

К ТЕОРИИ УПРАВЛЯЕМОГО ПОЛЕМ СЦИНТИЛЛЯЦИОННОГО ДЕТЕКТОРА**М. И. Рязанов****Московский государственный инженерно-физический институт
115409, Москва, Россия*

Поступила в редакцию 10 марта 1999 г.

Теоретически показана возможность путем действия внешнего электромагнитного поля со специально подобранными частотами создать условия для протекания в диэлектрике с примесными атомами сцинтилляционного процесса излучения примесных атомов без участия фононов. Такой процесс аналогичен процессу в обычном сцинтилляторе, но полностью управляется полем. При изменении амплитуды и частоты внешнего поля ход процесса излучения может кардинально измениться, что дает возможность управления таким «полевым сцинтиллятором» в широких пределах.

PACS: 05.12

1. ВВЕДЕНИЕ

Как известно, на близких расстояниях поле излучающей системы зарядов в основном продольное, поэтому в плотных диэлектриках возбужденный атом передает энергию невозбужденному атому через продольное поле с помощью диполь-дипольного взаимодействия, а не через излучение и поглощение поперечных волн. Из-за этого невозможно излучение поперечных волн атомом, находящимся в глубине плотного диэлектрика, а энергия возбуждения атомов в течение длительного времени мигрирует по веществу. Обычно в сцинтилляционном детекторе с экситонным переносом энергии энергия возбуждения передается центру свечения [1, 2], например примесному атому, частота возбуждения которого меньше, чем у атома основного вещества и лежит вне полосы поглощения, что дает возможность свободного вылета излучения из любой точки диэлектрика наружу. Избыточная энергия идет на образование фононов, что делает маловероятным обратный процесс, а также приводит к некогерентности излучения различных примесных атомов. При этом концентрация сцинтиллирующих примесей не должна быть большой, чтобы диполь-дипольный переброс возбуждения между примесями не подавил процесс излучения.

Из-за того что такой процесс передачи энергии возбуждения вещества примесным атомам происходит только с образованием фононов, управлять этим процессом излучения трудно. Однако можно создать необходимые условия для протекания другого процесса излучения, аналогичного происходящему в обычном сцинтилляторе, но полностью управляемого полем. Для этого достаточно подействовать на сцинтиллятор электромагнитным внешним полем со специально подобранной частотой. Отличие от

*E-mail: ryazanov@theor.mephi.msk.su

обычного процесса состоит в том, что избыточная энергия уносится не фононами, а внешним полем.

При изменении амплитуды и частоты внешнего поля характер процесса излучения может кардинально измениться, что дает возможность полностью управлять процессом.

Представляет интерес теория полевого сцинтиллятора, оценка его свойств и условий, нужных для его создания.

2. ПРИМЕСНЫЙ АТОМ В ВОЗБУЖДЕННОМ ЧАСТИЦЕЙ ВЕЩЕСТВЕ

Рассмотрим диэлектрик с небольшой концентрацией примесных атомов с энергиями электронных состояний $E_1 < E_2 < E_3$. Пусть в примесных атомах запрещены переходы 0–3 между основным состоянием с энергией E_0 и состоянием E_3 , а также переходы 1–2 между состояниями E_1 и E_2 , и разрешены дипольные переходы 0–1, 1–3, 3–2 и 2–0. Выберем примесные атомы так, чтобы энергия первого возбужденного уровня атома основного вещества совпала с энергией E_2 второго возбужденного уровня атома примеси. Проходящая через диэлектрик быстрая частица возбуждает атомы, причем наиболее заселенным оказывается первый возбужденный уровень атомов основного вещества. Энергия возбуждения после этого мигрирует по веществу из-за существования резонансного диполь-дипольного взаимодействия между атомами вещества.

