

ВЛИЯНИЕ СПИН-ОРБИТАЛЬНОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ДВУМЕРНЫХ ЭЛЕКТРОНОВ НА НАМАГНИЧЕННОСТЬ НАНОТРУБОК

Л. И. Магарилл, А. В. Чаплик*

*Институт физики полупроводников Сибирского отделения Российской академии наук
630090, Новосибирск, Россия*

Поступила в редакцию 28 октября 1998 г.

Вычислена намагниченность нанотрубки в продольном магнитном поле. Показано, что спин-орбитальное взаимодействие двумерных электронов, находящихся на поверхности нанотрубки, приводит к качественному изменению намагниченности: в зависимости от параметров системы возможен как диа-, так и парамагнетизм, а динамическая восприимчивость характеризуется аномальной дисперсией в области малых частот.

1. ВВЕДЕНИЕ

Двумерный электронный газ на поверхности круглого цилиндра реализуется в разных экспериментальных ситуациях. С ним связан, например, эффект Ааронова—Бома [1] в условиях слабой локализации [2]. Магнитные свойства металлического тонкостенного цилиндра (в том числе в режиме сверхпроводимости) исследовались еще в 1970 г. Куликом [3]. В области мезоскопических масштабов следует упомянуть прежде всего углеродные нанотрубки, в которых также может осуществляться двумерная проводимость. В самое последнее время была разработана оригинальная методика «сворачивания» напряженных слоев GaAs/InAs [4], приводящая к образованию цилиндров и рулонов с радиусом кривизны порядка нескольких десятков или сотен ангстрем.

В предлагаемой работе исследуются магнитные свойства нанотрубок в поле, параллельном оси цилиндра. Оказывается, что спин-орбитальное взаимодействие $2D$ -электронов на поверхности цилиндра приводит к качественным особенностям в поведении намагниченности как в постоянном, так и в переменном внешних магнитных полях даже при очень малых частотах. Последнее обстоятельство существенно для экспериментов, в которых используется модуляционная методика для измерения магнитной восприимчивости. Физическая причина упомянутых особенностей связана с пересечением (или квазипересечением) одноэлектронных термов, рассматриваемых как функции магнитного потока.

2. МАГНИТНЫЙ МОМЕНТ НАНОТРУБКИ В ПОСТОЯННОМ ПОЛЕ

Будем учитывать спин-орбитальное взаимодействие в рамках модели Рашба [5]. Соответствующий гамильтониан для плоской $2D$ -системы записывается как

*E-mail: chaplik@isp.nsc.ru

$$\hat{V}_{so} = \alpha[\hat{\sigma}, \hat{p}]\mathbf{n}, \quad (1)$$

где $\hat{\sigma}_i, \mathbf{p}$ — соответственно матрицы Паули и оператор двумерного импульса, \mathbf{n} — нормаль к поверхности, α — эффективная константа спин-орбитального взаимодействия. Константа α не обращается в нуль для ориентированной поверхности, на которой два направления \mathbf{n} неэквивалентны. Из (1) следует, что в рассматриваемой системе (электронный газ на поверхности кругового цилиндра в магнитном поле, направленном вдоль оси цилиндра) гамильтониан имеет вид (предполагается, что радиус цилиндра R много больше постоянной решетки и используются цилиндрические координаты с осью z вдоль оси цилиндра)

$$\hat{H}_0 = \frac{\hat{p}_z^2 + (\hat{p}_\varphi + \Phi/R)^2}{2m} + \alpha[\hat{\sigma}_z(\hat{p}_\varphi + \Phi/R) - \hat{\Sigma}\hat{p}_z], \quad (2)$$

$$\hat{\Sigma} = \begin{bmatrix} 0 & ie^{-i\varphi} \\ -ie^{i\varphi} & 0 \end{bmatrix}. \quad (3)$$

Здесь p_z — оператор продольного импульса, $\hat{p}_\varphi = -i(1/R)\partial/\partial\varphi$, Φ — магнитный поток через сечение цилиндра в единицах кванта потока $\Phi_0 = 2\pi\hbar c/e$, e — абсолютная величина заряда электрона; величину \hbar полагаем равной единице.

