

СТРУКТУРА КРИСТАЛЛА МИКРОЧАСТИЦ В ПЛАЗМЕ ВЫСОКОЧАСТОТНОГО РАЗРЯДА

В. А. Швейгерт^а, И. В. Швейгерт^{б*}, В. М. Беданов^а,

А. Мельцер^{с†}, А. Хоманн^{с†}, А. Пиль^{с†}

^а *Институт теоретической и прикладной механики
Сибирского отделения Российской академии наук
630090, Новосибирск, Россия*

^б *Институт физики полупроводников
Сибирского отделения Российской академии наук
630090, Новосибирск, Россия*

^с *Институт экспериментальной физики
Киль, Германия*

Поступила в редакцию 22 января 1998 г.

С помощью метода частиц в ячейках изучаются распределение напряженности электрического поля, концентрации электронов и ионов в кристалле микрочастиц, расположенном в приэлектродном слое ВЧ разряда в гелии. Координаты и заряды микрочастиц находятся из условия баланса действующих на частицы сил и баланса потоков электронов и ионов на частицы. С использованием периодических граничных условий рассматривается трехмерная задача для элементарной ячейки кристалла микрочастиц. Исследованы зависимости от давления газа и напряжения на разряде основных параметров кристалла — критического расстояния между частицами, при котором происходит фазовый переход монослойный—двухслойный кристалл, потенциалы частиц и расстояния между слоями в двухслойном кристалле. Получены критические значения коэффициента трения частиц в газе, ниже которых двухслойный кристалл становится неустойчивым по отношению к развитию колебаний частиц в поперечном направлении. Проведено сравнение расчетных и экспериментальных данных по структуре и устойчивости кристалла. Построена приближенная модель, позволяющая вычислить основные параметры кристалла микрочастиц.

1. ВВЕДЕНИЕ

Заряженные микрочастицы в плазме представляют собой уникальный для физики неидеальной плазмы макроскопический объект, позволяющий экспериментально наблюдать переход кристалл—жидкость—газ в кулоновских системах. Возможность образования кристаллов микрочастиц в плазме была предсказана Икези [1]. Экспериментально они были обнаружены в магнетронном разряде [2–4], в высокочастотном разряде между плоскопараллельными электродами [5–8] и в стратах стационарного тлеющего разряда [9]. Кристалл микрочастиц в ВЧ разряде представляет собой несколько слоев,

* E-mail: ischweig@isp.nsc.ru

† A. Melzer, A. Homann, and A. Piel, Institut für Experimentalphysik, Christian—Albrechts—Universität Kiel, 24098, Kiel, Deutschland.

каждый из которых содержит около десятка тысяч частиц, расположенных в приэлектродном слое нижнего электрода, где действующая на частицы сила тяжести уравновешивается электрическим полем. В поперечном направлении (в плоскости электрода) кристалл обычно ограничен краем электрода или специально создаваемыми на электродах выступами. Продольное удержание взаимно расталкивающихся отрицательно заряженных частиц осуществляется положительным объемным зарядом ионов в слое.

Результаты экспериментальных наблюдений структуры кристалла микрочастиц не укладываются в рамки классической теории кулоновских систем. Согласно расчетам [10–12], структура многослойных кулоновских кристаллов соответствует различным (в зависимости от расстояния между слоями) типам плотной упаковки, когда частицы в смежных слоях сдвинуты друг относительно друга. Эксперименты [4, 5, 7, 8, 13] показывают другой тип упаковки, когда частицы в различных слоях расположены друг под другом, а в плоскости слоя образуют правильную гексагональную решетку. Отметим, что иногда наблюдается и плотная упаковка (гранцентрированная [3] или объемноцентрированная [3, 13, 14]) кристалла. Согласно экспериментам [13], переход от кубической объемноцентрированной решетки к гексагональной неплотной упаковке происходит с ростом радиуса частицы при $R \sim 1$ мкм. На основе исследования бесстолкновительной модели движения ионов в работах [15, 16] было предположено, что причиной наблюдаемой неплотной упаковки может являться образование областей повышенной плотности ионов за частицами вследствие фокусировки траекторий ионов полем частицы. Однако для типичных экспериментальных условий длина свободного пробега ионов меньше расстояния между частицами и бесстолкновительная модель несправедлива. В зависимости от длины пробега ионов за частицей может реализовываться область как сгущения, так и разрежения ионной концентрации [17, 18]. Расчет методом Монте-Карло движения ионов с учетом рассеяния в двухслойном кристалле заряженных микрочастиц, расположенном в приэлектродном слое [17, 18], позволил найти действующие на частицы силы и подтвердил предположение [15, 16] для условий экспериментов [7, 8, 19]. Однако в [17, 18] не принималось во внимание взаимное расталкивание ионов, которое должно препятствовать образованию ионных облаков за частицами. Таким образом, в [15–18] получено объяснение причин неплотной упаковки кристалла микрочастиц, однако не проведен количественный анализ структуры кристалла, позволяющий определить заряды частиц, расстояния между слоями и другие параметры решетки.

