

УГЛОВЫЕ ДИАГРАММЫ РАССЕЯНИЯ ЛИНЕЙНО ПОЛЯРИЗОВАННОГО ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ РЕЛЯТИВИСТСКОЙ ИНТЕНСИВНОСТИ В ПЛАЗМЕ

*А. В. Боровский, А. Л. Галкин, О. Б. Ширяев**

*Институт общей физики Российской академии наук
117942, Москва, Россия*

Поступила в редакцию 17 июня 1999 г.

В трехмерной геометрии рассмотрена неустойчивость распространения нелинейных немонахроматических релятивистски интенсивных электромагнитных волн в холодной плазме докритической плотности. Представлены угловые диаграммы их рассеяния. Расчеты показывают возможность рассеяния вперед и назад. Излучение в конкретном направлении представляет собой совокупность распространяющихся на фоне непрерывного спектра гармоник, частоты которых зависят от угла. Излучение на конкретной частоте распространяется в совокупность конусов рассеяния. Азимутальные углы конусов зависят от частоты.

PACS: 42.25.Bs, 52.40.Nk, 42.65.Es

1. ВВЕДЕНИЕ

В последнее время все больше работ посвящается исследованию электродинамики плазмы [1] и, в частности, распространению лазерного излучения релятивистской интенсивности в веществе (см., например, [2–8]).

При фокусировке ультракоротких лазерных импульсов достигаются сверхвысокие интенсивности электромагнитного излучения, $I \geq 10^{18}$ Вт·см⁻². Особенность таких полей — проявление релятивистских эффектов в движении электронов, связанных с увеличением их массы. Кроме того, в таких сильных полях вещество часто доводится до состояния полной ионизации. В этих условиях основной вклад в поляризацию вещества вносят нелинейные токи свободных электронов [2] (более широкий круг явлений, связанных с взаимодействием мощного электромагнитного излучения с веществом, рассмотрен в [3]).

Ниже мы рассмотрим рассеяние лазерного излучения в плазме, обусловленное именно возникновением нелинейных токов свободных электронов. Соответствующие неустойчивости электромагнитного поля проявляются уже в рамках пространственно-одномерной геометрии. Рассеяние излучения при релятивистских интенсивностях анализировалось в работах [9–13], а также авторами данной статьи [14–16].

В целом рассеяние лазерного излучения в веществе изучается уже более 40 лет, тем не менее, добиться количественного совпадения теории и эксперимента весьма трудно. Обусловлено это, по-видимому, следующими обстоятельствами. Во-первых, в не

*E-mail: obs@kapella.gpi.ru

полностью ионизированном веществе вклад в рассеяние одновременно дают несколько механизмов. Во-вторых, спектральный прибор принимает излучение из разных точек рассеивающего объема, т. е. при этом мы имеем дело с интегральным эффектом. В-третьих, лазерное излучение, попадая в плазму, трансформируется. Монохроматический поток фотонов испускает и поглощает плазмоны, в результате чего он превращается в сумму монохроматических потоков с частотами, сдвинутыми на величины, кратные плазменной частоте ω_p . Плазменная частота, в свою очередь, зависит от интенсивности сильной электромагнитной волны. Процесс трансформации занимает определенное время. Рассеивается же трансформируемая волна, что вносит дополнительный элемент неопределенности в теоретическую интерпретацию рассеяния. В данной статье рассматривается рассеяние трансформированной электромагнитной волны с релятивистской интенсивностью (волны Ахиезера—Половина) в полностью ионизированном веществе на нелинейных токах электронной компоненты плазмы. Как и в работе [14], ниже изучается наиболее интересный случай рассеяния линейно поляризованной электромагнитной волны.

Подробное изучение локальных характеристик системы поле — плазма проводится путем определения временных инкрементов неустойчивости электромагнитного излучения и построения угловых диаграмм его рассеяния. В некоторых случаях, например в фокальном пятне, когда интегральные и локальные характеристики слабо различаются, угловые диаграммы могут быть использованы для интерпретации экспериментальных данных.

Данная статья является также продолжением работ [15, 16], в которых рассматривалась трехмерная теория рассеяния циркулярно поляризованной монохроматической электромагнитной волны с релятивистской интенсивностью в холодной плазме докритической плотности. Ниже исследуется наиболее часто встречающийся в эксперименте случай рассеяния линейно поляризованной сильной электромагнитной волны. Впервые проводится строгий линейный анализ данной задачи в трехмерной геометрии. До недавнего времени описание рассеяния релятивистски интенсивного электромагнитного излучения ограничивалось использованием ряда приближений. К их числу относятся: 1) одномерное приближение (см., например, [9]); 2) приближение, связанное с использованием монохроматической линейно поляризованной опорной волны не удовлетворяющей строго системе релятивистских уравнений Максвелла и гидродинамики; 3) поиск инкрементов в предположении, что одна из поперечных компонент волнового вектора равна нулю; 4) резонансные приближения, которые сводятся к использованию точных условий фазового синхронизма для некоторых волновых процессов (см., например, [17]).

В экспериментах близкое к монохроматическому лазерное излучение образует плазму и в ней трансформируется в нелинейную электромагнитную волну (немонохроматическая волна Ахиезера—Половина) [18, 16]. Именно последнюю естественно рассматривать в качестве опорного решения при анализе рассеяния. Приводимые ниже результаты показывают, что нелинейная волна Ахиезера—Половина описывает режим с установлением двухпериодического решения.

Таким образом, сложность проведенного рассмотрения заключается, во-первых, в выборе строгого опорного решения, являющегося немонахроматическим для линейно поляризованной волны (в отличие от монохроматического для волны циркулярной поляризации), во-вторых, в предельной строгости проводимого линейного анализа инкрементов для системы дифференциальных уравнений в частных производных с осцил-

лирующими коэффициентами в отличие от предыдущих приближенных рассмотрений. Применение универсального подхода позволило (как и в случае циркулярно поляризованной волны, см. [15]) описать для случая волны линейной поляризации генерацию гармоник ВКР, гидродинамический аналог комптоновского рассеяния, генерацию континуума, а также взаимодействие этих процессов.