Уравнение Шредингера с гамильтонианом (2) допускает точное решение. Энергетический спектр дается выражением

$$E_{j,\mu}(k) = B \left[k^2 + \lambda_j^2 + \frac{1-2\Lambda}{4} + \mu D_j \right], \quad (4)$$

где $D_j = \sqrt{\lambda_j^2(\Lambda-1)^2 + k^2\Lambda^2}$, $B = 1/2mR^2$, $k = p_z R$, j — проекция полного момента на ось цилиндра (полуцелое число), $\lambda_j = j + \Phi$, $\Lambda = 2m\alpha R$, $\mu = \pm 1$ — квантовое число, нумерующее две ветви спиново-расщепленного закона дисперсии каждой подзоны j . Нормированные волновые функции имеют вид (L — длина цилиндра)

$$\Psi(\varphi) = \frac{\exp(ip_z z)}{\sqrt{L}} \begin{pmatrix} \exp\{i(j-1/2)\varphi\} & \psi^{(1)} \\ \exp\{i(j+1/2)\varphi\} & \psi^{(2)} \end{pmatrix}, \quad (5)$$

где

$$\begin{aligned} \psi_{j+}^{(1)} = \psi_{j-}^{(2)} &= iA_j C_j / \Lambda k, & \psi_{j-}^{(1)} = \psi_{j+}^{(2)} &= A_j, \\ A_j &= |\Lambda k| / \sqrt{4\pi D_j C_j}, & C_j &= D_j + \lambda_j(\Lambda - 1). \end{aligned} \quad (6)$$

Спектр и волновые функции для случая $\Phi = 0$ найдены ранее в работах [6].

Магнитный момент пропорционален равновесному току (persistent current), который определяется (на единицу длины цилиндра) выражением

$$J = -\frac{e}{L} \text{Sp}\{\hat{V} f(\hat{H}_0)\}, \quad (7)$$

где

$$\hat{V} = 2B \left(-\frac{\partial}{i\partial\varphi} + \Phi \right) + \frac{\alpha}{R} \hat{\sigma}_z \quad (8)$$

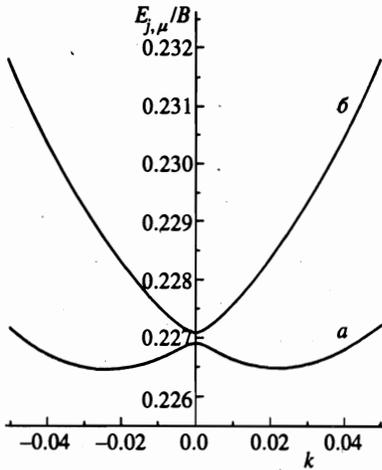


Рис. 1

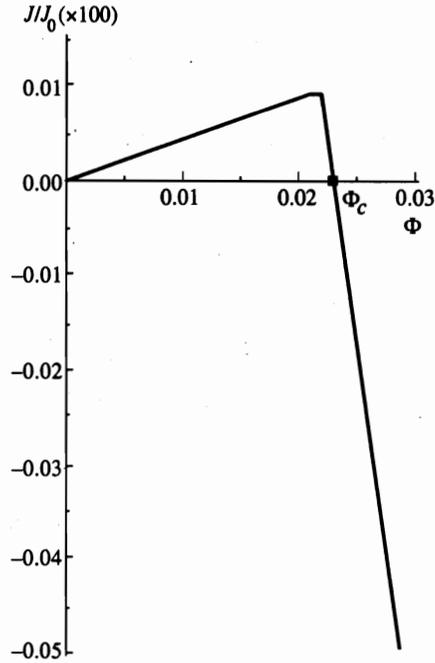


Рис. 2

Рис. 1. Зависимость энергии от продольного импульса вблизи полужелого значения потока: $\Phi = 0.4995$, $\Lambda = 0.046$ (GaAs для $R = 100 \text{ \AA}$). Кривая a : $j = -1/2$, $\mu = -1$, кривая b : $j = -1/2$, $\mu = +1$. Щель исчезает при $\Phi = 1/2$

Рис. 2. Поведение равновесного тока в области малых магнитных потоков; $J_0 = eB/\pi R$, $N_s = 2.3 \cdot 10^9 \text{ см}^{-2}$, остальные параметры те же, что на рис. 1

