

ВЕРШИНА $a\gamma\gamma$ И ТРЕХФОТОННЫЙ РАСПАД АКСИОНА ВО ВНЕШНЕМ МАГНИТНОМ ПОЛЕ

В. В. Скобелев

Московский государственный индустриальный университет
109280, Москва, Россия

Поступила в редакцию 6 января 1999 г.

Впервые рассчитаны аксионная вершина ($a\gamma\gamma$) вероятность трехфотонного распада аксиона во внешнем магнитном поле и сечение кроссинг-процесса $a\gamma \rightarrow 2\gamma$, которые в вакууме запрещены из соображений CP -инвариантности. Показано, что в сверхсильных магнитных полях $B \gg F_0 = m^2/|e| = 4.41 \cdot 10^{13}$ Гс вероятность трехфотонного распада превышает вероятность двухфотонного распада. Обсуждаются астрофизические аспекты рассматриваемых вопросов.

PACS: 14.80.-j

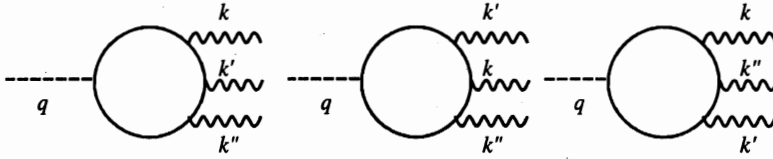
1. ВВЕДЕНИЕ

Необходимость существования аксиона как псевдоскалярного голдстоуновского бозона, объясняющего CP -инвариантность сильных взаимодействий [1], является сейчас общепризнанной. Для придания аксиону реального статуса уже проводятся или планируются лабораторные эксперименты [2, 3], в то время как ранее оценка аксионных параметров проводилась лишь на основании астрофизических и космологических соображений. Так, в работе [2] впервые дана лабораторная оценка верхней границы константы аксион-фотонной связи в эксперименте, основанном на эффекте Примакова с конверсией солнечных аксионов в фотоны при когерентном взаимодействии с кристаллической решеткой: $g_{a\gamma\gamma} < 2.7 \cdot 10^{-9}$ ГэВ⁻¹. Ограничение на $g_{a\gamma\gamma}$ получено независимо от значения аксионной массы m_a вплоть до верхнего значения ~ 1 кэВ. В ближайшей перспективе может быть реализован эксперимент по конверсии солнечных аксионов в рентгеновские фотоны в системе сильных магнитных полей [3].

Все же наиболее достоверные данные о значении аксионных параметров основаны пока на результатах космологического и астрофизического характера. Например, возможный диапазон изменения массы аксиона определяется условием неизменности существующих представлений о скорости потери энергии звездами (верхняя граница массы) и вкладом аксиона в небарионную составляющую скрытой массы Вселенной (нижняя граница) [4]:

$$10^{-6} \text{ эВ} \lesssim m_a \lesssim 10^{-3} \text{ эВ}. \quad (1)$$

Основным каналом генерации аксионов во внутренних областях звезд и сколлапсированных объектов мог бы быть эффект Примакова [5] и, возможно, синхротронный механизм, обусловленный наличием сильных магнитных полей. Единственным же каналом распада считается двухфотонный $a \rightarrow 2\gamma$ со значением вероятности распада в



единицу времени [7]

$$W_{2\gamma} = \frac{g_{a\gamma\gamma}^2 m_a^4}{64\pi q_0}, \quad g_{a\gamma\gamma} = \frac{e^2 c_\gamma}{2\pi f}, \quad (2)$$

где $e^2 = \alpha = 1/137$, q_0 — энергия аксиона, c_γ — константа, зависящая от модели и имеющая порядок единицы, f — энергетический масштаб нарушения симметрии Печчеи—Куинн [1]. Однако в экстремальных астрофизических ситуациях (Большой Взрыв, нейтронные звезды), когда в основном формировалась аксионная составляющая скрытой массы, возможно существование сильных магнитных полей порядка и более характерного швингеровского поля $F_0 = m^2/|e| = 4.41 \cdot 10^{13}$ Гс [8] (m — масса электрона). Такие поля кардинальным образом могут изменить характеристики распадов, влияя на пропагаторные факторы электронной петли, дающей основной вклад в амплитуду из-за наименьшей массы заряженного фермиона. В частности, становится возможным трехфотонный распад $a \rightarrow 3\gamma$ (см. рисунок), запрещенный в вакууме из соображений CP -инвариантности. Структура аксионной вершины в диаграммах определяется принятой формой лагранжиана взаимодействия аксиона с электроном [9]:

$$\mathcal{L}_{ae} = \frac{c_e}{2f} (\bar{\Psi}\gamma_\mu\gamma^5\Psi) \frac{\partial a}{\partial x_\mu}, \quad (3)$$

где $c_e \sim 1$ — константа.