В настоящее время отсутствуют самосогласованные расчеты заряда микрочастиц в приэлектродном слое, который измерялся в [7, 8, 19]. Теоретическое исследование зарядки частиц [20–22] и взаимодействия между частицами [20–22] проводилось только для условий квазинейтральной плазмы. В [24] скорость зарядки ионами одиночной частицы в приэлектродном слое ВЧ разряда рассматривалась в рамках самосогласованного подхода. В самосогласованных расчетах структуры кристалла микрочастиц в слое [25] использовалось бесстолкновительное гидродинамическое описание движения ионов, а частицы моделировались бесконечными цилиндрами. Одномерный кристалл, в котором микрочастицы заменяются бесконечными заряженными плоскостями, рассматривался в [26] с применением кинетического подхода для ионов. Более реалистичный случай сферических частиц исследовался в [27]. Однако неясна погрешность использования в [27] гидродинамического подхода и приближения линейного отклика для расчета сил взаимодействия частиц. Отметим, что в цитированных выше работах рассматривались модельные постановки задачи и не проводилось сравнения результатов расчетов структуры кристалла с известными экспериментальными данными. Таким

образом, количественная теория кристалла микрочастиц в плазме до сих пор отсутствует. Данная работа представляет результаты самосогласованного моделирования структуры кристалла микрочастиц в приэлектродном слое ВЧ разряда в гелии для условий экспериментов [7, 8, 19].

2. МОДЕЛЬ КРИСТАЛЛА МИКРОЧАСТИЦ

В экспериментах [7, 8, 19] микрочастицы радиусом $R = 4.7$ мкм и удельной плотностью $\rho = 1.5$ г/см³ левитируют в гелии. Характерные расстояния между микрочастицами составляют сотни микрон. Частота разряда $f_{rf} = 13.56$ МГц, межэлектродное расстояние 6 см, давление газа варьируется в диапазоне $P = 40\text{--}120$ Па, амплитуда высокочастотной составляющей падения напряжения на электродах $U_{rf} = 40\text{--}80$ В. Как будет показано ниже, присутствие микрочастиц слабо сказывается на характеристиках разряда (распределении температуры электронов в приэлектродном слое, плотности тока разряда и потока ионов на электрод), которые необходимы для построения самосогласованной модели кристалла микрочастиц. Поэтому сначала одномерный ВЧ разряд в гелии без микрочастиц моделировался методом частиц в ячейках [28] с использованием набора сечений рассеяния электронов из [29] и учетом ионизации при столкновении двух метастабильных атомов гелия [30]. Для ионов учитывался только основной процесс их рассеяния в собственном газе — резонансная перезарядка с постоянным сечением $3.5 \cdot 10^{-15}$ см² [31]. Не вдаваясь в анализ структуры ВЧ разряда, рассмотрим только влияние изменения давления газа и напряжения на разряде на интересующие нас характеристики. Для исследуемого диапазона $P = 40\text{--}120$ Па, $U_{rf} = 40\text{--}80$ В плотность тока разряда $j = (0.5\text{--}1.3) \cdot 10^{-3}$ А·см⁻² и потока ионов на катод $j_i = (0.5\text{--}2.2) \cdot 10^{14}$ см⁻²·с⁻¹ слабо зависят от давления газа и увеличиваются с ростом напряжения на разряде. Средняя энергия электронов незначительно (в пределах 15–20%) увеличивается от электрода к границе приэлектродного слоя и несколько больше (~ 20 %) средней энергии электронов в центре разряда U_e , которая практически не зависит от напряжения на разряде и почти линейно уменьшается с увеличением давления — $U_e = 4.5\text{--}3$ эВ при $P = 40\text{--}120$ Па, что согласуется с экспериментальными данными [32, 33].

