНИМАЕМ ПОД СИЛЬНО ЗАМАГНИЧЕННОЙ e^-e^+ -ПЛАЗМОЙ

Речь идет о таких условиях, когда среди всех физических параметров, характеризующих электрон-позитронную плазму, полевой параметр является доминирующим. Упрощенно можно охарактеризовать данные условия следующим соотношением: $eB \gg \mu^2, T^2$, где μ — химический потенциал электронов, T — температура плазмы. Для нахождения более обоснованного соотношения сравним плотности энергии магнитного поля $B^2/8\pi$ и электрон-позитронной плазмы.

Как известно, магнитное поле изменяет статистические свойства электрон-позитронного газа [9]. С учетом вырождения по поперечному импульсу зависимости концентрации и плотности энергии электрон-позитронного газа от химического потенциала и температуры описываются следующими суммами по уровням Ландау:

$$n = n_{e^-} - n_{e^+} = \frac{eB}{2\pi^2} \times \int_0^\infty dp [\Phi(p, \mu, T) - \Phi(p, -\mu, T)], \quad (2.1)$$

$$\mathcal{E} = \mathcal{E}_{e^-} + \mathcal{E}_{e^+} = \frac{eB}{2\pi^2} \times \int_0^\infty p dp [\Phi(p, \mu, T) + \Phi(p, -\mu, T)], \quad (2.2)$$

$$\Phi(p, \mu, T) = \left[\exp\left(\frac{p - \mu}{T}\right) + 1 \right]^{-1} + 2 \sum_{k=1}^\infty \left[\exp\left(\frac{\sqrt{p^2 + 2k\epsilon B} - \mu}{T}\right) + 1 \right]^{-1}. \quad (2.3)$$

Здесь мы использовали приближение ультрарелятивистского электрон-позитронного газа, поскольку для астрофизических процессов характерны достаточно высокие энергии нейтрино и электронов плазмы, $E \gg m_e$. Таким образом, мы будем пренебрегать массой электрона везде, где это не вызовет недоумений.

В сильном поле, а именно, при выполнении условия $\sqrt{eB} - \mu \gg T$, заселенным оказывается практически лишь основной уровень Ландау. При этом из (2.1), (2.2) получаем

$$n = \frac{eB\mu}{2\pi^2}, \quad (2.4)$$

$$\mathcal{E} = \frac{eB\mu^2}{4\pi^2} + \frac{eBT^2}{12}. \quad (2.5)$$

Таким образом, более точное условие того, что электрон-позитронная плазма является сильно замагниченной, можно записать в виде

$$\frac{B^2}{8\pi} \gg \frac{\pi^2 n^2}{eB} + \frac{eBT^2}{12}. \quad (2.6)$$

Выбирая в качестве масштабов в соотношении (2.6) значения физических параметров, типичные для оболочки сверхновой, перепишем его в виде

$$0.8 \cdot 10^{32} B_3^2 \gg 1.7 \cdot 10^{30} \frac{\rho_{12}^2 Y_{0.1}^2}{B_3} + 1.1 \cdot 10^{27} B_3 T_5^2 \left(\frac{\text{эрг}}{\text{см}^3}\right), \quad (2.7)$$

где обозначено

$$B_3 = \frac{B}{10^3 B_e}, \quad \rho_{12} = \frac{\rho}{10^{12} \text{г/см}^3}, \quad (2.8)$$

$$Y_{0.1} = \frac{Y_e}{0.1}, \quad T_5 = \frac{T}{5 \text{ МэВ}},$$

ρ — полная плотность плазмы в оболочке, Y_e — отношение числа электронов к числу барионов. Видно, что условие замагниченности плазмы заведомо выполняется.

3. НЕЙТРИНО-ЭЛЕКТРОННЫЕ ПРОЦЕССЫ В СИЛЬНО ЗАМАГНИЧЕННОЙ ПЛАЗМЕ

3.1. Общая амплитуда

Вычисления будут проводиться в случае относительно малых передач импульса, $|q^2| \ll m_W^2$, где

m_W — масса W -бозона. Как показывает анализ, при изучении процессов в замагниченной плазме следует добавить условия $m_W^2 \gg eB$, $m_W^3 \gg eBT, eB\mu$. При этом слабое взаимодействие нейтрино с электронами можно описывать в локальном пределе эффективным лагранжианом вида

$$\mathcal{L} = \frac{G_F}{\sqrt{2}} [\bar{\nu}\gamma_\alpha (g_V + g_A \gamma_5) e] [\bar{\nu}\gamma^\alpha (1 + \gamma_5) \nu], \quad (3.1)$$

где $g_V = \pm 1/2 + 2 \sin^2 \theta_W$, $g_A = \pm 1/2$. Здесь верхние знаки относятся к электронному нейтрино ($\nu = \nu_e$), когда вклад в процесс дает обмен как Z -, так и W -бозоном, а нижние знаки соответствуют мюонному и тау-нейтрино ($\nu = \nu_\mu, \nu_\tau$), когда вклад в лагранжиан (3.1) дает только обмен Z -бозоном.

Лагранжиан (3.1) записан в предположении безмассовых нейтрино, а следовательно, отсутствия смешивания в лептонном секторе. Обобщение на случай массивных нейтрино со смешиванием можно найти, например, в работе [10]. Следует отметить, однако, что кинематика заряженных частиц в магнитном поле такова, что все процессы взаимодействия нейтрино высоких энергий с электронами становятся нечувствительными к лептонному смешиванию и возможны даже в пределе безмассовых нейтрино. Это означает, что аромат ультрарелятивистского нейтрино сохраняется в таких процессах в магнитном поле с точностью до членов порядка m_ν^2/E_ν^2 независимо от значений углов смешивания лептонов, что делает неактуальным вопрос о смешивании нейтрино.

Общая амплитуда для нейтрино-электронных процессов непосредственно получается из лагранжиана (3.1), где для электрона и позитрона нужно использовать известные решения уравнения Дирака в магнитном поле. Как известно, см. например [11], такие решения для основного уровня Ландау можно представить в следующей форме (магнитное поле направлено вдоль оси z , а векторный потенциал выбран в виде $\mathbf{A} = (0, xB, 0)$):

для электрона с энергией ω и «импульсом»²⁾ k_y, k_z

$$\psi_k = \frac{(eB)^{1/4}}{(\sqrt{\pi}2\omega L_y L_z)^{1/2}} \times \exp[-i(\omega t - k_y y - k_z z)] \exp\left(-\frac{\xi^2}{2}\right) u(k_{\parallel}), \quad (3.2)$$

²⁾ Здесь k_z — кинетический импульс вдоль оси z , а k_y — обобщенный импульс, определяющий положение центра гауссова пакета по оси x , $x_0 = -k_y/eB$, см. (3.4).

для позитрона с энергией ω' и «импульсом» k'_y, k'_z

$$\psi_{k'} = \frac{(eB)^{1/4}}{(\sqrt{\pi}2\omega' L_y L_z)^{1/2}} \times \exp[i(\omega' t - k'_y y - k'_z z)] \exp\left(-\frac{\xi'^2}{2}\right) u(-k'_{\parallel}), \quad (3.3)$$

где $k_{\parallel}(k'_{\parallel})$ — вектор энергии-импульса электрона (позитрона) в плоскости Минковского (0,3). Здесь и далее L_x, L_y, L_z — вспомогательные параметры, определяющие нормировочный объем $V = L_x L_y L_z$, $\omega = \sqrt{m^2 + k_z^2}$, $\omega' = \sqrt{m^2 + k_z'^2}$, m — масса электрона, ξ и ξ' — безразмерные координаты, описывающие движение вдоль оси x :

$$\begin{aligned} \xi &= \sqrt{eB} \left(x + \frac{k_y}{eB}\right), \\ \xi' &= \sqrt{eB} \left(x - \frac{k'_y}{eB}\right). \end{aligned} \quad (3.4)$$

Биспинорные амплитуды имеют вид

$$\begin{aligned} u(k_{\parallel}) &= \frac{1}{\sqrt{\omega + m}} \begin{pmatrix} (\omega + m) \Psi \\ -k_z \Psi \end{pmatrix}, \\ u(-k'_{\parallel}) &= \frac{1}{\sqrt{\omega' - m}} \begin{pmatrix} (\omega' - m) \Psi \\ -k'_z \Psi \end{pmatrix}, \end{aligned} \quad (3.5)$$

где $\Psi = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ соответствует состоянию со спином, направленным против поля. Интересно отметить, что биспинорные амплитуды (3.5) в точности совпадают с решениями свободного уравнения Дирака для электрона и позитрона с импульсами, направленными вдоль оси z . Такое выделение биспинорных амплитуд, не зависящих от пространственной координаты x , характерно только для основного уровня Ландау.