В данной работе впервые рассчитаны амплитуда и вероятность трехфотонного распада аксиона в магнитном поле, а также сечение кроссинг-процесса $a\gamma \rightarrow 2\gamma$ и показано, что в полях с индукцией $B \gg F_0$ вероятность трехфотонного распада релятивистских аксионов превышает вероятность распада двухфотонного.

Дальнейшее изложение материала строится следующим образом. В разд. 2 приводится вид функции Грина уравнения Дирака в магнитном поле, в том числе и в асимптотике сверхсильных полей с обсуждением алгебры $\hat{\gamma}$ -матриц в двумерном пространстве. В разд. 3 получен вид вершины ($a\gamma\gamma\gamma$) в магнитном поле, а в разд. 4 — вероятность распада $a \rightarrow 3\gamma$ и сечение неупругого процесса $a\gamma \rightarrow \gamma\gamma$. В последнем разделе проведен анализ полученных результатов, включая и астрофизические аспекты.

2. ФУНКЦИЯ ГРИНА УРАВНЕНИЯ ДИРАКА ВО ВНЕШНЕМ МАГНИТНОМ ПОЛЕ И АЛГЕБРА ДВУХРЯДНЫХ $\hat{\gamma}$ -МАТРИЦ

Решение сингулярного уравнения Дирака

$$(i\hat{\partial} - e\hat{A} - m) G(x, y) = \delta(x - y) \quad (4)$$

во внешнем постоянном и однородном магнитном поле с индукцией B в специальной калибровке потенциала A может быть представлено в виде

$$G(x, y) = \exp \left[-\frac{i\gamma}{2}(x_1 + y_1)(x_2 - y_2) \right] G(x - y), \quad (5)$$

где $\gamma = |eB|$, ось 3 ориентирована вдоль вектора \mathbf{B} . Для фурье-образа $G(p)$ зависящей только от разности координат функции $G(x - y)$ удобно использовать представление, полученное в работе [10]:

$$G(p) = \frac{1}{\gamma\eta} \int_0^1 dt \left(\frac{1+t}{1-t} \right)^\eta \exp(-\delta t) \left\{ (\hat{p}_\parallel + m) \left[\Pi_- (1 - \delta t) - \frac{\eta}{1+t} \right] - \eta \hat{p}_\perp \right\}. \quad (6)$$

Здесь введены следующие обозначения:

$$\begin{aligned} \eta &= (p_\parallel^2 - m^2)/2\gamma, \quad p_\parallel^2 = p_0^2 - p_3^2, \\ \delta &= p_\perp^2/\gamma, \quad p_\perp^2 = p_1^2 + p_2^2, \quad \hat{p}_\parallel = \gamma^0 p_0 + \gamma^3 p_3, \\ \hat{p}_\perp &= \gamma^1 p_1 + \gamma^2 p_2, \end{aligned} \quad (7)$$

а $\Pi_- = (1 - i\gamma_1\gamma_2)/2$ — оператор проектирования спина на направление против поля. Разложение функции (6) по полю в инвариантной записи через тензор поля F имеет вид

$$\begin{aligned} G(p) &= G_0 - \frac{ie}{2} G_0 \left(\gamma F \frac{\partial}{\partial p} \right) G_0 + \dots, \\ G_0 &= \frac{\hat{p}_\parallel + m}{p_\parallel^2 - m^2}. \end{aligned} \quad (8)$$

В пределе сильного поля $B \gg F_0$ следует в подынтегральном выражении (6) провести формальное разложение по η (по обратному полю), справедливое при сходимости интегралов по двумерному импульсу в подпространстве (0,3) на массе электрона m . Основной член разложения, используемый в дальнейшем, имеет вид

$$G(p) = 2e^{-\delta} \Pi_- \frac{\hat{p}_\parallel + m}{p_\parallel^2 - m^2}. \quad (9)$$

