

ПРОЦЕСС РЕКОМБИНАЦИИ, СОПРОВОЖДАЮЩИЙСЯ ТЕЛЕПОРТАЦИЕЙ «КВАНТОВОЙ ЗАЦЕПЛЕННОСТИ»

Л. В. Ильичев*

Институт автоматики и электрометрии Сибирского отделения Российской академии наук
630090, Новосибирск, Россия

Поступила в редакцию 13 мая 1999 г.

Замечено, что недавно предложенная [2] и частично осуществленная [3] телепортация квантовых состояний микрочастиц является (в некоторой своей модификации) естественным элементом процесса перекрестной рекомбинации спиновых радикальных пар [4]. В работе подробно рассмотрена ситуация рождения в среде синглетных и триплетных пар, которые далее диффундируют и могут рекомбинировать, если встретившиеся частицы оказываются в синглетном состоянии. В результате актов перекрестной рекомбинации и телепортации возникает счетный набор спиновых состояний радикальных пар. В стационарных и пространственно-однородных условиях найдены распределения плотностей радикальных пар, отвечающих этому набору.

PACS: 03.65.Bz, 03.67.-a

1. ВВЕДЕНИЕ

Явление так называемой квантовой зацепленности или перепутанности (quantum entanglement — QE) известно давно, но вызывает в последнее время повышенный интерес в связи со своей ролью в квантовой теории информации и теории квантового компьютера (см., например, [1]). Феномен QE обуславливает не имеющие классического аналога специфические корреляции между подсистемами единой квантовой системы. В настоящей работе используется следующее общее негативное определение QE: состояние (матрица плотности) $\hat{\rho}(1, 2)$ объединения двух подсистем S_1 и S_2 называется «незацепленным», если его можно представить в виде выпуклой линейной комбинации произведений состояний подсистем, а именно

$$\hat{\rho}(1, 2) = \sum_i p_i \hat{\rho}_i(1) \otimes \hat{\rho}_i(2), \quad (1)$$

где $p_i > 0$, $\sum_i p_i = 1$. Заметим, что в случае «чистого» состояния $\hat{\rho}(1, 2) = |\psi(1, 2)\rangle\langle\psi(1, 2)|$ приведенное определение «незацепленности» сводится к известному требованию факторизуемости волновой функции: $|\psi(1, 2)\rangle = |\psi(1)\rangle \otimes |\psi(2)\rangle$.

Наличие QE является главным атрибутом при осуществлении так называемой квантовой телепор-

тации [2, 3]. Нас будет интересовать модификация этого явления, а именно, телепортация «зацепленности» (quantum entanglement teleportation — QET). Суть процесса QET (в той форме, в которой он фигурирует ниже) такова. Два хрестоматийных персонажа — Алиса и Боб — обладают каждый парой частиц со спином 1/2. Обозначим частицы, находящиеся у Алисы, номерами 1 и 3, а частицы Боба — 2 и 4. Рассматриваем ситуацию, когда состояние всех четырех частиц имеет вид

$$\hat{\rho}(1, 2, 3, 4) = \hat{\rho}(1, 2) \otimes \hat{\rho}(3, 4). \quad (2)$$

В этом случае, как легко заметить, пары частиц у Алисы и Боба *a priori* находятся в состояниях

$$\begin{aligned} \hat{\rho}^{(pre)}(1, 3) &= \text{Tr}_{2,4} \hat{\rho}(1, 2, 3, 4) = \hat{\rho}(1) \otimes \hat{\rho}(3), \\ \hat{\rho}^{(pre)}(2, 4) &= \text{Tr}_{1,3} \hat{\rho}(1, 2, 3, 4) = \hat{\rho}(2) \otimes \hat{\rho}(4) \end{aligned} \quad (3)$$