Отметим некоторые особенности применяемого теоретического метода исследования. Временной инкремент исследуемой неустойчивости определяется как максимальное собственное значение матрицы решаемой линейной системы обыкновенных дифференциальных уравнений. Последняя получается в результате введения бегущей переменной вдоль оси распространения, взятия преобразования Фурье по пространственным координатам и перехода от бесконечного числа связанных обыкновенных дифференциальных уравнений к конечному. Такой подход, в частности, позволяет избежать традиционного выписывания и анализа громоздких дисперсионных уравнений. Ниже обосновывается периодичность инкремента по продольной компоненте волнового вектора для периодических опорных решений. Ранее мы обращали внимание лишь на квазипериодичность численно определяемых инкрементов [18].

Таким образом, ниже в трехмерной геометрии представлены результаты строгого линейного анализа системы уравнений Максвелла и релятивистской гидродинамики электронов для линейно поляризованной опорной волны произвольной амплитуды. Показано, что периодичность опорного решения порождает периодичность инкремента в соответствующем пространстве волновых векторов возмущений и максимальный период двухпериодичного строгого опорного решения определяет период инкремента.

2. ИСХОДНЫЕ УРАВНЕНИЯ

Распространение лазерного излучения релятивистской интенсивности в плазме описывается системой уравнений Максвелла и релятивистской гидродинамики электронов:

$$(\Delta - \partial_t^2) \mathbf{A} = \nabla \varphi_t + \frac{n}{\gamma} (\mathbf{A} + \nabla \psi), \quad (1)$$

$$\Delta \varphi = n - 1, \quad (2)$$

$$\nabla \mathbf{A} = 0, \quad (3)$$

$$\psi_t = \varphi - \gamma, \quad (4)$$

$$n_t + \left(\nabla \frac{n}{\gamma} (\mathbf{A} + \nabla \psi) \right) = 0, \quad (5)$$

$$\gamma = \sqrt{1 + |\mathbf{A} + \nabla \psi|^2}. \quad (6)$$

Здесь \mathbf{A} и φ — векторный и скалярный потенциалы электромагнитного поля, ψ — потенциал обобщенного импульса системы поле-плазма, n — плотность электронов. Выражением (6) определен релятивистский массовый множитель γ . Нижний индекс t означает частную производную по времени. Система (1)–(6) нормирована следующим образом: \mathbf{A} и φ — на mc^2/e , n — на невозмущенное значение электронной концентрации

n_0 , импульс электронной жидкости — на mc , время — на ω_p^{-1} (где ω_p — невозмущенное значение плазменной частоты), а пространственные координаты — на c/ω_p .

Отметим, что при выводе данной системы уравнений сделано предположение об отсутствии вихревой составляющей обобщенного импульса электронов ($\nabla \times (\mathbf{p} - \mathbf{A}) \equiv 0$) (имеет место закон вмороженности ротора обобщенного импульса: если данное условие выполнено в начальный момент времени, то оно выполняется и во все последующие).

Исходная система уравнений (1)–(6) удовлетворяет законам сохранения для вещества и поля (см., например, [6]).

3. ЛИНЕЙНО ПОЛЯРИЗОВАННАЯ ОПОРНАЯ ВОЛНА С РЕЛЯТИВИСТСКОЙ ИНТЕНСИВНОСТЬЮ

3.1. Релятивистская теория

Рассмотрим уравнения Максвелла и релятивистской гидродинамики для электронной компоненты плазмы (1) - (6) при $x_1 = x_2 = 0$. Как показано в [19], отыскание решений данных уравнений

$$\mathbf{A}(x, t) = \mathbf{e}_1 A_1(\xi) + \mathbf{e}_2 A_2(\xi), \quad \varphi = \varphi(\xi), \quad n = n(\xi), \quad \psi = \psi(\xi),$$

зависящих от одной переменной $\xi = x_3 - qt$, $q = \sqrt{1 + \epsilon^2}$, где q — фазовая скорость, а ϵ — параметр, сводится к решению следующей задачи:

$$\epsilon^2 \mathbf{A}_{\xi\xi} + F(\mathbf{A}, \varphi, \epsilon) \mathbf{A} = 0, \tag{7}$$

$$\epsilon^2 \varphi_{\xi\xi} + F(\mathbf{A}, \varphi, \epsilon) \varphi - 1 = 0, \tag{8}$$

$$F(\mathbf{A}, \varphi, \epsilon) = \sqrt{\frac{1 + \epsilon^2}{\varphi^2 + \epsilon^2(1 + |\mathbf{A}|^2)}}. \tag{9}$$

При этом импульс и электронная плотность выражаются через векторный и скалярный потенциалы электромагнитного поля [19] (см. также [18, 16]).

В общем случае решения этой задачи могут быть получены численно. Для отдельных случаев, таких как колебания малой амплитуды, чисто продольные колебания, монохроматические циркулярно поляризованные электромагнитные волны, монохроматические колебания с малой продольной составляющей, в [19] получены аналитические приближения. Кроме того, в [19] построены приближенные решения, соответствующие практически наиболее интересному случаю, когда фазовая скорость распространяющегося электромагнитного излучения близка к скорости света. Однако в этой работе рассмотрен лишь частный случай, когда поперечная составляющая электромагнитного поля является монохроматической. При этом отсутствует нелинейная амплитудно-фазовая модуляция. В [20] аналитически исследованы плоские электромагнитные волны линейной поляризации, фазовая скорость которых значительно превосходит скорость света. В работе [21] представлены результаты подробного численного исследования решений уравнений Ахиезера—Половина на фазовой плоскости. В [22] также рассмотрены волны малой амплитуды, соответствующие решениям уравнений

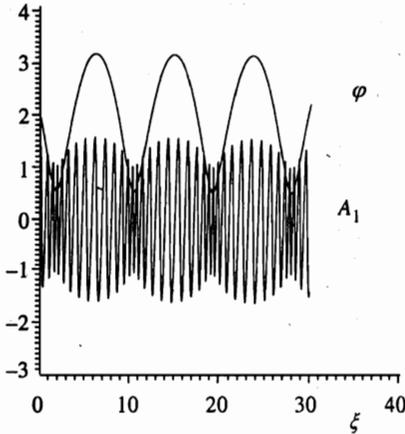


Рис. 1. Результаты численного решения задачи Ахиезера—Половина (7)–(9). Начальные условия: $A_1(0) = 1.2$, $A_{1\xi}(0) = 5$, $\varphi(0) = 2$, $\varphi_\xi(0) = -1$, $\epsilon = 0.1$

Ахиезера—Половина, и, кроме того, построены решения этих уравнений в пределе высоких амплитуд.