Как отмечено в [11], эта процедура ведет к фактической «двумеризации» математического аппарата теории. Именно, в случае петлевых диаграмм после взятия интегралов гауссова типа по p_\perp остающееся выражение сводится к двумерному в подпространстве (0,3), поскольку вершинные факторы вида $\Pi_- \gamma_\alpha \Pi_-$, $\Pi_- \gamma_\alpha \gamma^5 \Pi_-$ отличны от нуля лишь при $\alpha = 0, 3$, причем в силу соотношения $\Pi_- \gamma^5 \Pi_- = \Pi_- \gamma^0 \gamma^3$ роль матрицы γ^5 играет $\gamma^0 \gamma^3$. Наконец, наличие оператора Π_- уменьшает размерность γ -матриц до 2×2 , после чего Π_- можно опустить, обозначив двухрядные матрицы символом $\tilde{\gamma}_\alpha$ ($\alpha = 0, 3$), а $\tilde{\gamma}^5 = \tilde{\gamma}^0 \tilde{\gamma}^3$. Роль функции Грина в двумерном пространстве выполняет функция

$$\begin{aligned} G_s(p) &= \frac{\check{p} + m}{p_\parallel^2 - m^2}, \\ \check{p} &= \tilde{\gamma}^0 p_0 + \tilde{\gamma}^3 p_3, \end{aligned} \quad (10)$$

которая и фигурирует в матричных элементах соответствующих диаграмм (см. разд. 3).

Как можно показать [11], в двумерном подпространстве имеет место расширенный вариант теоремы Фарри — обращаются в нуль матричные элементы петлевых диаграмм с нечетным числом вершин независимо от их P -классификации (векторные или псевдовекторные). В результате диаграммы с четным числом вершин линейно зависят от поля [12], а с нечетным (уже за пределами двумерного приближения) стремятся к константе, что и означает доминирование первых в полях $B \gg F_0$.

Заметим также, что максимальная расходимость в двумерных выражениях вакуумных диаграмм является логарифмической и во всех рассмотренных нами ранее случаях сокращается в соответствии с условием применимости разложения (9) (единственное исключение возникает при вычислении массового оператора электрона [13], когда метод работает с логарифмической точностью по полю).

Физически «двумеризация» математического аппарата объясняется подавлением поперечных возбуждений виртуальных электронов в полях $B \gg F_0$ с доминирующим вкладом основного уровня Ландау.

Используемые в дальнейшем алгебраические соотношения для $\tilde{\gamma}$ -матриц вытекают из их основного редуционного свойства:

$$\tilde{\gamma}^\alpha \tilde{\gamma}^\beta = \tilde{g}^{\alpha\beta} + \tilde{\gamma}^5 \varepsilon^{\alpha\beta}, \quad (\tilde{\gamma}^5)^2 = 1, \quad (11)$$

где $\tilde{g}^{\alpha\beta} = (1, -1)$ — метрический тензор в подпространстве $(0,3)$, а $\varepsilon^{\alpha\beta}$ — абсолютно антисимметричный тензор в $(0,3)$ со значениями $\varepsilon^{03} = -\varepsilon^{30} = 1$, $\varepsilon^{00} = \varepsilon^{33} = 0$. С учетом тождеств

$$\varepsilon^{\alpha\beta} \varepsilon^{\rho\sigma} = \tilde{g}^{\alpha\sigma} \tilde{g}^{\beta\rho} - \tilde{g}^{\alpha\rho} \tilde{g}^{\beta\sigma}, \quad (12a)$$

$$\tilde{g}^{\alpha\beta} \varepsilon^{\rho\sigma} + \varepsilon^{\alpha\beta} \tilde{g}^{\rho\sigma} = \tilde{g}^{\beta\rho} \varepsilon^{\alpha\sigma} + \varepsilon^{\rho\beta} \tilde{g}^{\alpha\sigma}, \quad (12b)$$

$$\tilde{\gamma}_\alpha (\tilde{\gamma}_{\alpha_1} \dots \tilde{\gamma}_{\alpha_{n+1}}) \tilde{\gamma}^\alpha = 0 \quad (12b)$$

процедура вычисления шпуров максимально упрощается, например:

$$\frac{1}{2} \text{Sp} (\tilde{\gamma}^\alpha \tilde{\gamma}^\beta \tilde{\gamma}^\rho \tilde{\gamma}^\sigma) = \tilde{g}^{\alpha\beta} \tilde{g}^{\rho\sigma} + \tilde{g}^{\alpha\sigma} \tilde{g}^{\beta\rho} - \tilde{g}^{\alpha\rho} \tilde{g}^{\beta\sigma}, \quad (12g)$$

$$\frac{1}{2} \text{Sp} (\tilde{\gamma}^5 \tilde{\gamma}^\alpha \tilde{\gamma}^\beta \tilde{\gamma}^\rho \tilde{\gamma}^\sigma) = \tilde{g}^{\alpha\beta} \varepsilon^{\rho\sigma} + \varepsilon^{\alpha\beta} \tilde{g}^{\alpha\beta} \tilde{g}^{\rho\sigma}$$

и т. д.