и в соответствии с (1) не обладают свойством QE. Алиса производит над своими частицами измерение, проверяя, находится ли ее пара в синглетном состоянии

$$\hat{P}_0(1, 3) \equiv |\Psi_0(1, 3)\rangle\langle\Psi_0(1, 3)|, \quad (4)$$

где

$$|\Psi_0(1, 3)\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(|\psi_+(1)\rangle \otimes |\psi_-(3)\rangle - |\psi_-(1)\rangle \otimes |\psi_+(3)\rangle \right),$$

*E-mail: shalagin@iae.nsk.su

$|\psi_{\pm}(i)\rangle$ — состояние частицы i с проекцией спина $\pm 1/2$ вдоль некоторого фиксированного направления. Заметим, что состояние $\hat{P}_0(1, 3)$ относится к так называемым «максимально зацепленным», в которых состояния частиц 1 и 3 максимально смешаны:

$$\hat{\rho}_0(1) = \text{Tr}_3 \hat{P}_0(1, 3) = \frac{1}{2} \hat{I}(1),$$

$$\hat{\rho}_0(3) = \text{Tr}_1 \hat{P}_0(1, 3) = \frac{1}{2} \hat{I}(3).$$

Вся информация, которую несут такие состояния, содержится в межчастичных корреляциях.

При положительном исходе эксперимента Алисы пара, находящаяся у Боба, оказывается в состоянии

$$\hat{\rho}^{(post)}(2, 4) = \frac{\text{Tr}_{1,3} \left[\hat{P}_0(1, 3) \left(\hat{\rho}(1, 2) \otimes \hat{\rho}(3, 4) \right) \hat{P}_0(1, 3) \right]}{\text{Tr}_{1,2,3,4} \left[\hat{P}_0(1, 3) \left(\hat{\rho}(1, 2) \otimes \hat{\rho}(3, 4) \right) \hat{P}_0(1, 3) \right]} \quad (5)$$

в соответствии с проекционным постулатом фон Неймана. Удобно ввести в рассмотрение QET-отображение $\tau_{1,3}$, действующее на множестве всех состояний частиц 1, 2, 3 и 4 вида (2), результатом которого является состояние (5):

$$\tau_{1,3} : \hat{\rho}(1, 2) \otimes \hat{\rho}(3, 4) \rightarrow \hat{\rho}^{(post)}(2, 4). \quad (6)$$

В следующем разделе будет показано, что при наличии изначальной «зацепленности» внутри пар 1, 2 и 3, 4 (так называемого ресурса QE) состояние $\hat{\rho}^{(post)}(2, 4)$ в отличие от $\hat{\rho}^{(pre)}(2, 4)$ окажется «зацепленным».

Принципиальным условием, предворяющим какое-либо использование квантовых корреляций типа QE, существующих в состоянии $\hat{\rho}^{(post)}(2, 4)$, является получение Бобом сигнала от Алисы о положительном исходе ее эксперимента. В литературе это обстоятельство часто трактуется как необходимость наличия двух типов каналов передачи информации при осуществлении QET (а также обычной квантовой телепортации) — классического канала, по которому передается сообщение Алисы об исходе ее эксперимента, и так называемых квантовых Эйнштейна—Подольского—Розена (ЭПР) каналов, образованных мировыми линиями «зацепленных» пар частиц 1, 2 и 3, 4. Следует отметить, что в нашем изложении состояния пар 1, 2 и 3, 4 выступают как два равноправных ЭПР-канала. Уместность такого взгляда диктуется спецификой рассматриваемой ниже задачи. Наша симметричная трактовка отличается от традиционной [2], где ЭПР-каналом является только одна пара, например 1, 2, и этот канал используется для телепортации «зацепленности», существующей между спиновыми состояниями частиц

3 и 4 на новую пару — 2, 4. Более точный термин, используемый в литературе для рассматриваемого процесса, — *entanglement swapping* — перенос или переброс зацепленности.

