

## НЕЛИНЕЙНАЯ ДИНАМИКА ВИХРЕЙ ПРИ ИХ ПИННИНГЕ НА ОДНОНАПРАВЛЕННЫХ ДВОЙНИКАХ

В. А. Шкловский<sup>а, б\*</sup>, А. А. Сорока<sup>б</sup>, А. К. Сорока<sup>а</sup>

<sup>а</sup> Харьковский государственный университет  
310077, Харьков, Украина

<sup>б</sup> Национальный научный центр «Харьковский физико-технический институт»,  
Институт теоретической физики  
310108, Харьков, Украина

Поступила в редакцию 14 мая 1999 г.

Нелинейные резистивные свойства сверхпроводников в смешанном состоянии при наличии системы однонаправленных плоских дефектов (двойников) теоретически исследованы в рамках двумерной стохастической модели анизотропного пиннинга на основе уравнений Фоккера—Планка с конкретным видом потенциала пиннинга, позволяющих получить точное аналитическое решение задачи. Получены формулы для доступных экспериментальному наблюдению четного и нечетного (по отношению к изменению направления внешнего магнитного поля на противоположное) нелинейных продольного и поперечного магнитосопротивлений  $\rho_{\parallel, \perp}^{\pm}(j, t, \alpha, \epsilon)$  как функций плотности транспортного тока  $j$ , температуры  $t$ , угла  $\alpha$  между направлениями тока и двойников и относительной доли объема  $\epsilon$ , занимаемой двойниками. Ввиду достаточного большого разнообразия содержащихся в этих выражениях для  $\rho_{\parallel, \perp}^{\pm}$  типов нелинейных резистивных зависимостей, наиболее характерные из них представлены в виде графиков и прокомментированы. Искомые нелинейные зависимости  $\rho_{\parallel, \perp}^{\pm}$  являются линейными комбинациями четной и нечетной частей функции  $\nu(j, t, \alpha, \epsilon)$ , имеющей смысл вероятности преодоления потенциального барьера двойников; это позволяет дать простую физическую трактовку нелинейных режимов. Получены и исследованы новые скейлинговые соотношения для холловской проводимости, отличные от ранее известных для изотропного пиннинга. Рассмотрено взаимовлияние направленного вдоль двойников движения вихрей и эффекта Холла при произвольных по величине и знаку константах Холла и показано, что в случае малой холловской вязкости направленное вдоль двойников движение вихрей влияет на нечетные магнитосопротивления  $\rho_{\parallel}^+$  и  $\rho_{\perp}^-$ , тогда как обратным влиянием можно пренебречь. Показано, что анизотропии пиннинга достаточно для появления нелинейных по току новых магнитосопротивлений  $\rho_{\perp}^+$  и  $\rho_{\parallel}^-$ .

PACS: 74.25.Fy, 74.60.Ge

### 1. ВВЕДЕНИЕ

В последнее время появляется все больше экспериментальных и теоретических работ [1–19], исследующих влияние систем однонаправленных плоских дефектов на анизотропию резистивного поведения сверхпроводников в смешанном состоянии. Актуальность этой проблемы связана с двумя обстоятельствами. Во-первых, в целом ряде

\*E-mail: Valerij.A.Shklovskij@univer.kharkov.ua

современных высокотемпературных сверхпроводников (ВТСП) (например, на основе Y и La) в процессе роста кристаллов появляются двойники, ориентированные своей плоскостью параллельно оси  $c$ . Если такие двойники являются однонаправленными (т.е. плоскости двойникования параллельны), а транспортный ток плотностью  $j$  течет в плоскости кристаллических слоев, то, как показывает опыт [1, 4], продольное и поперечное магнитосопротивления образца во внешнем магнитном поле  $H \parallel c$  существенно зависят от угла  $\alpha$ , под которым вектор  $j$  пересекает границы двойников. Во-вторых, в слоистых анизотропных ВТСП саму систему параллельных  $ab$ -плоскостей можно считать совокупностью однонаправленных плоских дефектов, которые являются источником так называемого собственного (intrinsic [11]) пиннинга для вихрей, расположенных параллельно  $ab$ -плоскостям и подверженных действию силы Лоренца, направленной вдоль оси  $c$ .

С теоретической точки зрения указанные два случая различаются лишь конкретизацией вида потенциала пиннинга и, как показывает следующий ниже анализ, качественные выводы в обоих случаях совпадают. Однако трудности изготовления образцов с необходимой конфигурацией поперечных и продольных контактов для реализации различных углов  $\alpha$  в этих двух случаях существенно различны. Так, изготовить образцы с двойниками из тонких монокристаллов [1, 4–6] или эпитаксиальных пленок [19] YBaCuO технически гораздо проще, чем в том случае, когда необходимо пропускать транспортный ток под определенным углом к  $ab$ -плоскостям пленки или кристалла YBaCuO (нам пока известна только одна попытка такого рода [20]). Поэтому в дальнейшем основной иллюстративный материал статьи (в виде графиков эволюций токовой и температурной зависимостей продольного и поперечного магнитосопротивлений образца с изменением величины угла  $\alpha$ , см. ниже рис. 8–13) мы даем только применительно к случаю пиннинга на двойниках.

С более общей точки зрения, влияние двойниковых границ на транспортные свойства ВТСП является предметом все более пристального внимания исследователей [1–19]. Одна из основных причин такого интереса связана с тем надежно установленным фактом [11], что параметр порядка на двойниках в ВТСП слегка подавлен. Вследствие этого изолированная двойниковая граница притягивает вихри и пиннингует их [11]. Соответствующая сила пиннинга, действующая на вихри, направленные вдоль оси  $c$ , в силу геометрии задачи перпендикулярна двойникам и, следовательно, ее направление зависит от угла  $\alpha$  между вектором  $j$  и направлением двойников. Отсюда следует также, что двойники не должны практически влиять на динамику вихрей, скорость которых параллельна их плоскости (в противоположность точечным дефектам, для которых направление силы пиннинга противоположно направлению скорости движения вихря).

В последнее время появилось несколько работ, в которых влияние двойников на динамику вихрей в плоской геометрии изучалось с помощью численного моделирования [12–14]. В двух из них [12, 13] изучалось взаимодействие движущихся вихрей с изолированной двойниковой границей и был исследован ряд интересных динамических особенностей такого взаимодействия. Следует, однако, отметить, что в реальном транспортном эксперименте [1, 4–6] мы обычно изучаем самоусредненную динамику вихрей, которая является следствием взаимодействия вихрей со многими двойниковыми границами, распределенными с некоторой средней плотностью между измерительными контактами. Такое самоусреднение, по-видимому, «смажет» некоторые тонкие особенности взаимодействия вихрей с изолированной двойниковой границей, которые были обнаружены в [12, 13].

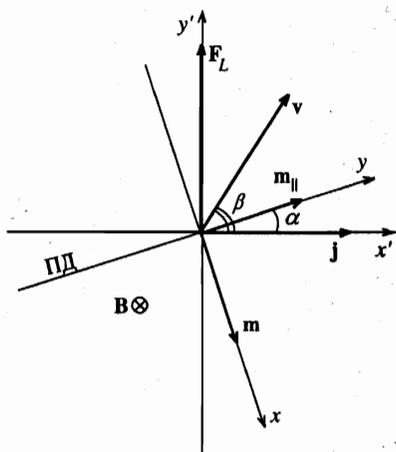


Рис. 1. Система координат  $xy$ , связанная с двойниками (вектор анизотропии  $m$  направлен вдоль оси  $x$ ) и система координат  $x'y'$ , связанная с направлением тока (вектор плотности тока  $j$  направлен вдоль оси  $x'$ );  $\alpha$  — угол между плоскостью двойников (ПД) и вектором плотности тока  $j$ ,  $\beta$  — угол между вектором скорости вихрей  $v$  и вектором плотности тока  $j$ ;  $F_L$  — сила Лоренца

Иная модель была численно исследована в недавней работе [14]. Здесь в уравнении движения вихря было учтено взаимодействие вихрей между собой, а также с точечными и плоскими дефектами в присутствии термических флуктуаций. Однако большое число независимых физических параметров в исследуемой задаче весьма затрудняет выбор таких их значений, которые приводят к нетривиальным физическим результатам. Последние сводятся в основном к утверждению о том, что динамика вихрей существенно зависит как от ориентации двойниковых границ по отношению к направлению транспортного тока, так и от его величины.

Наиболее специфическим проявлением анизотропии пиннинга на двойниках являются эффекты, связанные с направленным движением вихрей вдоль двойников (guiding, далее G-эффект) [6], когда вихри с большей вероятностью движутся параллельно двойникам, чем преодолевают двойниковые барьеры (slipping, далее S-эффект). При  $\alpha \neq 0, \pi/2$  G-эффект приводит к появлению четной (по отношению к изменению направления внешнего магнитного поля на противоположное) компоненты поперечного удельного магнитосопротивления образца,  $\rho_{\perp}^+$ , которая обычно значительно превышает по величине известную нечетную холловскую компоненту  $\rho_{\perp}^-$ .

Ранее ряд экспериментальных и некоторых теоретических аспектов анизотропного пиннинга и направленного движения вихрей в режиме течения потока (flux flow, далее FF) применительно к подвергнутым холодной прокатке образцам из сплава Nb-Ta детально обсуждались Ниссенем и Вейсенфельдом [21]. Интерес к этим вопросам существенно вырос после обнаружения двойников в монокристаллах на основе Y и La. Помимо экспериментальных работ [4–9] следует также упомянуть в этой связи недавнюю теоретическую работу Маватари [16], где динамика анизотропного пиннинга обсуждалась в рамках стохастического подхода на основе уравнения Фоккера—Планка. Хотя общая схема такого подхода включает в себя и получение нелинейных вольт-амперных характеристик (ВАХ) образца с плоскими дефектами, в работе [16] были исследованы лишь линейные режимы движения вихрей.

Следует отметить, что специфика анизотропного пиннинга, порожденного однонаправленными двойниками, не сводится только к представлению об их роли в формировании направленного движения вихрей (как это делалось в работах [6, 12–14], а включает в себя, как будет показано ниже, и более тонкий вопрос о влиянии двойников на эффект Холла. На феноменологическом уровне этот аспект анизотропного

пиннинга, насколько нам известно, впервые обсуждался в работе [9] (см. также [10]). В работе [9] исходя из общих соображений о числе и симметрии инвариантов для анизотропного проводника в случае, когда все токи лежат в плоскости  $xy$ , перпендикулярной магнитному полю, направленному по оси  $z$ , авторы постулировали феноменологическое выражение для линейного закона Ома в такой среде. Сверхпроводник с одноосной анизотропией, обусловленной, например, системой однонаправленных двойников или специально сформированной текстурой, согласно написанному в [9] закону Ома характеризуется (при любых значениях угла  $\alpha$ ) лишь четырьмя константами,  $\rho_l$ ,  $\rho_t$ ,  $\rho_{Hl}$ ,  $\rho_{Ht}$ , являющимися компонентами тензора магнитосопротивления (в системе координат с осями вдоль и поперек двойников), зависящими только от модуля магнитного поля и температуры. Физический смысл этих констант простой:  $\rho_l$  и  $\rho_{Hl}$  — обычные продольное (четное) и поперечное холловское (нечетное) магнитосопротивления образца в  $L$ -геометрии, когда ток перпендикулярен двойникам (или  $\mathbf{j} \parallel \mathbf{m}$ , где  $\mathbf{m}$  — единичный вектор в направлении, перпендикулярном двойникам, рис. 1), а  $\rho_t$  и  $\rho_{Ht}$  — аналогичные величины для  $T$ -геометрии, когда  $\mathbf{j} \parallel \mathbf{m}_{\parallel}$ , где  $\mathbf{m}_{\parallel}$  — единичный вектор, направленный вдоль двойников (рис. 1). Фактически, основной результат работ [9, 10] состоит в записи формул, позволяющих выразить продольное и поперечное (по отношению к направлению транспортного тока) магнитосопротивления образца  $\rho_{\perp, \parallel}(\alpha)$  через константы  $\rho_l$ ,  $\rho_t$ ,  $\rho_{Hl}$  и  $\rho_{Ht}$  при произвольных значениях угла  $\alpha$  между векторами  $\mathbf{j}$  и  $\mathbf{m}_{\parallel}$ . Анализ полученного таким путем закона Ома показывает, что для  $\alpha \neq 0, \pi/2$  наблюдаемый резистивный отклик содержит не только обычное продольное  $\rho_{\parallel}^+(\alpha)$  и поперечное  $\rho_{\perp}^-(\alpha)$  магнитосопротивления (являющиеся четным (индекс +) и нечетным (индекс -) по отношению к изменению направления магнитного поля на обратное), но и две новые компоненты, индуцированные анизотропией пиннинга: четную поперечную  $\rho_{\perp}^+(\alpha)$  и нечетную продольную  $\rho_{\parallel}^-(\alpha)$ . Если физическое происхождение компоненты  $\rho_{\perp}^+(\alpha)$  очевидным образом связано с возможностью направленного движения вихрей вдоль двойников, то появление нечетного продольного вклада было связано с анизотропией холловской проводимости в образце с двойниками, вследствие чего в  $L$ - и  $T$ -геометриях  $\rho_{Hl} \neq \rho_{Ht}$ . Недавно [5] магнитосопротивление  $\rho_{\parallel}^-(H)$  было впервые обнаружено экспериментально в монокристалле  $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{7-\delta}$  с двойниками, ориентированными под углом  $\alpha = 45^\circ$  по отношению к направлению транспортного тока, т. е. в случае, когда величина  $\rho_{\parallel}^-(\alpha)$  ожидалась максимальной [9].

Позже в работах одного из авторов [17, 18] в рамках феноменологического подхода был предложен вывод закона Ома (постулированного ранее в [9, 10]) в терминах как линейных (электронных), так и нелинейных, зависящих от скорости вихрей «пиннинговых» вязкостей. Принимая во внимание относительный вклад как изотропного (на точечных дефектах [22]), так и анизотропного (на двойниках) пиннингов, в этом подходе оказалось возможным выяснить генезис ранее введенных в [9, 10] упомянутых выше четырех феноменологических констант  $\rho_l$ ,  $\rho_t$ ,  $\rho_{Hl}$ ,  $\rho_{Ht}$ . Было показано [18], что в пренебрежении изотропным пиннингом феноменологически введенные электронные и пиннинговые вязкости могут быть «реконструированы» из данных измерений ВАХ в  $L$ - и  $T$ -геометриях, после чего можно уже предсказать поведение величин  $\rho_{\parallel, \perp}^{\pm}(\alpha, j)$  при любых  $\alpha$ ,  $0 < \alpha < \pi/2$  [18]. В этом подходе оказалось также возможным интерпретировать некоторые общие аспекты анизотропной динамики вихрей в терминах физически простых и доступных экспериментально измерению величин. В частности, были обсуждены существование скейлинга холловских проводимостей, некоторые особенности

нелинейных режимов направленного движения вихрей и ряд других результатов общего характера.