В [18, 16] исследована нелинейная амплитудно-фазовая самомодуляция монохроматических волн Ахиезера—Половина. На рис. 1 представлены результаты численного решения задачи Ахиезера—Половина (7)–(9) [18, 16]. Используются следующие условия: $A_1(0) = 1.2$, $A_{1\xi}(0) = 5$, $\varphi(0) = 2$, $A_2(0) = 0$, $A_{2\xi}(0) = 0$ (линейная поляризация), $\varphi_\xi(0) = 0$, $\epsilon = 0.1$. Наблюдается концентрация электромагнитного излучения между гребнями электростатического потенциала (амплитудная модуляция), причем вся картина перемещается с фазовой скоростью q . Изменяется также частота осцилляций векторного потенциала между гребнями и минимумом скалярного потенциала (фазовая модуляция).

3.2. Асимптотическая теория нелинейной самомодуляции линейно поляризованных высокочастотных электромагнитных волн в плазме

Аналитическая теория монохроматических высокочастотных линейно поляризованных релятивистски интенсивных электромагнитных волн в плазме (в рамках задачи Ахиезера—Половина) развита в [18, 16]. В случае, когда частота распространяющегося лазерного излучения намного превосходит плазменную частоту, фазовая скорость электромагнитных волн q оказывается близка к скорости света, и параметр ϵ является малой величиной. В работах [18, 16] для получения приближенных асимптотических по данному параметру решений использовалось следующее представление:

$$A_1 = \sum_{m=0}^{\infty} \epsilon^m U_m(\xi, \Theta(\xi)), \quad \varphi = \sum_{m=0}^{\infty} \epsilon^m \phi_m(\xi, \Theta(\xi)), \quad \Theta_\xi = \epsilon^{-1} \mu(\xi).$$

Здесь $\mu(\xi)$ — дополнительная неизвестная функция. Как показано в этих работах, функция ϕ_0 зависит только от ξ и является решением уравнения

$$\phi_{0\xi\xi} = \frac{1}{2} \left(\frac{1 + (1/2)g^2\phi_0^{1/2}}{\phi_0^2} - 1 \right), \tag{10}$$

а также имеют место следующие соотношения:

$$U_0(\xi) = g \phi_0^{1/4}(\xi) \sin \Theta, \tag{11}$$

$$\mu(\xi) = \phi_0^{-1/2}. \tag{12}$$

Константа g является параметром связи между электромагнитной волной и ленгмюровским откликом плазмы.

Для уравнения (10) выполняется следующий закон сохранения:

$$\phi_{0\xi}^2 + V(\phi_0) = E, \tag{13}$$

$$V(\phi_0) = V_p(\phi_0) + V_l(\phi_0), \tag{14}$$

$$V_p(\phi_0) = \phi_0 + \phi_0^{-1}, \tag{15}$$

$$V_l(\phi_0) = g^2 \phi_0^{-1/2}. \tag{16}$$

В работах [18, 16] также представлены соответствующие главные члены асимптотик для концентрации и продольной компоненты импульса электронов.

Расчет приближений высших порядков по малому параметру приводит к следующим результатам:

$$U_1(\xi, \Theta) = a_1(\xi) \cos \Theta,$$

$$a_1(\xi) = \frac{\phi_0^{1/4}}{2} \int \frac{g \left(g^2 \phi_0^{1/2} - 3(E\phi_0 - 3\phi_0^2 + 1) \right)}{16 \phi_0^{5/2}} d\xi,$$

$$\phi_1 \equiv 0,$$

$$U_2(\xi, \Theta) = \frac{g^3}{128 \phi_0^{5/4}(\xi)} \sin 3\Theta + a_2(\xi) \cos(\Theta + \text{const}),$$

$$\phi_2(\xi, \Theta) = \frac{g^2}{16 \phi_0^{1/2}(\xi)} \cos 2\Theta,$$

где последнее слагаемое в уравнении для U_2 , соответствующее малой поправке к решению «на основной частоте», должно быть определено из следующих приближений по ϵ . Таким образом, поправки второго порядка описывают генерацию второй и третьей гармоник на локальной частоте распространяющейся электромагнитной волны

Интегральное выражение для периода медленных колебаний, генерируемых распространяющимся электромагнитным излучением, очевидным образом следует из соотношений (13)–(16):

$$T(E, g) = \oint \frac{d\phi}{\sqrt{E - V(\phi)}}.$$

Можно также ввести понятие среднего волнового числа для высокочастотной электромагнитной волны:

$$k_0 = (T\epsilon)^{-1} \oint \phi_0^{-1/2} d\xi.$$

При этом, как показано в [18, 16], имеет место простое дисперсионное соотношение:

$$k_0 = N k_p, \quad k_p = \frac{2\pi}{T}.$$

Нормированная интенсивность волны Ахиезера—Половина, усредненная по высокочастотным колебаниям электромагнитного поля и по периоду плазмона, определяется следующим выражением [18, 16]:

$$\bar{I} = \frac{g^2 k_0}{2\epsilon}.$$

3.3. Квазирелятивистское приближение

Возможна ситуация, когда величины электромагнитных полей таковы, что их распространение в плазме может быть описано в рамках квазирелятивистского приближения: при учете релятивистских поправок к массам осциллирующих в них электронов достаточно ограничиться разложением гамма-фактора по степеням отношения импульса электронов к mc (в не приведенных к безразмерному виду уравнениях) и отбросить поправки четвертого и более высоких порядков (при этом следует учесть, что фазовая скорость электромагнитного излучения в рассматриваемом случае больше скорости света). Наиболее математически строгая реализация данного подхода содержится в [23], где введен малый параметр, связанный с величиной отклонения параметров электромагнитного поля и плазмы от равновесных значений, и путем разложений по этому малому параметру выведена соответствующая нестационарная нелинейная задача (см. также [24]). Ниже рассмотрен ее стационарный частный случай — квазирелятивистский аналог задачи Ахиезера—Половина, который получается, если положить равными нулю частные производные по времени в представленной в работах [23] и [24] задаче.

В [25] квазирелятивистское приближение использовано для исследования неустойчивости циркулярно поляризованного монохроматического электромагнитного излучения в плазме.