Взгляд на QET как на некоторое экзотическое явление скорее всего неверен. В настоящей работе рассматривается простой модельный процесс рождения и рекомбинации спиновых радикалов в среде, который сопровождается QET. Насколько известно автору, впервые на аспект, связанный с телепортацией, обращено внимание в [4]. Суть явления такова. Предположим, что рождаются и рекомбинировать могут только синглетные пары, и в промежутках между актами рождения и рекомбинации спиновые состояния скоррелированных пар не подвержены никаким возмущениям и остаются синглетными. В результате диффузионного движения возможно сближение частиц из разных пар¹⁾. Успешная рекомбинация тождественна положительному исходу эксперимента Алисы. Испущенный при рекомбинации фотон несет классическое сообщение об этом успехе, а оставшиеся фрагменты двух пар оказываются в синглетном состоянии. Кинетика этого процесса с учетом возможного рождения также и триплетных пар рассматривается в разд. 3, но прежде нам необходимо создать удобный язык для количественного описания QET в нашей модели.

2. ОБЩИЕ СООТНОШЕНИЯ ДЛЯ QET ПРИ РЕКОМБИНАЦИИ

Как уже отмечалось во Введении, QET при рекомбинации выглядит особенно просто, если все скоррелированные пары синглетны. В этом случае каждый акт рекомбинации уничтожает две синглетные пары и рождает одну новую — имеет место «телепортация синглетности». Задача этого раздела — определение количественных характеристик QET при рекомбинации фрагментов двух произвольным образом смешанных пар. Эти характеристики нужны в ситуации, когда по какой-либо причине в среде появляются триплетные пары. Как будет показано, это эквивалентно снижению качества ЭПР-каналов. Мы ограничимся рассмотрением пространственно-изотропной ситуацией. В этом случае наиболее общие состояния пары частиц i и j имеют

¹⁾ Этим рассматриваемая модель принципиально отличается от процесса гомеальной (клеточной) рекомбинации [5]. Рекомбинация радикалов из разных пар изучалась, например, в работе [6].

вид

$$\hat{\rho}^{(\alpha)}(i, j) = \frac{3\alpha + 1}{4} \hat{P}_0(i, j) + \frac{1 - \alpha}{4} \left(\hat{P}_{1,-1}(i, j) + \hat{P}_{1,0}(i, j) + \hat{P}_{1,+1}(i, j) \right), \quad (7)$$

где введен параметр $\alpha \in [-1/3, 1]$, а операторы $\hat{P}_{1,-1}(i, j), \hat{P}_{1,0}(i, j), \hat{P}_{1,+1}(i, j)$ по аналогии с (4) являются проекторами на состояния

$$\begin{aligned} |\Psi_{1,-1}(i, j)\rangle &= |\psi_-(i)\rangle \otimes |\psi_-(j)\rangle, \\ |\Psi_{1,0}(i, j)\rangle &= \frac{|\psi_+(i)\rangle \otimes |\psi_-(j)\rangle + |\psi_-(i)\rangle \otimes |\psi_+(j)\rangle}{\sqrt{2}}, \\ |\Psi_{1,+1}(i, j)\rangle &= |\psi_+(i)\rangle \otimes |\psi_+(j)\rangle \end{aligned}$$

соответственно. Сумма в круглых скобках в (7) — с точностью до коэффициента $1/3$ изотропное триплетное состояние. Параметр α , задающий доли синглетности и триплетности, введен таким образом, что $\alpha = 1$ соответствует чисто синглетной паре, $\alpha = 0$ — нескоррелированному максимально смешанному состоянию частиц i и j , а $\alpha = -1/3$ — чисто триплетному состоянию.