— оператор угловой скорости, а $f(\hat{H}_0)$ — равновесная матрица плотности ($f(\epsilon)$ — функция Ферми). Используя (5), (6), легко находим необходимые для вычисления тока по формуле (7) диагональные матричные элементы оператора \hat{V} , после чего из (7) имеем

$$J = -\frac{eB}{2\pi R} \sum_{j,\mu} \int dk \left[2 + \mu \frac{(\Lambda - 1)^2}{D_j} \right] \lambda_j f(E_{j,\mu}(k)). \tag{9}$$

Очевидна периодическая зависимость тока от потока с периодом равным единице. Кроме того, видно, что ток обращается в нуль для всех целых и полужелтых значений Φ . Действительно, из нечетности тока как функции Φ следует обращение J в нуль при $\Phi = 0$ (а следовательно, при всех целых Φ). Далее, заменяя в сумме (9) j на $-(j + 1)$ видим, что J обращается в нуль также при полужелтых Φ . Упомянутое выше пересечение термов имеет место для полужелтых Φ и при $k = 0$: в этой точке совпадают энергии двух спиново-расщепленных ветвей спектра (см. рис. 1).

Рассмотрим ситуацию заданной двумерной концентрации электронов N_s . Будем вычислять ток при температуре равной нулю, для чего в формуле (8) необходимо выразить энергию Ферми E_F через N_s и Φ , используя равенство

$$N_s = \frac{1}{4\pi^2 R^2} \sum_{j,\mu} \int dk \theta(E_F - E_{j,\mu}(k)) \quad (10)$$

($\theta(x)$ — ступенчатая функция Хевисайда). Область интегрирования по k в (9) и (10) определяется видом дисперсионных кривых $E_{j,\mu}(k)$, которые могут иметь либо минимум при $k = 0$, либо максимум в этой точке и два боковых минимума. Последнее осуществляется для ветвей $\mu = -1$ при $\Lambda^2/2 > |(\Lambda - 1)\lambda_j|$. Хотя интегралы в (9), (10) выражаются через элементарные функции, получающиеся формулы весьма громоздки. Поэтому приведем результаты (см. рис. 2) численного расчета равновесного тока как функции магнитного потока для случая, когда при $\Phi = 0$ заполнены лишь состояния $j = \pm 1/2, \mu = -1$, что требует выполнения условия $n_s < 4(\Lambda^2 + |1 - \Lambda|)$ ($n_s = 2N_s(\pi R)^2$).

Без учета спин-орбитальной связи линейная восприимчивость, определенная как J/Φ , равна $-2\pi e N_s/mR$, что соответствует диамагнетизму. Обращаем внимание на смену знака линейной восприимчивости при $\Phi \approx 0$, вызванную спин-орбитальным взаимодействием (диа-пара переход). Мы проверили, что это имеет место, если константа Λ больше некоторого положительного Λ_+ либо меньше некоторого отрицательного Λ_- , зависящих от концентрации. Кривые $\Lambda_+(n_s)$ и $\Lambda_-(n_s)$ приведены на рис. 3. Механизм перехода становится ясным из рассмотрения парциальных вкладов различных термов. В отсутствие спин-орбитальной связи и при малом магнитном потоке низшему уровню системы соответствует состояние с $m = 0$ (m — азимутальный момент), дважды вырожденное по спину. При наличии спин-орбитального взаимодействия этот уровень расщепляется (при конечном Φ) на термы $j = -1/2, \mu = -1$ и $j = 1/2, \mu = -1$, причем