3. ВЕРШИНА ($a\gamma\gamma\gamma$) В ПОСТОЯННОМ И ОДНОРОДНОМ МАГНИТНОМ ПОЛЕ

Вершине ($a\gamma\gamma\gamma$) соответствуют три диаграммы на рисунке, а полный лагранжиан взаимодействия является суммой выражения (3) и электродинамической части $e(\bar{\Psi}\gamma^\alpha\Psi)A_\alpha$ с представлением операторов в картине Фарри и доминирующим вкладом электронной петли. Замечая, что фазовый множитель в (5) в петле с четным числом вершин сокращается, определим матричный элемент процесса $a \rightarrow 3\gamma$ через элемент S -матрицы следующим образом:

$$\langle f|S|i\rangle = \frac{(2\pi)^4 \delta(q - k - k' - k'')}{2q_0 2k_0 2k'_0 2k''_0} M, \quad (13)$$

$$M = M_{\alpha\alpha'\alpha''} e^{*\alpha} e^{*\alpha'} e^{*\alpha''}, \tag{13a}$$

где q — импульс аксиона, k, k', k'' и e, e', e'' — импульсы и векторы поляризации фотонов, а псевдотензор $M_{\alpha\alpha'\alpha''}$ имеет вид

$$M_{\alpha\alpha'\alpha''} = \frac{-ie c_e (4\pi)^{3/2}}{6f} \int d^4y \int d^4x \int d^4x' \exp [i (kx + k'x' - qy)] \times \\ \times \text{Sp} [\gamma_\alpha G(x - x') \gamma_{\alpha'} G(x') \gamma_{\alpha''} G(-y) \hat{q} \gamma^5 G(y - x)] + \text{две перестановки фотонов}. \tag{14}$$

При значениях поля $B \ll F_0$ и в низкоэнергетическом приближении по импульсам внешних линий (по сравнению с массой электрона m) отличному от нуля вкладу согласно «обычной» теореме Фарри соответствует нечетное число взаимодействий с полем в петле. Из соображений калибровочной инвариантности и лоренц-инвариантности псевдотензор $M_{\alpha\alpha'\alpha''}$ с точностью до численных факторов в первых порядках по полю при этом равен

$$M_{\alpha\alpha'\alpha''} = \frac{e^4 c_e}{f m^4} \left[\{F \otimes e \otimes k^3\}_{\alpha\alpha'\alpha''} + \frac{1}{F_0^2} \{F^3 \otimes e \otimes k^3\}_{\alpha\alpha'\alpha''} + \dots \right], \tag{13}$$

где в квадратных скобках $e \equiv e_{\mu\nu\alpha\beta}$ — абсолютно антисимметричный тензор, а символы прямого произведения в фигурных скобках означают калибровочно-инвариантные комбинации вида

$$(k'' \tilde{F})_{\alpha''} [k_{\alpha'} k'_\alpha - g_{\alpha\alpha'} (kk')], \\ (k'' F)_{\alpha''} e_{\mu\nu\alpha\alpha'} k^\mu k'^\nu, \\ \dots \dots \dots$$

в первом слагаемом,

$$(k'' \tilde{F})_{\alpha''} (k' F)_{\alpha'} (k F)_\alpha,$$

$$(k'' \tilde{F} F^2)_{\alpha''} [k_{\alpha'} k'_\alpha - g_{\alpha\alpha'} (kk')], \\ \dots \dots \dots$$

— во втором и т. д. (\tilde{F} — дуальный тензор). В точном вычислении тензора $M_{\alpha\alpha'\alpha''}$ в данном приближении нет нужды, так как соответствующая вероятность распада $W_{3\gamma}$ в любом случае мала по сравнению с вероятностью $W_{2\gamma}$ (см. разд. 4).

В пределе сильного поля $B \gg F_0$ ситуация существенно иная, что требует подробных вычислений. Подставляя в формулу (14) выражение

$$G(z) = \frac{1}{(2\pi)^4} \int d^4p G(p) \exp [-i(pz)]$$

со значением $G(p)$ из (9), после интегрирования по всем переменным кроме двумерного импульса петли с переходом к двумерному представлению функции Грина (10) в соответствии с методикой, описанной в разд. 2, получаем

$$M_{\alpha\alpha'\alpha''} = \frac{2e^3 c_e \gamma}{3\sqrt{\pi} f} J_{\alpha\alpha'\alpha''}, \tag{16}$$