Нетрудно убедиться, что в рассматриваемой модели рекомбинация двух частиц из разных пар происходит с вероятностью $1/4$ (это сразу определяет нормирующий фактор в (5)) и, что особенно важно, диктует своеобразный мультипликативный характер отображения телепортации из (6):

$$\tau_{1,3} : \hat{\rho}^{(\alpha)}(1, 2) \otimes \hat{\rho}^{(\beta)}(3, 4) \rightarrow \hat{\rho}^{(\alpha\beta)}(2, 4). \quad (8)$$

Так как параметры α и β исходных пар по модулю не превышают единицу, мы имеем

$$0 \leq |\alpha\beta| \leq \min(|\alpha|, |\beta|).$$

Это отражает неизбежную деградацию телепортированного состояния по сравнению с состояниями ЭПР-каналов 1–2, 3–4.

Если считать, что триплетные пары, так же как и синглетные, возникают в результате некоторого процесса типа диссоциации, то из мультипликативного характера отображения τ можно заключить, что в среде присутствуют только пары, параметр которых α есть некоторая целая степень $n = 0, 1, 2, \dots$ числа $-1/3$, отвечающего триплетному состоянию:

$$\hat{\rho}^{(n)}(i, j) = \frac{1}{4} \left[1 + 3 \left(-\frac{1}{3} \right)^n \right] \hat{\rho}^{(0)}(i, j) + \frac{3}{4} \left[1 - \left(-\frac{1}{3} \right)^n \right] \hat{\rho}^{(1)}(i, j). \quad (9)$$

Здесь состояние $\hat{\rho}$ индексируется степенью n , а не самим параметром α , как в (7). При выбранной форме записи $\hat{\rho}^{(0)}(i, j)$ отвечает синглетному состоянию

пары, а $\hat{\rho}^{(1)}(i, j)$ — триплетному. Отображение телепортации приобретает в новой форме записи аддитивный характер:

$$\tau_{1,3} : \hat{\rho}^{(n)}(1, 2) \otimes \hat{\rho}^{(m)}(3, 4) \rightarrow \hat{\rho}^{(n+m)}(2, 4). \quad (10)$$

Максимально смешанное состояние следует обозначать теперь как $\hat{\rho}^{(\infty)}(i, j)$.

3. КИНЕТИЧЕСКИЕ УРАВНЕНИЯ И ИХ РЕШЕНИЯ

Перейдем к формулировке кинетической модели. Будем рассматривать безграничную среду, в которой происходят акты рождения и рекомбинации пар частиц со спином²⁾ $1/2$. Рождающиеся частицы для простоты будем полагать идентичными. Считаем, что рекомбинировать могут только синглетные пары, в то время как рождаться могут как синглетные, так и триплетные. В промежутках между актами рождения и рекомбинации частицы диффундируют с коэффициентом диффузии D , не зависящим от состояния частицы. Введем в рассмотрение набор функций $f^{(n)}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)$ — двухкоординатных пространственных плотностей пар частиц, находящихся в спиновом состоянии $\hat{\rho}^{(n)}$ из (9). Плотности подчиняются следующей системе кинетических уравнений:

$$\begin{aligned} \partial_t f^{(n)}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) &= \\ &= -\nu f(\mathbf{r}_1) f^{(n)}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) - \nu f^{(n)}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) f(\mathbf{r}_2) + \\ &+ \nu \sum_{k=0}^n \int f^{(k)}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}') f^{(n-k)}(\mathbf{r}', \mathbf{r}_2) d^3 r' + \\ &+ D(\Delta_{\mathbf{r}_1} + \Delta_{\mathbf{r}_2}) f^{(n)}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) + \gamma^{(n)}(\mathbf{r}_1) \delta(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2). \quad (11) \end{aligned}$$

Здесь первые два члена в правой части отвечают гибели пары при рекомбинации одной из ее частиц, находящихся в точках \mathbf{r}_1 и \mathbf{r}_2 ;

$$f(\mathbf{r}) = \sum_{n=0}^{\infty} \int f^{(n)}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') d^3 r'$$

— полная плотность рекомбинирующих частиц. Третий член отвечает рождению пары при гибели двух других пар. Параметры рожденной пары связаны с параметрами погибших через QET-отображение (10). Последние два слагаемых — диффузионные члены и источник локального рождения пар. Мы считаем отличными от нуля

²⁾ «Спин» следует понимать в обобщенном смысле. Это может быть как обычный спин, так и любая дихотомическая наблюдаемая, например киральность. В последнем случае состояния «спин вверх» и «спин вниз» следует соотносить с правыми и левыми энантиомерами.

