

СВЕРХУЗКИЕ ПУЧКИ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ В СРЕДАХ С КЕРРОВСКОЙ НЕЛИНЕЙНОСТЬЮ

В. Е. Семенов, Н. Н. Розанов, Н. В. Высотина*

*Научно-исследовательский институт лазерной физики,
Всероссийский научный центр «Государственный оптический институт им. С. И. Вавилова»
199034, Санкт-Петербург, Россия*

Поступила в редакцию 19 января 1999 г.

На основе решения полной системы уравнений Максвелла в прозрачной среде с керровской нелинейностью определена векторная структура электромагнитного поля в режимах самоканалирования. Показано, что режимы самоканалирования с асимметричным угловым распределением поля существуют при значениях мощности, в несколько раз превышающих критическое значение самофокусировки. С ростом мощности формируется универсальная (автомодельная) структура поля, в которой при изменении мощности меняются лишь масштабы. Продемонстрировано самоканалирование с шириной канала, много меньшей (линейной) длины волны света — режим «световой иглы» с предельной концентрацией световой мощности.

PACS: 42.65Jx

1. ВВЕДЕНИЕ

Достижение предельно высокой концентрации световой энергии возможно за счет уменьшения длительности лазерных импульсов (фемто- и аттосекундный диапазоны) и поперечного сжатия пучка (микронные и субмикронные поперечные размеры). Последний процесс может быть реализован в прозрачных средах с нелинейностью показателя преломления самофокусировочного типа.

Фундаментальное явление самофокусировки излучения, предсказанное Аскарьяном в 1962 г. [1], в последующем интенсивно изучалось экспериментально и теоретически (см. обзоры [2–5] и монографию [6]). Основные теоретические исследования выполнены в рамках метода медленно меняющейся амплитуды (приближение квазиоптического уравнения), что предполагает, в частности, что пучок излучения значительно шире длины волны света. Поскольку в рамках этого приближения в керровской (с кубичной нелинейностью) среде при превышении критического значения мощности излучения пучок сжимается в точечный фокус, вопрос о конечной стадии самофокусировки вблизи нелинейного фокуса остается открытым и может быть решен лишь на основе полной системы нелинейных уравнений Максвелла. Попытки анализа такой существенно более сложной системы для реальной (поперечно двумерной) геометрии предпринимались в ряде работ лишь для ряда специальных случаев (см. [6] и приведенную там литературу). При этом важным ограничением являлось рассмотрение пучков

*E-mail: rosanov@ilph.spb.su

со строго осесимметричным распределением интенсивности [6]. Такие пучки уже в квазиоптическом приближении переносят мощность, заметно превышающую критическое значение, что обычно свидетельствует об их неустойчивости [7]; демонстрация неустойчивости подобных пучков по отношению к малым возмущениям содержится в [8]. Заметим, что другим фактором, ограничивающим нелинейную фокусировку излучения, служит возможное при высоких интенсивностях излучения отклонение нелинейности среды от керровской или даже разрушение среды. Однако при достаточно большой интенсивности насыщения нелинейности этот фактор менее существен, чем «непараксиальность» сверхузких пучков (с шириной, сравнимой с длиной волны излучения или меньшей ее).

Таким образом, вопрос о конечной стадии самофокусировки излучения и возможности формирования сверхузких пучков («световых игл») в среде с нелинейностью, близкой к керровской, остается открытым. Задачей настоящей работы и служит анализ данного вопроса при отказе от строгой осевой симметрии распределения интенсивности излучения и при учете его более сложной поляризационной структуры.

Далее в разд. 2 мы выписываем основные исходные уравнения задачи применительно к рассматриваемому во всей статье случаю квазимонохроматического излучения. Центральным моментом здесь служит введение векторного потенциала типа вектора Герца и его определенная калибровка. Такой подход ранее, насколько нам известно, не применялся в задачах нелинейной оптики. Поскольку напряженности электрического и магнитного полей выражаются через векторный потенциал, это позволяет более просто учесть векторный характер электромагнитного поля. Еще одним важным для дальнейшего обстоятельством служит последовательная трактовка мощности излучения как интеграла от продольной компоненты вектора Пойнтинга, усредненного по периоду оптических колебаний.

Раздел 3 содержит дальнейшее упрощение векторной природы задачи за счет выбора ее частного решения, для которого векторный потенциал содержит только одну ненулевую декартову компоненту. Обоснованием этого служат результаты численного моделирования, демонстрирующие несущественность перемешивания компонент векторного потенциала. В квазиоптическом пределе при этом получается хорошо известное решение, отвечающее линейной поляризации излучения. Можно ожидать, что другие решения будут характеризоваться более высокой мощностью (при той же постоянной распространения).