Согласно измерениям [32], которые подтверждаются результатами наших расчетов, функция распределения электронов в объеме ВЧ разряда в гелии близка к максвелловской. Нас интересует поведение функции распределения электронов в приэлектродных областях и, в частности, скорость зарядки микрочастиц. Характерная длина свободного пробега электронов много больше радиуса микрочастиц, и зарядку частиц можно рассматривать в приближении орбитального движения [34]. Функция распределения электронов по направлениям скоростей близка к изотропной, и плотность потока электронов j_e на поверхность микрочастицы, имеющий потенциал U , дается выражением [35]

$$j_e = \frac{n_e}{4} \int_U^{\infty} \left(1 - \frac{U}{\epsilon}\right) v f_e(\epsilon) d\epsilon, \quad (1)$$

где функция распределения электронов по энергиям $f_e(\epsilon)$ нормирована следующим образом:

$$\int_0^{\infty} f_e(\epsilon) d\epsilon = 1,$$

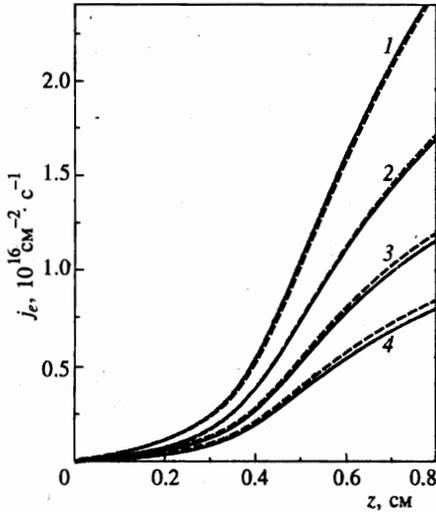


Рис. 1. Средний по периоду поток электронов на частицу в приэлектродном слое при различном потенциале поверхности частицы U . Давление газа $P = 80$ Па, напряжение на разряде $U_{rf} = 60$ В. Сплошные кривые — расчет по функции распределения электронов, полученной методом Монте-Карло, штриховые — по максвелловской функции распределения электронов. $U = 2$ (1), 3 (2), 4 (3), 5 (4) В

$n_e, v = \sqrt{2\epsilon/m_e}, m_e$ — плотность, скорость и масса электрона. Для максвелловской функции распределения электронов

$$f_e(\epsilon) = 2\sqrt{\epsilon/\pi T_e} \exp(-\epsilon/T_e)/T_e$$

получаем

$$j_e = \frac{n_e v_t}{4} \exp(-U/T_e), \quad v_t = \sqrt{\frac{8T_e}{\pi m_e}}, \quad (2)$$

где $T_e = 2U_e/3, U_e$ — температура и средняя энергия электронов. Сравнение результатов расчетов плотности потока электронов на поверхность частицы в приэлектродном слое с использованием выражений (1), (2) приведено на рис. 1 для различных потенциалов частицы. Поскольку средняя энергия электронов слабо меняется в приэлектродном слое, быстрое уменьшение скорости зарядки по направлению к электроду определяется в основном уменьшением плотности электронов.