Второй возбужденный уровень энергии примесного атома будет участвовать в процессе миграции энергии возбуждения наравне с атомами основного вещества и поэтому будет заселен в результате прохождения быстрой частицы. Но так как переход 2–1 дипольно запрещен, первый возбужденный уровень атома примеси будет не заселенным, так что не будет излучения поперечных волн с переходом из первого возбужденного состояния в основное. Предположим теперь, что в сцинтилляторе распространяется дополнительное внешнее электромагнитное поле в виде суммы двух плоских волн

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{E}_2 \cos(\mathbf{k}_2 \mathbf{r} - \omega_2 t) + \mathbf{E}_1 \cos(\mathbf{k}_1 \mathbf{r} - \omega_1 t), \quad (1)$$

частоты которых ω_1 и ω_2 близки к резонансным частотам переходов 1–3 и 2–3, $\omega_{31} = (E_3 - E_1)/h$ и $\omega_{32} = (E_3 - E_2)/h$, т. е. удовлетворяют неравенствам

$$|\omega_1 - \omega_{31}| \ll \omega_{31}, \quad |\omega_2 - \omega_{32}| \ll \omega_{32}.$$

Действие поля (1) приводит к переходам между состояниями E_2 и E_3 и между состояниями E_3 и E_1 . В результате этих переходов возбужденный уровень примесного атома с энергией E_1 будет заселен, так что возникает излучение на частоте $\omega_{10} = (E_1 - E_0)/h$, лежащей вне полосы поглощения, что обеспечивает свободный выход излучения из вещества.

Таким образом, созданная быстрой частицей в веществе энергия возбуждения переходит в излучение, которое можно использовать для детектирования быстрой частицы. Полезно подчеркнуть, что рассматриваемый здесь сцинтилляционный процесс возникает только под действием электромагнитного поля (1), поэтому ход процесса полностью контролируется этим полем. Отметим также, что при подборе примесных атомов для полевого сцинтиллятора определяющими являются совершенно другие требования, чем в случае обычного сцинтиллятора, так что рассматриваемые здесь примесные атомы, вообще говоря, не могут обеспечить работу сцинтиллятора в обычном режиме. Поэтому

обычный режим работы сцинтиллятора в рассматриваемой среде следует считать невозможным.

Рассмотрим диэлектрик после вылета из него быстрой частицы, когда возбуждающее его атомы действие частицы уже закончилось, но энергия возбуждения еще мигрирует по всему веществу. В этом случае энергия возбуждения сосредоточена, главным образом, в долгоживущих элементарных возбуждениях вещества, которыми являются продольные электромагнитные плоские волны.

Электрическое поле такой волны, как известно, имеет вид

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{E} \exp \{ i\mathbf{q}_0 \mathbf{r} - i\omega_p t - i(\alpha/2)q_0^2 t \}, \quad (2)$$

где частота ω_p обращает в нуль диэлектрическую проницаемость, $\epsilon(\omega_p, q = 0) = 0$ [3]. В общем случае поле в возбужденном веществе должно быть суперпозицией продольных волн (2). В первом приближении можно считать, что на атом в точке \mathbf{R} внутри среды действует одно и то же поле $\mathbf{E}_0(\mathbf{R}, t)$ независимо от того, какой это атом — примесный или атом основного вещества. Тогда амплитуда заселенности $c(\mathbf{R}, t)$ первого возбужденного уровня лежащего в точке \mathbf{R} атома основного вещества связана с полем уравнением

$$\begin{aligned} ih\partial c(\mathbf{R}, t)/\partial t &= -\mathbf{d}^0 \mathbf{E}_0(\mathbf{R}, t) \exp(i\omega_{20}t), \\ h\omega c(\mathbf{R}, \omega) &= -\mathbf{d}^0 \mathbf{E}_0(\mathbf{R}, \omega + \omega_{20}), \end{aligned} \quad (3)$$

где \mathbf{d}_0 — матричный элемент перехода из основного в первое возбужденное состояние атома основного вещества. Если же в точке \mathbf{R} расположен атом примеси, то амплитуда заселенности второго возбужденного уровня этого атома $a_2^0(\mathbf{R}, t)$ в отсутствие внешних полей связана с полем уравнением

$$ih\partial a_2(\mathbf{R}, t)/\partial t = -\mathbf{d}_{20} \mathbf{E}^0(\mathbf{R}, t) \exp(i\omega_{20}t), \quad (4)$$

где

$$\mathbf{d}_{mk} = \int dq \Psi_m^*(q) \mathbf{d} \Psi_k(q)$$

— дипольный момент перехода в атоме примеси. Из (3) и (4) следует, что

$$a_2^0(\mathbf{R}, t) = \chi c(\mathbf{R}, t), \quad \chi = |\mathbf{d}_{20}|/|\mathbf{d}^0|.$$