В разд. 4 приводится приближенное асимптотическое решение нелинейного волнового уравнения, отвечающее значительному превышению мощностью пучка критического (порогового) значения самофокусировки. Исходным моментом служит подтверждаемое последующими численными расчетами предположение о преобладании линейной поляризации излучения и о приближенной осевой симметрии структуры поля. Здесь определяется дискретный набор стационарных режимов самоканализирования, различающихся топологическим зарядом (азимутальным индексом, характеризующим изменение фазы при обходе оси пучка) и радиальным индексом (число нулей радиальной функции). Из этих режимов выделяется основной, отвечающий безузловой радиальной функции и наименьшей мощности (при фиксированном значении постоянной распространения), который только и рассматривается далее. Для него строится полная векторная структура поля, которая оказывается неизменной (с точностью до изменения масштабов) для сколь угодно больших мощностей.

Следующие два раздела посвящены численному анализу задачи. В разд. 5 изла-

гается итерационный способ численного решения нелинейных уравнений Максвелла. Результаты расчетов приводятся в разд. 6. В Заключении содержатся общее обсуждение и выводы.

2. ОСНОВНЫЕ УРАВНЕНИЯ

Мы рассматриваем монохроматическое излучение (с частотой ω) с электрической \vec{E} и магнитной \vec{H} напряженностями вида

$$\vec{E} = \frac{1}{2} [\mathbf{E}(\mathbf{r}) \exp(-i\omega t) + \text{c.c.}], \quad \vec{H} = \frac{1}{2} [\mathbf{H}(\mathbf{r}) \exp(-i\omega t) + \text{c.c.}] \quad (1)$$

Вообще говоря, в нелинейной среде возникают и поля с кратными частотами (3ω и т. д.). Однако их амплитуды пренебрежимо малы при (предполагаемом) несоблюдении условий синхронизма. Тогда нелинейная составляющая электрической индукции запишется в виде [6, 9]

$$\mathbf{D}_{nl} = A(\mathbf{E}\mathbf{E}^*)\mathbf{E} + \frac{B}{2}(\mathbf{E}\mathbf{E})\mathbf{E}^* = \left(A + \frac{B}{2}\right)(\mathbf{E}\mathbf{E}^*)\mathbf{E} + \frac{B}{2}[(\mathbf{E}\mathbf{E})\mathbf{E}^* - (\mathbf{E}\mathbf{E}^*)\mathbf{E}]. \quad (2)$$

Соотношение коэффициентов A и B в (2) зависит от механизма нелинейности. Для стрикционной нелинейности в газах и жидкостях $B = 0$, и член в правой части (2), включающий квадратные скобки, исчезает. Как следует из дальнейшего (см. разд. 3–5), в рассматриваемом ниже случае поляризации излучения, близкой к линейной, этот член заметно меньше предыдущего. Тогда среда изотропна и возможно введение скалярной нелинейной диэлектрической проницаемости $\mathbf{D} = \varepsilon\mathbf{E}$, где

$$\varepsilon = \varepsilon_0 + \varepsilon_2|\mathbf{E}|^2. \quad (3)$$

Для сред с самофокусировкой коэффициент нелинейности $\varepsilon_2 > 0$. Магнитную проницаемость среды считаем постоянной, $\mu = 1$.

Введем векторный потенциал Π соотношением

$$\mathbf{H} = -\frac{i\omega}{c} \text{rot } \Pi. \quad (4)$$

Из первого уравнения Максвелла ($\text{rot } \mathbf{E} - (i\omega/c)\mathbf{H} = 0$) и определения (4) следует

$$\mathbf{E} = -\text{grad } \phi + \frac{\omega^2}{c^2}\Pi, \quad (5)$$

где ϕ — произвольная функция (скалярный потенциал). Подставив (4) во второе уравнение Максвелла ($\text{rot } \mathbf{H} + (i\omega/c)\mathbf{D} = 0$) и подчинив скалярный потенциал ϕ условию

$$\phi = -\frac{1}{\varepsilon} \text{div } \Pi, \quad (6)$$

получим с учетом (5) уравнение для вектора Π

$$\Delta\Pi + \frac{\varepsilon\omega^2}{c^2}\Pi - \text{grad } \ln \varepsilon \cdot \text{div } \Pi = 0. \quad (7)$$

На основании (5) и (6) электрическая напряженность \mathbf{E} выражается через потенциал следующим образом:

$$\mathbf{E} = \frac{1}{\varepsilon} \operatorname{rot} \operatorname{rot} \Pi. \quad (8)$$