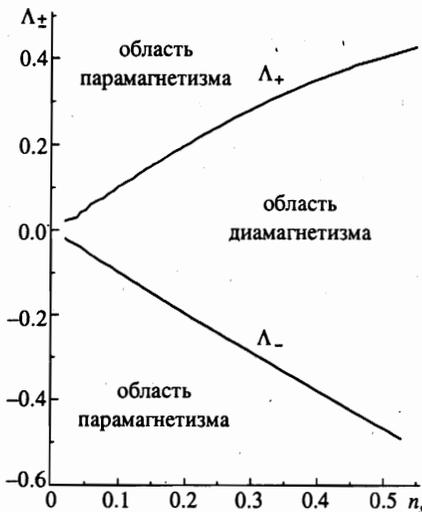


Рис. 3

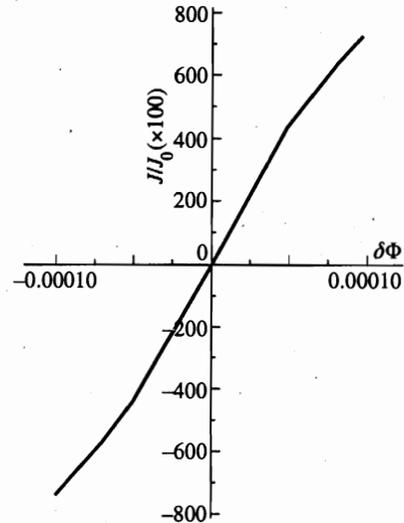


Рис. 4

Рис. 3. Кривые $\Lambda_{\pm}(n_s)$, разграничивающие области диа- и парамагнетизма в линейной восприимчивости

Рис. 4. Зависимость тока от Φ вблизи $\Phi = 1/2$

нижним оказывается (при $\Phi > 0$) терм $j = -1/2$. Вклады этих подуровней соответствуют диамагнетизму ($j = 1/2$) и парамагнетизму ($j = -1/2$), а заселенности слегка различаются (при малом потоке). Кроме того, различаются вклады в ток электронов с одинаковыми k , но разными j . При $\Lambda = \Lambda_{\pm}$ вклады в восприимчивость состояний с $j = \pm 1/2$ компенсируются.

С ростом потока заселенность уровня ($j = 1/2, \mu = -1$) стремится к нулю, а вклад в ток от уровня ($j = -1/2, \mu = -1$) убывает и при некотором Φ_c меняет знак. Об этом свидетельствует поведение подынтегральной функции в (9). Такое поведение объясняет еще одно обращение $J(\Phi)$ в нуль на рис. 2. При $\Phi > \Phi_c$ зависимость $J(\Phi)$ практически такая же, как в отсутствие спин-орбитального взаимодействия.

Кроме того, вблизи $\Phi = 1/2$ зависимость $J(\Phi)$ имеет изломы, которые связаны с резким изменением области интегрирования по k (переход от ситуации двух боковых минимумов в $E_{-1/2, -1}(k)$ к одному центральному; см. рис. 4).

3. ДИСПЕРСИЯ МАГНИТНОЙ ВОСПРИИМЧИВОСТИ НАНОТРУБКИ

В этом разделе рассмотрим отклик электронов, находящихся на поверхности цилиндра, на переменный магнитный поток. Предположим, что кроме постоянного потока Φ , проходящего сквозь цилиндр, имеется также малый переменный поток $\phi(t)$. Нас интересует отклик системы в линейном приближении по $\phi(t)$. В гамильтониане системы появляется дополнительное слагаемое $\hat{F}(t)$:

$$\hat{H} = \hat{H}_0 + \hat{F}(t), \quad (11)$$

где $\hat{F}(t) = \phi(t)\hat{V}$. Для динамической восприимчивости $\chi(\omega)$ ($\tilde{J}_\omega = \chi(\omega)\phi_\omega$; $\tilde{J}_\omega, \phi_\omega$ — фурье-компоненты переменных составляющих тока и магнитного потока) нетрудно получить формулу типа Кубо:

$$\chi(\omega) = \frac{ie}{L} \int_{-\infty}^0 dt \exp\{(\delta - i\omega)t\} \text{Sp} \left\{ \hat{V} \exp(i\hat{H}_0 t) [\hat{V}, \hat{f}] \exp(-i\hat{H}_0 t) \right\} - \frac{2e}{L} \text{Sp}(\hat{f}). \quad (12)$$

Вычисляем шпур в формуле (12), используя базис волновых функций (5), (6). Для недиагональных (по μ) матричных элементов оператора скорости \hat{V} имеем:

$$V_{j,k,\mu;j,k,\bar{\mu}} = B(1 - \Lambda) \frac{i\mu\Lambda k}{D_j} \quad (13)$$

($\bar{\mu} = -\mu$). В результате для $\chi(\omega)$ находим:

$$\chi(\omega) = \frac{ieB^2\Lambda^2(1 - \Lambda)^2}{2\pi R} \sum_{j,\mu} \int dk \frac{k^2}{D_j^2} \frac{1}{\nu + i(E_{j,\bar{\mu}}(k) - E_{j,\mu}(k) - \omega)} - \quad (14)$$

$$- \frac{e}{\pi R} \sum_{j,\mu} \int dk f(E_{j,\mu}(k)). \quad (15)$$

Здесь мы заменили бесконечно малую δ из формулы (12) феноменологической частотой релаксации ν .