К сожалению, феноменологический подход не дает возможности прямого теоретического вычисления анизотропной нелинейной пиннинговой вязкости, т.е. ее токовой, температурной и угловой зависимостей исходя из более детальных предположений о динамике вихря и виде потенциала пиннинга. Поэтому с целью проведения таких расчетов в существенно нелинейных режимах динамики вихрей мы использовали стохастическую модель пиннинга (см., например [23, 24]), двумерный анизотропный вариант которой был предложен Маватари [16]. Мы дополнили эту модель анизотропией холловских проводимостей и конкретизировали (применительно к наличию однонаправленных двойников) такой вид потенциала пиннинга, который допускает аналитический расчет всех интересующих нас эффектов. В результате оказалось возможным получить и физически интерпретировать достаточно простые формулы для доступных экспериментальному наблюдению нелинейных продольного и поперечного магнитосопротивлений  $\rho_{\parallel, \perp}^{\pm}(j, t, \alpha, \varepsilon)$  как функций плотности транспортного тока  $j$ , температуры  $t$ , угла  $\alpha$  и относительной доли объема  $\varepsilon$ , занимаемой двойниками. В предельном случае  $\varepsilon = 1$  эти результаты дают описание эффектов собственного пиннинга анизотропного слоистого ВТСП. Ввиду достаточно большого разнообразия содержащихся в этих выражениях для  $\rho_{\parallel, \perp}^{\pm}$  типов резистивных зависимостей наиболее характерные из них протабулированы в виде графиков и сопровождаются комментариями, поясняющими физический смысл особенностей этих графиков.

Расположение материала статьи по разделам следующее. Во втором разделе представлены те общие результаты в стохастической модели анизотропного пиннинга, которые для своего изложения не требуют конкретизации вида потенциала пиннинга. Пункт 2.1 этого раздела является вводным — в нем описывается метод Фоккера—Планка в двумерной модели анизотропного пиннинга. В п. 2.2 обсуждается вывод выражений для тензоров нелинейной проводимости и сопротивления. В п. 2.3 приведены общие результаты по реконструкции тензора проводимости по измерениям ВАХ и по скейлингу анизотропной холловской проводимости в  $L$ - и  $T$ -геометриях. Третий раздел статьи является основным. Здесь в общие формулы предыдущего раздела подставляется конкретный потенциал пиннинга, позволяющий в одном из предельных случаев аналитически описать пиннинг на изолированном двойнике, а в другом — собственный пиннинг  $ab$ -плоскостей ВТСП. В п. 3.1 обсуждается используемая модель пиннинга и анализируется поведение функции  $\nu(f, t, \varepsilon)$  — основной нелинейной компоненты рассматриваемой модели, имеющей смысл вероятности преодоления потенциального барьера пиннинга в зависимости от внешней силы  $f$  и температуры  $t$ . Здесь же получены формулы для  $\rho_{\parallel, \perp}^{\pm}(j, t, \alpha, \varepsilon)$ . Пункт 3.2 посвящен анализу нелинейного  $G$ -эффекта, а в п. 3.3 обсуждается взаимовлияние эффекта Холла и направленного движения вихрей в нелинейных режимах. В п. 3.4 рассмотрены скейлинговые соотношения при пиннинге на двойниках и обсуждается их устойчивость по отношению к малым отклонениям угла  $\alpha$  от принятых в  $L$ - и  $T$ -геометриях. Наконец, в Заключение проведено обсуждение полученных результатов и формулируются выводы.

## 2. ОБЩИЕ РЕЗУЛЬТАТЫ В СТОХАСТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ АНИЗОТРОПНОГО ПИННИНГА

### 2.1. Метод Фоккера—Планка в модели анизотропного пиннинга

Рассмотрим микроскопическую модель Маватары [16], обобщенную на случай учета анизотропии константы Холла. Уравнение Ланжевена для движущегося со скоростью  $\mathbf{v}$  вихря в магнитном поле  $\mathbf{B} = n\mathbf{B}$  ( $B \equiv |\mathbf{B}|$ ,  $\mathbf{n} = n\mathbf{z}$ ,  $\mathbf{z}$  — орт вдоль оси  $z$ , а  $n = \pm 1$ ) имеет вид

$$\hat{\eta}\mathbf{v} + n\hat{\alpha}[\mathbf{vz}] = \mathbf{F}_L + \mathbf{F}_p + \mathbf{F}_{th}, \quad (1)$$

где  $\mathbf{F}_L = n(\Phi_0/c)[\mathbf{jz}]$  — сила Лоренца ( $\Phi_0$  — квант магнитного потока,  $c$  — скорость света,  $\mathbf{j}$  — плотность тока),  $\mathbf{F}_p = -\nabla U_p$  — сила пиннинга ( $U_p$  — потенциал пиннинга),  $\mathbf{F}_{th}$  — сила термических флуктуаций,  $\hat{\eta}$  — тензор электронных вязкостей,  $\hat{\alpha}$  — «холловский» тензор, описывающий эффекты, связанные с анизотропией константы Холла. Если  $x$  и  $y$  — координаты соответственно вдоль и поперек оси анизотропии (см. рис. 1), то в ху-представлении тензоры  $\hat{\eta}$  и  $\hat{\alpha}$  диагональны, и удобно определить  $\eta_0$  и  $\gamma$  по формулам

$$\eta_0 = \sqrt{\eta_{xx}\eta_{yy}}, \quad \gamma = \sqrt{\eta_{xx}/\eta_{yy}}, \quad \eta_{xx} = \gamma\eta_0, \quad \eta_{yy} = \eta_0/\gamma. \quad (2)$$

Здесь  $\gamma$  — параметр анизотропии,  $\eta_0$  — усредненный коэффициент вязкого трения. При  $\alpha_{xx} = \alpha_{yy} = \alpha$  мы возвращаемся к результатам работы [16]. Флуктуационная сила  $\mathbf{F}_{th}(t)$  представляется гауссовым белым шумом, стохастические свойства которого задаются соотношениями

$$\langle F_{th,i}(t) \rangle = 0, \quad \langle F_{th,i}(t) F_{th,j}(t') \rangle = 2T\eta_{ij}\delta(t-t'), \quad (3)$$

где  $T$  — температура в энергетических единицах. Используя соотношения (3), уравнение (1) можно свести к системе уравнений Фоккера—Планка:

$$\frac{\partial P}{\partial t} = -\nabla \mathbf{S}, \quad (4)$$

$$\hat{\eta}\mathbf{S} + n\hat{\alpha}[\mathbf{Sz}] = (\mathbf{F}_L + \mathbf{F}_p)P - T\nabla P, \quad (5)$$

где  $P(\mathbf{r}, t)$  — плотность вероятности местонахождения вихря в момент времени  $t$  в точке  $\mathbf{r} = (x, y)$ , а  $\mathbf{S}(\mathbf{r}, t) \equiv P(\mathbf{r}, t)\mathbf{v}(\mathbf{r}, t)$  — плотность потока вероятности вихря. Так как анизотропный потенциал пиннинга предполагается зависящим лишь от координаты  $x$  и считается периодическим ( $U_p \equiv U_p(x) = U_p(x+a)$ , где  $a$  — период), то сила пиннинга всегда направлена вдоль оси анизотропии  $x$  (с единичным вектором анизотропии  $\mathbf{m}$ , см. рис. 1), так что ее компонента вдоль оси  $y$  отсутствует ( $F_{py} = -dU_p/dy = 0$ ). Тогда уравнение (5) в стационарном случае для функций  $P = P(x)$  и  $\mathbf{S} = (S_x(x), S_y(x))$  сводится к уравнениям

$$\gamma\eta_0 S_x + n\alpha_{xx} S_y = \left( F_{Lx} - \frac{dU_p}{dx} \right) P - T \frac{dP}{dx}, \quad (6)$$

$$-n\alpha_{yy} S_x + \frac{\eta_0}{\gamma} S_y = F_{Ly} P. \quad (7)$$

Используя условие стационарности для уравнения (4) и исключая  $S_y$  из уравнений (6), (7), получаем

$$T \frac{dP}{dx} + \left( -F + \frac{dU_p}{dx} \right) P = -\gamma \eta_0 (1 + \epsilon_x \epsilon_y) S_x, \quad (8)$$

где  $\epsilon_x \equiv \alpha_{xx}/\eta_0$ ,  $\epsilon_y \equiv \alpha_{yy}/\eta_0$ ,  $F \equiv F_{Lx} - n\gamma\epsilon_x F_{Ly}$ . С математической точки зрения уравнение (8) является уравнением Фоккера—Планка одномерной динамики вихря [23, 24]. Таким образом, задача о двумерном движении вихрей сведена к одномерной задаче, где в качестве внешней силы выступает комбинация из  $x$ - и  $y$ -компонент силы Лоренца двумерной задачи:

$$F = n \frac{\Phi_0}{c} (j_y + n\gamma\epsilon_x j_x) = n \frac{\Phi_0}{c} (\cos \alpha + n\gamma\epsilon_x \sin \alpha) j, \quad (9)$$

а  $\alpha$  — угол между направлением тока и вектором  $\mathbf{m}_{||}$ , направленным перпендикулярно оси анизотропии (см. рис. 1). Решением уравнения (8) при периодических граничных условиях  $P(0) = P(a)$  и потенциале пиннинга общего вида является

$$P(x) = \frac{\gamma \eta_0 (1 + \epsilon_x \epsilon_y) S_x}{T} \frac{f(a) f(x)}{f(a) - f(0)} \int_x^{x+a} \frac{d\xi}{f(\xi)}, \quad (10)$$

где  $f(x) = \exp[(Fx - U_p(x))/T]$ . Отсюда получаем выражение для  $x$ -компоненты средней скорости вихря:

$$\langle v_x \rangle = \frac{F \nu(F)}{\gamma \eta_0 (1 + \epsilon_x \epsilon_y)}, \quad (11)$$

где

$$\frac{1}{\nu(F)} \equiv \frac{F}{Ta(1 - \exp(-Fa/T))} \int_0^a dx \int_0^a dx' \exp\left(-\frac{Fx}{T}\right) \exp\left[\frac{U_p(x+x') - U_p(x')}{T}\right]. \quad (12)$$

Безразмерная функция  $\nu(F)$  в случае  $F \rightarrow 0$  совпадает с аналогичной величиной, введенной в работе [16]. Она имеет физический смысл вероятности преодоления вихрем потенциального барьера, характерную величину которого обозначим  $U_0$ . Это можно увидеть при рассмотрении предельных случаев высоких ( $T \gg U_0$ ) и низких ( $T \ll U_0$ ) температур. В случае высоких температур имеем  $\nu \approx 1$ , а выражение (11) соответствует режиму течения потока (FF-режим). Действительно, в этом случае влиянием пиннинга можно пренебречь. В случае низких температур  $\nu$  является функцией тока. При сильных токах ( $Fa \gg U_0$ ) потенциальный барьер исчезает,  $\nu \approx 1$  и также реализуется FF-режим. При слабых токах ( $Fa \ll U_0$ ) имеем  $\nu \sim \exp(-U_0/T)$ , что соответствует режиму термически активируемого течения потока [11] (thermally activated flux flow, TAFF-режим). Переход от TAFF- к FF-режиму связан с уменьшением потенциального барьера при возрастании тока.

**2.2. Тензоры нелинейной проводимости и электросопротивления**

Электрическое поле, индуцируемое движущейся вихревой системой, есть

$$\mathbf{E} = \frac{1}{c} [\mathbf{B}(\mathbf{v})] = n \frac{B}{c} (-(v_y)\mathbf{m} + (v_x)\mathbf{m}_{\parallel}). \tag{13}$$

Так как средняя скорость вихря

$$\langle \mathbf{v} \rangle = \frac{\iint \mathbf{S} d^2\mathbf{r}}{\iint P d^2\mathbf{r}} = \frac{\int_0^a \mathbf{S}(x) dx}{\int_0^a P(x) dx},$$

то с учетом связи (13) интегрирование уравнения (7) приводит к простому линейному соотношению между компонентами электрического поля  $E_x$ ,  $E_y$  и плотностью транспортного тока  $j_x$ :

$$(1/\gamma) E_x + n\epsilon_y E_y = \rho_f j_x, \tag{14}$$

где  $\rho_f \equiv \Phi_0 B / \eta_0 c^2$  — усредненное (см. (2)) сопротивление течению потока. Из (14) следует, что компоненты тензора проводимости  $\sigma_{xx} = (\gamma\rho_f)^{-1}$  и  $\sigma_{xy} = n\epsilon_y/\rho_f$  подчиняются линейному скейлингу:

$$\sigma_{xy}/\sigma_{xx} = \rho_{yx}/\rho_{yy} = n\gamma\epsilon_y.$$

Ниже мы увидим, что такого простого скейлинга не существует для компонент  $\sigma_{yy}$  и  $\sigma_{yx}$  тензора проводимости.