В эксперименте кристалл имеет ограниченные размеры, но каждый слой насчитывает достаточно большое число $\sim 100 \times 100$ элементарных ячеек. Поэтому рассматривалась идеальная кристаллическая структура, когда все характеристики системы обладают свойством периодичности $f(\rho + 1) = f(\rho)$ в плоскости электродов $\rho = xy$, где $1 = l_1 a_1 + l_2 a_2, a_1, a_2$ — двумерные базисные векторы решетки. Тогда можно ограничить расчетную область в плоскости xy одной элементарной ячейкой. Характерное время выхода ВЧ разряда на периодический по времени режим обуславливается амбиполярной диффузией ионов через разрядный промежуток и много больше времени установления приэлектродного слоя, которое определяется временем пролета ионов через слой. Поэтому для ускорения счета мы рассматриваем только приэлектродную область, содержащую кристалл микрочастиц. Нижняя граница расчетной области соответствует нижнему электроду, а верхняя расположена в квазинейтральной плазме вблизи границы приэлектродного слоя. Поскольку поток электронов на частицы оказывается существенно меньше их потока на электрод, наличие микрочастиц слабо возмущает функ-

цию распределения электронов в слое, которую, как показано выше, можно считать максвелловской. Тогда плотность электронов n_e имеет больцмановское распределение:

$$n_e = n_0 \exp(e\phi/T_e), \quad (3)$$

где ϕ — потенциал электрического поля, n_0 — плотность квазинейтральной плазмы на верхней границе расчетной области $z = d$; $\phi(z = d) = 0$; пространственное распределение температуры электронов $T_e(z)$ берется из результатов расчетов ВЧ разряда.

Для расчета распределения потенциала использовалось фурье-преобразование

$$\phi = \phi_0(z) + \phi_1(z, \rho) = \phi_0(z) + \sum_{\mathbf{g}, |\mathbf{g}| \neq 0} \phi_{\mathbf{g}}(z) \exp(i\mathbf{g}\rho), \quad (4)$$

где $\mathbf{g} = n_1 \mathbf{b}_1 + n_2 \mathbf{b}_2$, $\mathbf{b}_1, \mathbf{b}_2$ — элементарные векторы обратной решетки. Зависящая от поперечных координат часть потенциала ϕ_1 много меньше температуры электронов везде, кроме незначительной области около частицы размером в несколько ее радиусов. Тогда

$$n_e(z, \rho) \approx n_e(z)(1 + e\phi_1/T_e),$$

где $n_e(z) = n_0 \exp(e\phi_0/T_e)$. Фурье-компоненты потенциала $\phi_{\mathbf{g}}$ находятся из уравнения Пуассона

$$\frac{\partial^2 \phi_0}{\partial z^2} = 4\pi e(n_{d, \mathbf{g}=0} + n_e - n_{i, \mathbf{g}=0}), \quad (5)$$

$$\frac{\partial^2 \phi_{\mathbf{g}}}{\partial z^2} - |\mathbf{g}|^2 \phi_{\mathbf{g}} - \frac{4\pi e^2 n_e}{T_e} \phi_{\mathbf{g}} = 4\pi e(n_{d, \mathbf{g}} - n_{i, \mathbf{g}}), \quad (6)$$

где $n_{d, \mathbf{g}}, n_{i, \mathbf{g}}$ — фурье-компоненты плотности заряда микрочастиц и плотности ионов, которая находилась при моделировании движения ионов методом Монте-Карло.

Во всем рассмотренном диапазоне изменения параметров разряда $|\mathbf{g}|^2 \gg 4\pi e^2 n_e / T_e$ и дебаевское экранирование электронами заряда частиц незначительно. При давлении газа $P = 40\text{--}120$ Па длина свободного пробега ионов в гелии $\lambda = 100\text{--}300$ мкм много меньше толщины приэлектродного слоя, а характерное время пролета ионов через слой много больше периода разряда. В основном рождение ионов происходит в квазинейтральной плазме и плотность потока ионов в приэлектродном слое j_i можно считать постоянной. При решении кинетического уравнения для ионов функция распределения их по скоростям задавалась на верхней границе расчетной области, а электрод и микрочастицы считались идеально поглощающими. Для решения уравнения (5) с плотностью электронов (3) необходимо поставить граничное условие для потенциала на поверхности электрода и определить параметр n_0 в выражении (3). Плотность электронов n_0 на верхней границе расчетной области задавалась из условия квазинейтральности $n_0 = n_{i, z=d}$. Напряженность электрического поля на электроде $E_k = -\partial\phi_0/\partial z$ находилась из условия сохранения полного тока:

$$\frac{1}{4\pi} \frac{\partial E_k}{\partial t} + e \left(j_i - \frac{1}{4} v_t n_0 \exp\left(\frac{e\phi_0(z=0, t)}{T_e}\right) \right) = j \sin(\omega t), \quad (7)$$

где амплитуда плотности тока разряда j определялась при расчете ВЧ разряда без частиц, $\omega = 2\pi f_{rf}$. Количество ионов в методе частиц в ячейках равнялось 32000 — 64000.