Квазирелятивистский аналог задачи Ахиезера—Половина (рассматриваемый ниже на примере задачи о линейно поляризованной электромагнитной волне) получается также из «полной» релятивистской задачи (7)–(9), если разложить нелинейности в этих уравнениях по ϵ , что соответствует случаю распространения высокочастотных электромагнитных волн, представить скалярный потенциал в виде

$$\varphi = 1 + f, \tag{17}$$

предположить, что $f \sim A_1^2$ и отбросить поправки порядка A_1^4 . Соответствующая задача имеет вид

$$\epsilon^2 A_{1\zeta\zeta} + (1 - f)A_1 = 0,$$

$$f_{\xi\xi} + f = \frac{1}{2}A_1^2.$$

При заданном внешнем поле второе из приведенных выше уравнений становится линейной задачей для определения скалярного потенциала и решается с помощью функции Грина [4] (при условии сходимости интеграла):

$$f(\xi) = \int_{-\infty}^{\infty} \sin|\xi - \xi'| \frac{A_1^2(\xi')}{2} d\xi'.$$

Разложение по малому параметру ϵ , которое проводится так же, как и для рассмотренной в предыдущем разделе релятивистской задачи, дает следующие результаты:

$$A_1 = g(1-f)^{-1/4} \sin \left(\epsilon^{-1} \int (1-f)^{1/2} d\xi \right) + O(\epsilon^2), \quad (18)$$

$$f_{\xi\xi} + f = \frac{1}{4}g^2(1-f)^{-1/2}.$$

Второму из этих уравнений соответствует закон сохранения

$$f_{\xi}^2 + V_{qr}(f) = E', \quad (19)$$

$$V_{qr}(f) = f^2 + g^2(1-f)^{1/2}. \quad (20)$$

Эти приближенные соотношения могут быть получены из соответствующих выражений релятивистской теории. Так, подставляя (17) в выражения (11), (12) для вектор-потенциала, полученные в разд. 3.2 данной работы, после элементарного преобразования получаем:

$$A_1 = g \left(\frac{1-f^2}{1-f} \right)^{1/4} \sin \left(\epsilon^{-1} \int \left(\frac{1-f^2}{1-f} \right)^{-1/2} d\xi \right) + O(\epsilon).$$

Пренебрегая, в соответствии с квазирелятивистским приближением, величиной f^2 , очевидным образом приходим к соотношению (18). Далее разложим

$$V_p(\varphi) = V_p(1+f) \approx 2 + f^2$$

и используем очевидное представление

$$V_l(\varphi) = V_l(1+f) = g^2 \sqrt{\frac{1-f}{1-f^2}}.$$

Вновь пренебрегая величиной f^2 в последнем уравнении, получаем из релятивистского закона сохранения (13)–(16) для усредненного вектор-потенциала квазирелятивистский закон сохранения (19), (20).

4. УРАВНЕНИЯ РАССЕЯНИЯ ЛИНЕЙНО ПОЛЯРИЗОВАННОЙ ВОЛНЫ

Выберем в качестве опорного решения произвольную линейно поляризованную волну Ахизера—Половина (см. рис. 1). Это — точное численное решение системы (1)–(6), которое описывается функциями A_0 , φ_0 , n_0 , $\mathbf{p}_0 = \mathbf{e}_3 p_{3,0}$ (снабдим их нижним индексом «0»). Пусть на фоне данной опорной волны распространяются малые возмущения δA , $\delta\varphi$, δn , $\delta\mathbf{p} = \nabla\delta\psi$. Система линеаризованных уравнений для возмущений имеет вид

$$\mathbf{A} = \mathbf{A}_0 + \delta\mathbf{A}, \quad \varphi = \varphi_0 + \delta\varphi, \quad n = n_0 + \delta n, \quad \mathbf{p} = \mathbf{p}_0 + \delta\mathbf{p},$$

$$(\Delta - \partial_t^2) \delta\mathbf{A} = \nabla\delta\varphi_t + \frac{n_0}{\gamma_0} (\delta\mathbf{A} + \delta\mathbf{p}) + \frac{1}{\gamma_0} (\mathbf{A}_0 + \mathbf{p}_0) \delta n - \\ - \frac{n_0}{\gamma_0^3} (\mathbf{A}_0 + \mathbf{p}_0) ((\mathbf{A}_0 + \mathbf{p}_0) \cdot (\delta\mathbf{A} + \delta\mathbf{p})),$$

$$\nabla\mathbf{A} = 0, \quad \Delta\delta\varphi = \delta n,$$

$$\delta\mathbf{p}_t = \nabla(\delta\varphi - \gamma_0^{-1}(\mathbf{A}_0 + \mathbf{p}_0) \cdot (\delta\mathbf{A} + \delta\mathbf{p})),$$

$$\delta n_t + \nabla \left(\frac{n_0}{\gamma_0} (\delta\mathbf{A} + \delta\mathbf{p}) + \frac{1}{\gamma_0} (\mathbf{A}_0 + \mathbf{p}_0) \delta n - \frac{n_0}{\gamma_0^3} (\mathbf{A}_0 + \mathbf{p}_0) \cdot ((\mathbf{A}_0 + \mathbf{p}_0) \cdot (\delta\mathbf{A} + \delta\mathbf{p})) \right) = 0.$$

Введем обозначения для функций, фигурирующих в приведенных выше уравнениях:

$$f^1(\xi) = \frac{n_0(\xi)}{\gamma_0(\xi)}, \quad f^2(\xi) = \frac{A_{1,0}(\xi)}{\gamma_0(\xi)}, \quad f^3(\xi) = \frac{p_{3,0}(\xi)}{\gamma_0(\xi)},$$

$$f^4(\xi) = \frac{n_0(\xi) A_{1,0}(\xi)}{\gamma_0^2(\xi)}, \quad f^5(\xi) = \frac{n_0(\xi) p_{3,0}(\xi)}{\gamma_0^2(\xi)}.$$