$$J_{\alpha\alpha'\alpha''} = I_{\alpha\alpha'\alpha''}(k, k', k'') + I_{\alpha\alpha\alpha''}(k', k, k'') + I_{\alpha\alpha\alpha'}(k, k'', k'), \quad (16a)$$

$$I_{\alpha\alpha'\alpha''}(k, k', k'') = \frac{i}{\pi} \int d^2p \cdot \frac{1}{2} \text{Sp} [\tilde{\gamma}^5 \tilde{q} G_s(p) \tilde{\gamma}_\alpha G_s(p+k) \times \\ \times \tilde{\gamma}_{\alpha'} G_s(p+k+k') \tilde{\gamma}_{\alpha''} G_s(p+q)]; \quad q = k + k' + k''; \quad \alpha, \alpha', \alpha'' = 0, 3. \quad (16b)$$

В первом порядке разложения $I_{\alpha\alpha'\alpha''}$ по импульсам симметризованное выражение $J_{\alpha\alpha'\alpha''}$ обращается в нуль, как это и должно быть в силу требования калибровочной инвариантности.

Точный результат для двумерного псевдотензора второго ранга $I_{\alpha\alpha'\alpha''}$ в виде тройного интеграла по фейнмановским параметрам имеет вид

$$I_{\alpha\alpha'\alpha''}(k, k', k'') = 2 \int_0^1 dx_1 \int_0^{x_1} dx_2 \int_0^{x_2} dx_3 \left\{ -\frac{m^4}{(m^2 - \tilde{m}^2)^3} [q_\alpha \varepsilon_{\alpha'\alpha''} + (q\varepsilon)_\alpha \tilde{g}_{\alpha'\alpha''}] + \right. \\ + \frac{m^2}{(m^2 - \tilde{m}^2)^2} (q\varepsilon)_{\alpha'} \tilde{g}_{\alpha\alpha''} - \frac{m^2}{(m^2 - \tilde{m}^2)^3} \left[-\varepsilon_{\alpha\alpha'} \kappa_{\alpha''}^{(2)} (\kappa^{(3)} q) - \tilde{g}_{\alpha\alpha'} (\kappa^{(2)} \varepsilon)_{\alpha''} (\kappa^{(3)} q) - \right. \\ - \tilde{g}_{\alpha\alpha'} \kappa_{\alpha''}^{(2)} (\kappa^{(3)} \varepsilon q) - \varepsilon_{\alpha\alpha'} (\kappa^{(2)} \varepsilon)_{\alpha''} (\kappa^{(3)} \varepsilon q) + (q\varepsilon)_\alpha \kappa_{\alpha'}^{(1)} \kappa_{\alpha''}^{(2)} + q_\alpha (\kappa^{(1)} \varepsilon)_{\alpha'} \kappa_{\alpha''}^{(2)} + \\ + q_\alpha \kappa_{\alpha'}^{(1)} (\kappa^{(2)} \varepsilon)_{\alpha''} + (q\varepsilon)_\alpha (\kappa^{(1)} \varepsilon)_{\alpha'} (\kappa^{(2)} \varepsilon)_{\alpha''} - q^2 (\kappa^{(1)} \varepsilon)_\alpha \tilde{g}_{\alpha'\alpha''} + \\ + q^2 \kappa_{\alpha'}^{(1)} \varepsilon_{\alpha'\alpha''} + 2(q\varepsilon \kappa) \kappa_{\alpha'}^{(1)} \tilde{g}_{\alpha\alpha''} - 2(q\varepsilon \kappa) (\kappa^{(1)} \varepsilon)_\alpha \varepsilon_{\alpha'\alpha''} + \\ + (q\varepsilon \kappa) \tilde{g}_{\alpha\alpha'} (\kappa^{(2)} + \kappa^{(3)})_{\alpha''} + (q\kappa) \varepsilon_{\alpha\alpha'} (\kappa^{(2)} + \kappa^{(3)})_{\alpha''} + (q\kappa) \tilde{g}_{\alpha\alpha'} (k'' \varepsilon)_{\alpha''} + \\ + (q\varepsilon \kappa) \varepsilon_{\alpha\alpha'} (k'' \varepsilon)_{\alpha''} \left. \right] - \frac{1}{(m^2 - \tilde{m}^2)^3} \left[(q\varepsilon \kappa) (\kappa_{\alpha'}^{(1)} \kappa_{\alpha''}^{(2)} \kappa_{\alpha'}^{(3)} + \right. \\ + \kappa_{\alpha'}^{(1)} (\kappa^{(2)} \varepsilon)_{\alpha'} (\kappa^{(3)} \varepsilon)_{\alpha''} + (\kappa^{(1)} \varepsilon)_\alpha \kappa_{\alpha'}^{(2)} (\kappa^{(3)} \varepsilon)_{\alpha''} + (\kappa^{(1)} \varepsilon)_\alpha (\kappa^{(2)} \varepsilon)_{\alpha'} \kappa_{\alpha''}^{(3)} \left. \right] - \\ - (q\kappa) \left((\kappa^{(1)} \varepsilon)_\alpha \kappa_{\alpha'}^{(2)} \kappa_{\alpha''}^{(3)} + \kappa_{\alpha'}^{(1)} (\kappa^{(2)} \varepsilon)_{\alpha'} \kappa_{\alpha''}^{(3)} + \kappa_{\alpha'}^{(1)} \kappa_{\alpha'}^{(2)} (\kappa^{(3)} \varepsilon)_{\alpha''} + \right. \\ \left. + (\kappa^{(1)} \varepsilon)_\alpha (\kappa^{(2)} \varepsilon)_{\alpha'} (\kappa^{(3)} \varepsilon)_{\alpha''} \right) \left. \right\}. \quad (17)$$