только величины $\gamma^{(0)}$ и $\gamma^{(1)}$. Заметим, что как в случае синглетных, так и в случае триплетных пар в уравнении (11) мы используем сингулярные источники. В то же время известно, что из-за статистики частиц со спином $1/2$ координатная матрица плотности родившейся триплетной пары, а вместе с ней и функция $\gamma^{(1)}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)$ должны стремиться к нулю при $\mathbf{r}_1 \rightarrow \mathbf{r}_2$. Однако при нашем подходе, где все пространственные масштабы много больше молекулярного (а именно таков характерный размер только что родившейся радикальной пары), вполне оправдана замена истинного источника триплетных пар его сингулярной аппроксимацией.

Будем рассматривать пространственно-однородную и стационарную ситуацию, когда $f^{(n)}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = f^{(n)}(|\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2|)$, $f(\mathbf{r}) = f$, $\gamma^{(n)}(\mathbf{r}) = \gamma^{(n)}$. Особенно простой вид

$$2(\nu f + Dq^2)f_q^{(n)} = \nu \sum_{k=0}^n f_q^{(k)} f_q^{(n-k)} + \gamma^{(n)} \quad (12)$$

приобретают в этом случае уравнения для Фурье-образов функций $f^{(n)}(|\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2|)$:

$$f_q^{(n)} = \int f^{(n)}(|\mathbf{r}|) \exp(-i\mathbf{q} \cdot \mathbf{r}) d^3r.$$

Полная стационарная плотность частиц $f = \sum_{n=0}^{\infty} f_0^{(n)}$ определяется этой же системой уравнений:

$$f = \sqrt{\frac{\gamma^{(0)}}{\nu} + \frac{\gamma^{(1)}}{\nu}}. \quad (13)$$

Для плотности синглетных пар $f_q^{(0)}$ (и только для $f_q^{(0)}$) получается квадратное уравнение. Устойчивым решением является

$$f_q^{(0)} = f + \frac{D}{\nu} q^2 - \sqrt{\left(f + \frac{D}{\nu} q^2\right)^2 - \frac{\gamma^{(0)}}{\nu}}. \quad (14)$$

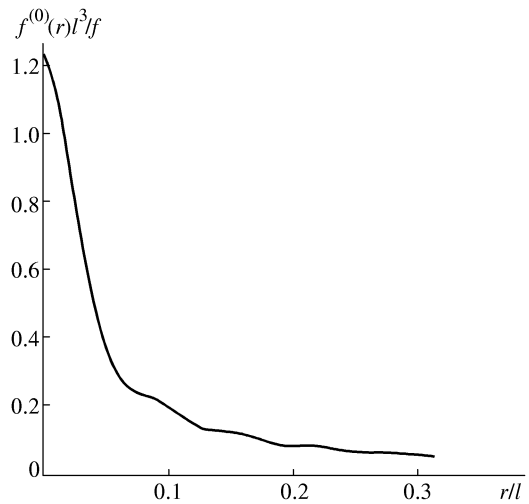
Для Фурье-образов плотностей $f_q^{(n)}$ при $n = 1, 2, \dots$ решение системы (12) имеет вид

$$f_q^{(n)} = C_n \left(\frac{\gamma^{(1)}}{2\nu}\right)^n \left[\left(f + \frac{D}{\nu} q^2\right)^2 - \frac{\gamma^{(0)}}{\nu}\right]^{1/2-n} \quad (15)$$

где константы C_n определяются из системы рекуррентных соотношений

$$C_n = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^{n-1} C_k C_{n-k},$$

$C_1 = 1, n = 2, 3, \dots$ Характерный вид распределения $f^{(0)}(r)$ представлен на рисунке.