Мы будем искать «однородные пучки» с полем, экспоненциально убывающим при удалении от оси пучка и сохраняющим свой профиль вдоль оси распространения z . Тогда

$$\Pi(x, y, z) = \Pi(x, y) \exp(i\gamma z),$$

где γ — вещественная постоянная распространения. При этом уравнение (7) для компонент вектора $\Pi(x, y)$ запишется в виде

$$\begin{aligned} \Delta_{\perp} \Pi_x - \gamma^2 \Pi_x + \frac{\varepsilon \omega^2}{c^2} \Pi_x - \frac{\partial(\ln \varepsilon)}{\partial x} \left(\frac{\partial \Pi_x}{\partial x} + \frac{\partial \Pi_y}{\partial y} + i\gamma \Pi_z \right) &= 0, \\ \Delta_{\perp} \Pi_y - \gamma^2 \Pi_y + \frac{\varepsilon \omega^2}{c^2} \Pi_y - \frac{\partial(\ln \varepsilon)}{\partial y} \left(\frac{\partial \Pi_x}{\partial x} + \frac{\partial \Pi_y}{\partial y} + i\gamma \Pi_z \right) &= 0, \\ \Delta_{\perp} \Pi_z - \gamma^2 \Pi_z + \frac{\varepsilon \omega^2}{c^2} \Pi_z &= 0, \end{aligned} \quad (9)$$

где Δ_{\perp} — поперечный оператор Лапласа.

Плотность мощности излучения S_z определяется как средняя за оптический период z -компонента вектора Пойнтинга:

$$S_z = \frac{c}{8\pi} \operatorname{Re}[\mathbf{E}^* \mathbf{H}]_z = \frac{c}{8\pi} \operatorname{Re}(E_x^* H_y - E_y^* H_x), \quad (10)$$

а мощность P — как интеграл от плотности мощности по поперечному сечению S :

$$P = \frac{c}{8\pi} \operatorname{Re} \left(\int_S (E_x^* H_y - E_y^* H_x) dS \right). \quad (11)$$

Удобно использовать нормированные переменные

$$\begin{aligned} x' = kx, \quad y' = ky, \quad z' = kz, \quad \gamma' = \gamma/k, \quad k = \sqrt{\varepsilon_0} \omega/c, \\ \mathbf{E}' = \mathbf{E}/E_n, \quad \mathbf{H}' = \mathbf{H}/\sqrt{\varepsilon_0} E_n, \quad \Pi' = \Pi \omega^2/c^2 E_n, \\ \varepsilon' = 1 + \varepsilon_{nl}, \quad \varepsilon_{nl} = \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_0} |E_n|^2 |\mathbf{E}'|^2. \end{aligned} \quad (12)$$

При этом нормировочный коэффициент E_n выбираем таким образом, чтобы параметр нелинейности $C_{nl} = (\varepsilon_2/\varepsilon_0) |E_n|^2 = 1$. Тогда окончательные уравнения принимают вид

$$\begin{aligned} \Delta'_{\perp} \Pi'_x - \gamma'^2 \Pi'_x + \varepsilon' \Pi'_x - \frac{\partial(\ln \varepsilon')}{\partial x'} \left(\frac{\partial \Pi'_x}{\partial x'} + \frac{\partial \Pi'_y}{\partial y'} + i\gamma' \Pi'_z \right) &= 0, \\ \Delta'_{\perp} \Pi'_y - \gamma'^2 \Pi'_y + \varepsilon' \Pi'_y - \frac{\partial(\ln \varepsilon')}{\partial y'} \left(\frac{\partial \Pi'_x}{\partial x'} + \frac{\partial \Pi'_y}{\partial y'} + i\gamma' \Pi'_z \right) &= 0, \\ \Delta'_{\perp} \Pi'_z - \gamma'^2 \Pi'_z + \varepsilon' \Pi'_z &= 0, \end{aligned} \quad (13)$$

$$\mathbf{E}' = \frac{1}{\varepsilon'} \operatorname{rot}' \operatorname{rot}' \{ \Pi' \exp(i\gamma' z') \}, \quad \mathbf{H}' = -i \operatorname{rot}' \{ \Pi' \exp(i\gamma' z') \}, \quad (14)$$

$$\varepsilon' = 1 + |\mathbf{E}'|^2. \quad (15)$$

Далее мы работаем с нормированной системой (13)–(15) и штрихи опускаем.