Как известно, действующее на атом вещества локальное поле $\mathbf{E}^{loc}(\mathbf{R}, t)$ не совпадает со средним макроскопическим полем, так что если задано макроскопическое поле (1), то на лежащий в точке \mathbf{R} атом действует локальное поле [4-7]

$$\begin{aligned} \mathbf{E}^{loc}(\mathbf{R}, t) &= \mathbf{E}_2^{loc} \cos(\mathbf{k}_2 \mathbf{R} - \omega_2 t) + \mathbf{E}_1^{loc} \cos(\mathbf{k}_1 \mathbf{R} - \omega_1 t) = \\ &= (1/3) \{ [\epsilon(\omega_2, k_2) + 2] \mathbf{E}_2 \cos(\mathbf{k}_2 \mathbf{R} - \omega_2 t) + [\epsilon(\omega_1, k_1) + 2] \mathbf{E}_1 \cos(\mathbf{k}_1 \mathbf{R} - \omega_1 t) \}. \end{aligned} \quad (5)$$

Если энергия излучения намного меньше полной энергии возбуждения вещества, то можно считать амплитуду заселенности первого возбужденного уровня энергии атомов основного вещества $c(\mathbf{R}, t)$ не меняющейся из-за излучения, т. е. заданной величиной. Полное поле, действующее на примесный атом, состоит из полей вблизи частот ω_{20}, ω_{32}

и ω_{31} . Поле на частоте ω_{20} является полем $E_0(\mathbf{R}, t)$, созданным возбужденными атомами основного вещества, другие частоты принадлежат дополнительному полю (1), которое обеспечивает резонансные переходы между уровнями примеси 2-3 и 3-1. Действие поля $E^0(\mathbf{r}, t)$ на другие переходы в атоме примеси нерезонансное, т. е. гораздо более слабое, и им можно пренебречь.

Обозначим амплитуду заселенности i -го уровня находящегося в точке \mathbf{R} примесного атома под действием дополнительного поля (1) как $a_i(\mathbf{R}, t)$. Предположим, что $a_2(\mathbf{R}, t) \ll 1$, тогда заселенность основного состояния близка к единице, и в первом приближении можно положить $a_0(\mathbf{R}, t) = 1$. Тогда, оставляя только резонансные слабые, из уравнения Шредингера легко получить систему уравнений, определяющую поведение амплитуд заселенности $a_i(\mathbf{R}, t)$ состояний примесного атома под действием полного поля.

Рассмотрим сначала случай точного резонанса, $\omega_1 = \omega_{31}$ и $\omega_2 = \omega_{32}$. Вводя обозначения

$$V_{13} = V_{31}^* = (1/2)(E_1^{loc} d_{13}) \exp(-i\mathbf{k}_1 \mathbf{R}), \quad V_{23} = V_{32}^* = (1/2)(E_2^{loc} d_{23}) \exp(-i\mathbf{k}_2 \mathbf{R}), \quad (6)$$

можно получить систему уравнений для амплитуд в форме

$$i\hbar \partial a_3(\mathbf{R}, t) / \partial t = -V_{32} a_2(\mathbf{R}, t) - V_{31} a_1(\mathbf{R}, t), \quad (7)$$

$$i\hbar \partial a_2(\mathbf{R}, t) / \partial t = \chi i\hbar \partial c(\mathbf{R}, t) / \partial t - V_{23} a_3(\mathbf{R}, t), \quad (8)$$

$$\hbar \partial a_1(\mathbf{R}, t) / \partial t = -V_{13} a_3(\mathbf{R}, t). \quad (9)$$

Переходя к фурье-образам амплитуд по времени из (7)–(9) можно получить систему трех линейных неоднородных алгебраических уравнений

$$\hbar \omega a_1(\mathbf{R}, \omega) + V_{13} a_3(\mathbf{R}, \omega) = 0, \quad (10)$$

$$\hbar \omega a_2(\mathbf{R}, \omega) + V_{23} a_3(\mathbf{R}, \omega) = \hbar \omega \chi c(\mathbf{R}, \omega), \quad (11)$$

$$\hbar \omega a_3(\mathbf{R}, \omega) + V_{31} a_1(\mathbf{R}, \omega) + V_{32} a_2(\mathbf{R}, \omega) = 0. \quad (12)$$

Решая эту систему уравнений легко найти амплитуду заселенности первого возбужденного состояния атома примеси:

$$a_1(\mathbf{R}, \omega) = \frac{(E_1^{loc} d_{13})(E_2^{loc} d_{32}) \chi c(\mathbf{R}, \omega) \exp\{i(\mathbf{k}_2 - \mathbf{k}_1) \mathbf{R}\}}{|(E_1^{loc} d_{31})|^2 + |(E_2^{loc} d_{32})|^2 - 4(\hbar \omega)^2}. \quad (13)$$

Из (13) видно, что заселенность первого возбужденного состояния примесного атома прямо пропорциональна заселенности первого возбужденного уровня атома основного вещества.