В формуле (17) и далее в этом разделе все свертки и скалярные произведения являются двумерными в подпространстве (0,3). Для краткости введены обозначения

$$\tilde{m}^2 = k^2(1-x_2+x_3)(x_2-x_3) + (q+k'')^2(1-x_1+x_2)(x_1-x_2) + q^2 x_1(1-x_1) - \\ - 2k(q-k'')(x_2-x_3)(x_1-x_2) - 2(kq)(x_2-x_3)(1-x_1) - 2q(q-k'')(x_1-x_2)(1-x_1), \\ \kappa = k(x_2-x_3) + (q-k'')(x_1-x_2) + q(1-x_1), \\ \kappa^{(1)} = \kappa - k, \quad \kappa^{(2)} = \kappa - q + k'', \quad \kappa^{(3)} = \kappa - q. \quad (17a)$$

] В принципе выражения (16), (17) справедливы во всей области $\gamma \gg q_0^2, m^2$, однако практически осуществимым представляется лишь рассмотрение низкоэнергетического приближения, когда все импульсы много меньше массы электрона. В этом случае из (17) и (16a) после громоздких вычислений получаем простой результат:

$$J_{\alpha\alpha'\alpha''} = \frac{4q^2}{15m^6} (k\varepsilon)_\alpha (k'\varepsilon)_{\alpha'} (k''\varepsilon)_{\alpha''}, \quad (18)$$

причем это выражение является явно калибровочно-инвариантным:

$$J_{\alpha\alpha'\alpha''} k^\alpha = J_{\alpha\alpha'\alpha''} k'^{\alpha'} = J_{\alpha\alpha'\alpha''} k''^{\alpha''} = 0. \quad (18a)$$

Заметим, что величина $J_{\alpha\alpha'\alpha''}$ пропорциональна пятой степени импульсов, хотя в принципе условие (18a) не исключает кубичной комбинации, которая, однако, при конкретном расчете тождественно обращается в нуль.

Если состояние линейной поляризации фотона характеризовать вектором

$$e_\alpha = (k\varepsilon)_\alpha / \sqrt{k^2} \quad (19)$$

и ортогональным ему, то последнее вообще не дает вклада в силу двумерности сверток. Таким образом, для «нестерильных» состояний поляризации матричный элемент равен

$$M = M_{\alpha\alpha'\alpha''} \frac{(k\varepsilon)^\alpha}{\sqrt{k^2}} \frac{(k'\varepsilon)^{\alpha'}}{\sqrt{k'^2}} \frac{(k''\varepsilon)^{\alpha''}}{\sqrt{k''^2}} = -\frac{8e^3 c_e (B/F_0)}{45\sqrt{\pi} m^4 f} q^2 k_\perp k'_\perp k''_\perp. \quad (20)$$

Здесь было использовано соотношение (12a) и учтено, что $\sqrt{k^2} = k_\perp$, где k_\perp — поперечная по отношению к полю составляющая импульса фотона. Как и указывалось в разд. 2, M линейно возрастает с увеличением поля.