Из формул (11), (13), (14) получаем ВАХ в системе координат  $xy$ :

$$E_x = \gamma j_x - \frac{\epsilon_y \nu(f) f}{1 + \epsilon_x \epsilon_y}, \tag{15}$$

$$E_y = \frac{n \nu(f) f}{\gamma(1 + \epsilon_x \epsilon_y)}. \tag{16}$$

Здесь безразмерные компоненты электрического поля измеряются в единицах  $E_0 = BU_0/c\alpha\eta_0$ , тока — в единицах  $j_0 = cU_0/\Phi_0 a$ , а  $f = Fa/U_0 = nj(\cos\alpha + n\gamma\epsilon_x \sin\alpha) = nj_y + \gamma\epsilon_x j_x$ . Из выражений (15), (16) находим тензор проводимости (компоненты которого измеряются в единицах  $1/\rho_f$ ) для нелинейного закона Ома  $\mathbf{j} = \hat{\sigma}(\mathbf{E})\mathbf{E}$ :

$$\hat{\sigma} = \begin{pmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} \\ \sigma_{yx} & \sigma_{yy} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1/\gamma & n\epsilon_y \\ -n\epsilon_x & \sigma_{yy}(E_y) \end{pmatrix}, \tag{17}$$

где единственная зависящая от электрического поля (или тока) компонента  $\sigma_{yy}$  дается выражением

$$\sigma_{yy}(E_y) = \frac{n}{E_y} \tilde{\nu}^{-1} (n\gamma(1 + \epsilon_x \epsilon_y)E_y) - \gamma\epsilon_x \epsilon_y, \tag{18}$$

$\tilde{\nu}^{-1}$  — функция, обратная  $\tilde{\nu}(f) \equiv \nu(f)f$ . Из физических соображений функция  $\nu(f)$  является монотонно растущей по  $f$ , следовательно,  $\tilde{\nu}(f)$  также является монотонной и

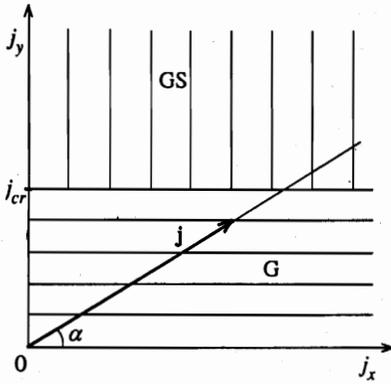


Рис. 2. Диаграмма динамических состояний вихревой системы в пренебрежении эффектом Холла на плоскости  $(j_x j_y)$ ; G — область движения вихрей вдоль плоскости пиннинга (G-эффект), GS — область движения вихрей вдоль и поперек плоскости пиннинга (G- и S-эффекты);  $j_{cr}$  — ток кроссовера, соответствующий переходу из области G в область GS при увеличении  $y$ -компоненты плотности тока

обратная функция  $\tilde{\nu}^{-1}(f)$  однозначна. Из определения (12) можно показать, что для периодического потенциала, обладающего свойством четности,  $U_p(-x) = U_p(x)$ , функция  $\nu(f)$  четна по  $f$ , т.е.  $\nu(-f) = \nu(f)$ . Соответственно,  $\tilde{\nu}(f)$  нечетна по  $f$ . Тензор сопротивлений  $\hat{\rho}$  (компоненты которого измеряются в единицах  $\rho_f$ ), обратный  $\hat{\sigma}$ , имеет вид

$$\hat{\rho} = \begin{pmatrix} \rho_{xx} & \rho_{xy} \\ \rho_{yx} & \rho_{yy} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \gamma [1 - \epsilon_x \epsilon_y \nu(f)/(1 + \epsilon_x \epsilon_y)] & -n \epsilon_y \nu(f)/(1 + \epsilon_x \epsilon_y) \\ n \epsilon_x \nu(f)/(1 + \epsilon_x \epsilon_y) & \nu(f)/[\gamma(1 + \epsilon_x \epsilon_y)] \end{pmatrix}. \quad (19)$$

Из (19) видно, что все компоненты тензора  $\hat{\rho}$  (в отличие от компонент тензора  $\hat{\sigma}$ ) являются функциями плотности тока  $\mathbf{j}$  и угла  $\alpha$  между направлением тока и вектором  $\mathbf{m}_{\parallel}$ .

Введем  $L$ - и  $T$ -геометрии, в которых соответственно  $\mathbf{j} \parallel \mathbf{m}$  и  $\mathbf{j} \perp \mathbf{m}$ . Если пренебречь холловскими слагаемыми в (19), то в  $L$ -геометрии движение вихрей происходит вдоль плоскостей пиннинга (G-эффект), а в  $T$ -геометрии — поперек плоскостей пиннинга (S-эффект). В  $L$ -геометрии критический ток равен нулю, так как при направленном движении вихрей вдоль плоскостей пиннинга реализуется режим течения потока (FF-режим). В  $T$ -геометрии, т.е. при движении вихрей поперек плоскостей пиннинга, при  $T \ll U_0$  реализуется ярко выраженный нелинейный режим, началу которого соответствует точка кроссовера  $j = j_{cr}$ , а при  $T = 0$  имеем  $j_{cr} = j_c$ , где  $j_c$  — критический ток.

Рассмотрим диаграмму динамических состояний вихревой системы на плоскости  $j_x j_y$  (рис. 2). При произвольном угле  $\alpha$  конец вектора  $\mathbf{j}$  может принадлежать двум различным по своему физическому смыслу областям. До тех пор пока  $j_y < j_{cr}$ , происходит направленное движение вихрей (область G). При  $j_y > j_{cr}$  наряду с направленным движением вдоль плоскостей пиннинга появляется движение поперек плоскостей пиннинга (область GS).

### 2.3. Реконструкция тензора электропроводности по данным наблюдаемых ВАХ и скейлинг холловской проводимости

Измеряемые в эксперименте величины относятся к системе координат, связанной с током (см. рис. 1). Продольная и поперечная по отношению к направлению тока компоненты электрического поля,  $E_{\parallel}$  и  $E_{\perp}$ , связаны простым образом с  $E_x$  и  $E_y$ :

$$E_{\parallel} = E_x \sin \alpha + E_y \cos \alpha, \quad (20)$$

$$E_{\perp} = -E_x \cos \alpha + E_y \sin \alpha. \quad (21)$$

Поле  $E_{\parallel}(j, \alpha)$  как функция  $j$  при  $\alpha = \text{const}$  является монотонно возрастающим и сводится к  $E_x(j)$  при  $\alpha = \pi/2$  ( $L$ -геометрия) и к  $E_y(j)$  при  $\alpha = 0$  ( $T$ -геометрия). Поле  $E_{\perp}(j, \alpha)$  как функция  $j$  при  $\alpha = \text{const}$  проявляет ярко выраженную нелинейность и имеет экстремум, связанный с  $G$ -эффектом (см. ниже).

Покажем, что между компонентами тензора  $\hat{\sigma}$  и ВАХ в  $L$ - и  $T$ -геометриях в данной модели существует определенная универсальная взаимосвязь. Общий вид формул для реконструкции тензора  $\hat{\sigma}$  по данным измерений ВАХ в  $L$ - и  $T$ -геометриях для анизотропной модели пиннинга был сформулирован в рамках феноменологического подхода в работе [18]:

$$\sigma_{Ht} = -j \left[ nE_{\perp}^L(j) + f_T(E_{\parallel}^L(j)) \right]^{-1}, \quad (22)$$

$$\sigma_{Hl} = -j \left[ nE_{\perp}^T(j) + f_L(E_{\parallel}^T(j)) \right]^{-1}, \quad (23)$$

$$\sigma_l(x) = \frac{j_{\parallel}^L(x)}{x} \left[ 1 + \frac{f_L^{-1}(x)}{f_T(x)} \right]^{-1}, \quad (24)$$

$$\sigma_t(x) = \frac{j_{\parallel}^T(x)}{x} \left[ 1 + \frac{f_T^{-1}(x)}{f_L(x)} \right]^{-1}, \quad (25)$$

где

$$\sigma_{Ht} = -\alpha_{yy} \frac{c^2}{B\Phi_0} = -\frac{\epsilon_y}{\rho_f}, \quad \sigma_{Hl} = -\alpha_{xx} \frac{c^2}{B\Phi_0} = -\frac{\epsilon_x}{\rho_f},$$

$$\sigma_l(x) = \frac{\sigma_{xx}(E_x)}{\rho_f}, \quad \sigma_t(x) = \frac{\sigma_{yy}(E_y)}{\rho_f},$$

$E_{\parallel, \perp}^{L, T}(j)$  — продольные и поперечные по току ВАХ в  $L$ - и  $T$ -геометриях, а функции  $f_L$  и  $f_T$  устанавливают связь между  $E_{\parallel}$  и  $E_{\perp}$  соответственно в  $L$ - и  $T$ -геометриях:  $E_{\parallel}^{L, T} = f_{L, T}(nE_{\perp}^{L, T})$ . Имея ВАХ (15), (16), можно найти в рамках микроскопической модели аналитический вид всех функций, входящих в формулы (22)–(25):

$$E_{\perp}^L(j) = \frac{n\tilde{\nu}(\gamma\epsilon_x j)}{\gamma(1 + \epsilon_x \epsilon_y)}, \quad E_{\parallel}^L(j) = \gamma j - \frac{\epsilon_y \tilde{\nu}(\gamma\epsilon_x j)}{1 + \epsilon_x \epsilon_y},$$

$$E_{\perp}^T(j) = \frac{n\epsilon_y \tilde{\nu}(j)}{1 + \epsilon_x \epsilon_y}, \quad E_{\parallel}^T(j) = \frac{\tilde{\nu}(j)}{\gamma(1 + \epsilon_x \epsilon_y)},$$

$$f_T(x) = \frac{1}{\gamma\epsilon_y} x, \quad f_L(x) = -\gamma\epsilon_y x + \frac{1}{\epsilon_x} \tilde{\nu}^{-1}[\gamma(1 + \epsilon_x \epsilon_y)x].$$

Проверка показывает, что формулы (22)–(25) реконструкции тензора  $\hat{\sigma}$  являются в данной модели тождествами. Это связано с тем, что диагональная компонента  $\sigma_{yy}$

тензора проводимости (см. (18)) зависит только от соответствующей компоненты электрического поля  $E_y$  (компонента  $\sigma_{xx}$  является константой в данной модели ввиду отсутствия пиннинга в направлении вектора  $\mathbf{m}_{||}$ ). Зависимость диагональных компонент тензора проводимости только от соответствующих компонент поля является существенным постулатом в феноменологической модели, на котором основывается вывод формул (22)–(25). Общий вид этих формул присущ именно феноменологическому подходу. Они позволяют по результатам измерений ВАХ в  $L$ - и  $T$ -геометриях восстановить вид тензора электропроводности, а значит, и предсказать ВАХ для произвольного угла  $\alpha$ , а также экспериментально определить константы Холла  $\alpha_{xx}, \alpha_{yy}$ , электронные вязкости  $\eta_{xx}$  и  $\eta_{yy}$ , формирующие соответственно тензоры  $\hat{\alpha}$  и  $\hat{\eta}$ , и вид функции  $\nu$  (см. (17)). Заметим, что функция  $f_T(x)$  фактически выражает линейный скейлинг в  $L$ -геометрии (для компонент  $\sigma_{xy}$  и  $\sigma_{xx}$ ), тогда как в  $T$ -геометрии (для компонент  $\sigma_{yx}$  и  $\sigma_{yy}$ ) такой линейный скейлинг отсутствует.

### 3. АНИЗОТРОПНЫЙ ПИННИНГ НА ОДНОНАПРАВЛЕННЫХ ДВОЙНИКАХ. АНАЛИЗ НЕЛИНЕЙНЫХ РЕЖИМОВ

#### 3.1. Обсуждение модели и анализ нелинейного поведения вероятности $\nu(j, t, \alpha, \epsilon)$ преодоления двойникового барьера

Нелинейные свойства тензора сопротивлений  $\hat{\rho}$ , как видно из формулы (19), полностью определяются поведением функции  $\nu(F, T)$ , имеющей физический смысл вероятности преодоления вихрем потенциальных барьеров, создаваемых центрами пиннинга. В свою очередь, функция  $\nu(F, T)$ , согласно формуле (12), зависит от вида потенциала пиннинга. В данном разделе мы конкретизируем этот потенциал применительно к ВТСП типа YBaCuO, когда экспериментальной реализацией анизотропных центров пиннинга являются двойники. Как известно, двойник является областью пониженного параметра порядка [11], поэтому вихрям энергетически выгодно локализоваться в области двойников. В данной работе анализ резистивных свойств проводится на основе потенциала пиннинга следующего вида (рис. 3):

$$U_p = \begin{cases} -F_p x, & 0 \leq x \leq b, \\ F_p(x - 2b), & b \leq x \leq 2b, \\ 0, & 2b \leq x \leq a, \end{cases} \quad (26)$$

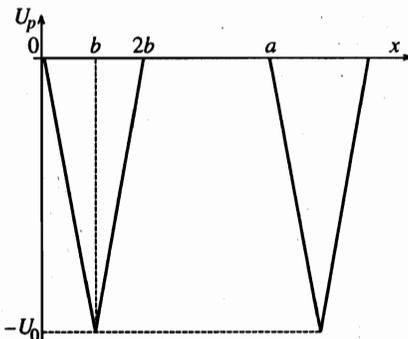


Рис. 3. Потенциал пиннинга двойников  $U_p(x)$ :  $a$  — период потенциала (расстояние между двойниками),  $2b$  — ширина потенциальной ямы двойников,  $U_0$  — глубина потенциальной ямы двойников. Концентрация двойников задается параметром  $\epsilon = 2b/a$ . Во всех следующих зависимостях значение  $\epsilon = 0.001$

где  $F_p = U_0/b$  — сила пиннинга. Областям двойников в потенциале (26) соответствуют ямы шириной  $2b$ , а областям между двойниками — нулевой потенциал пиннинга. В качестве параметра, характеризующего концентрацию двойников, используем  $\varepsilon = 2b/a$  (точнее, это доля объема, занимаемая двойниками).

Подстановка потенциала (26) в формулу (12) для функции  $\nu$  вероятности преодоления вихрем потенциального барьера двойника дает следующее выражение:

$$\nu(f, t, \varepsilon) = \frac{2f(f^2 - 1)^2}{2f(f^2 - 1)(f^2 - 1 + \varepsilon) - \varepsilon t G}, \quad (27)$$

где

$$G = \left[ (3f^2 + 1) \operatorname{ch} \left( \frac{f}{t\varepsilon} \right) + (f^2 - 1) \operatorname{ch} \left( \frac{f(1 - 2\varepsilon)}{t\varepsilon} \right) - 2f(f - 1) \operatorname{ch} \left( \frac{f(1 - \varepsilon)}{t\varepsilon} - \frac{1}{t} \right) - 2f(f + 1) \operatorname{ch} \left( \frac{f(1 - \varepsilon)}{t\varepsilon} + \frac{1}{t} \right) \right] / \operatorname{sh} \left( \frac{f}{t\varepsilon} \right).$$

В формуле (27) эффективную внешнюю силу  $F$ , действующую на вихри перпендикулярно двойникам и вызывающую их движение в этом направлении (S-эффект), характеризует параметр  $f$ , задающий ее отношение к силе пиннинга  $F_p = U_0/b$  со стороны двойников, а температуру — параметр  $t$ , задающий энергию термических флуктуаций вихрей по отношению к глубине потенциальных ям  $U_0$ , создаваемых двойниками. Влияние действующей на вихри внешней силы  $F$  состоит в том, что она уменьшает величину потенциального барьера для вихрей, локализованных на двойниках, и, следовательно, увеличивает вероятность выхода из них. Повышение температуры также приводит к увеличению вероятности выхода вихрей с двойников за счет увеличения энергии тепловых флуктуаций вихрей. Таким образом, потенциал пиннинга двойников, ведущий при  $F, T \rightarrow 0$  к локализации вихрей, может быть подавлен как внешней силой, так и температурой.