3. ВЫБОР ПОТЕНЦИАЛА

Поскольку общее решение уравнений Максвелла описывается только двумя независимыми функциями [10], компоненту P_z можно положить равной нулю. Поле, описываемое компонентой P_x , соответствует линейно поляризованному пучку с ориентацией электрического поля вдоль оси x в случае, когда поперечные размеры пучка много больше длины волны. Для соотнесения максвелловского пространственного солитона квазиоптическому рассмотрим случай, когда вектор Π имеет только одну отличную от нуля компоненту, например, $\Pi = (\Pi(x, y), 0, 0)$. Это можно сделать, потому что, как показали расчеты, для солитоноподобных структур поля члены в уравнении (13), содержащие $\partial(\ln \varepsilon)/\partial x$, $\partial(\ln \varepsilon)/\partial y$, малы и не меняют качественно решения в широком диапазоне энергий. Тогда уравнение (13) становится скалярным:

$$\Delta_{\perp} \Pi - \gamma^2 \Pi + \varepsilon \Pi = 0, \quad (16)$$

а напряженности поля определяются через Π следующим образом:

$$\mathbf{E} = \frac{1}{\varepsilon} \left[\mathbf{i} \left(\gamma^2 \Pi - \frac{\partial^2 \Pi}{\partial y^2} \right) + \mathbf{j} \frac{\partial^2 \Pi}{\partial x \partial y} + \mathbf{k} \left(i\gamma \frac{\partial \Pi}{\partial x} \right) \right], \quad \mathbf{H} = \mathbf{j} \gamma \Pi + \mathbf{k} i \frac{\partial \Pi}{\partial y}. \quad (17)$$

Если потенциал Π — четная по x и y функция, то нелинейная диэлектрическая проницаемость ε и x -компонента электрической напряженности тоже — четные функции x и y , E_y — нечетная по x и y , а E_z — нечетная по x и четная по y функции. Кроме того, если потенциал Π веществен, то компоненты E_x и E_y тоже вещественны, а E_z — чисто мнимая функция. Такие свойства и будут выполняться далее. В этом случае выражение в квадратных скобках в формуле (2) имеет вид

$$(\mathbf{E}\mathbf{E})\mathbf{E}^* - (\mathbf{E}\mathbf{E}^*)\mathbf{E} = 2 \left[\mathbf{i} E_z E_z E_x + \mathbf{j} E_z E_z E_y - \mathbf{k} (E_x E_x + E_y E_y) E_z \right]. \quad (18)$$

Отметим, что в правую часть (18) множителем входит продольная компонента электрической напряженности E_z . В квазиоптическом пределе ($\gamma \rightarrow 1$, мощность близка к критической мощности самофокусировки) эта компонента мала:

$$|E_z/E_x|^2 \sim (\lambda/w)^2 \ll 1$$

(λ — длина волны света, w — ширина пучка). Как показывают расчеты (разд. 5), с ростом постоянной распространения γ (или же мощности излучения) амплитуда продольной компоненты возрастает, однако относительная доля ее стабилизируется на небольшом уровне даже в случае весьма больших мощностей. Этим и оправдывается пренебрежение анизотропией нелинейности и введение скалярной нелинейной диэлектрической проницаемости.

Введем нормированную мощность $P' = P/P_0$, где P_0 — критическая мощность самофокусировки в квазиоптическом приближении [6]:

$$P_0 = 11.7 \frac{c\epsilon_0^{3/2}}{8\pi k^2 \epsilon_2}. \quad (19)$$

Подставляя (19), (17) в (11), получаем выражение для нормированной мощности

$$P' = \frac{\gamma}{11.7} \operatorname{Re} \left(\int_S \frac{1}{\epsilon} \left(\gamma^2 \Pi^* - \frac{\partial^2 \Pi^*}{\partial y^2} \right) \Pi dS \right). \quad (20)$$

4. ПРИБЛИЖЕННОЕ АСИМПТОТИЧЕСКОЕ РЕШЕНИЕ

Построим асимптотическое решение приведенных уравнений, отвечающее большим мощностям (по сравнению с критической мощностью самофокусировки) или же пределу $\gamma \gg 1$. В соответствии с результатами численных расчетов (см. разд. 6) для выбранной поляризации электрическое поле имеет преимущественно x -компоненту, причем распределение потенциала близко к осесимметричному. В этом случае из (17) следует

$$\mathbf{E} \approx E_x \mathbf{i} \approx \frac{\gamma^2}{\epsilon} \Pi \mathbf{i},$$