Уменьшение статистической погрешности расчетов, которая указана на некоторых рисунках, достигалось усреднением по сотням периодов ВЧ разряда. При расчете трехмерного распределения потенциала электрического поля использовалось быстрое преобразование Фурье [28]. Описанная модель приэлектродного слоя ВЧ разряда хорошо согласуется с результатами самосогласованных расчетов ВЧ разряда методом частиц в ячейках.

Заряд Z и потенциал поверхности частицы $U = eZ/R$ находились из условия баланса потоков электронов и ионов на частицу $4\pi R^2 j_e = J_i$, где плотность тока электронов j_e дается выражением (2). Поток ионов на частицу

$$J_i = \int n_i(\mathbf{v}_i \cdot d\sigma_i) \quad (8)$$

и сила

$$\mathbf{F} = \int m_i \mathbf{v}_i n_i(\mathbf{v}_i d\sigma_i), \quad (9)$$

действующая на частицу в результате передачи импульса ионов, находились при моделировании движения ионов. Здесь интегрирование проводится по поверхности частицы, \mathbf{n} — нормальный к поверхности единичный вектор; \mathbf{v}_i , m_i — скорость и масса ионов. На частицы также действует сила тяжести $\mathbf{F}_g = (0, 0, -Mg)$ и электрическое поле $\mathbf{F}_e = eZ\partial\phi/\partial\mathbf{r}$, где $g = 980 \text{ см/с}^2$ — ускорение свободного падения, $M = 6.73 \cdot 10^{-10} \text{ г}$ — масса частицы.

3. РЕЗУЛЬТАТЫ И ОБСУЖДЕНИЕ

3.1. Зарядка микрочастиц ионами

Роль силы трения (9) в балансе сил незначительна для частиц микронного размера. Левитация частиц в слое определяется в основном равновесием между силой тяжести и электрическим полем, что позволяет получить оценку напряженности поля $E_p = Mg/eZ$, действующего на частицу. Для типичного значения потенциала поверхности частицы $U \approx 3 \text{ В}$ радиусом $R \approx 5 \text{ мкм}$ характерная напряженность поля $E_p \approx 50 \text{ В/см}$. Положительный объемный ионный заряд, сосредоточенный в непосредственной окрестности частицы, мал по сравнению с зарядом самой частицы, и около частицы распределение потенциальной энергии ионов U_i имеет вид

$$U_i = -\frac{e^2 Z}{r} - eE_p r \cos\theta, \quad (10)$$

где r — расстояние до частицы, θ — угол между радиусом-вектором и осью z . Для потенциальной энергии (10) существует область финитного, $r < R_f(\theta)$, и инфинитного, $r > R_f(\theta)$, движений, где R_f — граница области:

$$R_f = R_w \left(1 - \sqrt{1 - \cos\theta}\right) / \cos\theta, \quad R_w = \sqrt{eZ/E_p},$$

показанная на рис. 2 (кривая 1). В условиях эксперимента [19] характерный размер потенциальной ямы для ионов $R_w \approx 50 \text{ мкм}$ меньше длины свободного пробега ионов $\lambda = 100\text{--}300 \text{ мкм}$, что позволяет получить аналитические оценки скорости зарядки частиц ионами.