Используя лагранжиан (3.1) и волновые функции (3.2), (3.3), (3.5), запишем S -матричный элемент процесса $\nu \rightarrow \nu e^- e^+$ в следующем виде (амплитуды других нейтрино-электронных процессов получают отсюда кроссинг-преобразованиями):

$$\begin{aligned} S &= i \frac{G_F}{\sqrt{2}} \frac{(2\pi)^3}{\sqrt{2EV} 2E'V 2\omega L_y L_z 2\omega' L_y L_z} \times \\ &\times \delta(\omega + \omega' - q_0) \delta(k_y + k'_y - q_y) \delta(k_z + k'_z - q_z) \times \\ &\times \exp\left(-\frac{q_{\perp}^2}{4eB} - \frac{i q_x (k_y - k'_y)}{2eB}\right) \times \\ &\times \left[\bar{u}(k_{\parallel}) \hat{j}(g_V + g_A \gamma_5) u(-k'_{\parallel})\right], \end{aligned} \quad (3.6)$$

где $q = p - p'$ — изменение 4-вектора импульса нейтрино, q_{\perp} — проекция вектора \mathbf{q} на плоскость, перпендикулярную вектору \mathbf{B} , $q_{\perp}^2 = q_x^2 + q_y^2$, $j_{\alpha} = \bar{\nu}(p')\gamma_{\alpha}(1 + \gamma_5)\nu(p)$ — фурье-образ тока левых нейтрино. Отметим, что в рассматриваемом приближении, когда поле является самым большим энергетическим параметром задачи, экспоненциальный фактор $\exp(-q_{\perp}^2/4eB)$ в амплитуде (3.6) мало отличается от единицы и может быть опущен. Прямое вычисление с биспинорами (3.5) и с учетом законов сохранения в (3.6) дает

$$\begin{aligned} & \left[\bar{u}(k_{\parallel}) \hat{j}(g_V + g_A\gamma_5) u(-k'_{\parallel}) \right] = \\ & = \frac{2m}{\sqrt{q_{\parallel}^2}} \frac{q_z}{|q_z|} [g_V(j\tilde{\varphi}q) + g_A(j\tilde{\varphi}\tilde{\varphi}q)], \end{aligned} \quad (3.7)$$

где $\varphi_{\alpha\beta} = F_{\alpha\beta}/B$, $\tilde{\varphi}_{\alpha\beta} = \frac{1}{2}\varepsilon_{\alpha\beta\mu\nu}\varphi^{\mu\nu}$ — безразмерные тензор и дуальный тензор магнитного поля, $q_{\parallel}^2 = q_0^2 - q_z^2 = (q\tilde{\varphi}\tilde{\varphi}q)$. Внутри круглых скобок тензорные индексы свернуты последовательно, например $(j\tilde{\varphi}\tilde{\varphi}q) = j_{\alpha}\tilde{\varphi}^{\alpha\beta}\tilde{\varphi}_{\beta\lambda}q^{\lambda}$.

Выражение (3.7), а значит, и общая амплитуда (3.6) для произвольного нейтрино-электронного процесса содержит подавление, связанное с относительной малостью массы электрона. Это подавление не является случайным, а отражает закон сохранения углового момента. Например, в процессе $\nu\bar{\nu} \rightarrow e^{-}e^{+}$ полный спин нейтрино-антинейтринной пары в системе центра инерции равен единице, тогда как полный спин электрон-позитронной пары на основном уровне Ландау равен нулю. Таким образом, амплитуда процесса была бы равна нулю для безмассовых частиц и содержит подавление в рассматриваемом релятивистском пределе. Однако, как показывает анализ, при интегрировании по фазовому объему существуют кинематические области, где $\sqrt{q_{\parallel}^2} \sim m$, и указанное подавление исчезает для ряда нейтрино-электронных процессов.

3.2. Кинематический анализ

Все нейтрино-электронные процессы, определяемые лагранжианом (3.1), можно разделить на две группы.

1. Процессы, в которых нейтрино присутствует как в начальном, так и в конечном состояниях: $\nu e^{\mp} \rightarrow \nu e^{\mp}$, $\nu \rightarrow \nu e^{-}e^{+}$, $\nu e^{-}e^{+} \rightarrow \nu$, и аналогичные процессы с антинейтрино.

2. Процессы с рождением или поглощением нейтрино-антинейтринной пары $e^{-}e^{+} \rightarrow \nu\bar{\nu}$, $\nu\bar{\nu} \rightarrow e^{-}e^{+}$, $e \rightarrow e\nu\bar{\nu}$, $e\nu\bar{\nu} \rightarrow e$.

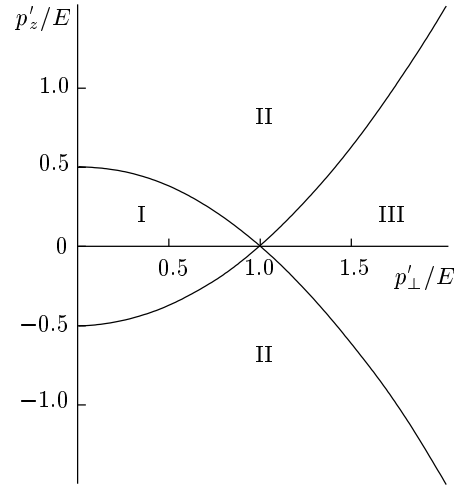


Рис. 1. Кинематические области в пространстве импульсов конечного нейтрино: I — для процесса рождения пары $\nu \rightarrow \nu e^{-}e^{+}$; II — для каналов рассеяния $\nu e^{-} \rightarrow \nu e^{-}$, $\nu e^{+} \rightarrow \nu e^{+}$; III — для процесса захвата пары $\nu e^{-}e^{+} \rightarrow \nu$. Линии соответствуют значению $q_{\parallel}^2 = 0$

Как видно из (3.7), квадрат амплитуды каждого из нейтрино-электронных процессов содержит фактор m^2/q_{\parallel}^2 . Однако величина $q_{\parallel}^2 = q_0^2 - q_z^2$ для процессов первого и второго типов принципиально различается. Для процессов с нейтрино-антинейтринной парой имеем $q = p + p'$ (p и p' — 4-импульсы соответственно нейтрино и антинейтрино), следовательно, $q^2 > 0$. Поскольку $q_{\parallel}^2 = q^2 + q_{\perp}^2$, где оба слагаемых положительны, величина q_{\parallel}^2 может быть малой только при одновременной малости как q^2 , так и q_{\perp}^2 , что возможно только в малой области фазового пространства. Это означает, что практически везде в фазовом пространстве $\sqrt{q_{\parallel}^2} \sim E \sim T \gg m$, что приводит к подавлению вероятности множителем $m^2/T^2 \ll 1$.

С другой стороны, $q = p - p'$ для процессов с нейтрино в начальном и конечном состояниях, следовательно, $q^2 < 0$, и величина q_{\parallel}^2 может быть малой в достаточно широкой области фазового пространства. Расчет подтверждает, что для этих процессов реализуется кинематическое усиление, приводящее к исчезновению множителя m^2/T^2 в вероятностях.

Таким образом, взаимодействие нейтрино с сильно замагниченной электрон-позитронной плазмой определяется процессами $\nu e^{-} \rightarrow \nu e^{-}$, $\nu e^{+} \rightarrow \nu e^{+}$, $\nu \rightarrow \nu e^{-}e^{+}$, $\nu e^{-}e^{+} \rightarrow \nu$. На рис. 1 изображены кинематические области в пространстве импульсов конечного нейтрино для перечисленных процессов в удобной системе отсчета, где импульс началь-

ного нейтрино перпендикулярен магнитному полю. Основной вклад в вероятности происходит от областей вблизи парабол $q_{\parallel}^2 = 0$, где реализуется указанное кинематическое усиление.