3. ИЗЛУЧЕНИЕ ПРИМЕСНЫХ АТОМОВ В СЛУЧАЕ ТОЧНОГО РЕЗОНАНСА

Из сказанного выше следует, что в возбужденном веществе под действием дополнительного поля заселяются три возбужденных состояния примесного атома. По предположению, переходы 3-0 дипольно запрещены и из возбужденных состояний в основное возможны лишь дипольные переходы 2-0 и 1-0. Переход 2-0 приводит к диполь-дипольному перебросу энергии возбуждения соседним атомам основного вещества, и частота этого перехода лежит внутри полосы поглощения диэлектрика. Поэтому вылет излучения из вещества наружу может быть только в результате перехода 1-0. Частота перехода 1-0 лежит в области прозрачности, поэтому излучение слабо взаимодействует с веществом и свободно вылетает из него, если вблизи излучающего атома примеси (т. е. на расстоянии меньше длины волны) нет других таких же примесных атомов. Если такие же атомы имеются, то возникает конкуренция между процессом диполь-дипольной передачи энергии возбуждения ближайшему примесному атому и процессом излучения поперечной волны. Излучение поперечной волны примесным атомом будет основным процессом девозбуждения примеси, если число атомов примеси на единицу объема n_1 удовлетворяет неравенству

$$n_1 < (\omega_{10}/c)^3. \quad (14)$$

В то же время процесс диполь-дипольной передачи возбуждения между атомами основного вещества играет главную роль, если число атомов основного вещества на единицу объема n_0 ($n_0 \gg n_1$) подчиняется неравенству

$$n_0 > (\omega_{20}/c)^3. \quad (15)$$

При выполнении (15) ток перехода 1-0 в расположенном в точке \mathbf{R}_a атоме примеси будет источником поперечных волн. Полный ток равен сумме токов перехода в каждом атоме и в дипольном приближении фурье-образ полного тока имеет вид

$$\mathbf{j}_{01}(\mathbf{r}, \omega) = -i\omega \mathbf{d}_{01} \sum_a a_1(\mathbf{R}_a, \omega - \omega_{10}) \delta(\mathbf{r} - \mathbf{R}_a),$$

а переходя к фурье-образам по координатам, можно получить

$$\mathbf{j}_{01}(\mathbf{k}, \omega) = -i\omega \mathbf{d}_{01} (2\pi)^{-3} \sum_a a_1(\mathbf{R}_a, \omega - \omega_{10}) \exp(-i\mathbf{k}\mathbf{R}_a). \quad (16)$$

Считая, что на частоте ω вещество прозрачно, нетрудно получить для распределения излучения по углам и частотам выражение

$$\begin{aligned} \frac{d^2U}{d\Omega d\omega} &= \frac{\omega^2}{\varepsilon^{1/2}(\omega)} |\mathbf{k}\mathbf{d}_{01}|^2 \left\{ \sum_a |a_1(\mathbf{R}_a, \omega - \omega_{10})|^2 \right\} + \\ &+ \sum_a \sum_{b \neq a} a_1(\mathbf{R}_a, \omega - \omega_{10}) a_1^*(\mathbf{R}_b, \omega - \omega_{10}) \exp\{-i\mathbf{k}(\mathbf{R}_a - \mathbf{R}_b)\}. \end{aligned} \quad (17)$$

Суммирование в (17) проводится по всем атомам примеси. Если выполнено неравенство (14), то слагаемое с двойной суммой в (17) мало по сравнению с первым слагаемым.