4. ТРЕХФОТОННЫЙ РАСПАД АКСИОНА И НЕУПРУГИЙ ПРОЦЕСС $\gamma a \rightarrow \gamma\gamma$ В МАГНИТНОМ ПОЛЕ

В области $F \ll F_0$ (F — амплитуда поля), используя выражения (13), (15), нетрудно получить с точностью до численных факторов и с учетом существенных степеней малых параметров просуммированную по состояниям поляризации фотонов вероятность трехфотонного распада аксиона:

$$W_{3\gamma} \simeq \frac{\alpha^3 c_e^2 m_a^2 m^2}{f^2 q_0} \left[a_1 \left(\frac{F}{F_0} \right)^2 \left(\frac{m_a}{m} \right)^6 + a_2 \chi^2 \left(\frac{m_a}{m} \right)^4 + a_3 \chi^4 \left(\frac{m_a}{m} \right)^2 + a_4 \chi^6 \right], \quad (21)$$

где a_i — численные коэффициенты, а

$$\chi = \frac{\sqrt{e^2(qF^2q)}}{m^3} \ll 1. \quad (22)$$

Из сравнения выражений (21) и (2) видно, что конкуренцию вероятности двухфотонного распада может составить лишь вклад последнего слагаемого в (21), однако и он меньше соответствующих полевых поправок к $W_{2\gamma}$.

Если тензор (15), как и в двумерном варианте (18), пропорционален пятой степени импульсов, то данный вывод лишь усиливается, так как в выражении (21) появятся дополнительные малые факторы.

Обратимся к случаю сверхсильных полей, в которых матричный элемент определяется выражением (20). Интеграл по k'' снимается δ -функцией, а при интегрировании по k' ось сферической системы координат удобно направить по вектору $\mathbf{p} = \mathbf{q} - \mathbf{k}$. Вычисления дают следующее выражение для вероятности трехфотонного распада аксиона в единицу времени в форме распределения по импульсу одного фотона:

$$W_{3\gamma} = \frac{4\alpha^3 c_e^2 (q^2)^2}{45^3 (2\pi)^5 f^2 m^8 q_0} \left(\frac{B}{F_0} \right)^2 \int \frac{d^3 k}{2k_0} k_\perp^2 [(p^2)^2 + p^2 p_\perp^2 + p_\perp^4]. \quad (23)$$

Здесь индексом \perp по-прежнему обозначены перпендикулярные по отношению к полю составляющие векторов, q^2 и p^2 — квадраты в подпространстве (0,3), а выражение $W_{3\gamma}$ дополнительно поделено на $3!$ в силу неразличимости фотонов.

При последующем выборе оси сферической системы координат вдоль вектора q пределы интегрирования по энергии фотона определяются соотношением

$$0 \leq k_0 \leq \frac{m_a^2}{2(q_0 - |\mathbf{q}| \cos \theta)}, \quad (24)$$

и окончательный результат имеет вид

$$W_{3\gamma} = \frac{\alpha^3 c_e^2 m_a^2 (q_\perp^2 + m_a^2)^2}{84 \cdot 90^3 (2\pi)^4 f^2 m^8 q_0} \left(\frac{B}{F_0} \right)^2 (4q_\perp^6 + 6q_\perp^4 m_a^2 + 8q_\perp^2 m_a^4 + 3m_a^6). \quad (25)$$

В предельных случаях «покоящегося» ($q_\perp = 0$) и «ультрарелятивистского» ($q_\perp \gg m_a$) аксиона соответствующие вероятности равны

$$W_{3\gamma} = \frac{\alpha^3 c_e^2 m_a^{12} (B/F_0)^2}{28 \cdot 90^3 (2\pi)^4 f^2 m^8 q_0}, \quad (25a)$$

$$W_{3\gamma} = \frac{\alpha^3 c_e^2 m_a^2 q_\perp^{10} (B/F_0)^2}{21 \cdot 90^3 (2\pi)^4 f^2 m^8 q_0}. \quad (25b)$$

Сечение неупругого процесса $a\gamma \rightarrow \gamma\gamma$ легко может быть найдено с использованием выражений (20) и (23) и записывается в виде

$$\sigma = \frac{\alpha^3 c_e^2 k_\perp^2 (m_a^2 + q_\perp^2)^2 (B/F_0)^2}{9 \cdot 15^3 (2\pi)^2 f^2 m^8 (q_0 k_0 - \mathbf{qk})} [(p^2)^2 + p^2 p_\perp^2 + p_\perp^4], \quad (26)$$

где теперь $p = q + k$.