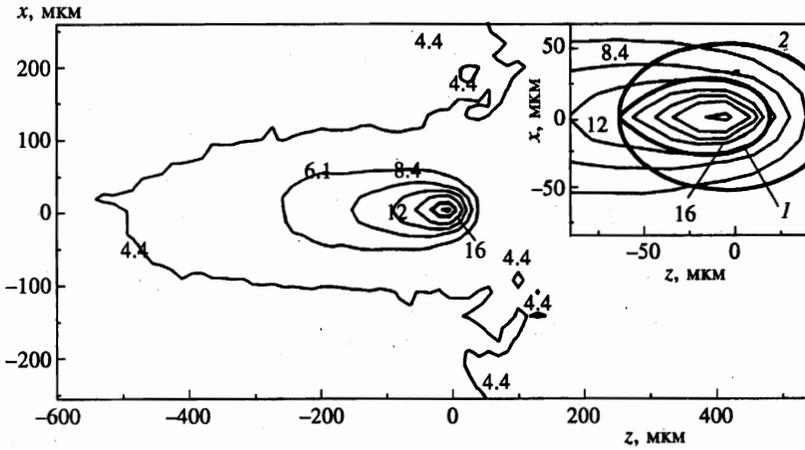


Рис. 2. Распределения концентрации ионов, измеряемой в 10^8 см^{-3} , в сечении xz для приэлектродного слоя с монослойным кристаллом микрочастиц. Координаты отсчитываются от точки ($x = 0, z = 0$), где расположена частица. Давление газа $P = 80 \text{ Па}$, напряжение на разряде $U_{r,f} = 60 \text{ В}$, расстояние между частицами $a = 519 \text{ мкм}$. На вставке жирными кривыми показаны: 1 — граница потенциальной ямы около частицы, в которой ионы совершают финитное движение; 2 — область, из которой ионы с нулевой энергией приходят на частицу

Полный поток ионов на частицу $J_i = J_{i,1} + J_{i,2}$ складывается из высокоэнергетичных ионов с характерной энергией направленного движения $\epsilon_i = eE_p \lambda = (0.5-1.5) \text{ эВ}$ и ионов, испытавших перезарядку в окрестности частицы. Поскольку $\epsilon_i \gg eE_p R_w, T_g$ и $\lambda \gg R_w$, при оценке потока высокоэнергетичных ионов $J_{i,1}$ можно применить бесстолкновительное приближение, пренебречь влиянием поля E_p в окрестности частицы и использовать для функции распределения набегающих на частицу ионов выражение [36]

$$F_i(\mathbf{v}, v_z \geq 0) = j_i \frac{m_i}{e\lambda E_p} \delta(v_x) \delta(v_y) \exp\left(-\frac{m_i v_z^2}{e\lambda E_p}\right), \quad F_i(\mathbf{v}, v_z < 0) = 0, \quad (11)$$

справедливое для однородного сильного поля. Согласно классической механике [37], сечение захвата частицей иона с энергией $\epsilon = m_i v_z^2 / 2$ равно $\sigma_c = \pi R_p^2 (1 + U/\epsilon)$, и с учетом (11) поток высокоэнергетичных ионов можно записать в виде

$$J_{i,1} = \int \sigma_c v_z F_i(\mathbf{v}) d\mathbf{v} = \pi R_p^2 j_i \left(1 + \frac{U}{\epsilon_i} \int \frac{e^{-x} dx}{x}\right) \approx \pi R_p^2 j_i \left(1 + \frac{U}{\epsilon_i} \ln \Lambda\right), \quad (12)$$

где $\Lambda = \epsilon_i R_w^2 / UR^2 \gg 1$. В (12) интегрирование по прицельному параметру обрезано на характерном размере потенциальной ямы и опущены члены, малые по сравнению с $\ln \Lambda$.

В окрестности частицы кинетическая энергия ионов после перезарядки много меньше потенциальной энергии $U_i(R_w) \sim eUR/R_w \approx 0.3 \text{ эВ}$. Поэтому при анализе потока $J_{i,2}$ на частицу ионов, испытавших резонансное рассеяние около частицы, можно использовать приближение холодных ионов. Нам необходимо найти объем области около