При однородном распределении примесных атомов можно заменить суммирование по \mathbf{R}_a интегрированием. Учитывая сказанное, с помощью (13) легко получить

$$\frac{d^2U}{d\Omega d\omega} = \frac{\omega^2}{\varepsilon^{1/2}(\omega)} \int d^3R \left| \frac{[\mathbf{kd}_{01}] \chi V_{13} V_{23} c(\mathbf{R}, \omega - \omega_{10}) \exp \{i(\mathbf{k}_2 - \mathbf{k}_1)\mathbf{R}\}}{h^2(\omega - \omega_{10})^2 - |V_{13}|^2 - |V_{23}|^2} \right|^2. \quad (18)$$

Если знаменатель в (18) не слишком мал, то можно пренебречь поглощением на частотах ω_1 и ω_2 . Тогда (18) упрощается:

$$\frac{d^2U}{d\Omega d\omega} = \frac{\omega^2 |[\mathbf{kd}_{01}]|^2 |\chi V_{13} V_{23}|^2 \int d^3R |c(\mathbf{R}, \omega - \omega_{10})|^2}{\varepsilon^{1/2}(\omega) \{h^2(\omega - \omega_{10})^2 - |V_{13}|^2 - |V_{23}|^2\}^2}. \quad (19)$$

В области частот, где знаменатель в (19) становится малым, нужен учет мнимой части диэлектрической проницаемости для частот ω_1 и ω_2 , а также следует использовать более точное выражение (18) вместо (19).

4. ИЗЛУЧЕНИЕ СЦИНТИЛЛЯТОРА, ВЫЗВАННОЕ ПРОДОЛЬНОЙ ВОЛНОЙ

Рассмотрим в качестве примера излучение, возникающее в сцинтилляторе при прохождении продольной плоской волны (2). Действующее на атом вещества локальное поле отличается от (2) множителем $(\varepsilon(\omega, q) + 2)/3 = 2/3$:

$$\mathbf{E}_0^{loc}(\mathbf{r}, t) = (2/3) \mathbf{E}_0 \exp \{i\mathbf{q}_0 \mathbf{r} - i\omega_p t - i(\alpha/2)q_0^2 t\}. \quad (20)$$

Подстановка этого выражения в (3) дает

$$c(\mathbf{R}, \omega) = -\mathbf{d}^0 \mathbf{E}_0 (1/h\omega) \exp(i\mathbf{q}_0 \mathbf{R}) \delta(\omega - \omega_{20} - \omega_p - \alpha q_0^2/2). \quad (21)$$

С помощью (21) можно преобразовать распределение энергии излучения сцинтиллятора по углам и частотам (19) к виду (\mathcal{V} — рабочий объем сцинтиллятора)

$$\frac{d^2U}{d\omega d\Omega} = \frac{\mathcal{V} |[\mathbf{kd}_{01}]|^2 |V_{13} V_{23}|^2 |\mathbf{d}_{20} \mathbf{E}_0|^2 \delta(\omega - \omega_{20} - \omega_p - \alpha q_0^2/2)}{2\pi^3 9h^2 \varepsilon^{1/2}(\omega) \{h^2(\omega - \omega_{10})^2 - |V_{13}|^2 - |V_{23}|^2\}}. \quad (22)$$

Из полученного выражения для распределения излученной энергии легко видеть, что частота излучения сцинтиллятора не зависит от направления волнового вектора продольной волны.

5. ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

Следует отметить, что наряду с рассматриваемым процессом может проходить также обратный процесс, заключающийся в том, что поле быстрой частицы переводит связанный электрон примесного атома из основного состояния в первое возбужденное, т. е. инициирует переход 0-1, а дополнительное поле (1) последовательно переводит этот электрон в возбужденное состояние 3, а затем в возбужденное состояние 2 атома примеси. Этот процесс конкурирует с основным рассматриваемым процессом, однако его интенсивность намного меньше: она пропорциональна энергии, переданной частицей на возбуждение одного первого возбужденного уровня всех примесных атомов,

в то время как интенсивность основного рассматриваемого процесса пропорциональна энергии, переданной быстрой частицей на возбуждение всех атомов основного вещества. Но концентрация примесей должна удовлетворять неравенству (14), так что основной процесс имеет во много раз большую интенсивность, чем обратный. Поэтому существованием обратного процесса можно пренебречь, а возникающая при этом относительная погрешность — порядка концентрации примесных атомов n_1/n_0 .