Пределу нулевой температуры  $t = 0$  соответствует функция  $\nu_0(f)$  следующего вида (рис. 4):

$$\nu_0(f) = \begin{cases} 0, & 0 \leq f \leq 1, \\ (f^2 - 1)/(f^2 - 1 + \varepsilon), & f > 1. \end{cases} \quad (28)$$

В пределе нулевой температуры, при  $F < F_p$ , вихри заперты в потенциальных ямах двойников и их движение невозможно, а при  $F > F_p$  потенциальный барьер исчезает и они начинают двигаться. Значение тока, при котором  $F = F_p$ , соответствует критическому току при нулевой температуре. Рассмотрим последовательно зависимость функции вероятности  $\nu(f, t, \varepsilon)$  от каждой из величин  $f, t, \varepsilon$  при фиксации остальных (обозначаемых индексом «0»).

Зависимость  $\nu(f) = \nu(f, t_0, \varepsilon_0)$ , характеризующая  $\nu$  как функцию действующей на вихрь внешней силы при постоянных температуре и концентрации двойников, является монотонно возрастающей от значения  $\nu(0, t_0, \varepsilon_0)$  до единичного предельного значения при  $f \rightarrow \infty$ . Ввиду четности функции  $\nu(f)$  по  $f$ , она имеет горизонтальную касательную в точке  $f = 0$ . В окрестности бесконечности (при  $f \gg 1$ ) функция  $\nu(f)$  имеет разложение  $\nu(f) \approx 1 - \varepsilon_0 f^{-2}$ . Качественный вид зависимости  $\nu(f)$  определяется значением безразмерного параметра  $t_0$ , характеризующего температуру. Из разложения  $\nu(0, t_0, \varepsilon_0)$  в степенной ряд по  $t_0$  в окрестности нуля и бесконечности,

$$\nu(0, t_0, \varepsilon_0) \approx \frac{\exp(-1/t_0)}{\varepsilon_0(1 - \varepsilon_0)t_0} \left( 1 - \frac{\varepsilon_0 t_0}{1 - \varepsilon_0} \right), \quad t_0 \ll 1, \frac{1 - \varepsilon_0}{\varepsilon_0}, \quad (29)$$

$$\nu(0, t_0, \varepsilon_0) \approx 1 - \varepsilon_0 \left( \frac{1}{3} - \frac{\varepsilon_0}{4} \right) t_0^{-2}, \quad t_0 \geq 1, \quad (30)$$

легко понять влияние температуры на качественный вид  $\nu(f)$ . А именно, при низких температурах ( $T \ll U_0$ ) происходит нелинейный переход от TAFF-режима движения вихрей перпендикулярно двойникам к FF-режиму по мере возрастания внешней силы, а функция  $\nu(f)$  имеет характерный нелинейный вид (см. рис. 4). При высоких температурах ( $T \geq U_0$ ) FF-режим реализуется во всей области изменения внешней силы.

Зависимость  $\nu(t) = \nu(f_0, t, \varepsilon_0)$ , характеризующая  $\nu$  как функцию температуры при постоянных внешней силе и концентрации двойников, также является монотонно возрастающей, а ее качественный вид определяется значением параметра  $f_0$ , от которого зависит значение  $\nu(f_0, 0, \varepsilon) = \nu_0(f_0)$  (см. формулу (28)). При  $t \geq 1$  разложение  $\nu(t)$  в степенной ряд по  $t$  имеет такой же вид, как разложение  $\nu(0, t_0, \varepsilon_0)$  по  $t_0$  в формуле (30). Таким образом, температурная зависимость  $\nu(t)$  (рис. 5) отображает нелинейный переход от TAFF-режима движения вихрей перпендикулярно двойникам к FF-режиму при повышении температуры (при  $f_0 \leq 1$ ) или более плавный переход к FF-режиму от динамического состояния, соответствующего значению  $\nu_0(f_0)$  (при  $f_0 > 1$ ). Из сказанного следует также, что ширина перехода от TAFF- к FF-режиму в зависимости от  $t$  или  $f$  уменьшается по мере уменьшения  $\varepsilon$  (см. также формулу (28)).

Зависимость  $\nu(\varepsilon) = \nu(f_0, t_0, \varepsilon)$  характеризует вероятность выхода вихря из потенциальных ям как функцию их концентрации при фиксированных внешней силе и темпе-

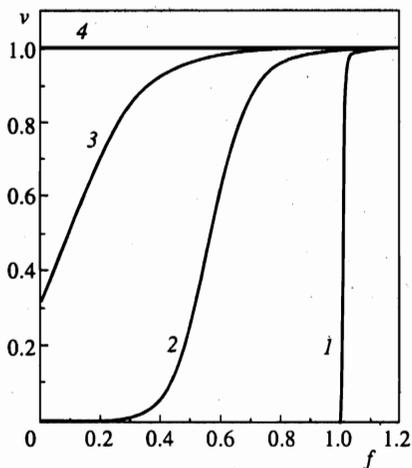


Рис. 4

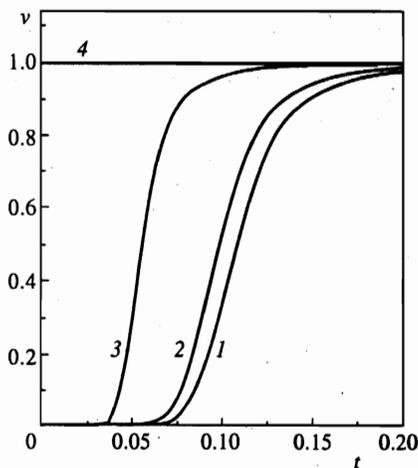


Рис. 5

Рис. 4. Зависимость  $\nu(f)$  для ряда значений параметра  $t_0$ : 1 — 0; 2 — 0.05; 3 — 0.1; 4 — 0.5

Рис. 5. Зависимость  $\nu(t)$  для ряда значений параметра  $f_0$ : 1 — 0.01; 2 — 0.1; 3 — 0.5; 4 — 1.5

ратуре и является монотонно убывающей от значения  $\nu(f_0, t_0, 0) \equiv 1$ , соответствующего отсутствию двойников. Плотность вероятности местонахождения вихря на двойнике возрастает с уменьшением температуры и внешней силы, поэтому чем меньше параметры  $f_0$  и  $t_0$ , тем быстрее происходит убывание  $\nu(\epsilon)$ . При  $\epsilon = 1$  мы возвращаемся к результатам работы [24]:

$$\nu(f, t, 1) = (f^2 - 1)^2 \left[ f^2(f^2 - 1) - 2ft \frac{\text{ch}(f/t) - \text{ch}(1/t)}{\text{sh}(f/t)} \right]^{-1}. \quad (31)$$

Динамика вихревой системы при учете эффекта Холла существенным образом зависит от направления магнитного поля. В согласии с формулой (9), перпендикулярная двойникам эффективная внешняя сила  $F$  обусловлена протекающим по образцу однородным транспортным током и содержит два вклада — компоненты сил Лоренца  $n(\Phi_0/c)j_y$  и Магнуса  $(\Phi_0/c)\gamma\epsilon_x j_x$ , действующих на вихрь вдоль оси  $x$ . В зависимости от направления магнитного поля, задаваемого множителем  $n = \pm 1$ , эти две компоненты могут быть одинаково или противоположно направленными, и результирующая сила будет различной в этих двух случаях. Плотность тока далее будем измерять в единицах  $j_c = cU_0/\Phi_0 b$  (при изучении задачи с потенциалом общего вида использовались единицы  $cU_0/\Phi_0 a$ ), таких что для безразмерного параметра  $f$ , характеризующего внешнюю силу, получим

$$f = nj\phi(\alpha), \quad \phi(\alpha) = \cos \alpha + n\gamma\epsilon_x \sin \alpha.$$

Тогда значению внешней силы  $F = F_p$ , при котором высота потенциального барьера обращается в нуль, соответствует безразмерный ток  $j = 1/\phi(\alpha)$ , равный критическому при  $T = 0$ , а в случае  $0 < T \ll U_0$  — току кроссовера  $j_{cr}$ .

Выделим в функции  $\nu(j\phi(\alpha), t) = \nu(f, t, \epsilon_0)$  четную  $\nu^+ = [\nu(n=1) + \nu(n=-1)]/2$  и нечетную  $\nu^- = [\nu(n=1) - \nu(n=-1)]/2$  по магнитному полю составляющие, которые определяют наблюдаемые резистивные характеристики — четную и нечетную по магнитному полю компоненты продольного и поперечного сопротивлений  $\rho_{\parallel, \perp}^{\pm}$ . Из определения  $\nu^{\pm}$  следует, что их возможные значения при любых значениях  $j, t, \alpha, \epsilon_x$  и  $\epsilon$  всегда, как и значения функции  $\nu$ , находятся между нулем и единицей. Заметим, что как в четную, так и в нечетную составляющие  $\nu(j\phi(\alpha), t)$  входит только холловская константа  $\epsilon_x$ , так как именно от нее зависит  $x$ -компонента силы Магнуса, дающая вклад в эффективную силу  $F$  вдоль оси  $x$ , перпендикулярную по отношению к двойникам. Легко видеть, что составляющая  $\nu^+$  четна по  $\epsilon_x$ , т.е.  $\nu^+(-\epsilon_x) = \nu^+(\epsilon_x)$ , а  $\nu^-$  — нечетна, т.е.  $\nu^-(-\epsilon_x) = -\nu^-(\epsilon_x)$ . Поэтому при  $\epsilon_x = 0$  четная составляющая  $\nu^+ \equiv \nu(j_y, t)$ , а нечетная  $\nu^- \equiv 0$ . Качественное поведение и пределы составляющей  $\nu^+(j)$  при  $j \rightarrow 0, \infty$  совпадают с соответствующими пределами  $\nu(f)$ . Составляющая  $\nu^-(j)$  стремится к нулю в линейных режимах (при  $j \rightarrow 0, \infty$ ) и отлична от нуля в области нелинейности  $\nu$ , образуя характерный пик (рис. 6). Пределы составляющих  $\nu^+(t)$  и  $\nu^-(t)$  при  $t \rightarrow \infty$  такие же, как и при  $j \rightarrow \infty$ , а при  $t \rightarrow 0$  равны соответствующим составляющим  $\nu_0^{\pm}$  функции  $\nu_0(j\phi(\alpha))$ .

В случае малого эффекта Холла ( $\epsilon_x, \epsilon_y \ll 1$ ) функцию  $\nu(f) = \nu[j_y(1 + n\gamma\epsilon_x \text{tg } \alpha)]$  можно разложить по параметру  $n\gamma\epsilon_x \text{tg } \alpha$ , малому в той области углов, где  $\text{tg } \alpha \ll 1/\gamma\epsilon_x$ . В линейном приближении по параметру  $n\gamma\epsilon_x \text{tg } \alpha$  выражения для четной и нечетной по магнитному полю составляющих функции  $\nu$  будут соответственно  $\nu^+ = \nu(j \cos \alpha)$  и  $\nu^- = \nu'(f)|_{j \cos \alpha} j \gamma \epsilon_x \sin \alpha \sim \epsilon_x \ll 1$ .

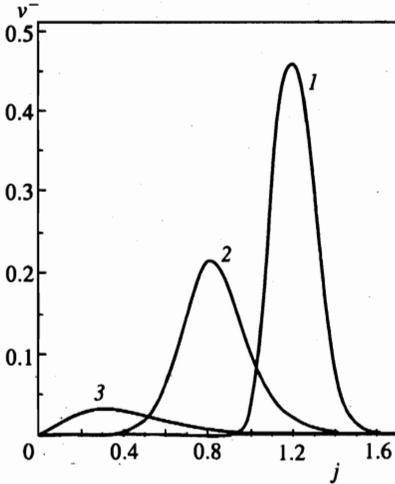


Рис. 6

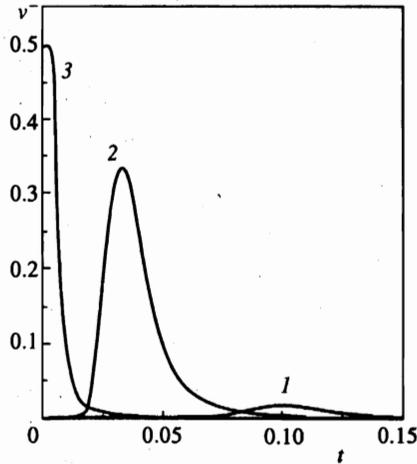


Рис. 7

Рис. 6. Зависимость  $\nu^-(j)$  для ряда значений параметра  $t_0$ : 1 — 0.02; 2 — 0.05; 3 — 0.1, и  $\alpha = 45^\circ$ ,  $\gamma = 1$ ,  $\epsilon_x = 0.1$

Рис. 7. Зависимость  $\nu^-(t)$  для ряда значений параметра  $j_0$ : 1 — 0.1; 2 — 1.0; 3 — 1.5, и  $\alpha = 45^\circ$ ,  $\gamma = 1$ ,  $\epsilon_x = 0.1$

Поведение вероятности преодоления двойникового потенциального барьера  $\nu$  и составляющих  $\nu^+$ ,  $\nu^-$  как функций внешней силы (или тока) и температуры связано с их влиянием на величину барьера. При нулевой температуре относительное уменьшение величины потенциального барьера, обусловленное внешней силой (током), можно оценить как  $\delta = \Delta U/U_0 = 1 - |f| = 1 - j\phi(\alpha)$ , так что движение вихрей невозможно при  $\delta > 0$ . Влияние температуры, с ростом которой вероятность преодоления барьера увеличивается, таково, что при  $t \leq 0.1\delta$  реализуется TAFF-режим поперечного по отношению к двойникам движения вихрей, а при  $t \gg 0.1\delta$  — FF-режим. Характер перехода от TAFF-к FF-режиму в зависимостях  $\nu(f)$  и  $\nu(t)$  существенно различен. Зависимость  $\nu(f)$  с ростом  $t$  сдвигается влево, и ее крутизна уменьшается (см. рис. 4). Итак, чем выше температура, тем плавнее переход от TAFF-к FF-режиму и тем при меньших значениях внешней силы он происходит. Зависимость  $\nu(t)$  с ростом  $f$  также сдвигается влево, но ее крутизна растет (см. рис. 5). Следовательно, чем меньше барьер  $\delta$ , тем круче переход от TAFF-к FF-режиму и тем при более низких температурах он происходит. Поведение  $\nu^+(j)$  и  $\nu^+(t)$  аналогично поведению соответственно  $\nu(f)$  и  $\nu(t)$ . Расположение пиков, даваемых зависимостями  $\nu^-(j)$  и  $\nu^-(t)$ , соответствует области перехода по току и температуре от TAFF-к FF-режиму, а их амплитуда обратно пропорциональна ширине перехода. В зависимости  $\nu^-(j)$  с увеличением  $t$  пик смещается влево, а его амплитуда уменьшается (см. рис. 6). В зависимости  $\nu^-(t)$  с увеличением  $j$  пик смещается влево, а его амплитуда увеличивается (рис. 7). Эти особенности поведения зависимостей  $\nu^\pm(j)$  и  $\nu^\pm(t)$  обуславливают поведение экспериментально наблюдаемых величин — четной и нечетной по магнитному полю компонент продольного и поперечного сопротивлений  $\rho_{\parallel, \perp}^\pm$ .