поэтому с учетом (15)

$$\epsilon = 1 + \frac{\gamma^4}{\epsilon^2} |\Pi|^2. \quad (21)$$

В области больших интенсивностей можно пренебречь единицей в правой части (21). Тогда

$$\epsilon = \gamma^{4/3} |\Pi|^{2/3}, \quad (22)$$

и уравнение (16) примет вид

$$\frac{1}{\gamma^2} \Delta_{\perp} \Pi - \Pi + \left| \frac{\Pi}{\gamma} \right|^{2/3} \Pi = 0. \quad (23)$$

Исключим из (23) большой параметр γ , введя новые масштабы поперечных координат $\tilde{\mathbf{r}}_{\perp}$ и потенциала $\tilde{\Pi}$:

$$\tilde{\mathbf{r}}_{\perp} = \gamma \mathbf{r}_{\perp}, \quad \tilde{\Pi} = \Pi / \gamma. \quad (24)$$

Тогда приходим к следующему уравнению:

$$\tilde{\Delta}_{\perp} \tilde{\Pi} - \tilde{\Pi} + |\tilde{\Pi}|^{2/3} \tilde{\Pi} = 0. \quad (25)$$

Заметим, что вид нелинейности (степень 2/3 в уравнении (25) вместо степени 2 в обычном квазиоптическом уравнении) свидетельствует об эффективном насыщении нелинейности (эффект непараксиальности).

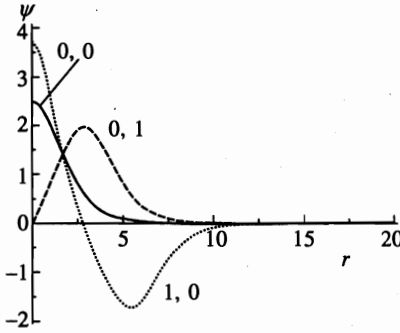


Рис. 1. Радиальные функции для режимов «оптических игл». Пары чисел (n, m) у радиальных профилей обозначают радиальный (n) и азимутальный (m) индексы

Будем искать локализованные решения (моды) этого уравнения, достаточно быстро убывающие при удалении от оси пучка. Вообще говоря, уравнение (25) справедливо только вблизи оси пучка, где поле велико. На периферии следовало бы использовать линейное уравнение (с диэлектрической проницаемостью $\epsilon \approx 1$) и сшивать его решение (выражающееся через цилиндрические функции) с решением (25). Однако такая процедура приводит к поправке высшего порядка малости по параметру γ^{-1} , ввиду чего далее в этом разделе мы будем рассматривать решения (25) во всей области поперечных координат.

Ищем решение (25) в полярных координатах (r, φ) в виде

$$\tilde{\Pi} = \Psi(r) \exp(im\varphi), \quad m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \tag{26}$$

Теперь вещественные радиальные функции Ψ определяются уравнением

$$\frac{d^2\Psi}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{d\Psi}{dr} - \left(1 + \frac{m^2}{r^2}\right) \Psi + \Psi^{5/3} = 0 \tag{27}$$

с граничными условиями

$$\Psi \sim r^{|m|} \quad (r \rightarrow 0), \quad \Psi \rightarrow 0 \quad (r \rightarrow \infty). \tag{28}$$

Моды нумеруются двумя целочисленными индексами: $n = 0, 1, 2, \dots$ (радиальный индекс, равный числу нулей функции при конечных $r, 0 < r < \infty$) и $m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ (азимутальный индекс). Несколько первых радиальных функций показано на рис. 1. С увеличением индексов возрастает максимальная амплитуда и мощность в соответствующем пучке. Мощность

$$P_{nm} = \gamma C_{nm} P_0,$$

где P_0 — критическая мощность самофокусировки (19). Значения коэффициентов C_{nm} , подсчитанные по модифицированной формуле (20) с учетом вклада в диэлектрическую проницаемость только x -ой компоненты электрической напряженности, для первых мод следующие:

$$C_{0,0} = 3,9, \quad C_{1,0} = 23,6, \quad C_{2,0} = 59,0, \quad C_{3,0} = 110,2, \quad C_{4,0} = 177,2,$$

$$C_{0,1} = 13,3, \quad C_{1,1} = 42,4, \quad C_{0,2} = 24,4, \quad C_{1,2} = 63,0.$$

Наименьшая (при фиксированном значении γ) мощность отвечает основной моде $n = m = 0$, которая, соответственно, наиболее устойчива. Этот тип самоканалирования и будет рассматриваться в дальнейших расчетах.