4. ВЕРОЯТНОСТЬ ПРОЦЕССА $\nu \rightarrow \nu e^- e^+$

Вероятность нейтринного рождения $e^- e^+$ -пары в единицу времени представим в следующем виде:

$$W(\nu \rightarrow \nu e^- e^+) = \frac{1}{\mathcal{T}} \int |S|^2 d\Gamma_{e^-} (1 - f_{e^-}) \times d\Gamma_{e^+} (1 - f_{e^+}) d\Gamma'_{\nu} (1 - f'_{\nu}), \quad (4.1)$$

где \mathcal{T} — полное время взаимодействия, $d\Gamma$ — элемент фазового объема частицы,

$$d\Gamma_{e^-} = \frac{d^2 k L_y L_z}{(2\pi)^2}, \quad d\Gamma_{e^+} = \frac{d^2 k' L_y L_z}{(2\pi)^2}, \quad (4.2)$$

$$d\Gamma'_{\nu} = \frac{d^3 p' V}{(2\pi)^3}.$$

Функции распределения электронов и позитронов,

$$f_{e^-} = \frac{1}{\exp[(\omega - \mu)/T] + 1}, \quad (4.3)$$

$$f_{e^+} = \frac{1}{\exp[(\omega' + \mu)/T] + 1},$$

учитывают наличие плазмы; здесь μ и T — химический потенциал и температура электрон-позитронного газа. Для общности мы учли также возможное наличие квазиравновесного нейтринного газа, описываемого функцией распределения f'_{ν} . Вообще говоря, вопрос о правомерности описания состояния нейтринного газа в условиях звездного коллапса или другого астрофизического процесса с помощью равновесной функции распределения, а также определение этой функции представляют собой непростую астрофизическую проблему, см., например, [12]. По-видимому, приближение равновесного нейтринного ферми-газа с функцией распределения

$$f_{\nu}^{(eq)} = \frac{1}{\exp[(E - \mu_{\nu})/T_{\nu}] + 1}, \quad (4.4)$$

где μ_{ν} и T_{ν} — химический потенциал и температура нейтринного газа, должно давать удовлетворительные результаты внутри нейтриносферы. За пределами нейтриносферы, где формируется выходящий нейтринный поток и, следовательно, возникает асимметрия импульсов нейтрино, принято использовать

предположение о факторизации локальной функции распределения

$$f_{\nu} = \frac{\Phi(\vartheta, R)}{\exp[(E - \mu_{\nu})/T_{\nu}] + 1}, \quad (4.5)$$

где энергетическое распределение приближенно считается равновесным, функция $\Phi(\vartheta, R)$ определяет угловое распределение нейтрино, $\vartheta = \cos \alpha$, α — угол между импульсом нейтрино и радиальным направлением в звезде, R — расстояние до центра звезды. При этом, как показывает анализ [12], в окрестности нейтриносферы функция $\Phi(\vartheta, R)$ незначительно отличается от единицы. При вычислении вероятности мы будем использовать нейтринную функцию распределения в виде (4.4), пренебрегая асимметрией. Позднее, в разд. 7, при анализе возможных астрофизических проявлений обсуждаемых нейтрино-электронных процессов асимметрия в функции распределения (4.5) будет учтена как для начальных, так и для конечных нейтрино.

Подставляя (3.6) в (4.1) и интегрируя с δ -функциями по $d^2 k'$ (при этом, как обычно, $\delta^3(0) = \mathcal{T} L_y L_z / (2\pi)^3$), получим

$$W = \frac{G_F^2}{32(2\pi)^4 E} \frac{1}{L_x} \int \frac{d^3 p'}{E'} (1 - f'_{\nu}) \times \times \frac{dk_y dk_z}{\omega^2} \delta(\omega + \omega' - q_0) \times \times (1 - f_{e^-})(1 - f_{e^+}) |\bar{u}(k_{\parallel}) \hat{j}(g_V + g_A \gamma_5) u(-k'_{\parallel})|^2, \quad (4.6)$$

где нужно подставить $\omega' = \sqrt{m^2 + (q_z - k_z)^2}$, $k'_z = q_z - k_z$. Легко видеть, что подынтегральное выражение в (4.6) не зависит от k_y , следовательно, интегрирование по k_y , в сущности, определяет кратность вырождения состояния электрона с данной энергией (см. сноску к формуле (3.2)),

$$N_E = \frac{L_y}{2\pi} \int dk_y = \frac{eBL_y}{2\pi} \int_{-L_x/2}^{L_x/2} dx_0 = \frac{eBL_x L_y}{2\pi}. \quad (4.7)$$

Выполняя в (4.6) интегрирование по импульсу электрона с учетом (4.7), получаем вероятность процесса $\nu \rightarrow \nu e^- e^+$ в виде следующего интеграла по импульсу конечного нейтрино:

$$W = \frac{G_F^2 e B m^2}{64\pi^4 E} \int \frac{d^3 p'}{E'} \theta(q_0 - \sqrt{q_z^2 + 4m^2}) \times \times \frac{1}{(q_{\parallel}^2)^{3/2} (q_{\parallel}^2 - 4m^2)^{1/2}} |g_V(j\tilde{\varphi}q) + g_A(j\tilde{\varphi}\tilde{\varphi}q)|^2 \times \times (1 - f'_{\nu}) [(1 - f_{e^-})(1 - f_{e^+}) + (q_z \rightarrow -q_z)]. \quad (4.8)$$

В этом выражении энергии электрона и позитрона, ω и ω' , входящие в функции распределения $f_{e\mp}$, определяются законом сохранения, $\omega + \omega' - q_0 = 0$, и равны

$$\begin{aligned} \omega &= \frac{1}{2} \left(q_0 + q_z \sqrt{1 - \frac{4m^2}{q_{\parallel}^2}} \right), \\ \omega' &= \frac{1}{2} \left(q_0 - q_z \sqrt{1 - \frac{4m^2}{q_{\parallel}^2}} \right). \end{aligned} \quad (4.9)$$

Выражение (4.8) является обобщением формулы (3.2) нашей работы [7], где исследовался нейтрино-электронный процесс $\nu \rightarrow \nu e^- e^+$ в чисто магнитном поле большой интенсивности, на случай присутствия электрон-позитронного и нейтринного газов.

Дальнейшее интегрирование по импульсу конечного нейтрино удобно проводить в системе отсчета, где импульс начального нейтрино перпендикулярен магнитному полю, $p_z = 0$. В случае чисто магнитного поля в эту систему можно было перейти без потери общности, совершая лоренц-преобразование вдоль поля. Действительно, можно видеть, что величина EW , определяемая из выражения (4.8), содержит кроме статистических ферми-факторов только инварианты относительно такого преобразования (в том числе и знак аргумента θ -функции). Однако теперь у нас есть выделенная система отсчета — система покоя плазмы, в которой и записаны функции распределения (4.3), (4.5). Для перехода в систему, где $p_z = 0$, представим эти функции в релятивистски инвариантном виде:

$$\begin{aligned} f_{e^-} &= \left[\exp \left(\frac{(kv) - \mu}{T} \right) + 1 \right]^{-1}, \\ f_{e^+} &= \left[\exp \left(\frac{(k'v) + \mu}{T} \right) + 1 \right]^{-1}, \\ f'_{\nu} &= \left[\exp \left(\frac{(p'v) - \mu_{\nu}}{T_{\nu}} \right) + 1 \right]^{-1}. \end{aligned} \quad (4.10)$$

Здесь введен 4-вектор скорости плазмы, v^{α} , $v^2 = 1$, который в ее системе покоя равен $v^{\alpha} = (1, \mathbf{0})$, при этом функции распределения (4.10) в точности совпадают с функциями (4.3), (4.5). В системе $p_z = 0$ имеем

$$\begin{aligned} v^{\alpha} &= (v_0, 0, 0, v_z), \quad v_0 = 1/\sin \theta, \\ v_z &= -\cos \theta/\sin \theta, \end{aligned}$$

где θ — угол между векторами импульса начального нейтрино и индукции магнитного поля в системе покоя плазмы.