Выражения для наблюдаемых в эксперименте продольного  $\rho_{\parallel} = E_{\parallel}/j$  и поперечного  $\rho_{\perp} = E_{\perp}/j$  по току сопротивлений с учетом эффекта Холла получим из формул (19)–(21). Разделим в них четную  $\rho^{+} = [\rho(n = 1) + \rho(n = -1)]/2$  и нечетную  $\rho^{-} = [\rho(n = 1) - \rho(n = -1)]/2$  по магнитному полю составляющие:

$$\rho_{\parallel}^{\pm} = \frac{1}{1 + \epsilon_x \epsilon_y} \left[ (\epsilon_x - \epsilon_y) \nu^{\mp} \sin \alpha \cos \alpha + \left( \frac{1}{\gamma} \cos^2 \alpha - \gamma \epsilon_x \epsilon_y \sin^2 \alpha \right) \nu^{\pm} \right] + \frac{\gamma}{2} (1 \pm 1) \sin^2 \alpha, \quad (32)$$

$$\rho_{\perp}^{\pm} = \frac{1}{1 + \epsilon_x \epsilon_y} \left[ (\epsilon_x \sin^2 \alpha + \epsilon_y \cos^2 \alpha) \nu^{\mp} + \left( \frac{1}{\gamma} + \gamma \epsilon_x \epsilon_y \right) \nu^{\pm} \sin \alpha \cos \alpha \right] - \frac{\gamma}{2} (1 \pm 1) \sin \alpha \cos \alpha, \quad (33)$$

где  $\nu^{\pm}$  — определенные выше четная и нечетная по магнитному полю составляющие функции  $\nu(j\phi(\alpha), t)$ . В формулах (32), (33) естественным образом отделены нелинейные и линейные (не равные нулю только для  $\rho_{\parallel, \perp}^{\pm}$ ) слагаемые. Физическая причина появления линейных слагаемых связана с тем, что в рассматриваемой модели при  $\alpha \neq 0$  всегда есть FF-режим движения вихрей вдоль двойников.

### 3.2. Нелинейный G-эффект

Перейдем к рассмотрению динамики вихрей и связанных с ней резистивных свойств на основе введенного выше (см. формулу (26)) потенциала анизотропного пиннинга. Для простоты будем пренебрегать здесь обычно малым эффектом Холла, т.е. считать  $\epsilon_x = \epsilon_y = 0$ . Вследствие этого недиагональные компоненты тензора сопротивлений обращаются в нуль ( $\rho_{xy} = \rho_{yx} \equiv 0$ ). В пренебрежении эффектом Холла формулы для наблюдаемых в эксперименте продольного  $\rho_{\parallel}$  и поперечного  $\rho_{\perp}$  по току сопротивлений представимы формально в виде, аналогичном линейному случаю [9]:

$$\rho_{\parallel} = \rho_{xx} \cos^2 \alpha + \rho_{yy} \sin^2 \alpha, \quad \rho_{\perp} = \sin \alpha \cos \alpha (\rho_{yy} - \rho_{xx}), \quad (34)$$

с тем, однако, существенным различием, что в нелинейном случае одна из компонент тензора сопротивлений зависит от тока  $j$  и угла  $\alpha$ , тогда как вторая постоянна:

$$\rho_{xx} = \gamma, \quad \rho_{yy} = (1/\gamma) \nu(j_y, t) \quad (35)$$

(здесь, как и раньше, см. формулу (19), сопротивление измеряется в единицах  $\rho_f = B\Phi_0/c^2\eta_0$ ). Поэтому при определенных условиях в токовых и температурных зависимостях наблюдаемых сопротивлений (34) проявляется ярко выраженная нелинейность, а в динамике вихревой системы вследствие анизотропии пиннинговой вязкости наблюдается нелинейный G-эффект как по току, так и по температуре. Вследствие четности  $\nu(f, t, \epsilon)$  по  $f$  величины  $\rho_{\parallel}$  и  $\rho_{\perp}$  в формуле (34) являются четными по магнитному полю, как и должно быть при пренебрежении эффектом Холла.

Как известно [18], специфика анизотропного пиннинга состоит в несовпадении направлений внешней движущей силы  $F_L$ , действующей на вихрь, и его скорости  $v$  (при изотропном пиннинге  $F_L \parallel v$ , если пренебречь эффектом Холла). Анизотропия пиннинговой вязкости вдоль и поперек границ двойников приводит к тому, что при тех значениях  $j, t, \alpha$ , когда перпендикулярная двойникам компонента скорости вихрей  $v_x$  подавлена, проявляется тенденция к существенному преобладанию направленного движения

вихрей вдоль двойников (G-эффект) над движением поперек двойников (S-эффект). Отметим, что функция вероятности  $\nu$ , описывающая в рассматриваемой модели нелинейные свойства наблюдаемых резистивных характеристик, обратно пропорциональна эффективной нелинейной вязкости, введенной в работе [18], где развит феноменологический подход.

В эксперименте для описания G-эффекта используют функцию

$$\operatorname{ctg} \beta = -\frac{\rho_{\perp}}{\rho_{\parallel}} = \frac{\gamma^2 - \nu(j_y, t)}{\gamma^2 \operatorname{tg} \alpha + \nu(j_y, t) \operatorname{ctg} \alpha}, \quad (36)$$

где  $\beta$  — угол между векторами скорости вихрей  $\mathbf{v}$  и плотности тока  $\mathbf{j}$  (см. рис. 1). G-эффект выражен тем сильнее, чем больше рассогласование направлений  $\mathbf{F}_L$  и  $\mathbf{v}$ , т. е. чем меньше угол  $\beta$ . При этом возможно, что  $\operatorname{ctg} \beta \gg 1$ , т. е.  $\rho_{\perp} \gg \rho_{\parallel}$ . В  $T$ - и  $L$ -геометриях  $\beta(\alpha = 0) = \beta(\alpha = \pi/2) \equiv \pi/2$ , так как сила Лоренца направлена строго перпендикулярно или параллельно двойникам.

Рассмотрим чувствительность величины угла  $\beta$  к малым отклонениям угла  $\alpha$  от значений 0 и  $\pi/2$ , соответствующих  $T$ - и  $L$ -геометриям, в линейном приближении, для чего вычислим производные  $d\beta/d\alpha$  при  $\alpha = 0$  и  $\alpha = \pi/2$ :

$$\left. \frac{d\beta}{d\alpha} \right|_{\alpha=0} = 1 - \frac{\gamma^2}{\nu(j, t)}, \quad \left. \frac{d\beta}{d\alpha} \right|_{\alpha=\pi/2} = 1 - \frac{\nu(0, t)}{\gamma^2}. \quad (37)$$

Как видно из (37), в  $T$ -геометрии ( $\alpha = 0$ ) производная  $d\beta/d\alpha$  зависит как от тока, так и от температуры. В TAFF-режиме, когда  $\nu(j, t) \ll 1$ , эта производная имеет очень большие значения, что соответствует G-эффекту, а в FF-режиме (при  $j \rightarrow \infty$  или  $t \rightarrow \infty$ ) она имеет предел  $1 - \gamma^2$ , т. е. зависимость  $\beta(\alpha)$  в этом случае обусловлена анизотропией электронной вязкости. В  $L$ -геометрии ( $\alpha = \pi/2$ ) производная  $d\beta/d\alpha$  зависит только от температуры, так как  $j_y \equiv 0$ . При  $t = 0$  имеем  $(d\beta/d\alpha)_{\alpha=\pi/2} = 1$ , а при  $t \rightarrow \infty$  получаем  $(d\beta/d\alpha)_{\alpha=\pi/2} = 1 - 1/\gamma^2$ .

Рассмотрим токовую и температурную зависимости  $\operatorname{ctg} \beta(j, t)$  при фиксированных значениях угла  $\alpha \neq 0, \pi/2$ . Пределы  $\operatorname{ctg} \beta(j, t)$  при  $j, t \rightarrow 0$  и  $j, t \rightarrow \infty$  получаются при подстановке в формулу (36) соответствующих пределов функции  $\nu(j \cos \alpha, t)$ . Для предела  $\operatorname{ctg} \beta(j, t)$  при  $j \rightarrow 0$  получим  $\lim_{j \rightarrow 0} \operatorname{ctg} \beta \approx \operatorname{ctg} \alpha$  с точностью до величины  $\max[\operatorname{ctg}^2 \alpha \nu(0, t)/\gamma^2, \nu(0, t)/\gamma^2]$ . В области температур, соответствующих TAFF-режиму, имеем  $\beta \approx \alpha$  и, следовательно, при малых токах возникает G-эффект. При больших токах ( $j_y \gg 1$ ), когда для движения вихрей поперек двойников устанавливается FF-режим, происходит изотропизация пиннинговой вязкости, так что при  $\gamma = 1$  имеем  $\mathbf{v} \parallel \mathbf{F}_L$  для произвольного угла  $\alpha$ . В температурной зависимости  $\operatorname{ctg} \beta(j, t)$  G-эффект наиболее ярко выражен при токах  $j_y < 1$ , когда  $\beta(t = 0) = \alpha$ .

### 3.3. Эффект Холла и G-эффект в нелинейных режимах

В этом пункте мы рассмотрим особенности резистивных характеристик в изучаемой модели, обусловленные эффектом Холла. В эксперименте возможны два типа измерений наблюдаемых резистивных характеристик в заданной геометрии, определяемой фиксированным углом  $\alpha$ : измерения ВАХ и резистивные измерения, в которых исследуются зависимости наблюдаемых сопротивлений соответственно от плотности тока при фиксированной температуре,  $\rho_{\parallel, \perp}^{\pm}(j)$ , и от температуры при фиксированной плотности

тока,  $\rho_{\parallel, \perp}^{\pm}(t)$ . Вид этих зависимостей существенно определяется геометрическим фактором — углом  $\alpha$  между направлением вектора плотности тока  $\mathbf{j}$  и плоскостью двойников. Существуют два различных типа зависимостей  $\rho_{\parallel, \perp}^{\pm}$  от угла  $\alpha$  (см. (32), (33)). Первая — это внешняя по отношению к функции  $\nu$ , «тензорная» зависимость, присутствующая и в линейных режимах (TAFF и FF). Вторая — это зависимость функции  $\nu$  от своего аргумента  $f = nj\phi(\alpha)$ , которая в области перехода от TAFF- к FF-режиму является существенно нелинейной (см. (27)).

Предварительно напомним, что в отсутствие эффекта Холла ( $\epsilon_x = \epsilon_y \equiv 0$ ) существуют лишь четные по магнитному полю сопротивления  $\rho_{\parallel, \perp}^+$ , тогда как нечетные по магнитному полю сопротивления  $\rho_{\parallel, \perp}^-$  равны нулю (см. (32), (33)). Наличие отличных от нуля значений  $\epsilon_x, \epsilon_y$  приводит не только к возникновению холловского вклада в наблюдаемые сопротивления за счет четной составляющей  $\nu^+$  функции  $\nu$ , но и к появлению нечетной составляющей  $\nu^-$ , имеющей максимум в области нелинейного перехода от TAFF- к FF-режиму и практически равной нулю в области вне этого перехода (см. рис. 6, 7). Вследствие этого появляются «перекрестные» эффекты: добавки по  $\nu^+$  к эффектам, обусловленным  $\nu^+$ , и наоборот — вклады по  $\nu^+$  к эффектам, связанным с  $\nu^-$ . Так, в четных сопротивлениях  $\rho_{\parallel, \perp}^+$  помимо основного вклада, порождаемого G-эффектом и описываемого  $\nu^+$ , присутствует холловский вклад, возникающий за счет  $\nu^-$ . В выражения для нечетных сопротивлений  $\rho_{\parallel, \perp}^-$  наряду с холловскими слагаемыми, возникающими за счет  $\nu^+$ , входят слагаемые, содержащие  $\nu^-$  (см. (32), (33)).

Проведем анализ резистивных зависимостей  $\rho_{\parallel, \perp}^{\pm}(j)$  и  $\rho_{\parallel, \perp}^{\pm}(t)$  при учете малого эффекта Холла. Рассмотрим сначала наиболее простой случай изотропии электронной вязкости ( $\gamma = 1$ ) и малого изотропного эффекта Холла ( $\epsilon_x = \epsilon_y = \epsilon \ll 1$ ). В этом случае выражения для  $\rho_{\parallel, \perp}^{\pm}$  с точностью до слагаемых порядка  $\epsilon_x \epsilon_y \ll 1$  имеют вид

$$\rho_{\parallel}^+ \approx \nu^+ \cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha, \quad \rho_{\perp}^+ \approx (\nu^+ - 1) \sin \alpha \cos \alpha, \quad (38)$$

$$\rho_{\parallel}^- \approx \nu^- \cos^2 \alpha, \quad \rho_{\perp}^- \approx \epsilon \nu^+ + \nu^- \sin \alpha \cos \alpha. \quad (39)$$

В рассматриваемом случае малого эффекта Холла ( $\epsilon \ll 1$ ) выражения для четной и нечетной составляющих функции  $\nu(f)$  в линейном по параметру  $\epsilon \tan \alpha \ll 1$  приближении (см. п. 3.1) равны соответственно  $\nu^+ = \nu(j \cos \alpha)$  и  $\nu^- = \nu'(f)|_{j \cos \alpha} j \epsilon \sin \alpha \sim \epsilon \ll 1$ , т. е. функции  $\nu^{\pm}$  простым образом связаны с  $\nu$ .