В принятом приближении основной является осесимметричная составляющая компоненты E_x , $E_x^{(0)} \simeq \gamma \bar{\Pi}^{1/3}$, а другие компоненты поля, E_y и E_z , и асимметричная поправка к основной компоненте $E_x^{(1)}$ выражаются через $\bar{\Pi}$ в соответствии с (17):

$$E_z = \frac{i\gamma}{\bar{\varepsilon}} \frac{d\bar{\Pi}}{dr} \cos \varphi, \quad E_y = \frac{\gamma}{2\bar{\varepsilon}} Q(r) \sin(2\varphi), \quad E_x^{(1)} = \frac{\gamma}{2\bar{\varepsilon}} [R(r) - Q(r) \cos(2\varphi)], \quad (29)$$

$$Q(r) = \frac{d^2\bar{\Pi}}{dr^2} - \frac{1}{r} \frac{d\bar{\Pi}}{dr} = -\frac{2}{r} \frac{d\bar{\Pi}}{dr} + \bar{\Pi} - \bar{\Pi}^{5/3}, \quad R(r) = \bar{\Pi} - \bar{\Pi}^{5/3}, \quad \bar{\varepsilon} = \bar{\Pi}^{2/3}.$$

Как уже отмечалось, компоненты электрической напряженности E_x и E_y вещественны, а компонента E_z — чисто мнимая. Все компоненты поля в соответствии с (29) обладают простой угловой зависимостью. С учетом колоколообразного вида зависимости $\bar{\Pi}(r) = \Psi_{0,0}(r)$ нетрудно убедиться, что компонента iE_z имеет два экстремума (максимум и минимум), а E_y — четыре экстремума (два максимума и два минимума). При учете вклада в диэлектрическую проницаемость компонент E_y и, прежде всего, E_z пересчет мощности излучения по формуле (20) приводит к уменьшению коэффициентов C_{nm} (так, тогда $C_{0,0} = 3$). Ширина пучка $w \sim \gamma^{-1}$, так что при достаточно больших мощностях формируются сколь угодно узкие стационарные пучки («световые иглы»). Возможность получения световых пучков с шириной меньшей длины волны в линейной среде качественно можно объяснить тем, что при сильных полях эффективная длина волны в керровской среде уменьшается из-за увеличения нелинейного показателя преломления. Максимальная (осевая) плотность мощности $S_z^{(0)}$ и осевая интенсивность $I^{(0)} = E_x^2(r=0)$ быстро растут с ростом полной мощности: $S_z^{(0)} \sim \gamma^3$, $I^{(0)} \sim \gamma^2$. Заметим, что все компоненты поля (E_x , E_y , E_z) одного и того же порядка по γ (первого), так что с ростом γ меняются только масштабы структуры поля.

5. ЧИСЛЕННЫЙ АЛГОРИТМ

Систему уравнений (13), (14) и (15) при заданном значении мощности (20) решаем итерационным методом. Сначала, используя вычисленное на предыдущей итерации распределение $\varepsilon_{N-1}(r, \varphi)$, где r, φ — полярные координаты и $N = 1, 2, \dots$ — номер итерации, находим распределение $\Pi_N(r, \varphi)$ из соответствующего (13) уравнения

$$\Delta_{\perp} \Pi_{xN} - \gamma_N^2 \Pi_{xN} + \varepsilon_{N-1} \Pi_{xN} - \frac{\partial(\ln \varepsilon_{N-1})}{\partial x} \left(\frac{\partial \Pi_{xN}}{\partial x} + \frac{\partial \Pi_{yN}}{\partial y} \right) = 0, \quad (30)$$

$$\Delta_{\perp} \Pi_{yN} - \gamma_N^2 \Pi_{yN} + \varepsilon_{N-1} \Pi_{yN} - \frac{\partial(\ln \varepsilon_{N-1})}{\partial y} \left(\frac{\partial \Pi_{xN}}{\partial x} + \frac{\partial \Pi_{yN}}{\partial y} \right) = 0.$$

В качестве начального распределения $\varepsilon(r, \varphi)$ выбиралось распределение для солитона с такой же энергией в среде с насыщением нелинейности, рассчитанным в параболическом приближении. Уравнения (30) при заданном $\varepsilon_{N-1}(r, \varphi)$ определяют дискретный

спектр мод линейного неоднородного (по r и φ) диэлектрического волновода. Как отмечалось выше, члены, «перепутывающие» компоненты вектора Π_x и Π_y , крайне малы, поэтому собственные значения γ_N^2 системы (30) практически двукратно вырождены. Вырождение слегка снимается членами $(\partial(\ln \varepsilon)/\partial x)(\partial \Pi_x/\partial x)$ и $(\partial(\ln \varepsilon)/\partial y)(\partial \Pi_y/\partial y)$ в случае, когда распределение ε_{N-1} не обладает осевой симметрией. На первой итерации моды оказываются строго двукратно вырожденными, и мы имеем возможность выбрать состояние поляризации, (например, положить $\Pi_y = 0$). Из решений (30) выбираем основную, в соответствии с разд. 4, моду с безузловым распределением $|\Pi_N(r, \varphi)|$ (из пары мод с максимальными значениями γ_N) и с поляризацией, близкой к поляризации на предыдущей итерации. В численном алгоритме решения (30) компоненты вектора Π представляем в виде разложения по собственным функциям задачи Штурма—Лиувилля для линейного волнового уравнения внутри некоторого вспомогательного цилиндра.