В формуле (4.8) удобно перейти к безразмерным цилиндрическим координатам в пространстве вектора импульса конечного нейтрино \mathbf{p}' :

$$\rho = \frac{\sqrt{p_x'^2 + p_y'^2}}{E_{\perp}}, \quad \text{tg } \phi = \frac{p_y'}{p_x'}, \quad \zeta = \frac{p_z'}{E_{\perp}}.$$

Здесь E_{\perp} — энергия начального нейтрино в системе $p_z = 0$, которая связана с его энергией E в системе покоя плазмы соотношением $E_{\perp} = E \sin \theta$. В переменных ρ, ζ выражение (4.8) переписется в виде

$$\begin{aligned} EW &= \frac{G_F^2 m^2 e B E_{\perp}^2}{4\pi^3} \times \\ &\times \int_0^{1-\lambda} d\rho \rho \int_{-\zeta_m}^{\zeta_m} \frac{d\zeta}{\beta \sqrt{\rho^2 + \zeta^2} \left(1 - 2\sqrt{\rho^2 + \zeta^2} + \rho^2 \right)^2} \times \\ &\times \left\{ (g_V^2 + g_A^2) \left[(1 + \rho^2) \sqrt{\rho^2 + \zeta^2} - 2\rho^2 \right] - \right. \\ &\quad \left. - 2g_V g_A (1 - \rho^2) \zeta \right\} (1 - f'_{\nu}) \times \\ &\times \left[(1 - f_{e^-})(1 - f_{e^+})|_{\sigma=+1} + \right. \\ &\quad \left. + (1 - f_{e^-})(1 - f_{e^+})|_{\sigma=-1} \right], \end{aligned} \quad (4.11)$$

где в функциях распределения (4.10) следует подставить

$$(kv) = \frac{E_{\perp}}{2 \sin \theta} \times \left[\left(1 - \sqrt{\rho^2 + \zeta^2} \right) (1 + \sigma \beta \cos \theta) - \zeta (\cos \theta + \sigma \beta) \right],$$

$$(k'v) = \frac{E_{\perp}}{2 \sin \theta} \times \left[\left(1 - \sqrt{\rho^2 + \zeta^2} \right) (1 - \sigma \beta \cos \theta) - \zeta (\cos \theta - \sigma \beta) \right],$$

$$(p'v) = \frac{E_{\perp}}{\sin \theta} \left(\sqrt{\rho^2 + \zeta^2} + \zeta \cos \theta \right),$$

кроме того, введены обозначения

$$\begin{aligned} \beta &= \sqrt{1 - \frac{4m^2}{q_{\parallel}^2}} = \sqrt{1 - \frac{\lambda^2}{\left(1 - 2\sqrt{\rho^2 + \zeta^2} + \rho^2 \right)^2}}, \\ \lambda &= \frac{2m}{E_{\perp}}, \quad \zeta_m = \frac{1}{2} \sqrt{(1 + \rho^2 - \lambda^2)^2 - 4\rho^2}. \end{aligned}$$

Отметим, что подынтегральное выражение в (4.11) имеет усиление, которое полностью компенсирует подавление малостью массы электрона. При этом основной вклад дает область вблизи верхних пределов интегралов по ρ, ζ , соответствующая значениям $\sqrt{q_{\parallel}^2} \sim m$. Переходя в выражении (4.11) к новым переменным интегрирования β

и $x = E_{\perp}(1 - \rho^2)/4T \sin \theta$ и выделяя лидирующий вклад $\sim E_{\perp}^2/m^2$, преобразуем выражение для вероятности к виду

$$EW = \frac{G_F^2 e B E_{\perp}^2 T^2 \sin^2 \theta}{2\pi^3} \int_0^{\varepsilon\tau/4} x dx \times$$

$$\times \int_0^1 d\beta \left\{ \frac{(g_V + g_A)^2}{1 + \exp[-\varepsilon + 2x(1+u)/\tau + \eta_{\nu}]} \times \right.$$

$$\times \left[f(\beta, u, \eta) f(-\beta, u, -\eta) + f(\beta, u, -\eta) f(-\beta, u, \eta) \right] +$$

$$+ \frac{(g_V - g_A)^2}{1 + \exp[-\varepsilon + 2x(1-u)/\tau + \eta_{\nu}]} \times$$

$$\times \left[f(\beta, -u, \eta) f(-\beta, -u, -\eta) + \right.$$

$$\left. + f(\beta, -u, -\eta) f(-\beta, -u, \eta) \right] \Big\}, \quad (4.12)$$

где обозначено

$$\eta = \frac{\mu}{T}, \quad \eta_{\nu} = \frac{\mu_{\nu}}{T_{\nu}}, \quad \varepsilon = \frac{E_{\perp}}{T_{\nu} \sin \theta},$$

$$u = \cos \theta, \quad \tau = T_{\nu}/T,$$

$$f(\beta, u, \eta) = \frac{1}{1 + \exp[-x(1+\beta)(1+u) + \eta]}.$$

Интегрируя (4.12) по переменной β с использованием соотношения

$$\int_0^1 d\beta f(\beta, u, \eta) f(-\beta, u, -\eta) =$$

$$= \frac{1}{a(1 - e^{-2a})} \ln \left(\frac{1 + e^{-2a+\eta}}{1 + e^{\eta}} \frac{1 + e^{a+\eta}}{1 + e^{-a+\eta}} \right), \quad (4.13)$$

где $a = x(1+u)$, и переходя в систему покоя плазмы, окончательно находим

$$W(\nu \rightarrow \nu e^{-} e^{+}) = \frac{G_F^2 e B T^2 E}{4\pi^3} \left\{ (g_V + g_A)^2 (1-u)^2 \times \right.$$

$$\times \int_0^{\varepsilon\tau(1+u)/2} \frac{d\xi}{(1 - e^{-\xi}) [1 + \exp(-\varepsilon + \xi/\tau + \eta_{\nu})]} \times$$

$$\times \ln \frac{\operatorname{ch} \xi + \operatorname{ch} \eta}{1 + \operatorname{ch} \eta} + (g_V - g_A)^2 (1+u)^2 \times$$

$$\times \int_0^{\varepsilon\tau(1-u)/2} \frac{d\xi}{(1 - e^{-\xi}) [1 + \exp(-\varepsilon + \xi/\tau + \eta_{\nu})]} \times$$

$$\times \ln \frac{\operatorname{ch} \xi + \operatorname{ch} \eta}{1 + \operatorname{ch} \eta} \Big\}, \quad (4.14)$$

где $\varepsilon = E/T_{\nu}$. Зависимость вероятности (4.14) от концентрации электрон-позитронного газа $n = n_{e^{-}} - n_{e^{+}}$ определяется через его химический потенциал, см. (2.4). Отметим, что формула для вероятности (4.14) справедлива для случаев как горячей ($\mu \ll T$), так и холодной ($\mu \gg T$) плазмы. В случае разреженного электрон-позитронного и нейтринного газов ($T, \mu, T_{\nu}, \mu_{\nu} \rightarrow 0$) формула (4.14) воспроизводит наш результат [6, 7] для вероятности процесса $\nu \rightarrow \nu e^{-} e^{+}$ в пределе сильного магнитного поля $eB \gg E^2 \sin^2 \theta$ без плазмы:

$$W_B = \frac{G_F^2 (g_V^2 + g_A^2)}{16\pi^3} e B E^3 \sin^4 \theta. \quad (4.15)$$

Отсутствие нейтринного газа ($T_{\nu}, \mu_{\nu} \rightarrow 0$) выражение для вероятности (4.14) в случае горячей электрон-позитронной плазмы ($T \rightarrow \infty$) принимает вид $W_B/4$, как мы и указывали в работе [7], поскольку статистические факторы для электрона и позитрона в этом пределе становятся равными 1/2.

5. ПОЛНАЯ ВЕРОЯТНОСТЬ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ НЕЙТРИНО С ЗАМАГНИЧЕННОЙ ЭЛЕКТРОН-ПОЗИТРОННОЙ ПЛАЗМОЙ

Как уже отмечалось во Введении, влияние каналов рассеяния $\nu e^{\mp} \rightarrow \nu e^{\mp}$ и захвата пары $\nu e^{-} e^{+} \rightarrow \nu$ на процесс распространения нейтрино в плазме следует учитывать через вероятности, просуммированные по состояниям начальных электронов или/и позитронов. Таким образом, вероятности процессов рассеяния следует определять в виде

$$W(\nu e^{\mp} \rightarrow \nu e^{\mp}) = \frac{1}{\mathcal{T}} \times$$

$$\times \int |S|^2 d\Gamma_{e^{\mp}} f_{e^{\mp}} d\Gamma'_{e^{\mp}} (1 - f'_{e^{\mp}}) d\Gamma'_{\nu} (1 - f'_{\nu}). \quad (5.1)$$

Аналогично для процесса захвата пары

$$W(\nu e^{-} e^{+} \rightarrow \nu) = \frac{1}{\mathcal{T}} \times$$

$$\times \int |S|^2 d\Gamma_{e^{-}} f_{e^{-}} d\Gamma_{e^{+}} f_{e^{+}} d\Gamma'_{\nu} (1 - f'_{\nu}). \quad (5.2)$$

Как видно из рис. 1, процессам рассеяния и захвата пары соответствуют бесконечные кинематические области, поскольку начальные электроны и позитроны формально могут иметь любую энергию. Сходимость интегралов обеспечивается функциями распределения.