Выражения (38), (39) с учетом условия  $\epsilon \tan \alpha \ll 1$  приводят к новому нелинейному скейлинговому соотношению для холловской проводимости следующего вида:

$$\epsilon = \frac{(\rho_{\perp}^- - \rho_{\parallel}^- \tan \alpha) \cos^2 \alpha}{(\rho_{\parallel}^+ - \sin^2 \alpha)}. \quad (40)$$

Таким образом, изотропная холловская проводимость  $\epsilon \ll 1$  однозначно связана с тремя экспериментально наблюдаемыми нелинейными сопротивлениями:  $\rho_{\parallel}^+$ ,  $\rho_{\parallel}^-$  и  $\rho_{\perp}^-$ , а скейлинговое соотношение зависит от величины угла  $\alpha$ . Это соотношение по своему виду существенно отличается от степенного скейлинга в изотропном случае [22]. В частном случае  $\alpha = 0$  мы возвращаемся к результатам работы [16], а именно,  $\epsilon = \rho_{\perp}^- / \rho_{\parallel}^+ \equiv \rho_{\perp} / \rho_{\parallel}$ , т. е. к линейной связи  $\rho_{\perp}$  и  $\rho_{\parallel}$ .

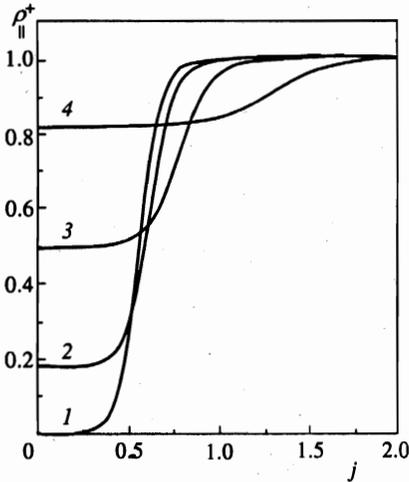


Рис. 8. Зависимость  $\rho_{\parallel}^{\pm}(j)$  для ряда значений угла  $\alpha$ : 1 —  $0^{\circ}$ ; 2 —  $25^{\circ}$ ; 3 —  $45^{\circ}$ ; 4 —  $65^{\circ}$ , и  $t_0 = 0.05$ ,  $\gamma = 1$ ,  $\epsilon_x = \epsilon_y = 0.02$

Характер поведения токовых и температурных зависимостей  $\rho_{\parallel,\perp}^{\pm}$  полностью определяется поведением зависимостей  $\nu^{\pm}(j)$  и  $\nu^{\pm}(t)$ . Линейный предел в формулах (38), (39) реализуется в той области токов и температур, где  $\nu^+ = \text{const}$ ,  $\nu^- = 0$ , а область нелинейности токовых и температурных зависимостей  $\rho_{\parallel,\perp}^{\pm}$  соответствует тем интервалам тока и температуры, в которых зависимости  $\nu^{\pm}(j)$  и  $\nu^{\pm}(t)$  являются нелинейными. Обратим внимание на то обстоятельство, что нелинейность в температурных зависимостях  $\rho_{\parallel,\perp}^{\pm}(t)$  может наблюдаться даже при больших токах  $j > 1$  в том случае, когда  $j\phi(\alpha) < 1$ , что зависит от величины угла  $\alpha$  (при  $\phi(\alpha) < 1/j$  имеем  $f < 1$  и  $\nu(t \rightarrow 0) = 0$ ) и определяет предельные значения  $\nu^{\pm}(t)$  при  $t \rightarrow 0$ . Таким образом, существование линейного или нелинейного характера зависимостей  $\rho_{\parallel,\perp}^{\pm}(t)$  при токах больших единицы определяется величиной угла  $\alpha$ .

В четном продольном  $\rho_{\parallel}^+$  и четном поперечном  $\rho_{\perp}^+$  сопротивлениях при малом эффекте Холла отсутствуют слагаемые, пропорциональные  $\epsilon \ll 1$ , и входят лишь линейные члены и вклады, описывающие нелинейный G-эффект. Качественный вид токовых  $\rho_{\parallel,\perp}^+(j)$  и температурных  $\rho_{\parallel,\perp}^+(t)$  зависимостей определяется только четной составляющей  $\nu^+$  функции  $\nu$ .

Предельные значения качественно аналогичных зависимостей  $\rho_{\parallel}^+(j)$  и  $\rho_{\parallel}^+(t)$ , соответствующие TAFF-режиму движения вихрей поперек двойников, обусловлены направленным движением вихрей вдоль двойников и растут с увеличением угла  $\alpha$ , так как при этом увеличивается компонента силы Лоренца вдоль двойников. В FF-режиме при изотропизации пиннинговой вязкости в зависимостях  $\rho_{\parallel}^+(j)$  и  $\rho_{\parallel}^+(t)$  становится существенным вклад, обусловленный движением вихрей поперек двойников, и их предельные значения равны единице (рис. 8).

Основной вклад в четное поперечное сопротивление  $\rho_{\perp}^+$  пропорционален множителю  $\sin \alpha \cos \alpha$ , поэтому наиболее благоприятным для его наблюдения является угол  $\alpha = \pi/4$ . Токовые  $\rho_{\perp}^+(j)$  и температурные  $\rho_{\perp}^+(t)$  зависимости имеют максимальные по модулю значения в TAFF-режиме движения вихрей поперек двойников (см. (38)), равные для дополнительных (до  $\pi/2$ ) углов при  $j \rightarrow 0$  и  $t \rightarrow 0$ , и обращаются в нуль при установлении FF-режима вследствие изотропизации пиннинговой вязкости (рис. 9). В

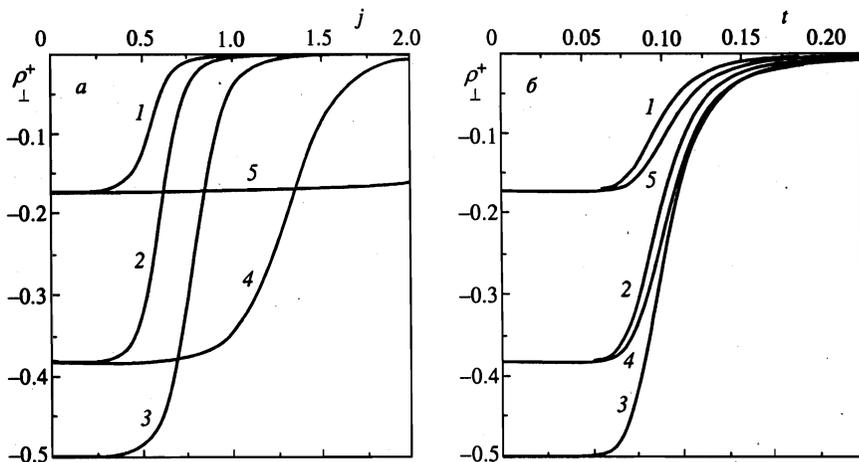


Рис. 9. Зависимости  $\rho_{\perp}^{+}$  от  $j$  (а) при  $t_0 = 0.05$  и от  $t$  (б) при  $j_0 = 0.1$  для ряда значений угла  $\alpha$ : 1 —  $10^{\circ}$ ; 2 —  $25^{\circ}$ ; 3 —  $45^{\circ}$ ; 4 —  $65^{\circ}$ ; 5 —  $80^{\circ}$ , и  $\gamma = 1$ ,  $\epsilon_x = \epsilon_y = 0.02$

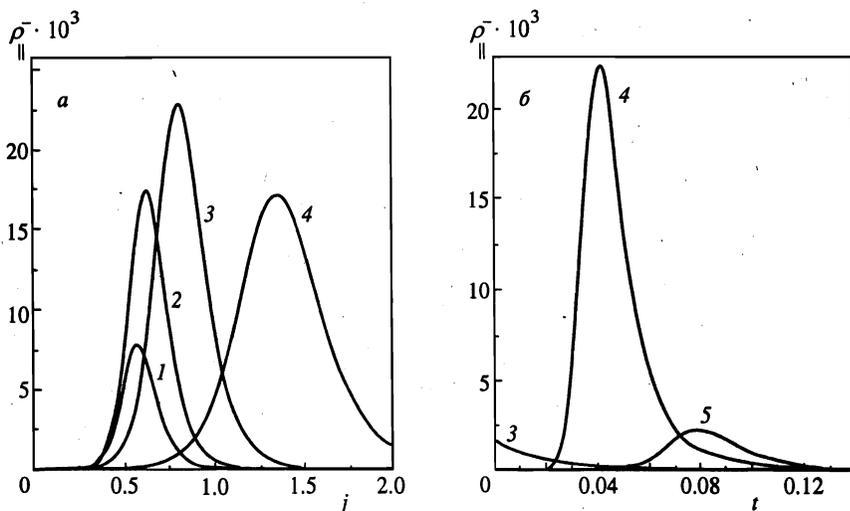


Рис. 10. Зависимости  $\rho_{\parallel}^{-}$  от  $j$  (а) при  $t_0 = 0.05$  и от  $t$  (б) при  $j_0 = 1.5$  для ряда значений угла  $\alpha$ : 1 —  $10^{\circ}$ ; 2 —  $25^{\circ}$ ; 3 —  $45^{\circ}$ ; 4 —  $65^{\circ}$ ; 5 —  $80^{\circ}$ , и  $\gamma = 1$ ,  $\epsilon_x = \epsilon_y = 0.02$

рассматриваемом случае изотропии электронной вязкости сопротивление  $\rho_{\perp}^{+}$  может служить мерой анизотропии пиннинговой вязкости, так как оно определяется разностью пиннингových вязкостей поперек и вдоль двойников (см. также (38)).

Как было отмечено выше, нечетное продольное  $\rho_{\parallel}^{-}$  и нечетное поперечное  $\rho_{\perp}^{-}$  сопротивления возникают благодаря эффекту Холла, и поэтому их характерный масштаб пропорционален  $\epsilon \ll 1$  (см. (39)).

В токовые  $\rho_{\parallel}^{-}(j)$  и температурные  $\rho_{\parallel}^{-}(t)$  зависимости нечетного продольного сопротивления в случае изотропного эффекта Холла дает вклад лишь нечетная составляющая

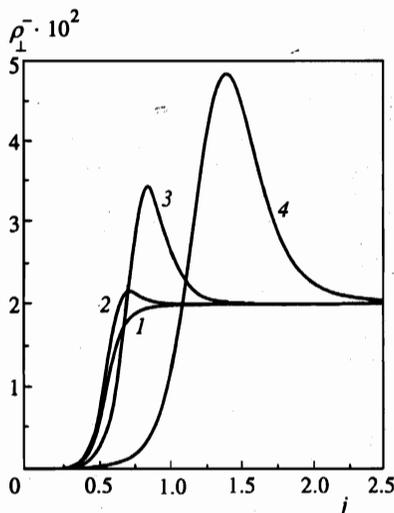


Рис. 11

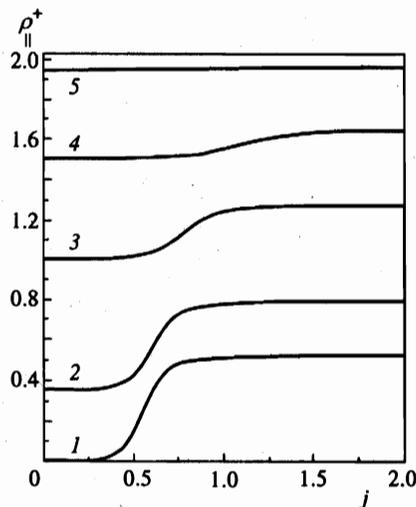


Рис. 12

Рис. 11. Зависимость  $\rho_{\perp}^{-}(j)$  для ряда значений угла  $\alpha$ : 1 —  $0^\circ$ ; 2 —  $25^\circ$ ; 3 —  $45^\circ$ ; 4 —  $65^\circ$ , и  $t_0 = 0.05$ ,  $\gamma = 1$ ,  $\epsilon_x = \epsilon_y = 0.02$

Рис. 12. Зависимость  $\rho_{\parallel}^{+}(j)$  в случае анизотропии электронной вязкости для ряда значений угла  $\alpha$ : 1 —  $0^\circ$ ; 2 —  $25^\circ$ ; 3 —  $45^\circ$ ; 4 —  $60^\circ$ ; 5 —  $80^\circ$ , и  $t_0 = 0.05$ ,  $\gamma = 2$ ,  $\epsilon_x = \epsilon_y = 0.02$

$\nu^{-}$  функции  $\nu$ , поэтому их качественный вид полностью определяется поведением  $\nu^{-}$  как функции тока и температуры. В зависимостях  $\rho_{\parallel}^{-}(j)$  и  $\rho_{\parallel}^{-}(t)$  появляется характерный пик в области нелинейности  $\nu^{-}$  как функции тока и температуры, а в ТАФФ- и FF-режимах поперечного по отношению к двойникам движения вихрей они обращаются в нуль (рис. 10).

В токовых  $\rho_{\perp}^{-}(j)$  и температурных  $\rho_{\perp}^{-}(t)$  зависимостях нечетного поперечного сопротивления есть вклады как четной  $\nu^{+}$ , так и нечетной  $\nu^{-}$  составляющих функции  $\nu$ , относительная величина которых определяется значениями угла  $\alpha$ , константы Холла  $\epsilon$ , параметра  $t_0$  (для зависимости  $\rho_{\perp}^{-}(j)$ ) и плотности тока  $j_0$  (для зависимости  $\rho_{\perp}^{-}(t)$ ). Так, величина вкладов  $\epsilon\nu^{+}$  и  $\nu^{-}$  может быть одного порядка в токовой зависимости  $\rho_{\perp}^{-}(j)$  при низких температурах ( $t \ll 1$ ) и в температурной зависимости  $\rho_{\perp}^{-}(t)$  при больших токах ( $j > 1/\phi(\alpha)$ ) (рис. 11), тогда как в температурной зависимости  $\rho_{\perp}^{-}(t)$  при слабых токах ( $j \ll 1$ ) существенно преобладает вклад  $\epsilon\nu^{+}$ . Предельные значения токовой зависимости  $\rho_{\perp}^{-}(j)$  при  $j \rightarrow 0, \infty$  определяются соответствующими пределами  $\nu^{+}$ , а вклад нечетной составляющей  $\nu^{-}$  становится заметным в области ее нелинейности, образуя характерный пик. В температурной зависимости  $\rho_{\perp}^{-}(t)$  в пределе при  $t \rightarrow 0$  возможен существенный вклад и нечетной составляющей  $\nu^{-}$ , если при противоположных направлениях магнитного поля реализуются разные режимы движения вихрей поперек двойников.