5. ОБСУЖДЕНИЕ

В работе [14] было показано, что при значениях $B \gg F_0$ вероятность двухфотонного распада $W_{2\gamma}$ перестает зависеть от поля, отличаясь от вероятности в отсутствие поля (2) формальной заменой $c_\gamma \rightarrow c_e$. Иначе говоря, сверхсильное поле восстанавливает изотропию пространства по отношению к распаду $a \rightarrow 2\gamma$, вследствие чего релятивистский фактор q_\perp^2 в выражении для $W_{2\gamma}$ отсутствует, в отличие от формулы (25b). Это обстоятельство, а также пропорциональность величины $W_{3\gamma}$ квадрату поля и обуславливают возможность доминирования трехфотонного канала распада аксиона над двухфотонным. С учетом этих замечаний и из формул (2), (25b) получаем

$$\frac{W_{3\gamma}}{W_{2\gamma}} \simeq 2.5 \cdot 10^{-9} \left(\frac{q_\perp}{m} \right)^{10} \left(\frac{m}{m_a} \right)^2 \left(\frac{B}{F_0} \right)^2. \quad (27)$$

Как видно, для жестких аксионов ($q_\perp \lesssim m$) в принятом диапазоне масс (1) действительно $W_{3\gamma}/W_{2\gamma} \gtrsim 1$. Например, $W_{3\gamma}/W_{2\gamma} \sim 10$ при $q_\perp = 0.1m$, $m_a = 10^{-3}$ эВ, $B = 10F_0$, не говоря уже о меньших значениях та из «окна» (1) или больших значениях индукции магнитного поля.

Разумеется, здесь нет противоречия с теорией возмущений, поскольку вероятности распада как на нечетное число фотонов, $W_{(2n+1)\gamma}$, так и на четное, $W_{2n\gamma}$, убывают с увеличением n , однако в силу специфики распадов в сверхсильных полях при указанных значениях параметров для каждого n может иметь место неравенство $W_{(2n+1)\gamma} > W_{2n\gamma}$.

Как известно [9], время жизни аксиона относительно двухфотонного распада превышает время жизни Вселенной, причем это справедливо и при наличии сверхсильных магнитных полей [14]. По этой причине процесс $a \rightarrow 2\gamma$ не играет роли в астрофизическом плане. Время жизни относительно трехфотонного распада с использованием формулы (25б) представим в виде

$$\tau_{3\gamma} \simeq \left(\frac{f/c_e}{10^{10} \text{ ГэВ}} \right)^2 \left(\frac{10^{-3} \text{ эВ}}{m_a} \right)^2 \left(\frac{m}{q_{\perp}} \right)^9 \left(\frac{F_0}{B} \right)^2 \cdot 3 \cdot 10^{33} \text{ с.} \quad (28)$$

Чтобы значение $\tau_{3\gamma}$ было сравнимо с временем существования сверхсильных магнитных полей в эпоху Большого Взрыва, для жестких аксионов $q_{\perp} \sim m$ должно быть $B \gtrsim 10^{15} F_0$, что вряд ли могло иметь место. Таким образом, астрофизические аспекты процесса трехфотонного распада аксиона достаточно проблематичны. Это же, по осторожным оценкам, относится и к другому каналу «исчезновения» аксиона, сечение которого дается формулой (26).

Я благодарю Ю. О. Яковлеву за техническую помощь.

Литература

1. R. D. Peccei and H. R. Quinn, Phys. Rev. Lett. **38**, 1440 (1977). R. D. Peccei, *CP Violation*, ed. by C. Jarlskog, World Sci., Singapore (1989).
2. F. T. Avignone III, D. Abriola, R. L. Brodzinski et al., ЯФ **61**, 1237 (1998).
3. M. Minova, ЯФ **61**, 1217 (1998).
4. G. G. Raffelt, *Stars as Laboratories for Fundamental Physics*, University of Chicago Press, Chicago (1996).
5. K. van Bibber, P. N. McIntyre, D. E. Morris, G. G. Raffelt, Phys. Rev. D **39**, 2089 (1989).
6. А. В. Борисов, В. Ю. Гришина, ЖЭТФ **106**, 1553 (1994). В. В. Скобелев, ЖЭТФ **112**, 25 (1997).
7. G. G. Raffelt, Phys. Rev. D **33**, 897 (1986).
8. C. Thompson and R. C. Duncan, Astrophys. J. **408**, 194 (1993). M. Bocquet et al., Astron. Astrophys. J. **301**, 757 (1995).
9. G. G. Raffelt, Phys. Rep. **198**, 1 (1990).
10. Ю. М. Лоскутов, В. В. Скобелев, ЯФ **31**, 1279 (1980).
11. В. В. Скобелев, ЖЭТФ **71**, 1263 (1976).
12. Yu. M. Loskutov and V. V. Skobelev, Phys. Lett. A **62**, 53 (1977).
13. Ю. М. Лоскутов, В. В. Скобелев, Вестн. МГУ, сер. физ., астр. № 6, 111 (1977).
14. В. В. Скобелев, ЯФ **61**, 2236 (1998).