По вычисленным из (30) значениям Π_N , используя уравнения (14), (15), находим нелинейную диэлектрическую проницаемость ε_N .

Данный подход легко обобщается на случай другого вида нелинейности (например, с учетом насыщения).

6. РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТОВ

Одной из важнейших характеристик самоканализирования является зависимость мощности излучения от постоянной распространения γ . Результаты расчета этой зависимости приведены на рис. 2, где мощность P нормирована на критическую мощность

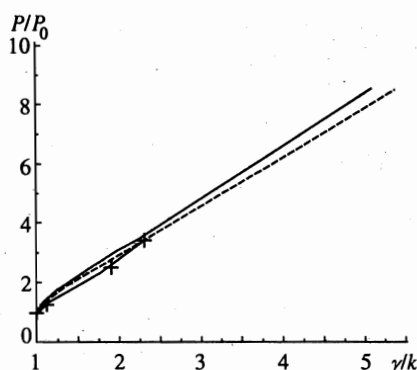


Рис. 2

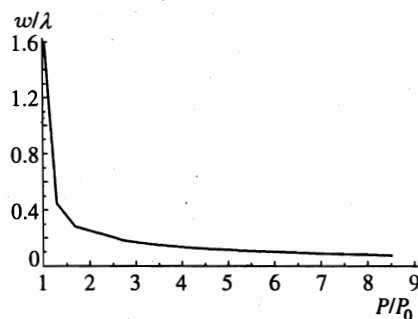


Рис. 3

Рис. 2. Зависимость мощности излучения от постоянной распространения γ : сплошная кривая — расчет проведен без учета членов, содержащих $\partial(\ln \varepsilon)/\partial x$, $\partial(\ln \varepsilon)/\partial y$; штриховая кривая — члены, содержащие $\partial(\ln \varepsilon)/\partial x$, $\partial(\ln \varepsilon)/\partial y$, учтены в первом порядке теории возмущений; точки — решение с полным учетом членов, содержащих $\partial(\ln \varepsilon)/\partial x$, $\partial(\ln \varepsilon)/\partial y$

Рис. 3. Зависимости эффективной ширины пучка w от мощности (расчет без учета членов, содержащих $\partial(\ln \varepsilon)/\partial x$, $\partial(\ln \varepsilon)/\partial y$)

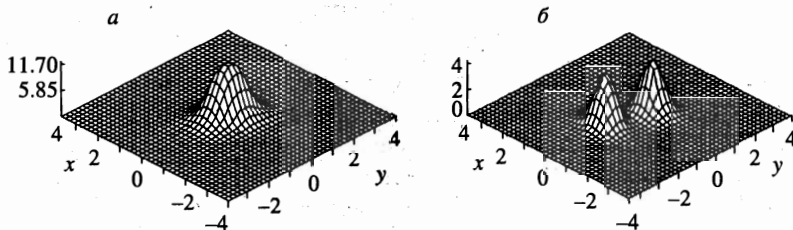


Рис. 4. Распределения интенсивности электрического поля в поперечном сечении пучка в режиме «световых игл»: *a* — интенсивность поперечной компоненты поля $I_{\perp} = |E_x|^2 + |E_y|^2$; *b* — интенсивность продольной компоненты поля $I_{\parallel} = |E_z|^2$, $P = 4P_0$

самофокусировки (19), а γ — на волновое число излучения в линейной среде k (12). Приближению квазиоптики отвечает диапазон $\gamma - 1 \ll 1$, когда мощность близка к критической. С ростом γ мощность растет и при пренебрежении членами $\partial(\ln \epsilon)/\partial x$, $\partial(\ln \epsilon)/\partial y$ при больших γ переходит в линейную зависимость в соответствии с аналитическим описанием разд. 4.

На рис. 3 показана зависимость эффективной ширины пучка w от постоянной распространения. Ширина определялась выражением

$$w = \frac{\int_S |\mathbf{E}|^2 r^2 dr d\varphi}{\int_S |\mathbf{E}|^2 r dr d\varphi} \quad (31)$$

С уменьшением мощности при ее приближении к критическому значению (предел квазиоптики) ширина пучка неограниченно возрастает. С увеличением мощности ширина пучка убывает.