Интегрирование выражений (5.1), (5.2) выполняется по той же схеме, что изложена выше для

процесса рождения пары $\nu \rightarrow \nu e^- e^+$. Важным моментом при интегрировании будет то, что величина энергии, передаваемой от нейтрино активной среде, $q_0 = E - E'$, не является положительно определенной. Для вероятности (в единицу времени) рассеяния нейтрино на электронах замагниченной плазмы получаем

$$\begin{aligned}
 W(\nu e^- \rightarrow \nu e^-) &= \frac{G_F^2 e B T^2 E}{4\pi^3} \left\{ (g_V + g_A)^2 (1-u)^2 \times \right. \\
 &\times \int_0^{\varepsilon\tau(1+u)/2} \frac{d\xi}{(1 - e^{-\xi}) [1 + \exp(-\varepsilon + \xi/\tau + \eta_\nu)]} \times \\
 &\times \ln \frac{1 + e^\eta}{1 + e^{-\xi+\eta}} + (g_V - g_A)^2 (1+u)^2 \times \\
 &\times \int_0^{\varepsilon\tau(1-u)/2} \frac{d\xi}{(1 - e^{-\xi}) [1 + \exp(-\varepsilon + \xi/\tau + \eta_\nu)]} \times \\
 &\times \ln \frac{1 + e^\eta}{1 + e^{-\xi+\eta}} + \\
 &+ [(g_V + g_A)^2 (1-u)^2 + (g_V - g_A)^2 (1+u)^2] \times \\
 &\times \int_0^\infty \frac{d\xi}{(e^\xi - 1) [1 + \exp(-\varepsilon - \xi/\tau + \eta_\nu)]} \times \\
 &\left. \times \ln \frac{1 + e^\eta}{1 + e^{-\xi+\eta}} \right\}. \quad (5.3)
 \end{aligned}$$

С учетом функций распределения (4.10) вероятность рассеяния на позитронах получается из (5.3) заменой $\eta \rightarrow -\eta$. Для канала захвата пары имеем

$$\begin{aligned}
 W(\nu e^- e^+ \rightarrow \nu) &= \frac{G_F^2 e B T^2 E}{4\pi^3} \times \\
 &\times [(g_V + g_A)^2 (1-u)^2 + (g_V - g_A)^2 (1+u)^2] \times \\
 &\times \int_0^\infty \frac{d\xi}{(e^\xi - 1) [1 + \exp(-\varepsilon - \xi/\tau + \eta_\nu)]} \times \\
 &\times \ln \frac{\text{ch } \xi + \text{ch } \eta}{1 + \text{ch } \eta}. \quad (5.4)
 \end{aligned}$$

Как уже отмечалось, физический смысл имеет только полная вероятность взаимодействия нейтрино с электрон-позитронной плазмой:

$$\begin{aligned}
 W(\nu \rightarrow \nu) &= W(\nu \rightarrow \nu e^- e^+) + W(\nu e^- e^+ \rightarrow \nu) + \\
 &+ W(\nu e^- \rightarrow \nu e^-) + W(\nu e^+ \rightarrow \nu e^+). \quad (5.5)
 \end{aligned}$$

Как оказалось, эта величина имеет существенно более простой вид:

$$\begin{aligned}
 W(\nu \rightarrow \nu) &= \frac{G_F^2 e B T^2 E}{4\pi^3} \left\{ (g_V + g_A)^2 (1-u)^2 \times \right. \\
 &\times \left[F_1 \left(\frac{\varepsilon\tau(1+u)}{2} \right) - F_1(-\infty) \right] + \\
 &\left. + (g_A \rightarrow -g_A; u \rightarrow -u) \right\}, \quad (5.6)
 \end{aligned}$$

где

$$F_k(z) = \int_0^z \frac{\xi^k d\xi}{(1 - e^{-\xi}) [1 + \exp(-\varepsilon + \eta_\nu + \xi/\tau)]}, \quad (5.7)$$

и что самое примечательное, в суммарной вероятности сократилась зависимость от химического потенциала электрон-позитронного газа μ , которая присутствовала в вероятностях отдельных процессов. Физическая подоплека такого сокращения нам к настоящему моменту неизвестна. Возможно, здесь проявляется некое свойство полноты рассмотренного набора процессов по отношению к электронам.

В случае редкого нейтринного газа вероятность (5.6) выражается через дилогарифм $\text{Li}_2(x)$:

$$\begin{aligned}
 W(\nu \rightarrow \nu) &= \frac{G_F^2 e B T^2 E}{4\pi^3} \left\{ (g_V^2 + g_A^2) \frac{E^2 \sin^4 \theta}{4T^2} + \right. \\
 &+ (g_V + g_A)^2 (1 - \cos \theta)^2 \times \\
 &\times \text{Li}_2 \left[1 - \exp \left(-\frac{E(1 + \cos \theta)}{2T} \right) \right] + \\
 &+ (g_V - g_A)^2 (1 + \cos \theta)^2 \times \\
 &\times \text{Li}_2 \left[1 - \exp \left(-\frac{E(1 - \cos \theta)}{2T} \right) \right] + \\
 &\left. \frac{\pi^2}{3} [(g_V^2 + g_A^2)(1 + \cos^2 \theta) - 4g_V g_A \cos \theta] \right\}, \quad (5.8)
 \end{aligned}$$

где $\text{Li}_n(x)$ — полилогарифм порядка n :

$$\text{Li}_n(x) = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{x^k}{k^n}. \quad (5.9)$$

Относительные вклады плазмы и магнитного поля в процесс взаимодействия нейтрино с активной средой проиллюстрированы на рис. 2, где представлено отношение вероятностей взаимодействия нейтрино с замагниченной плазмой и с чистым магнитным полем, $R_w = W_{B+pl}/W_B$, при значении угла $\theta = \pi/2$ в зависимости от отношения энергии нейтрино к температуре плазмы. Видно, что при повышении температуры вероятность взаимодействия увеличивается.

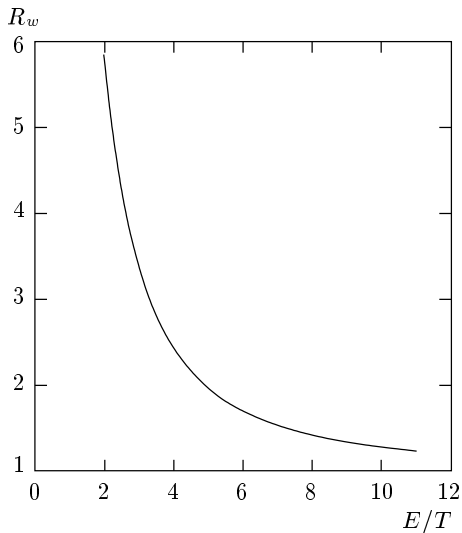


Рис. 2. Отношение вероятностей взаимодействия нейтрино с замагниченной плазмой и с чистым магнитным полем, $R_w = W_{B+p}/W_B$, при $\theta = \pi/2$ в зависимости от отношения энергии нейтрино к температуре плазмы

Вероятность (5.6) определяет парциальный вклад рассматриваемых процессов в непрозрачность по отношению к распространению нейтрино в среде. Оценка длины свободного пробега, связанной с нейтрино-электронными процессами, дает

$$\lambda_e = \frac{1}{W} \simeq 170 \text{ км} \left(\frac{10^3 B_e}{B} \right) \left(\frac{5 \text{ МэВ}}{T} \right)^3. \quad (5.10)$$

Это следует сравнивать с длиной свободного пробега нейтрино за счет взаимодействия с нуклонами, которая при плотности $\rho \sim 10^{12} \text{ г/см}^3$ оказывается порядка километра. На первый взгляд, влияние нейтрино-электронных реакций на процесс распространения нейтрино пренебрежимо мало. Однако длина пробега не исчерпывает нейтринной физики в среде. Существенными в астрофизических приложениях величинами являются также потери энергии и импульса нейтрино. Особенно важным является возникновение асимметрии потери импульса нейтрино, обусловленной влиянием внешнего магнитного поля. Попытки вычисления таких асимметрий за счет нейтрино-нуклонных процессов, связанные с проблемой больших собственных скоростей пульсаров, предпринимались неоднократно (см. [13] и цитированные там работы). Как мы покажем ниже, несмотря на относительную малость вероятностей нейтрино-электронных процессов, их вклад в

асимметрию может оказаться сравнимым с вкладом нейтрино-нуклонных процессов.