Вернемся к обсуждению более общих формул с  $\gamma \neq 1$  и  $\epsilon_x \neq \epsilon_y$ , в том числе и с разными знаками. Наличие анизотропии электронных вязкостей приводит к изменению предельных значений наблюдаемых сопротивлений  $\rho_{\parallel, \perp}^{\pm}$  в тех случаях, когда они

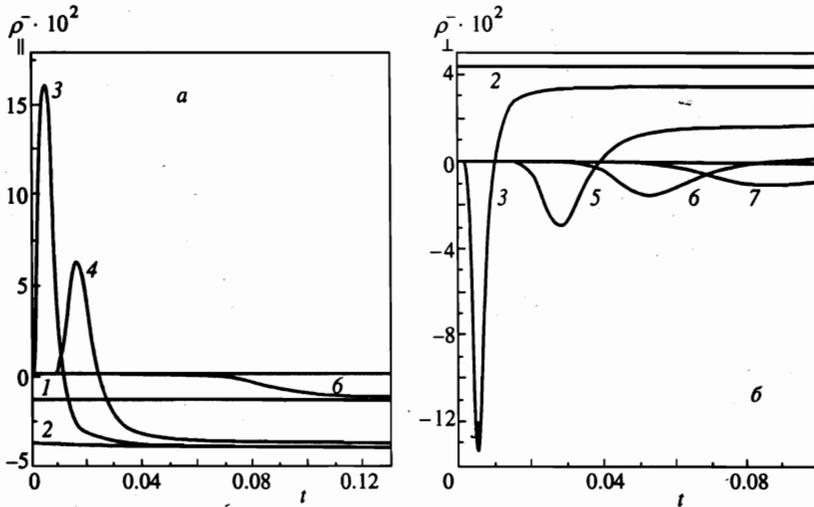


Рис. 13. Зависимости  $\rho_{||}^-$  (а,  $\epsilon_x = 0.02$ ) и  $\rho_{\perp}^-$  (б,  $\epsilon_x = -0.01$ ) от  $t$  в случае анизотропии эффекта Холла для ряда значений угла  $\alpha$ : 1 —  $10^\circ$ ; 2 —  $45^\circ$ ; 3 —  $50^\circ$ ; 4 —  $55^\circ$ ; 5 —  $60^\circ$ ; 6 —  $80^\circ$ ; 7 —  $85^\circ$ , и  $j_0 = 1.5$ ,  $\gamma = 1$ ,  $\epsilon_y = 0.1$

зависят от параметра анизотропии  $\gamma$  (рис. 12). Если при  $\gamma = 1$  в FF-режиме движения вихрей поперек двойников происходит полная изотропизация системы, то при  $\gamma \neq 1$  в этом же режиме остается анизотропия, обусловленная анизотропией электронной вязкости. Анизотропия холловских констант существенно влияет на нечетные по магнитному полю сопротивления  $\rho_{||,\perp}^-$ , порождаемые эффектом Холла, и не оказывает влияния на четные по магнитному полю сопротивления  $\rho_{||,\perp}^+$ , практически не зависящие от малого эффекта Холла. Физическая причина влияния анизотропии холловских констант на поведение зависимостей  $\rho_{||,\perp}^-(j)$  и  $\rho_{||,\perp}^-(t)$  заключается в том, что соотношением холловских констант определяется угол между направлениями скорости вихрей и действующей на них силы Магнуса, а следовательно, и само направление скорости вихрей (в анизотропном случае,  $\epsilon_x \neq \epsilon_y$ , этот угол отклоняется от значения  $\pi/2$ , соответствующего изотропному случаю,  $\epsilon_x = \epsilon_y$ ). Анизотропия холловских констант приводит к появлению нового вклада в нечетном продольном сопротивлении  $\rho_{||}^-$ , отсутствующего при изотропном эффекте Холла. В отличие от изотропного случая при анизотропии холловских констант в токовых и температурных зависимостях  $\rho_{||,\perp}^-$  возможно изменение знака (рис. 13).

В заключение этого пункта отметим, что практически интересный для чистых сверхпроводников [25] случай  $|\epsilon_x|, |\epsilon_y| \sim 1$  ввиду того обстоятельства, что действующие на вихрь силы Лоренца и Магнуса имеют один порядок величины, из-за большого разнообразия возможных эффектов требует отдельного исследования.

### 3.4. Скейлинговые соотношения и их устойчивость

Чтобы конкретизировать полученные выше скейлинговые соотношения (см. (22)–(25)), рассмотрим наблюдаемые сопротивления в  $T$ - и  $L$ -геометриях, когда ток направлен строго параллельно ( $\alpha = \pi/2$ ) или перпендикулярно ( $\alpha = 0$ ) двойникам. Из

формул (32), (33) следует, что в этих предельных случаях  $\rho_{\parallel}^- = \rho_{\perp}^+ \equiv 0$ , а для  $\rho_{\parallel}^+$  и  $\rho_{\perp}^-$  получим

$$\rho_{\parallel,T}^+ = \frac{\nu(j,t)}{\gamma(1 + \epsilon_x \epsilon_y)}, \quad \rho_{\perp,T}^- = \frac{\epsilon_y \nu(j,t)}{(1 + \epsilon_x \epsilon_y)} \quad (\alpha = 0, \quad T\text{-геометрия}), \quad (41)$$

$$\rho_{\parallel,L}^+ = \gamma \left( 1 - \frac{\epsilon_x \epsilon_y \nu(\epsilon_x \gamma j, t)}{(1 + \epsilon_x \epsilon_y)} \right), \quad \rho_{\perp,L}^- = \frac{\epsilon_x \nu(\epsilon_x \gamma j, t)}{(1 + \epsilon_x \epsilon_y)} \quad (\alpha = \pi/2, \quad L\text{-геометрия}). \quad (42)$$

Будем обсуждать случай малого эффекта Холла ( $\epsilon_x, \epsilon_y \ll 1$ ). Специфические для сверхпроводника с одноосной анизотропией пиннинга продольное нечетное  $\rho_{\parallel}^-$  и поперечное четное  $\rho_{\perp}^+$  сопротивления обращаются в нуль в  $T$ - и  $L$ -геометриях. Продольное четное  $\rho_{\parallel}^+$  и поперечное нечетное  $\rho_{\perp}^-$  сопротивления в  $T$ -геометрии обусловлены поперечным по отношению к двойникам движением вихрей, описываемым функцией  $\nu(j, t)$ . При  $j, t \rightarrow \infty$  с точностью до  $\epsilon_x \epsilon_y \ll 1$  имеем  $\rho_{\parallel}^+ = 1/\gamma$ ,  $\rho_{\perp}^- = \epsilon_y$ . Основной вклад в сопротивление  $\rho_{\parallel}^+$  в  $L$ -геометрии, равный  $\gamma$  с той же точностью, обусловлен направленным движением вихрей вдоль двойников, при котором пиннинг на них отсутствует. Величина сопротивления  $\rho_{\perp}^-$  в  $L$ -геометрии описывается функцией  $\nu(\epsilon_x \gamma j, t)$ . Так как являющаяся ее аргументом компонента силы Магнуса вдоль оси  $x$ ,  $\epsilon_x \gamma j$ , при малом эффекте Холла ничтожно мала при реально достижимых токах  $j \ll 1/\epsilon_x \gamma$  и компонента скорости  $v_x$  подавлена, ее значение существенно зависит только от температуры. При  $t \ll 1$  величина  $\rho_{\perp}^-$  неизмеримо мала ( $\rho_{\perp}^- \equiv 0$  в пределе  $t = 0$ , так как  $\epsilon_x \gamma j < 1$ ), а при  $t \sim 1$  выходит на значение холловской константы  $\epsilon_x$  (с точностью до  $\epsilon_x \epsilon_y \ll 1$ ).

Формулы (41), (42) выражают простые скейлинговые соотношения между наблюдаемыми сопротивлениями  $\rho_{\parallel}^+$  и  $\rho_{\perp}^-$  в  $T$ - и  $L$ -геометриях и константами  $\epsilon_x, \epsilon_y, \gamma$ . Значения последних и вид функции  $\nu(x)$  могут быть восстановлены, как видно из (41), (42), по результатам измерений  $\rho_{\parallel}^+$  и  $\rho_{\perp}^-$  в  $T$ - и  $L$ -геометриях. Поэтому следует рассмотреть вопрос об устойчивости измерений в этих геометриях, так как изготовление образцов может привести к небольшим отклонениям  $\Delta\alpha$  от значений  $\alpha = 0, \pi/2$ . Здесь необходимо также учесть, что кроме сопротивлений  $\rho_{\parallel}^+, \rho_{\perp}^-$ , даваемых формулами (41), (42), при наличии  $\Delta\alpha$  появляются отсутствующие в  $T$ - и  $L$ -геометриях сопротивления  $\rho_{\parallel}^-$  и  $\rho_{\perp}^+$ . Разложения  $\rho_{\parallel,\perp}^{\pm}$  по  $\alpha$  в окрестности  $\alpha = 0$  ( $T$ -геометрия) и по  $\Delta\alpha = \pi/2 - \alpha$  в окрестности  $\alpha = \pi/2$  ( $L$ -геометрия) до первых неисчезающих членов в пренебрежении слагаемыми порядка  $\epsilon_x \epsilon_y \ll 1$  имеют вид

$$\rho_{\parallel,T}^- \approx [(\epsilon_x - \epsilon_y)\nu(j, t) + (j\epsilon_x/\gamma)\nu'(j, t)] \alpha,$$

$$\rho_{\perp,T}^+ \approx [(1/\gamma)\nu(j, t) - \gamma] \alpha,$$

$$\rho_{\parallel,L}^- \approx (\epsilon_x - \epsilon_y)\nu(\epsilon_x \gamma j, t)\Delta\alpha,$$

$$\rho_{\perp,L}^+ \approx [(1/\gamma)\nu(\epsilon_x \gamma j, t) + j\epsilon_x \nu'(\epsilon_x \gamma j, t) - \gamma] \Delta\alpha,$$

$$\rho_{\parallel,T}^+ \approx \frac{1}{\gamma}\nu(j, t) + \left[ \gamma - \frac{1}{\gamma}\nu(j, t) - \frac{j}{2\gamma}\nu'(j, t) \right] \alpha^2,$$

$$\rho_{\perp,T}^- \approx \epsilon_y \nu(j, t) + [(\epsilon_x - \epsilon_y) \nu(j, t) + j(\epsilon_x - \epsilon_y/2) \nu'(j, t)] \alpha^2,$$

$$\rho_{\parallel,L}^+ \approx \gamma + [j(\epsilon_x - \epsilon_y) \nu'(\epsilon_x \gamma j, t) + (1/\gamma) \nu(\epsilon_x \gamma j, t) - \gamma] \Delta \alpha^2,$$

$$\rho_{\perp,L}^- \approx \epsilon_x \nu(\epsilon_x \gamma j, t) + \left[ (\epsilon_y - \epsilon_x) \nu(\epsilon_x \gamma j, t) + \frac{j}{\gamma} \nu'(\epsilon_x \gamma j, t) + \frac{j^2 \epsilon_x}{2} \nu''(\epsilon_x \gamma j, t) \right] \Delta \alpha^2,$$

где штрихом обозначена производная  $\nu'(f, t) \equiv \partial \nu(f, t) / \partial f$ . Сопротивления  $\rho_{\parallel}^-$  и  $\rho_{\perp}^+$ , равные нулю в  $T$ - и  $L$ -геометриях, изменяются линейно по  $\alpha$  и  $\Delta \alpha$  при малых отклонениях от  $T$ - и  $L$ -геометрий. Более неустойчивым из них (как в  $L$ -, так и в  $T$ -геометриях) является четное поперечное сопротивление  $\rho_{\perp}^+$  в TAFF-режиме движения вихрей поперек двойников, когда  $\rho_{\perp,T}^+ \approx -\gamma \alpha$  в  $T$ -геометрии и  $\rho_{\perp,L}^+ \approx -\gamma \Delta \alpha$  в  $L$ -геометрии. Сопротивления  $\rho_{\parallel}^+$  и  $\rho_{\perp}^-$  изменяются квадратично по  $\alpha$  и  $\Delta \alpha$  от своих значений соответственно в  $T$ - и  $L$ -геометриях. Относительное отклонение величины сопротивления при малом отклонении от  $T$ - и  $L$ -геометрий пренебрежимо мало для  $\rho_{\perp}^-$ , а для  $\rho_{\parallel}^+$  имеет порядок  $\Delta \rho_{\parallel,T}^+ / \rho_{\parallel,T}^+ \sim \alpha^2 / \nu(j, t)$  в  $T$ -геометрии и  $\Delta \rho_{\parallel,L}^+ / \rho_{\parallel,L}^+ \sim \Delta \alpha^2$  в  $L$ -геометрии. Таким образом,  $\rho_{\parallel,T}^+$  является самым неустойчивым в TAFF-режиме движения вихрей поперек двойников, когда  $\nu(j, t) \ll 1$ . Физическая причина этой неустойчивости связана с быстрым изменением угла  $\beta$  от  $\pi/2$  в  $T$ -геометрии, когда  $v_y = 0$ , к углу  $\alpha \ll 1$ , соответствующему  $G$ -режиму, со скоростью  $v_y \gg v_x$ . Устойчивость же  $L$ -геометрии физически понятна из того, что при  $\Delta \alpha \ll 1$  угол  $\beta$  практически не изменяется, т. е. направление вектора скорости  $\mathbf{v}$  изменяется мало (в противоположность случаю  $T$ -геометрии).

Как было сказано выше, в эксперименте реально всегда присутствуют малые отклонения  $\Delta \alpha$  угла  $\alpha$  от значений  $\alpha = 0, \pi/2$ , соответствующих  $T$ - и  $L$ -геометриям. Используя экспериментальные данные измерений  $\rho_{\perp,\parallel}^{\pm}$ , эти отклонения можно найти по следующей схеме. Сначала, пренебрегая малыми квадратичными по  $\alpha$  и  $\Delta \alpha = \pi/2 - \alpha$  вкладами в сопротивления  $\rho_{\parallel}^+$  и  $\rho_{\perp}^-$  (в области их устойчивости), по формулам (41), (42) можно решить задачу скейлинга, т. е. восстановить значения констант  $\epsilon_x, \epsilon_y, \gamma$  и функцию  $\nu(x)$ . Зная это, по формулам для сопротивлений  $\rho_{\parallel}^-$  и  $\rho_{\perp}^+$ , обращающихся в нуль в  $T$ - и  $L$ -геометриях и линейных по  $\alpha$  и  $\Delta \alpha = \pi/2 - \alpha$  при малых отклонениях от  $T$ - и  $L$ -геометрий, можно найти соответствующие величины  $\alpha$  и  $\Delta \alpha$ . Самосогласованность этой схемы проверяется вычислением квадратичных по  $\alpha$  и  $\Delta \alpha$  поправок, которые должны быть малы относительно основного вклада в  $T$ - и  $L$ -геометриях.