Эти функции являются периодическими и могут быть разложены в ряды Фурье:

$$f^j(\xi) = \sum_m f_m^j \exp(imk_p \xi). \quad (21)$$

При этом

$$f_m^4 = \sum_j f_j^1 f_{m-j}^2, \quad f_m^5 = \sum_j f_j^1 f_{m-j}^3.$$

Подставляя (21) в приведенные выше линеаризованные уравнения и применяя преобразование Фурье

$$(\delta A, \delta\varphi, \delta n, \delta\mathbf{p})^T = (2\pi)^{-3/2} \int \exp(-i\mathbf{k} \cdot (x_1, x_2, \xi)) (\delta A, \delta\varphi, \delta n, \delta\mathbf{p})_{\mathbf{k}}^T d^3k,$$

приходим к следующей системе уравнений для описания неустойчивости: ($\mathbf{k} = (k_1, k_2, \chi)$):

$$- (|\mathbf{k}|^2 + (\partial_t + iq\chi)^2) \delta A_{1_0} = \sum_m (a_m^1 \delta A_{1-m} + a_m^2 \delta A_{2-m} + a_m^3 \delta \psi_{-m} + a_m^4 \delta n_{-m}), \quad (22)$$

$$- (|\mathbf{k}|^2 + (\partial_t + iq\chi)^2) \delta A_{2_0} = \sum_m (b_m^1 \delta A_{1-m} + b_m^2 \delta A_{2-m} + b_m^3 \delta \Psi_{-m} + b_m^4 \delta n_{-m}), \quad (23)$$

$$(\partial_t + iq\chi) \delta n_0 = \sum_m (c_m^1 \delta A_{1-m} + c_m^2 \delta A_{2-m} + c_m^3 \delta \Psi_{-m} + c_m^4 \delta n_{-m}), \quad (24)$$

$$(\partial_t + iq\chi) \delta \psi_0 = \sum_m (d_m^1 \delta A_{1-m} + d_m^2 \delta A_{2-m} + d_m^3 \delta \Psi_{-m} + d_m^4 \delta n_{-m}), \quad (25)$$

где

$$a_m^1 = \left(1 - \frac{k_1^2 m k_p}{|\mathbf{k}|^2 (\chi + m k_p)}\right) f_m^1 - \sum_l \left(\left(1 - \frac{k_1^2}{|\mathbf{k}|^2}\right) f_l^4 - \frac{k_1 \chi}{|\mathbf{k}|^2} f_l^5 \right) \left(f_{m-l}^2 - \frac{k_1}{\chi + m k_p} f_{m-l}^3 \right),$$

$$a_m^2 = - \frac{k_1 k_2 m k_p}{|\mathbf{k}|^2 (\chi + m k_p)} f_m^1 + \sum_l \left(\left(1 - \frac{k_1^2}{|\mathbf{k}|^2}\right) f_l^4 - \frac{k_1 \chi}{|\mathbf{k}|^2} f_l^5 \right) \frac{k_2}{\chi + m k_p} f_{m-l}^3,$$

$$a_m^3 = - \frac{i k_1 \chi m k_p}{|\mathbf{k}|^2} f_m^1 + i \sum_l \left(\left(1 - i \frac{k_1^2}{|\mathbf{k}|^2}\right) f_l^4 - i \frac{k_1 \chi}{|\mathbf{k}|^2} f_l^5 \right) (k_1 f_{m-l}^2 - (\chi + m k_p) f_{m-l}^3),$$

$$a_m^4 = f_m^2 - \frac{k_1}{|\mathbf{k}|^2} (k_1 f_m^2 + \chi f_m^3),$$

$$b_m^1 = - \frac{k_1 k_2 m k_p}{|\mathbf{k}|^2 (\chi + m k_p)} f_m^1 + \sum_l \frac{k_2}{|\mathbf{k}|^2} (k_1 f_l^4 + \chi f_l^5) \left(f_{m-l}^2 - \frac{k_1}{\chi + m k_p} f_{m-l}^3 \right),$$

$$b_m^2 = \left(1 - \frac{k_2^2 m k_p}{|\mathbf{k}|^2 (\chi + m k_p)}\right) f_m^1 - \sum_l \frac{k_2^2}{|\mathbf{k}|^2 (\chi + m k_p)} (k_1 f_l^4 + \chi f_l^5) f_{m-l}^3,$$

$$b_m^3 = i \frac{k_2 \chi m k_p}{|\mathbf{k}|^2} f_m^1 - i \frac{k_2}{|\mathbf{k}|^2} \sum_l (k_1 f_l^4 + \chi f_l^5) (k_1 f_{m-l}^2 + (\chi + m k_p) f_{m-l}^3),$$

$$b_m^4 = - \frac{k_2}{|\mathbf{k}|^2} (k_1 f_m^2 + \chi f_m^3),$$

$$c_m^1 = i \frac{k_1 m k_p}{\chi + m k_p} f_m^1 - i \sum_l (k_1 f_l^4 + \chi f_l^5) \left(f_{m-l}^2 - \frac{k_1}{\chi + m k_p} f_{m-l}^3 \right),$$

$$c_m^2 = i \frac{k_2 m k_p}{\chi + m k_p} f_m^1 + i \sum_l \frac{k_2}{\chi + m k_p} (k_1 f_l^4 + \chi f_l^5) f_{m-l}^3,$$

$$c_m^3 = (|\mathbf{k}|^2 + \chi m k_p) f_m^1 - \sum_l (k_1 f_l^4 + \chi f_l^5) (k_1 f_{m-l}^2 + (\chi + m k_p) f_{m-l}^3),$$

$$c_m^4 = i (k_1 f_m^2 + \chi f_m^3),$$

$$d_m^1 = -f_m^2 + \frac{k_1}{\chi + mk_p} f_m^3, \quad d_m^2 = \frac{k_2}{\chi + mk_p} f_m^3,$$

$$d_m^3 = i(k_1 f_m^2 + (\chi + mk_p) f_m^3), \quad d_m^4 = -|k|^{-2} \delta_{m,0}.$$