6. СРЕДНИЕ ПОТЕРИ ЭНЕРГИИ И ИМПУЛЬСА НЕЙТРИНО

При исследовании указанных нейтрино-электронных взаимодействий в магнитном поле и/или плазме [5, 8] анализ обычно ограничивался вычислением вероятностей и сечений процессов. Как уже отмечалось, практический интерес для астрофизики имеют не только вероятности процессов, но и средняя потеря энергии и импульса нейтрино в среде³⁾, которая определяется 4-вектором

$$Q^\alpha = -E \left(\frac{dE}{dt}, \frac{d\mathbf{p}}{dt} \right) = E \int q^\alpha dW, \quad (6.1)$$

где E и \mathbf{p} — энергия и импульс начального нейтрино, q — разность импульсов начального и конечного нейтрино, $q = p - p'$, dW — полная дифференциальная вероятность всех процессов, перечисленных в (5.5). Нулевая компонента Q^0 связана со средней энергией, теряемой одним нейтрино за единицу времени, пространственные компоненты \mathbf{Q} — с потерей импульса нейтрино за единицу времени.

В случае чисто магнитного поля 4-вектор потерь Q^α вычислялся в наших работах [6, 7]. В этом случае потери обусловлены единственно возможным в отсутствие плазмы процессом — рождением пары при движении нейтрино в сильном магнитном поле, $\nu \rightarrow \nu e^- e^+$. В пределе сильного магнитного поля для нулевой и z -компонент вектора Q^α было получено (поле направлено вдоль z)

$$Q_{0,z}^{(B)} = \frac{G_F^2 e B E^5 \sin^4 \theta}{48\pi^3} \times \{ g_V^2 + g_A^2 + 2g_V g_A \cos \theta, (g_V^2 + g_A^2) \cos \theta + 2g_V g_A \}. \quad (6.2)$$

Из выражения (6.2), в частности, видно, что даже при изотропном распределении импульсов нейтрино средняя потеря импульса будет отлична от нуля (пропорциональна $g_V g_A$), что обусловлено несохранением четности в слабом взаимодействии. Как показано в работах [6, 7], в полях $\sim 10^3 B_e$ величина интегральной асимметрии вылета нейтрино, обус-

³⁾ Вообще говоря, нейтрино может как терять, так и подхватывать энергию и импульс, поэтому в дальнейшем мы будем понимать «потерю» энергии и импульса в алгебраическом смысле.

ловленная компонентой Q_z и определяемая выражением $A = |\sum \mathbf{p}| / \sum |\mathbf{p}|$, могла бы только за счет процесса $\nu \rightarrow \nu e^- e^+$ достигать масштаба $\sim 1\%$, который, как известно, требуется для объяснения наблюдаемых собственных скоростей пульсаров [14].

В присутствии замагниченной плазмы наши вычисления дают следующий результат для тех же компонент 4-вектора потерь:

$$Q_{0,z} = \frac{G_F^2 e B T^3 E^2}{4\pi^3} \left\{ (g_V + g_A)^2 (1 - u)^2 \times \right. \\ \left. \times \left[F_2 \left(\frac{\varepsilon \tau (1 + u)}{2} \right) - F_2(-\infty) \right] \pm \right. \\ \left. \pm (g_A \rightarrow -g_A; u \rightarrow -u) \right\}, \quad (6.3)$$

где функция $F_2(z)$ определена в выражении (5.7), знаки «плюс» или «минус» соответствуют нулевой и z -компонентам. Наш результат для 4-вектора потерь, полученный для случая чисто магнитного поля (6.2), воспроизводится из формулы (6.3) в пределе разреженной плазмы ($T, T_\nu, \mu_\nu \rightarrow 0$).

Для иллюстрации соотношения вкладов плазмы и магнитного поля в 4-вектор средних потерь энергии и импульса нейтрино в активной среде рассмотрим более простую ситуацию редкого нейтринного газа и перепишем выражение (6.3) при значении угла $\theta = \pi/2$ в следующем виде:

$$Q_{0,z} \left(\theta = \frac{\pi}{2} \right) = \frac{G_F^2 e B E^5}{48\pi^3} (g_V^2 + g_A^2, 2g_V g_A) \mathcal{F} \left(\frac{E}{T} \right), \\ \mathcal{F}(x) = 1 + \frac{6}{x} \ln \left(1 - e^{-x/2} \right) - \quad (6.4)$$

$$-\frac{24}{x^2} \text{Li}_2 \left(e^{-x/2} \right) - \frac{48}{x^3} \text{Li}_3 \left(e^{-x/2} \right).$$

Из сравнения (6.4) с формулой (6.2) при $\theta = \pi/2$ видно, что функция $\mathcal{F}(E/T)$ представляет собой отношение компонент вектора потерь в замагниченной плазме и в чисто магнитном поле. На рис. 3 приведен график функции $\mathcal{F}(E/T)$. Видно, что при $E = E_0 \simeq 3.4 T$ существует своеобразное «окно прозрачности», когда нейтрино не обменивается энергией и импульсом с замагниченной плазмой. Отрицательные значения функции $\mathcal{F}(E/T)$ при меньших энергиях означают, что нейтрино захватывают энергию из плазмы и получают от нее импульс против направления магнитного поля. При энергиях, больших E_0 , нейтрино передает плазме энергию, а также импульс в направлении поля. Это может иметь весьма интересные астрофизические следствия.

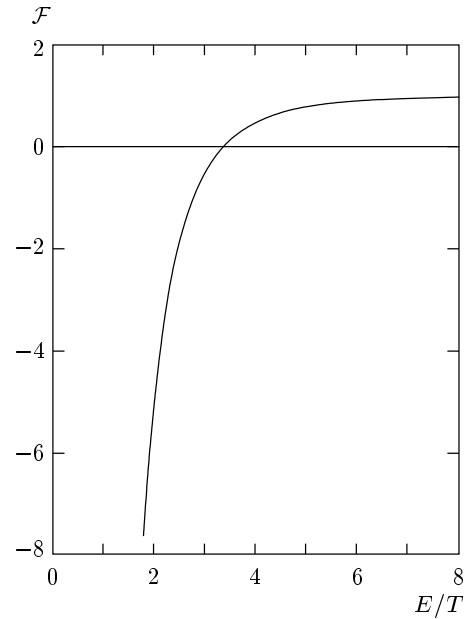


Рис. 3. Функция $\mathcal{F}(E/T)$, введенная в (6.4) и определяющая зависимость компонент 4-вектора потерь энергии и импульса нейтрино в замагниченной плазме от отношения энергии нейтрино к температуре плазмы

7. ИНТЕГРАЛЬНОЕ ДЕЙСТВИЕ НЕЙТРИНО НА ЗАМАГНИЧЕННУЮ ПЛАЗМУ

В качестве иллюстрации применения полученных нами результатов к астрофизическим условиям оценим объемную плотность энергии, теряемой нейтрино за единицу времени, $\dot{\mathcal{E}}$, и компоненту \mathcal{F}_z (вдоль поля) объемной плотности силы, действующей на плазму со стороны нейтрино

$$(\dot{\mathcal{E}}, \mathcal{F}_z) = \int dn_\nu \frac{1}{E} Q_{0,z}, \quad (7.1)$$

где dn_ν — плотность начальных нейтрино:

$$dn_\nu = \frac{d^3 p}{(2\pi)^3} \frac{\Phi(\vartheta, R)}{\exp[(E - \mu_\nu)/T_\nu] + 1}. \quad (7.2)$$