Стационарная плотность синглетных пар (пояснения в тексте)

График построен для равных скоростей рождения триплетных и синглетных пар ($\gamma^{(0)} = \gamma^{(1)}$). Выражение для характерной длины l приведено в заключении (см. (16)). Отметим своеобразный ступенчатый характер формы функции $f^{(0)}(r)$.

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Мы описали в рамках простой модели типа «закона действующих масс» кинетику рождения, диффузии и рекомбинации пар частиц, находящихся в «зацепленных» квантовых спиновых состояниях. Нетривиальной особенностью модели является учет процесса QET при рекомбинации частиц. Стационарный однородный режим допускает, как показано, простое аналитическое описание. Отметим, что учет эволюции спиновых состояний между актами рождения и рекомбинации должен существенно изменить полученные результаты.

Как следует из уравнений (12) и рисунка, в результате диффузии и процесса QET возможно появление значительной доли «зацепленных» спиновых пар с характерным размером $0.1 l$, где

$$l = \left(\frac{D^2}{\nu(\gamma^{(0)} + \gamma^{(1)})}\right)^{1/4}. \quad (16)$$

В среде возникают нелокальные неклассические спиновые корреляции, что должно приводить к нетривиальным термодинамическим следствиям. Рассмотрим в качестве примера флуктуации суммарной проекции спина частиц, находящихся в некоторой области Ω . Для простоты будем

считать, что присутствуют только синглетные пары. Приведем без вывода результат вычисления функции распределения $p(m)$ — вероятности обнаружить суммарную проекцию спинов всех частиц в выбранном направлении, равную m :

$$p(m) = I_{|2m|}(\xi)e^{-\xi}. \quad (17)$$

Здесь $I_n(z)$ — модифицированная функция Бесселя, а параметр

$$\xi = \int_{\Omega} d^3r_1 \int_{\bar{\Omega}} d^3r_2 f^{(0)}(|\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2|) \quad (18)$$

определяется как интеграл по объему области Ω и ее внешней части $\bar{\Omega}$. По своему физическому смыслу ξ есть среднее число синглетных пар, один фрагмент которых лежит внутри Ω , а второй — снаружи. Ясно, что только такие пары дадут вклад в суммарный спин области Ω . Ясно также, что ξ зависит не только от объема, но и от формы области Ω , особенно если характерный размер Ω или ее отдельных частей порядка l .

Сложнее ситуация при наличии источника триплетных пар. Этот случай, а также общие проблемы термодинамики среды спиново-скоррелированных пар требуют отдельного рассмотрения.

Автор благодарен С. В. Анищику, Н. Н. Лукзену и П. Л. Чаповскому за плодотворное обсуждение проблемы. Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант № 98-03-33124а) и Федеральной целевой программы «Интеграция» (проект № 274).

ЛИТЕРАТУРА

1. Б. Б. Кадомцев, *Динамика и информация*, Редакция журнала УФН, Москва (1997).
2. С. Н. Bennett, G. Brassard, С. Crepeau, R. Jozsa, A. Peres, and W. K. Wootters, *Phys. Rev. Lett.* **70**, 1895 (1993).
3. D. Bouwmeester, J.-W. Pan, K. Mattle, M. Eibl, H. Weinfurter, and A. Zeilinger, *Nature* **390**, 575 (1997).
4. В. Brocklehurst, *Int. Rev. Phys. Chem.* **4**, 279 (1985).
5. А. Л. Бучаченко, Р. З. Сагдеев, К. М. Салихов, *Магнитные и спиновые эффекты в химических реакциях*, Наука, Новосибирск (1978).
6. S. V. Anischik, O. M. Usov, O. A. Anisimov, and Yu. N. Molin, *Radiat. Phys. Chem.* **51**, 31 (1998).