Уравнение для определения собственных значений матрицы B системы обыкновенных дифференциальных уравнений, получающейся из представленных выше уравнений после из приведения к стандартной форме, имеет вид

$$\det |B - GI| = 0$$

и не изменяется при сдвиге аргумента χ на величину k_p , так как бесконечная матрица B при этом переходит сама в себя. Следовательно, все собственные значения

$$G_m = \text{Re } G_m + i \text{Im } G_m$$

матрицы B являются периодическими функциями аргумента χ с периодом k_p . Инкремент задачи определяется как максимальная положительная действительная часть собственных значений матрицы B :

$$G = \max \text{Re } G_m.$$

5. РАССЕЯНИЕ ЛИНЕЙНО ПОЛЯРИЗОВАННОЙ ВОЛНЫ В ОДНОМЕРНОМ СЛУЧАЕ

В статье [14] неустойчивость линейно поляризованной волны исследована с помощью приведенной выше системы в пространственно-одномерном случае, т. е. при $k_1 = k_2 = 0$. В этой работе установлено, что линейно поляризованная немонахроматическая волна неустойчива в релятивистском диапазоне интенсивностей относительно рассеяния вперед — назад. Как показали расчеты конкретных вариантов, спектр рассеяния в пространстве волновых векторов состоит из периодического набора линий, представляющих собой ВКР-гармоники, сдвинутые относительно друг друга на величины, кратные k_p . На форму отдельной линии инкремента влияет также релятивистский гидродинамический аналог комптоновского рассеяния фотонов на электронах, движущихся в поле опорной волны со скоростями, близкими к скорости света. Форма крыльев линии обусловлена генерацией ленгмюровских шумов распространяющейся опорной волной.

Таким образом, плоская волна в плазме является неустойчивой уже в одномерной геометрии.

Сравнение результатов строгого линейного анализа неустойчивости распространения плоской (немонахроматической) линейно и (монахроматической) циркулярно поляризованных сильных волн в холодной плазме обнаруживает существенные различия в линиях инкрементов. Различаются как период между соседними гармониками в k -пространстве (k_0 для циркулярной и k_p для линейной поляризации), так и структура линий. Для циркулярной поляризации влияние гидродинамического аналога эффекта Комптона в одномерной геометрии не существенно, а для линейной именно этот эффект формирует центр линии. В нерелятивистской области для циркулярной поляризации линия инкремента расщепляется на стоксову и антистоксову компоненты, а для линейной представлены все ВКР-гармоники.

6. УГЛОВЫЕ ДИАГРАММЫ РАССЕЯНИЯ ЛИНЕЙНО ПОЛЯРИЗОВАННОЙ ВОЛНЫ

Исследовался максимальный инкремент для задачи (22)–(25) как функция трех компонент волнового вектора возмущений \mathbf{k} . Наглядное представление может обеспечить лишь график инкремента как функции двух переменных. Представляет интерес рассмотреть зависимость инкремента от переменных в сферической системе координат. В декартовой системе $(\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3)$ опорная волна распространяется вдоль оси \mathbf{e}_3 и поляризована вдоль оси \mathbf{e}_1 . Вектор \mathbf{k} рассеянной волны составляет угол θ с осью \mathbf{e}_3 и имеет модуль k . Вектор \mathbf{k}_\perp — проекция вектора \mathbf{k} на плоскость $(\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2)$ — составляет угол α с осью \mathbf{e}_1 . Углы α, θ представляют собой полярный и азимутальный углы сферической системы координат. Рассмотрим распределения инкремента с фиксированным значением радиуса k как функцию углов θ, α . Величина k фиксирует частоту рассеянного излучения $\omega = k/c$, а углы θ, α — направление рассеяния в сферической системе координат. Поскольку в эксперименте измерения проводятся под различными углами θ, α с помощью спектральных приборов, настроенных на определенную частоту ω , рассчитанные ниже диаграммы могут непосредственно использоваться для интерпретации экспериментальных данных.

На рис. 2 представлено распределение G в зависимости от $\cos \theta$ и α для $k = 3.5 k_p$ и опорной волны, изображенной на рис. 1. Структура рассеяния имеет следующие особенности. Рассеяние происходит в дискретный набор вложенных конусов. В пределах каждого конуса рассеяние анизотропно по полярному углу. Картина рассеяния симметрична относительно $\theta = \pi/2$ (вперед—назад) и относительно плоскости поляризации $\alpha = 0$ (вправо—влево).

На рис. 3 представлены зависимости G от α для двух фиксированных конусов рассеяния $\cos \theta = mk_p/k$, где $m = 1, 8$ и $k = 8.5 k_p$ (опорная волна та же, что для рис. 2). Эта диаграмма дает представление об азимутальной анизотропии рассеяния: рассеяние преобладает при $\alpha = 0, \pi$, т. е. в направлении поляризации опорной волны.

На рис. 4 представлены зависимости G от $\cos \theta$ при полярном угле $\alpha = 0$, соответствующем максимуму рассеяния, для различных значений величины $k/k_p = 0.5 (a), 1.0 (b), 3.5 (c), 8.5 (z)$. На этом рисунке прослеживается изменение структуры угловой диаграммы рассеяния с ростом k (частоты рассеянного излучения). При величинах k , кратных k_p (рис. 4б), в направлении углов $\theta = 0, \pi$ (вперед—назад) возникают узкие конусы рассеянного излучения, соответствующие гидродинамическому аналогу комптоновского рассеяния. Дальнейший рост величины k приводит к сдвигу к центру (в масштабе рис. 4) образовавшихся пиков, образованию пары новых при каждом переходе k через величину, кратную k_p . В результате на рис. 4г имеем восемь пар пиков и один центральный. Координаты максимумов всех пиков определяются формулой

$$\cos \theta = mk_p/k, \quad m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

Обратим внимание, что структура инкремента представляет собой непрерывный фон, который является проявлением генерации континуума, с совокупностью дискретных пиков. Последние обусловлены ВКР на плазмонах и гидродинамическим аналогом комптоновского рассеяния.