На рисунке 5 приведены результаты численного расчета вещественной и мнимой частей восприимчивости в окрестности точки $\Phi = 1/2$. Очевидно, что в этой области

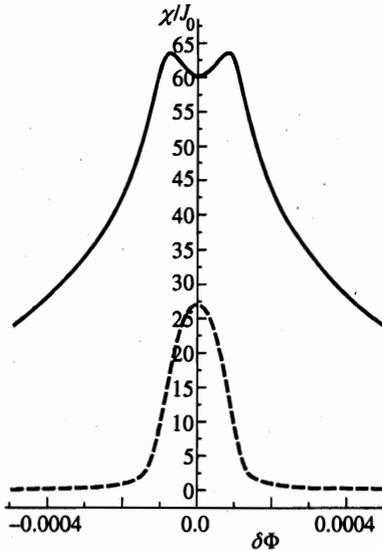


Рис. 5. Вещественная (сплошная линия) и мнимая (штриховая линия) части динамической восприимчивости как функции $\delta\Phi$ ($\delta\Phi = \Phi - 1/2$); $\omega/B = 10^{-4}$, $\omega/\nu = 5$

из-за пересечения термов должны наблюдаться аномалии магнитной восприимчивости при малых частотах ω (однако, разумеется, должно выполняться обычное условие проявления частотной дисперсии, $\omega \gg \nu$). Область вблизи Φ равного нулю не представляет интереса для рассматриваемого нами случая низких частот, $\omega \ll B$. Следует подчеркнуть, что дисперсия магнитной восприимчивости существует только при наличии спин-орбитального взаимодействия, так как при $\Lambda = 0$, как видно из (12), $\chi(\omega)$ сводится к постоянной.

Таким образом, учет спин-орбитальной связи существенно меняет магнитные свойства нанотрубки в продольном магнитном поле: в области малых полей диамагнитное поведение сменяется парамагнитным, а вблизи $\Phi = 1/2$ возникают изломы (при нулевой температуре) на зависимости $J(\Phi)$. Пересечение термов при $\Phi = 1/2$ приводит к аномалиям в поведении динамической восприимчивости в области очень малых частот $\omega \ll B$.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект 96-02-19058), программы «Физика твердотельных наноструктур», а также фонда INTAS (грант № 95-0657).

Литература

1. Д. Ю. Шарвин, Ю. В. Шарвин, Письма ЖЭТФ 34, 285 (1981).
2. Б. Л. Альтшулер, А. Г. Аронов, Б. З. Спивак, Письма ЖЭТФ 33, 101 (1980).
3. И. О. Кулик, Письма в ЖЭТФ 11, 407 (1970).
4. V. Ya. Prinz, V. A. Seleznev, V. A. Samoylov, and A. K. Gutakovsky, *Microelectronic Engineering* 30, 439 (1996); V. Ya. Prinz, V. A. Seleznev, A. K. Gutakovsky, *24th International Conference on Semiconductor Physics*, Jerusalem, Israel, Abstracts (1998).
5. Ю. А. Бычков, Э. И. Рашба, Письма в ЖЭТФ 39, 66 (1984); E. I. Rashba, V. I. Sheka, in *Landau Level Spectroscopy*, ed. by G. Landwehr and E. I. Rashba, Elsevier (1991), p. 178.
6. Л. И. Магарилл, Д. А. Романов, А. В. Чаплик, Письма в ЖЭТФ 64, 421 (1996); ЖЭТФ 113, 1411 (1998); A. V. Chaplik, D. A. Romanov, and L. I. Magarill, *S & M* 23, 1231 (1998).