Здесь в функции $\Phi(\vartheta, R)$ учтено угловое распределение начальных нейтрино, $\vartheta = \cos \alpha$, α — угол между импульсом нейтрино и радиальным направлением в звезде, R — расстояние до центра звезды. Одновременно аналогичная функция $\Phi(\vartheta', R)$ должна быть введена в статистическом факторе $1 - f'_\nu$ при интегрировании по импульсам конечного нейтрино. В оболочке сверхновой угловое распределение нейтрино близко к изотропному [12], поэтому в разложении функции Φ по величине ϑ достаточно ограничиться младшими полиномами Лежандра, и она может

быть однозначно выражена через средние значения $\langle \vartheta \rangle$ и $\langle \vartheta^2 \rangle$ (которые зависят от R) следующим образом:

$$\Phi(\vartheta, R) \simeq 1 + 3\langle P_1(\vartheta) \rangle P_1(\vartheta) + 5\langle P_2(\vartheta) \rangle P_2(\vartheta). \quad (7.3)$$

Нейтрино, вылетая из центральной области звезды с высокой температурой, попадают в периферийную область, где генерируется сильное магнитное поле и где температура электрон-позитронного газа более низкая. При этом спектральные температуры для разных типов нейтрино различны [12, 15]:

$$\begin{aligned} T_{\nu_e} &\simeq 4 \text{ МэВ}, & T_{\bar{\nu}_e} &\simeq 5 \text{ МэВ}, \\ T_{\nu_{\mu,\tau}} &\simeq T_{\bar{\nu}_{\mu,\tau}} &&\simeq 8 \text{ МэВ}. \end{aligned} \quad (7.4)$$

Действие нейтрино на плазму ведет к установлению теплового равновесия, $\dot{\mathcal{E}}_{tot} = 0$. При анализе этого равновесия следует учитывать вклады в величину $\dot{\mathcal{E}}_{tot}$ всех процессов взаимодействия нейтрино со средой. Как уже отмечалось, вероятность β -процессов $\nu_e + n \leftrightarrow e^- + p$ существенно выше, чем для нейтрино-электронных процессов, поэтому они доминируют в энергетическом балансе. Энергия, передаваемая за единицу времени единице объема плазмы за счет этих процессов, в которых участвуют только электронные нейтрино, может быть представлена в виде

$$\dot{\mathcal{E}}(\beta) \simeq \mathcal{B}(T_{\nu_e} - T)/T.$$

Отсюда следует, что за счет нейтринного прогрева температура плазмы должна устанавливаться очень близко к спектральной температуре электронных нейтрино ($T \simeq T_{\nu_e}$). Однако вклад в $\dot{\mathcal{E}}$ остальных типов нейтрино, спектральные температуры которых превышают T_{ν_e} , приводит к тому, что температура плазмы оказывается несколько выше ($T \gtrsim T_{\nu_e}$). В связи с этим имеет смысл отдельно оценить вклады в величины $(\dot{\mathcal{E}}, \mathcal{F}_z)$ от нейтрино-электронных процессов с участием ν_e и со всеми остальными нейтрино и антинейтрино.

Подчеркнем, что возникновение плотности силы \mathcal{F}_z в выражении (7.1) обусловлено интерференцией векторной и аксиально-векторной связей в эффективном лагранжиане (3.1) и является макроскопическим проявлением несохранения четности в слабых взаимодействиях. На первый взгляд, основной вклад в величину \mathcal{F}_z должны давать электронные нейтрино, поскольку $g_V(\nu_e) \gg g_V(\nu_{\mu,\tau})$. Однако, как будет показано ниже, основные вклады происходят именно от μ - и τ -нейтрино и μ - и τ -антинейтрино (в силу сохранения CP -четности нейтрино и антинейтрино толкают плазму в одну и

ту же сторону). Это обусловлено тем, что в окрестности ν_e -нейтриносферы спектральные температуры остальных типов нейтрино существенно отклоняются от температуры плазмы $T \simeq T_{\nu_e}$.

7.1. Процессы с участием электронных нейтрино

Для объемной плотности нейтринных потерь энергии и плотности силы (7.1) мы получили следующее выражение:

$$\begin{aligned} (\dot{\mathcal{E}}, \mathcal{F}_z)_{\nu_e} &= \frac{G_F^2 \epsilon B T^7}{3\pi^5} (g_V^2 + g_A^2, 2g_V g_A) \times \\ &\times \left\{ (\tau_e - 1) \int_0^\infty \frac{x^3 dx}{e^x - 1} \int_0^\infty \frac{y^3 dy}{(1 + e^{-x-y+\eta_\nu})(1 + e^{y-\eta_\nu})} + \right. \\ &\left. + \frac{27}{8} \left(\langle \vartheta^2 \rangle - \frac{1}{3} \right) \int_0^\infty \frac{x^3 dx}{e^x - 1} \int_0^\infty \frac{y^3 (3y-x) dy}{(x+y)^2 (1 + e^{y-\eta_\nu})} \right\}, \end{aligned} \quad (7.5)$$

где $\tau_e = T_{\nu_e}/T$. Эта формула выписана в предположении малого отклонения от теплового равновесия между нейтринным газом и электрон-позитронной плазмой, $(\tau_e - 1) \ll 1$, и, следовательно, сравнительно небольшой асимметрии нейтринного распределения, $(\langle \vartheta^2 \rangle - 1/3) \ll 1$.

Численная оценка дает

$$\begin{aligned} (\dot{\mathcal{E}}, \mathcal{F}_z)_{\nu_e} &\simeq \left(2.0 \cdot 10^{30} \frac{\text{эрг}}{\text{см}^3 \cdot \text{с}}, 0.57 \cdot 10^{20} \frac{\text{дн}}{\text{см}^3} \right) \times \\ &\times \left(\frac{B}{10^{16} \text{Гс}} \right) \left(\frac{T}{4 \text{ МэВ}} \right)^7 \times \\ &\times \exp(\eta_\nu) \left[(\tau_e - 1) + 0.53 \left(\langle \vartheta^2 \rangle - \frac{1}{3} \right) \right]. \end{aligned} \quad (7.6)$$

7.2. Процессы с участием $\bar{\nu}_e, \nu_{\mu,\tau}, \bar{\nu}_{\mu,\tau}$

В этом случае величину $T_\nu/T - 1$ уже нельзя считать малым параметром. В то же время относительный вклад асимметрии нейтринного распределения невелик [12], и им можно пренебречь.

Для численной оценки удобно представить величины $\dot{\mathcal{E}}$ и \mathcal{F}_z (7.1) в следующей форме:

$$(\dot{\mathcal{E}}, \mathcal{F})_{\nu_i} \simeq \mathcal{A}(g_V^2 + g_A^2, 2g_V g_A) \varphi(\eta_i) \psi(\tau_i), \quad (7.7)$$

где

$$\begin{aligned} \mathcal{A} &= \frac{12G_F^2 \epsilon B T^7}{\pi^5} = \left(\frac{B}{10^{16} \text{Гс}} \right) \left(\frac{T}{4 \text{ МэВ}} \right)^7 \times \\ &\times \begin{cases} 1.6 \cdot 10^{30} \frac{\text{эрг}}{\text{см}^3 \cdot \text{с}}, \\ 0.55 \cdot 10^{20} \frac{\text{дн}}{\text{см}^3}, \end{cases} \end{aligned} \quad (7.8)$$

$$\varphi(\eta_i) = \frac{\eta_i^4}{24} + \frac{\pi^2 \eta_i^2}{12} + \frac{7\pi^4}{360} + \text{Li}_4[-\exp(-\eta_i)], \quad (7.9)$$

$$\varphi(0) = \frac{7\pi^4}{720} \simeq 0.947,$$

$$\psi(\tau_i) = \frac{\tau_i^7}{6} \int_0^\infty \frac{y^2 dy}{e^{\tau_i y} - 1} \{\exp[(\tau_i - 1)y] - 1\}, \quad (7.10)$$

$$\psi(\tau_i)|_{\tau_i \rightarrow 1} \simeq \tau_i - 1.$$

Формулы (7.5)–(7.10) демонстрируют, в частности, что воздействие каждой отдельной нейтринной фракции на электрон-позитронную плазму обращается в нуль в случае термодинамического равновесия между данной фракцией и плазмой, $\tau_i = 1$, $\langle \vartheta \rangle = 0$, $\langle \vartheta^2 \rangle = 1/3$.