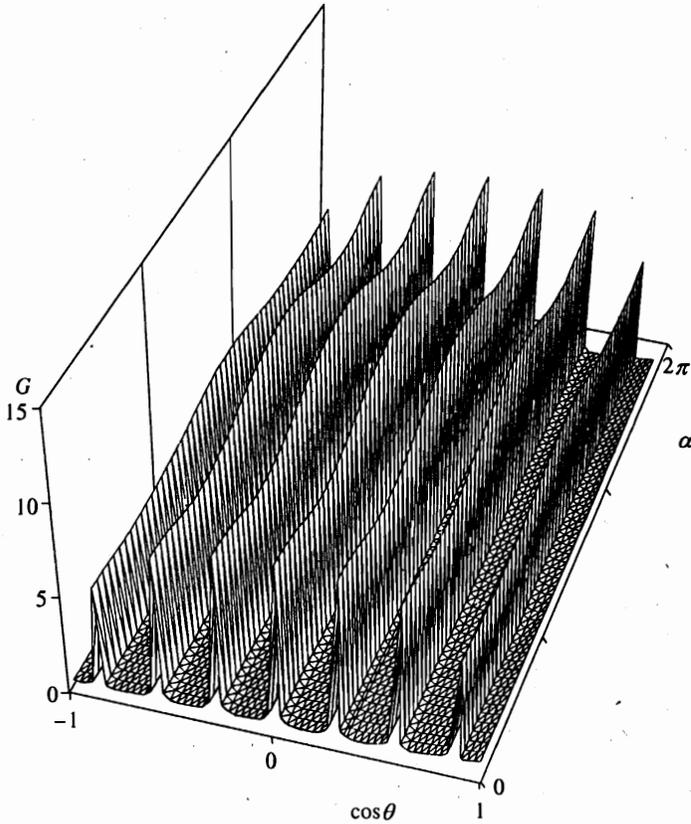


Рис. 2. Распределение инкремента G в зависимости от $(\cos \theta, \alpha)$ для $k = 3.5 k_p$ и опорной волны, изображенной на рис. 1

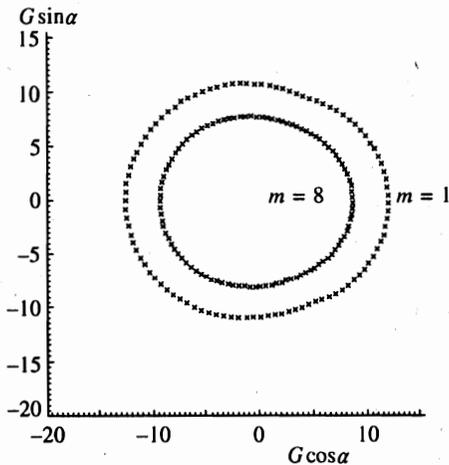


Рис. 3. Зависимости инкремента G от α для двух фиксированных конусов рассеяния $\cos \theta = m k_p / k$, где $m = 1, 8$ и $k = 8.5 k_p$ (опорная волна та же, что для рис. 2)

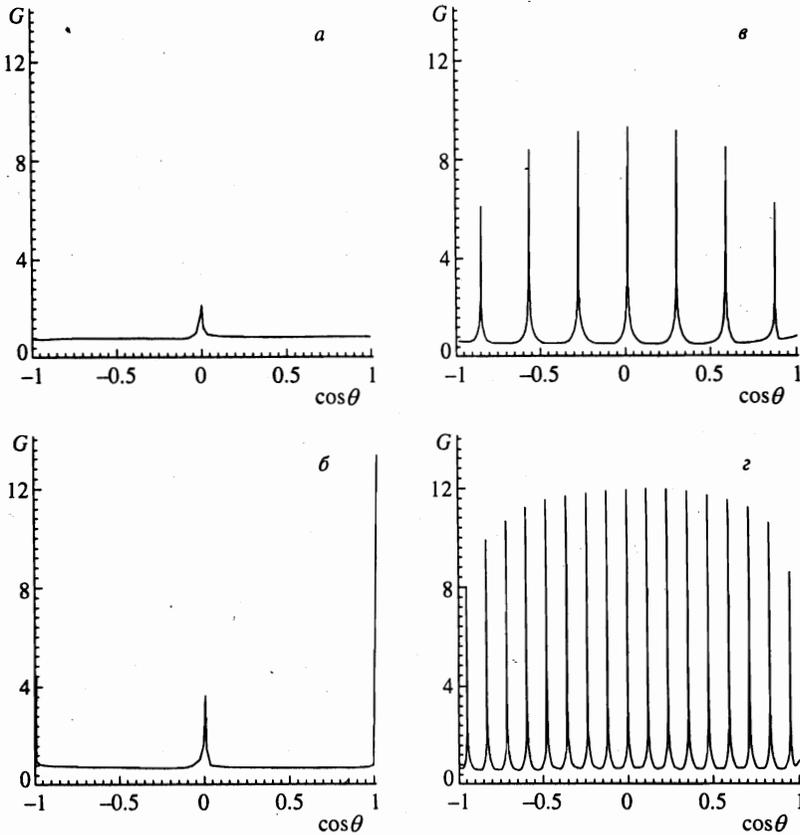


Рис. 4. Зависимости инкремента G от $\cos \theta$ при полярном угле $\alpha = 0$, соответствующем максимуму рассеяния, для различных значений величины k/k_p : 0.5 (а); 1.0 (б); 3.5 (в); 8.5 (г)

7. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящей статье в рамках пространственно-трехмерной геометрии представлен строгий линейный анализ неустойчивости распространения плоской линейно поляризованной сильной электромагнитной волны в плазме. Описана ее природа: такая волна не является монохроматической, что существенно усложняет рассмотрение. Она представляет собой двухпериодическое решение релятивистских уравнений Максвелла и гидродинамики электронов (волна Ахиезера—Половина). С физической точки зрения эта волна с амплитудно-фазовой модуляцией есть совокупность потоков фотонов с частотами, сдвинутыми на величины, кратные плазменной частоте.

Волна Ахиезера—Половина использована в качестве опорного решения для анализа задачи рассеяния. Теория описывает следующие волновые процессы: генерацию ВКР-гармоник распространяющегося опорного излучения в нелинейной среде, гидродинамический аналог комптоновского рассеяния в результате эффекта отдачи электронов, эффекты взаимодействия электромагнитных волн в плазме, а также генерацию континуума при рассеянии лазерного излучения. Совокупность перечисленных волновых

процессов исследована в релятивистском случае.

В работе использовалась релятивистская гидродинамическая модель холодной плазмы, находящейся в электромагнитном поле. Такая модель справедлива, когда энергия осцилляций электронов в поле существенно превышает их тепловую энергию. В качестве оценки применимости модели можно использовать $I \geq 2 \cdot 10^{16}$ Вт·см⁻² (см. [6]).