частицы V_w , из которой ионы с нулевой энергией приходят на поверхность частицы. Отметим, что эта область больше потенциальной ямы, поскольку часть ионов, для которых движение инфинитно, также приходит на частицу. Из размерных соображений понятно, что $V_w = C_w R_w^3$ и значение коэффициента C_w может зависеть только от отношения R_w/R . Коэффициент C_w определялся численно. Для этого при некоторых заданных начальных координатах иона решались уравнения движения иона в потенциале (10) с нулевой начальной скоростью иона. Если в некоторый момент времени ион попадал на частицу, то начальные координаты принадлежат интересующей нас области, поперечное сечение которой показано на рис. 2 (кривая 2). Для типичных экспериментальных условий $R_w/R \sim 10$ значение коэффициента $C_w \approx 3.3$ слабо зависит от R_w/R . Изменение R_w/R в два раза приводит к изменению C_w всего на десять процентов. Поскольку $\lambda \gg R_w$ и вероятность рассеяния ионов в окрестности частицы мала, поток

$$J_{i,2} \approx j_i \frac{V_w}{\lambda} \approx 3.3 j_i \frac{R_w^3}{\lambda}. \quad (13)$$

Так как $R_w \gg \lambda R^2$, справедливо $J_{i,2} \gg J_{i,1}$, и скорость зарядки частицы определяется в основном холодными ионами. Зная скорость $v_{is} \approx \sqrt{2U/m_i}$ первоначально холодных ионов на поверхности частицы, можно оценить их плотность на поверхности частицы:

$$n_{is} \approx \frac{J_{i,2}}{4\pi R^2 v_{is}} \approx C_w n_i \frac{R_w^2}{4\pi R^2} \left(\frac{R}{\pi\lambda}\right)^{1/2}, \quad (14)$$

где $n_i = j_i/v_d$ — средняя плотность ионов в слое; здесь использовано выражение $v_d = \sqrt{2e\lambda E_p/\pi m_i}$ для дрейфовой скорости ионов в сильном поле [31]. При давлении $P = 80$ Па оценка (14) дает значение $n_{is}/n_i \sim 3$, качественно совпадающее с результатами численных расчетов (рис. 2). Согласно оценке (14) и результатам численных расчетов, полный ионный заряд, сосредоточенный в потенциальной яме около частицы, намного меньше заряда самой частицы, что оправдывает использование выражения (10) для потенциальной энергии ионов.

Для оценки заряда частицы необходимо найти распределение концентрации электронов в приэлектродном слое. Для рассматриваемого ВЧ разряда выполняются следующие условия: $j \gg j_i$, $U_k \gg T_e$, $\omega \gg d_k/v_d$, где U_k , d_k — падение напряжения на приэлектродном слое и его толщина. Тогда стандартная модель приэлектродной области [38] и приближение линейного профиля средней по периоду напряженности поля [35] $\vec{E} = \vec{E}_e(1 - z/d_k)$ позволяют получить аналитические выражения для распределения концентрации электронов и ионов в области сильных полей, где $v_d \propto \sqrt{E}$:

$$n_i = \frac{n_{ik}}{\sqrt{1 - z/d_k}}, \quad n_e = n_i \frac{\varphi}{\pi}, \quad \cos \varphi = 1 - \frac{2E_e(1 - \sqrt{1 - z/d_k}) - E_m}{E_e - E_m}. \quad (15)$$

Здесь $E_e = E_m + 4\pi j/\omega$, $n_{ik} = j_i/v_d(E_e)$ — напряженность поля и концентрация ионов на электроде; $d_k = E_e/4\pi en_{ik}$; $E_m \approx (8\pi en_{ik} T_e \ln(v_e/2\sqrt{2\pi v_d}))^{1/2}$ — минимальная напряженность поля на электроде, которая находится из баланса потоков электронов и ионов [39]; $v_e = \sqrt{T_e/2\pi m_e}$ — тепловая скорость электронов; φ/π — доля периода ВЧ поля, в течение которой плотность электронов в приэлектродном слое равна плотности ионов. Выражения (2), (12), (13), (15) позволяют найти положения частиц и их заряды в монослойном кристалле после решения системы обыкновенных уравнений. Результаты