Векторная структура поля существенно зависит от мощности (или же однозначно связанной с ней постоянной распространения). В квазиоптическом пределе компоненты E_y и E_z пренебрежимо малы (см. разд. 3). С ростом мощности их относительный вклад увеличивается. При этом при пренебрежении членами $\partial(\ln \epsilon)/\partial x$, $\partial(\ln \epsilon)/\partial y$ он стабилизируется, и в пределе больших мощностей, в соответствии с разд. 4, формируется некоторая универсальная структура поля, у которой максимум интенсивности продольной компоненты поля примерно в 10 раз меньше максимума интенсивности поперечной компоненты. При возрастании γ меняются лишь ее масштабы. Отметим, что приближенное описание (разд. 4) правильно отражает ее основные характеристики. При решении уравнений, учитывающих перемешивание компонент векторного потенциала, структура поля получается подобной, однако отношение максимумов интенсивности продольной компоненты поля к максимуму интенсивности поперечной компоненты возрастает до одной трети. Эта характерная структура поля представлена на рис. 4.

Расчеты подтверждают существование достаточно узких световых пучков («оптических игл») при мощностях, в несколько раз превышающих критическую мощность самофокусировки в квазиоптическом приближении.

7. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, решением полной системы уравнений Максвелла в прозрачной среде с керровской нелинейностью определена векторная структура электромагнитного поля в режимах самоканалирования. Найдено, что такие режимы существуют при значениях мощности, превышающих критическое значение самофокусировки. С ростом мощности формируется универсальная (неизменная) структура поля, в которой меняются лишь масштабы. В частности, возможно самоканалирование с шириной канала меньшей (линейной) длины волны света — режим «световой иглы». Такие режимы предельной концентрации световой мощности могут представлять не только научный, но и прикладной интерес.

Разумеется, приведенные результаты получены при определенных предположениях. Главное из ограничений — это отклонение нелинейности среды от керровской (3) при высоких интенсивностях излучения. В этом случае следует учитывать насыщение нелинейности, например, в такой форме

$$\epsilon = \epsilon_0 + \frac{\epsilon_2 |\mathbf{E}|^2}{1 + |\mathbf{E}|^2 / I_S}, \quad (32)$$

где I_S — интенсивность насыщения. Керровская нелинейность (3) получается из (32) при $|\mathbf{E}|^2 \ll I_S$. При этом возможен и случай $\epsilon_2 |\mathbf{E}|^2 > \epsilon_0$, если $\epsilon_2 I_S \gg \epsilon_0$, что и определяет условия применимости предшествовавшего рассмотрения. Другим важным вопросом остается анализ устойчивости таких режимов и условий их формирования. Хотя характер зависимости мощности от постоянной распространения свидетельствует, в соответствии с критерием Колоколова—Вахитова [11], об устойчивости режима, нужно помнить, что этот вывод доказан лишь в квазиоптическом приближении. Практически для формирования «световых игл» недостаточно превышения мощностью пучка критического значения самофокусировки. Существен и исходный профиль пучка, поскольку широкие пучки мощного излучения распадаются на отдельные «нити» [7]. Более детально вопросы устойчивости и особенности самоканалирования в среде с насыщением нелинейности требуют отдельного рассмотрения.

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант № 98-02-18202) и Международного научно-технического фонда (проект № 666).

Литература

1. Г. А. Аскарьян, ЖЭТФ 42, 1567 (1962).
2. С. А. Ахманов, А. П. Сухоруков, Р. В. Хохлов, УФН 93, 2 (1967).
3. В. Н. Луговой, А. М. Прохоров, УФН 111, 203 (1973).
4. Y. R. Shen, Prog. Quant. Electron. 4, 1 (1975).
5. J. H. Marburger, Prog. Quant. Electron. 4, 35 (1975).
6. С. Н. Власов, В. И. Таланов, *Самофокусировка волн*, Институт прикладной физики РАН, Нижний Новгород (1997).
7. Н. Н. Розанов, В. А. Смирнов, ЖЭТФ 76, 2060 (1976).
8. Д. А. Кирсанов, Н. Н. Розанов, Опт. и спектр. 86 (1999).
9. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, *Электродинамика сплошных сред*, Наука, Москва (1982).
10. Дж. А. Стрэттон, *Теория электромагнетизма*, ОГИЗ, Москва—Ленинград (1948).
11. А. А. Колоколов, Н. Г. Вахитов, Изв. вузов. Радиофизика 16, 1020 (1973).