«Модельность» рассмотрения также заключается в избыточном учете длинноволновых возмущений, что приводит к появлению расходямости в спектральных линиях ВКР-гармоник. Общая картина рассеяния (частоты и направления рассеянных волн, положение конусов рассеяния, анизотропия рассеяния) практически не зависит от этого обстоятельства. Данная модель неприменима лишь для расчета узкой области спектральных контуров вблизи максимумов. Для устранения вклада длинноволновых возмущений можно предложить несколько приемов: учет тепловых эффектов, включая экранирование потенциала; учет ограниченности длины импульса лазерного излучения и, как следствие, размеров плазменной области и др. При проведении численных исследований наличие особенностей учтено с помощью специальных неравномерных сеток.

Расчеты показывают возможность рассеяния вперед и назад. Каждый поток излучения можно разложить в угловой спектр. Излучение в конкретном направлении представляет собой совокупность распространяющихся на фоне непрерывного спектра гармоник, частоты которых зависят от угла. С другой стороны, поток излучения имеет непрерывный частотный спектр. Излучение на конкретной частоте распространяется в совокупность конусов рассеяния. Полярные углы конусов зависят от частоты.

Расчеты диаграмм направленности показывают, что инкремент рассеяния симметричен относительно плоскости поляризации (e_1, e_3) опорной волны и относительно плоскости, перпендикулярной направлению распространения опорной волны. Несмотря на симметрию инкремента рассеяние назад в условиях эксперимента происходит с малой интенсивностью из-за малого времени взаимодействия излучений, бегущих в противоположных направлениях [26]. С другой стороны, инкремент обладает полярной анизотропией. Преимущественные направления рассеяния лежат в плоскости поляризации опорной волны.

Теория описывает также гидродинамический аналог комптоновского рассеяния. Такое рассеяние преобладает в направлениях вперед–назад, представляет собой совокупность гармоник на частотах, кратных плазменной. Электрон, вращающийся по релятивистской восьмерке в плоскости поляризации опорной волны, при прохождении верхней и нижней «макушек» восьмерки обладает импульсом, направленным вдоль и против импульса поля. В соответствующие интервалы времени происходит эффективное рассеяние с потерей или приобретением импульса электроном.

Поскольку в экспериментах с импульсами релятивистской интенсивности преимущественно используется линейно поляризованное излучение, полученные в данной работе диаграммы направленности могут быть использованы для интерпретации экспериментальных данных.

Таким образом, в данной работе впервые исследована неустойчивость волны Ахиезера—Половина в многомерном геометрии. Отметим, что излагаемые результаты естественным образом переходят в результаты одномерной теории [14]. Показана периодичность инкремента по продольной компоненте волнового вектора возмущений. Условие периодичности инкремента распространяется на случай любой другой, в том числе приближенной, периодической опорной волны.

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке INTAS (грант № 94-1937) и РФФИ (гранты № 96-02-18264, 99-02-18242).

Литература

1. А. Ф. Александров, Л. С. Богданкевич, А. А. Рухадзе, *Основы электродинамики плазмы*, Высшая школа, Москва (1988).
2. Н. Л. Цинцадзе, Д. Д. Цхакая, *Релятивистские нелинейные эффекты в плазме*, Мещниереба, Тбилиси (1989).
3. Б. Лютер-Дэвис, Е. Г. Гамалий, Янжи Ванг, А. В. Роде, В. Т. Тихончук, *Квант. электр.* **19**, 317 (1992).
4. В. М. Горбунов, В. И. Кирсанов, *Труды ФИАН* 219, 3 (1992).
5. S. V. Bulanov, I. N. Inovenkov, V. I. Kirsanov, N. M. Naumova, and A. S. Sakharov, *Phys. Fluids* **B 4**, 1935 (1992).
6. А. В. Боровский, А. Л. Галкин, *Лазерная физика*, ИздАТ, Москва (1996).
7. R. N. Sudan, Y. S. Dimant, and O. V. Shiryayev, *Phys. Plasmas* **4**, 1489 (1997).
8. А. В. Боровский, О. Б. Ширяев, *ЖЭТФ* **110**, 865 (1996).
9. В. И. Кирсанов, А. С. Сахаров, *Физика плазмы* **21**, 623 (1995).
10. А. С. Сахаров, В. И. Кирсанов, *Физика плазмы* **21**, 632 (1995).
11. A. S. Sakharov and V. I. Kirsanov, *Phys. Plasmas* **4**, 3382 (1997).
12. V. Quesnel, P. Mora, J. C. Adam, A. Heron, and G. Laval, *Phys. Plasmas* **4**, 3358 (1997).
13. V. Quesnel, P. Mora, J. C. Adam, S. Guerin, A. Heron, and G. Laval, *Phys. Rev. Lett.* **78**, 2132 (1997).
14. А. В. Боровский, А. Л. Галкин, В. В. Коробкин, О. Б. Ширяев, *Квант. электр.* **26**, 54 (1999).
15. А. В. Боровский, А. Л. Галкин, В. В. Коробкин, О. Б. Ширяев, *ЖЭТФ* **113**, 2034 (1998).
16. A. V. Borovsky, A. L. Galkin, V. V. Korobkin, and O. V. Shiryayev, *Phys. Rev. E* **59**, 2253 (1999).
17. C. J. McKinstrie, A. Simon, and E. A. Williams, *Phys. Fluids* **27**, 2738 (1984).
18. А. В. Боровский, А. Л. Галкин, О. Б. Ширяев, *Кратк. сообщ. по физ.* № 5, 33 (1998).
19. А. И. Ахиезер, Р. В. Половин, *ЖЭТФ* **30**, 915 (1956).
20. Max Claire and F. Perkins, *Phys. Rev. Lett.* **276**, 1342 (1971).
21. P. K. Kaw, A. Sen, and E. J. Valeo, *Physica D* **9**, 96 (1983).
22. A. C.-L. Chian and P. C. Clemmow, *J. Plasma Phys.* **14**, 505 (1975).
23. H. H. Kuehl, C. Y. Zhang, and T. Katsouleas, *Phys. Rev. E* **47**, 1249 (1993).
24. H. H. Kuehl and C. Y. Zhang, *Phys. Rev. E* **48**, 1316 (1993).
25. W. V. Mori, C. D. Decker, D. E. Hinkel, and T. Katsouleas, *Phys. Rev. Lett.* **72**, 1482 (1994).
26. А. В. Боровский, А. Л. Галкин, В. В. Коробкин, О. Б. Ширяев, *Квант. электр.* **24**, 929 (1997).