При выборе конкретного вещества для полевого сцинтиллятора следует исходить из того, что в веществе без примесей резонансное возбуждение, соответствующее первому возбужденному уровню связанного атомного электрона, должно распространяться по всему образцу практически без потерь. Это можно сравнительно просто проверить экспериментально. Поэтому, в частности, не подходят все те вещества, в которых центры свечения не связаны с примесями. При выборе примесного атома прежде всего необходимо, чтобы энергия его второго возбужденного уровня совпала с энергией первого возбужденного уровня атома основного вещества (или была бы достаточно близкой к ней). Можно сказать, что при выборе атома примеси главное условие состоит в том, чтобы первый и третий уровни энергии связанных электронов в примесных атомах должны лежать вне полосы поглощения и должны быть запрещены дипольные переходы между основным и третьим возбужденным уровнем атома примеси и между первым и вторым возбужденными уровнями атома примеси.

Что же касается положения первого и третьего уровней примесного атома, то при выполнении главного условия конкретные значения разности энергий $E_3 - E_2$ и $E_2 - E_1$ не так существенны. Например, эти разности энергий могут лежать в различных диапазонах частот. Также возможны другие варианты выбора примесных атомов с иным положением уровней энергии электронов. Например, в качестве «третьего» возбужденного уровня можно использовать уровень энергии примесного атома, лежащий ниже второго, т. е. ниже первого возбужденного уровня атома основного вещества (такое положение уровней примеси использовалось в [8] при рассмотрении когерентной части излучения примесей). В этом случае резонансное поле тоже будет приводить к излучению примесных атомов, но тогда излучение будет возможно и без резонансного поля, что ослабит управляемость сцинтиллятора. При рассмотренном выше расположении уровней в отсутствие резонансного поля излучение примесных атомов может произойти только из-за теплового возбуждения связанного электрона примеси из второго в третье возбужденное состояние, чем в случае $\omega_{32} \gg kT$ можно пренебречь. Другим примером может служить такое расположение возбужденных уровней энергии атома примеси, когда «первый» возбужденный уровень лежит выше второго, т. е. выше первого возбужденного уровня атома основного вещества. В этом случае излучение примесных атомов станет возможным только при включении резонансного поля, однако, лишь часть энергии излучения примесей будет обеспечена возбуждением основного вещества, а часть энергии излучения появится за счет убывания энергии резонансного поля. При этом уменьшается точность определения энергии возбуждения основного вещества, необходимой для получения информации о свойствах быстрых частиц. Это делает такое расположение уровней энергии примесного атома неудобным для использования в полевом сцинтилляторе.

Проведенное обсуждение показывает, что область возможного существования полевого сцинтиллятора довольно широка. Поэтому представляется реальным создание такого сцинтиллятора, где энергия возбужденных быстрой частицей электронных степеней свободы диэлектрика превращается в испускаемое примесными атомами излучение

в процессе, полностью обеспечиваемом и контролируемом специально подобранным внешним электромагнитным полем. Отличие от процесса в обычном сцинтиляторе состоит в том, что избыточная энергия (разность между энергией возбуждения атома среды и энергией излучаемого кванта) уносится не фононами, а внешним полем.

Вследствие этого распределение излучаемой сцинтилятором энергии (19) или (18) при фиксированном основном веществе сцинтилятора и атомах примеси определяется лишь амплитудами и частотами дополнительного внешнего поля, обеспечивающего ход процесса. Выключение внешнего поля прекращает излучение сцинтилятора, несмотря на сохранение энергии возбуждения в веществе. Изменение частот дополнительного внешнего поля приводит к изменению интенсивности и частотного спектра излучения.

Работа выполнена при частичной поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант 99-02-17015).

Литература

1. А. И. Абрамов, Ю. А. Казанский, Е. С. Матусевич, *Основы экспериментальных методов ядерной физики*, Энергоатомиздат, Москва (1985).
2. В. К. Ляпидевский, *Методы детектирования излучений*, Энергоатомиздат, Москва (1987).
3. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, *Электродинамика сплошных сред*, Наука, Москва (1992).
4. S. L. Adler, *Phys. Rev.* **126**, 413 (1962).
5. E. G. Maksimov and I. I. Mazin, *Solid. St. Commun.* **27**, 527 (1978).
6. J. E. Sipe, *Can. J. Rhys.* **53**, 2095 (1978).
7. М. И. Рязанов, *ЖЭТФ* **108**, 1778 (1995).
8. В. К. Ляпидевский, М. И. Рязанов, *Письма в ЖЭТФ* **32**, 516 (1980).