#### 4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В данной работе теоретически изучается в основном существенно нелинейное резистивное поведение двумерной вихревой системы сверхпроводника с однонаправленными двойниками в зависимости от величины плотности транспортного тока  $j$ , температуры  $t$  и угла  $\alpha$  между направлениями тока и двойников. Нелинейное (по  $j$ ) резистивное поведение анизотропного вихревого ансамбля может быть обусловлено факторами как электронного, так и «пиннингового» происхождения. Отвлекаясь здесь от возможной нелинейности электронной вязкости сверхпроводников (см., однако, [26, 27]), в этой работе единственным источником нелинейности мы считаем наличие анизотропного по

своей природе пиннинга на двойниках. Физически очевидно, что такой пиннинг при достаточно низких температурах приводит к анизотропии динамики вихрей, так как им гораздо легче двигаться вдоль двойников (G-эффект в линейном по току FF-режиме), чем в перпендикулярном двойникам направлении, когда необходимо преодолевать потенциальный барьер пиннинга на двойниках, который и является источником резистивной нелинейности. Если под влиянием изменения величины одного из «внешних» параметров  $j$ ,  $t$ ,  $\alpha$  интенсивность проявления указанной нелинейности ослабляется, то (в пренебрежении обычно малыми холловскими слагаемыми) это ослабление ведет к «эффективной изотропизации» вихревой динамики, т. е. к сближению (а в пределе отсутствия нелинейности и электронной анизотропии — к совпадению) направлений вектора средней скорости вихрей и силы Лоренца.

Физически ясно, что ток, температура и угол  $\alpha$  качественно по-разному влияют на ослабление пиннинга на двойниках и соответствующий этому переход от анизотропной динамики вихрей к изотропной. С ростом  $j$  растет сила Лоренца  $F_L$  и уменьшается величина потенциального барьера  $\delta(j)$ ; так что для  $j \geq j_{cr}$  (где  $j_{cr}$  — ток кроссовера указанного перехода, ширина которого растет с ростом  $t$ ) этот барьер практически исчезает. Сама же величина  $j_{cr}$  зависит от  $\alpha$ , в силу того что вероятность преодоления барьера  $\delta$  определяется не величиной силы  $F_L$ , а лишь ее поперечной составляющей  $F_L \cos \alpha$ , так что  $j_{cr}(\alpha) = j_{cr}(0)/\cos \alpha$  растет с ростом  $\alpha$ . Так как рост температуры  $t$  всегда увеличивает вероятность преодоления барьера пиннинга  $\delta(j)$ , то переход к изотропизации динамики вихрей тем круче по  $t$ , чем меньше  $\delta(j)$ .

Чтобы проанализировать теоретическими методами описанную выше физическую картину нелинейного анизотропного резистивного отклика, в разд. 2 и 3 используется сравнительно простая, но вместе с тем достаточно реальная планарная модель стохастического пиннинга. Она позволяет четко разделить электронную (дрейфовую и холловскую) и пиннинговую вязкости и довести расчеты до аналитических формул (32), (33), имеющих простую физическую интерпретацию. Отличительной особенностью этой модели является возможность в рамках единого подхода последовательно описать нелинейный переход от анизотропной динамики вихревой системы (при токах  $j \ll j_{cr}(\alpha)$  и относительно низких температурах) к изотропному поведению (при токах  $j > j_{cr}(\alpha)$  и относительно высоких температурах). В рассматриваемой модели этот переход соответствует (при  $t > 0$ ) существенно нелинейному кроссоверу от линейного низкотемпературного TAFF-режима к омическому FF-режиму движения вихрей. Физически наиболее адекватно эта стохастическая модель описывает резистивное поведение сильно запиннигованной вихревой жидкости [28] в непосредственной окрестности температуры ее плавления  $T_m(H)$ , зависящей от напряженности магнитного поля  $H$  [11]. Заметим, что именно в этой области температур обычно проводится наибольшее число резистивных экспериментов по пиннингу на двойниках [4–9], так как, с одной стороны, здесь уже можно фактически пренебречь изотропным пиннингом на точечных дефектах, а с другой стороны, амплитуда резистивного отклика еще достаточно велика, для того чтобы не использовать сквидовые пиковольтметры.

Переходя к краткому описанию основных теоретических результатов, отметим, что аналитическое представление нелинейного резистивного отклика изучаемой системы в терминах лишь элементарных функций оказалось возможным благодаря использованию простой, но физически реальной модели анизотропного пиннинга на двойниках (см. разд. 3 и рис. 3). Полученное точное решение позволяет впервые последовательно проанализировать не только качественно понятную динамику нелинейного G-эффекта,

но и нетривиальный вопрос о взаимовлиянии направленного вдоль двойников движения вихрей и эффекта Холла. Наиболее существенным (и неожиданным с точки зрения «линейной» интуиции) нам представляется вывод о том, что для появления новых (специфических для анизотропного пиннинга в линейном [9, 10] варианте)  $\rho_{\perp}^+$ - и  $\rho_{\parallel}^-$ -эффектов нет необходимости в существовании линейной анизотропии электронного происхождения, т. е. анизотропии тензоров электронной вязкости  $\hat{\eta}$  и холловской проводимости  $\hat{\alpha}$  (см. разд. 2). Нелинейные формулы (32), (33) в согласии с физической интуицией (теперь уже нелинейной) ясно показывают, что наиболее естественной и «достаточной» причиной относительно больших по величине новых  $\rho_{\perp}^+$ - и  $\rho_{\parallel}^-$ -эффектов является анизотропия пиннинга на двойниках. При сравнительно низких температурах и слабых токах ( $j \ll j_{cr}(\alpha) \equiv j(0)/\phi(\alpha)$ , см. (29)) она приводит к реализации достаточно интенсивного (в широком интервале углов вокруг  $\alpha = \pi/4$ ), направленного вдоль двойников движения вихрей в TAFF-режиме, т. е. к появлению  $\rho_{\perp}^+$ -эффектов, а при токах  $j \approx j_{cr}(\alpha)$  — к появлению характерных максимумов на графиках холловских компонент тензора сопротивлений  $\rho_{\perp}^-$  и  $\rho_{\parallel}^-$  (см. пп. 3.1, 3.3 и рис. 10, 11, 13а).

Существенно новым результатом данной работы является также содержащееся в формулах (32), (33) количественное описание взаимовлияния G-эффекта и эффекта Холла, справедливое при произвольных по величине и знаку значениях констант Холла. Формально это взаимовлияние возникает из-за того, что в случае анизотропного пиннинга на двойниках движущая сила  $F$  (см. (9)), определяющая вероятность преодоления потенциального барьера (и тем самым величину перпендикулярной двойникам компоненты скорости вихрей), является суммой двух сил. Одна из них есть поперечная компонента силы Лоренца  $F_L \cos \alpha$ , а вторая — поперечная компонента силы Магнуса  $F_M^{\perp} = n\epsilon_x \gamma F_L \sin \alpha$  (см. (9)), которая пропорциональна уже продольной (по отношению к двойникам) компоненте скорости направленного движения вихрей. Именно эта вторая сила  $F_M^{\perp}$ , изменяющая свой знак (по отношению к знаку  $F_L$ ) при изменении направления внешнего магнитного поля на обратное, является причиной появления новых, холловских по своему генезису,  $\nu^-$ -слагаемых в формулах для резистивных откликов (32), (33). Ключевым моментом в физической интерпретации этих формул является трактовка функции  $\nu(f, t, \epsilon)$  как вероятности преодоления потенциального барьера двойников, из которой следует понимание эволюции сопряженных с нею функций  $\nu^{\pm}$  (см. п. 3.1) в зависимости от величины плотности тока  $j$ , температуры  $t$  и угла  $\alpha$ . Отметим здесь, что подобная трактовка не есть лишь особое свойство рассматриваемой в этой работе стохастической модели анизотропного пиннинга, а может быть последовательно проведена в рамках нелинейного феноменологического подхода [17, 18] при гораздо более широких предположениях, включающих в себя, в частности, учет межвихревого взаимодействия.

Если, как это обычно бывает в эксперименте [2, 3, 5], холловские константы достаточно малы ( $\epsilon_x, \epsilon_y \ll 1$ ), то формулы (32), (33) существенно упрощаются, так как тогда  $\nu^-(f_0) \sim \epsilon_x (d\nu/d f_0) \ll 1$  (см. п. 3.1). Если к тому же  $\gamma = 1$  и  $\epsilon_x = \epsilon_y = \epsilon \ll 1$ , то взаимовлияние G-эффекта и эффекта Холла становится «односторонним»: формулы (38) для  $\rho_{\parallel}^+$  и  $\rho_{\perp}^+$  (а, следовательно, и для  $\text{ctg} \beta$ , см. п. 3.2) перестают зависеть от холловских эффектов, тогда как в формулах (39) для  $\rho_{\parallel}^-$  и  $\rho_{\perp}^-$  сохраняются  $\nu^+$ -функции, характерные для G-эффекта.

В заключение следует еще отметить, что представленные в этой работе графики температурных зависимостей  $\rho_{\parallel, \perp}^{\pm}(t)$  не следует понимать буквально, так как от темпе-

ратуры, явно входящей в формулы для сопротивлений через функцию  $\nu(f, t, \epsilon)$ , неявно может также зависеть целый ряд параметров исследуемой задачи (компоненты тензоров  $\hat{\eta}$  и  $\hat{\alpha}$ , потенциал пиннинга  $U_0$ ). Поэтому эти графики следует понимать лишь как иллюстрацию возможных эффектов температурного депиннинга вихрей на двойниках, справедливую при условии, что указанные неявно зависящие от  $t$  параметры слабо изменяются на тех интервалах температуры, которые соответствуют особенностям функций  $\nu^{\pm}(t)$ . Тем не менее нам представляется любопытным еще отметить, что в ряде случаев для рассматриваемой модели (см. рис. 13б) температурная зависимость холловского магнитосопротивления  $\rho_{\perp}^{-}$  при  $j_0 = \text{const}$  весьма напоминает «аномальное» холловское поведение в ВТСП, активно обсуждавшееся в ряде экспериментальных и теоретических работ [2, 3, 29].

### Литература

1. S. Fleshler, W.-K. Kwok, U. Welp et al., Phys. Rev. B **47**, 14448 (1993).
2. T. R. Chien, T. W. Jing, N. P. Ong, and Z. Z. Wang, Phys. Rev. Lett. **66**, 3075 (1991).
3. T. R. Chien, D. A. Brawner, Z. Z. Wang, and N. P. Ong, Phys. Rev. B **43**, 6242 (1991).
4. A. V. Bondarenko, M. A. Obolenskii, R. V. Vovk et al., in *Proceedings of the 7th IWCC in Superconductors*, Alpbach, Austria, ed. by H. W. Weber, World Scientific, Singapore (1994), p. 177.
5. A. A. Prodan, V. A. Shklovskij, and V. V. Chabanenko et al., Physica C **302**, 271 (1998).
6. V. V. Chabanenko, A. A. Prodan, V. A. Shklovskij et al., Physica C **314**, 133 (1999).
7. H. Ghamlouch and M. Aubin, Physica C **269**, 163 (1996).
8. H. Ghamlouch and M. Aubin, R. Gagnon, and L. Taillefer, Physica C **275**, 141 (1997).
9. Э. Б. Сонин, А. Л. Холкин, ФТТ **34**, 1147 (1992).
10. E. B. Sonin, Phys. Rev. B **48**, 10487 (1993).
11. G. Blatter, M. V. Feigelman, V. B. Geshkenbein et al., Rev. Mod. Phys. **66**, 1125 (1994).
12. G. W. Crabtree, G. K. Leaf, H. G. Kaper et al., Physica C **263**, 401 (1996).
13. J. Groth, C. Reichhardt, C. J. Olson et al., Phys. Rev. Lett. **77**, 3625 (1996).
14. B. U. Zhu, J. Dong, D. Y. Xing, and Z. D. Wang, Phys. Rev. B **57**, 5075 (1998).
15. Е. Ю. Клименко, С. В. Шавкин, П. В. Волков, ЖЭТФ **112**, 1055 (1997).
16. Y. Mawatari, Phys. Rev. B **56**, 3433 (1997).
17. В. А. Шкловский, ФНТ **23**, 1134 (1997).
18. В. А. Шкловский, ФНТ **25**, 153 (1999).
19. C. Villard, G. Koren, D. Cohen, and E. Polturac, Phys. Rev. Lett. **77**, 3913 (1996).
20. P. Berghuis, E. DiBartolomeo, G. A. Vagner, and G. E. Evetts, Phys. Rev. Lett. **79**, 2332 (1997).
21. A. K. Niessen and C. H. Weijnsfeld, J. Appl. Phys. **40**, 384 (1969).
22. V. M. Vinokur, V. B. Geshkenbein, M. V. Feigel'man, and G. Blatter, Phys. Rev. Lett. **71**, 1242 (1993).
23. B. Chen and J. Dong, Phys. Rev. B **44**, 10206 (1991).
24. O. V. Usatenko and V. A. Shklovskij, J. Phys. A **27**, 5043 (1994).
25. J. M. Harris, Y. F. Yan, O. K. C. Tsui et al., Phys. Rev. Lett. **73**, 1711 (1994).
26. А. И. Ларкин, Ю. Н. Овчинников, ЖЭТФ **68**, 1915 (1975).
27. A. I. Larkin and Yu. N. Ovchinnikov, in *Nonequilibrium Superconductivity*, ed. by D. Langenberg and A. I. Larkin, North-Holland, Amsterdam (1986), Ch. 11.
28. В. М. Винокур, В. Б. Гешкенбейн, А. И. Ларкин, М. Фейгельман, ЖЭТФ **100**, 1104 (1994).
29. S. J. Hagen, A. W. Smith, M. Rajeswari et al., Phys. Rev. B **47**, 1064 (1993).