Покажем, что главный вклад в воздействие нейтрино на плазму обусловлен, как уже отмечалось, μ - и τ -нейтрино и μ - и τ -антинейтрино. Действительно, функция $\psi(\tau_i)$ (7.10) быстро растет с увеличением отклонения спектральной температуры нейтрино от температуры плазмы. Например, при температурах (7.4) имеем для электронных антинейтрино $\psi(1.25) \simeq 0.824$, для μ - и τ -нейтрино и μ - и τ -антинейтрино $\psi(2) \simeq 38.47$. Именно это обстоятельство приводит к компенсации малости константы $g_V(\nu_{\mu,\tau})$ и делает вклад $\nu_{\mu,\tau}$, $\bar{\nu}_{\mu,\tau}$ не только сравнимым с вкладом электронных нейтрино и антинейтрино, но даже доминирующим.

Как отмечалось выше, вклад нейтрино-электронных процессов в энергетическое воздействие нейтрино на плазму мал по сравнению с вкладом β -процессов и приводит к небольшому отклонению от равновесия между электронными нейтрино и плазмой, так что суммарный вклад β -процессов и всех νe -процессов в величину $\dot{\mathcal{E}}$ оказывается равным нулю.

Что касается силового воздействия нейтрино на плазму вдоль магнитного поля, описываемого величиной \mathcal{F}_z в формулах (7.5)–(7.10), для суммарного вклада всех сортов нейтрино находим

$$\mathcal{F}_z \simeq 3.6 \cdot 10^{20} \frac{\text{дн}}{\text{см}^3} \cdot \left(\frac{B}{10^{16} \text{Гс}} \right) \left(\frac{T}{4 \text{ МэВ}} \right)^7. \quad (7.11)$$

Здесь мы для оценки положили химические потенциалы нейтрино равными нулю [15]. Напомним, что величина (7.11) оказалась не зависящей от химического потенциала электрон-позитронной плазмы.

Плотность силы (7.11) следует сравнить с недавним результатом для аналогичной силы, обусловленной β -процессами [16]. При тех же физических условиях полученная нами величина силы за счет нейтрино-электронных процессов оказывается того же

порядка и, что особенно важно, того же знака, что и результат работы [16]. Таким образом, роль нейтрино-электронных процессов в интенсивном магнитном поле может оказаться существенной наряду с вкладом β -процессов.

Отметим, что плотность силы (7.11) на пять порядков меньше плотности гравитационной силы и поэтому практически не влияет на радиальную динамику оболочки сверхновой. Однако в случае, когда в оболочке генерируется тороидальное магнитное поле [3], сила (7.11), направленная вдоль поля, способна достаточно быстро (за времена порядка секунды⁴) привести к существенному перераспределению касательных скоростей плазмы. При этом в двух тороидах, в которых магнитное поле имеет противоположные направления, касательное нейтринное ускорение плазмы будет иметь разные знаки по отношению к вращательному движению плазмы. Этот эффект, в свою очередь, может привести к существенному перераспределению силовых линий магнитного поля, концентрируя их преимущественно в одном из тороидов. Это приводит к значительной асимметрии энергии магнитного поля в двух полушариях и может быть причиной асимметричного взрыва сверхновой [17], что могло бы служить объяснением феномена больших собственных скоростей пульсаров [14]. По нашему мнению, представляет интерес моделирование механизма генерации тороидального магнитного поля с учетом силового нейтринного воздействия на плазму как через нейтрино-нуклонные, так и нейтрино-электронные процессы.

8. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Как нам известно, в существующих системах численного моделирования астрофизических катаклизмов, таких как взрывы сверхновых и слияния нейтронных звезд, где, в принципе, могут реализоваться рассматриваемые физические условия, исследуемые нами эффекты нейтрино-электронных взаимодействий не учитывались. Вместе с тем при детальном анализе указанных астрофизических процессов учет влияния такой активной среды, как замагниченная e^-e^+ -плазма, на квантовые процессы с участием нейтрино может оказаться существенным.

В настоящей работе мы исследовали полный набор нейтрино-электронных процессов в замагничен-

⁴ Известно, что стадия остывания оболочки сверхновой, так называемая стадия Кельвина–Гельмгольца, длится около 10 с.

ной плазме. Кроме канонических реакций рассеяния $\nu e^\mp \rightarrow \nu e^\mp$ и аннигиляции $\nu\bar{\nu} \rightarrow e^-e^+$ рассмотрены экзотические процессы «синхротронного» излучения и поглощения нейтринной пары, $e \leftrightarrow e\nu\bar{\nu}$, а также нейтринного излучения и поглощения электрон-позитронной пары $\nu \leftrightarrow \nu e^-e^+$. Показано, что из этого полного набора процессы с рождением и поглощением пары нейтрино кинематически подавлены в случае относительно высоких энергий нейтрино, $E_\nu \gg m_e$, и горячей плотной плазмы, $T, \mu \gg m_e$. Суммарная вероятность всех процессов, содержащих нейтрино как в начальном, так и в конечном состояниях, такого подавления не имеет. Кроме того, было обнаружено, что полная вероятность этих процессов, а также средние потери энергии и импульса нейтрино не зависят от химического потенциала e^-e^+ -плазмы, тогда как вклады отдельных процессов такую зависимость содержат. Это является новым и неожиданным результатом.

Мы полагаем, что полученные результаты будут полезны при детальном анализе динамики взрыва сверхновой.

Авторы благодарны Г. Г. Раффельту, В. А. Рубакову и В. Б. Семикозу, а также всем участникам международного симпозиума «Сильные магнитные поля в нейтринной астрофизике» (Ярославль, 1999) за полезные обсуждения.

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 98-02-16694).

ЛИТЕРАТУРА

1. G. G. Raffelt, *Stars as Laboratories for Fundamental Physics*, Univ. of Chicago Press, Chicago (1996).
2. M. Yu. Khlopov, *Cosmoparticle Physics*, World Sci., Singapore (1999).
3. Г. С. Бисноватый-Коган, *Астрон. журн.* **47**, 813 (1970); *Физические вопросы теории звездной эволюции*, Наука, Москва (1989).
4. В. Н. Байер, В. М. Катков, *ДАН СССР* **171**, 313 (1966); В. И. Ритус, *Тр. ФИАН* **111**, 5 (1979).
5. Э. А. Чобан, А. Н. Иванов, *ЖЭТФ* **56**, 194 (1969); А. В. Борисов, В. Ч. Жуковский, Б. А. Лысов, *Изв. вузов, Физика* **8**, 30 (1983); A. V. Borisov, A. I. Ternov, and V. Ch. Zhukovsky, *Phys. Lett. B* **318**, 489 (1993).
6. A. V. Kuznetsov and N. V. Mikheev, *Phys. Lett. B* **394**, 123 (1997).
7. А. В. Кузнецов, Н. В. Михеев, *ЯФ* **60**, 2038 (1997).
8. V. G. Bezchastnov and P. Haensel, *Phys. Rev. D* **54**, 3706 (1996).
9. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, *Статистическая физика*, ч. 1, Наука, Москва (1976).
10. Л. А. Василевская, А. В. Кузнецов, Н. В. Михеев, *ЯФ* **62**, 715 (1999).
11. А. И. Ахиезер, В. Б. Берестецкий, *Квантовая электродинамика*, Наука, Москва (1981).
12. S. Yamada, H.-T. Janka, and H. Suzuki, E-print archive, astro-ph/9809009.
13. P. Arras and D. Lai, *Phys. Rev. D* **60**, 043001 (1999).
14. И. С. Шкловский, *Астрон. журн.* **46**, 715 (1969); A. G. Lyne and D. R. Lorimer, *Nature* **369**, 127 (1994); C. J. Horowitz and J. Piekarewicz, *Nucl. Phys. A* **640**, 281 (1998).
15. В. С. Имшенник, Д. К. Надежин, *УФН* **156**, 561 (1988); D. K. Nadyozhin, in *Particles and Cosmology, Proc. Baksan Int. School*, World Sci., Singapore (1992), p. 153.
16. А. А. Гвоздев, И. С. Огнев, *Письма в ЖЭТФ* **69**, 337 (1999).
17. Г. С. Бисноватый-Коган, С. Г. Моисеенко, *Астрон. журн.* **69**, 563 (1992); G. S. Bisnovatyi-Kogan, *Astron. Astrophys. Trans.* **3**, 287 (1993).