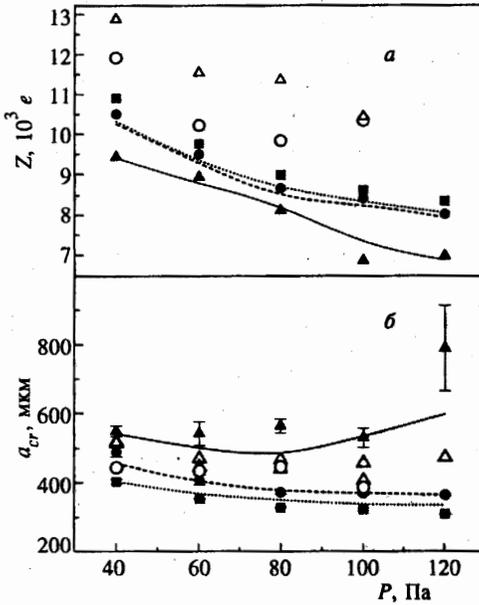


Рис. 3. Зависимость от давления газа заряда частиц (а) и критического расстояния между частицами (б), при котором происходит переход от монослойного к двухслойному кристаллу при различных напряжениях на разряде ($U_{rf} = 40$ (▲), 60 (●), 80 (■) В). Сплошные символы — результаты самосогласованных расчетов, кривые — результаты использования приближенной модели кристалла, светлые символы — экспериментальные данные, полученные при $U_{rf} \approx 40$ (Δ) и ≈ 50 (○) В

численных расчетов зарядов частиц хорошо согласуются с приведенной выше приближенной моделью (рис. 3а), в которой температура электронов считалась постоянной в приэлектродном слое. Заряд частицы сравнительно слабо зависит от напряжения на разряде и увеличивается с уменьшением давления газа, как и средняя энергия электронов. Отличие экспериментальных данных от результатов численных расчетов составляет примерно 30% и лежит в пределах экспериментальной погрешности.

3.2. Переход от монослойного к двухслойному кристаллу

С увеличением плотности частиц в эксперименте наблюдается образование двухслойного кристалла. Напомним основные результаты теоретического анализа [10] структуры вигнеровского кристалла частиц с зарядом eZ , погруженных в однородный компенсирующий фон с плотностью ионов ρ и взаимодействующих по закону Кулона. При малой плотности частиц они образуют монослойный кристалл с гексагональной решеткой и расстоянием между частицами a . С увеличением плотности частиц монослойный кулоновский кристалл становится энергетически невыгодным и переходит в трехслойный кристалл с плотной гексагональной упаковкой при

$$(\rho/Z)^{1/3} a \leq \alpha, \quad \alpha \approx 1.02. \tag{16}$$

Кристалл микрочастиц в плазме представляет собой открытую негамильтонову систему, для которой нельзя ввести понятие потенциальной энергии [17, 18]. Поэтому мы рассматривали устойчивость монослойного кристалла к расслоению, задавая незначительное продольное смещение частиц от положения равновесия. В двухслойном кристалле с прямоугольной элементарной ячейкой $\mathbf{a}_1 = a(1, 0)$, $\mathbf{a}_2 = a(0, \sqrt{3})$, содержащей две частицы, расстояние между слоями δz фиксировалось, а положение центра масс кристалла z_p находилось из баланса суммарных сил, действующих на обе частицы. От-

метим, что при $\delta z = 0$ кристалл образует гексагональную монослойную решетку. Варьируя расстояния между частицами в слое, мы находили разность сил $\delta F_z = F_{z,1} - F_{z,2}$, действующих на верхние и нижние частицы. Расслоение кристалла должно происходить при критическом значении $a = a_{cr}$, когда $\delta F_z = 0$. При $a < a_{cr}$ расталкивание частиц верхнего и нижнего слоев не компенсируется притяжением объемного заряда, сосредоточенного между слоями, что ведет к образованию двухслойного кристалла. Кристалл микрочастиц отличается от кулоновского кристалла, помещенного в однородный фон, главным образом, зависимостью зарядов частиц от их координат. Поскольку плотность электронов уменьшается к электроду, заряд частиц нижнего слоя меньше, чем заряд частиц верхнего слоя, что способствует расслоению кристалла. Пусть нижний слой сдвинут относительно верхнего на расстояние δz . Условия равновесия обоих слоев можно записать в виде

$$E_u Z_u = E_l Z_l = Mg,$$

где $E_u, E_l = E_u + 4\pi(\rho - \alpha^3 Z_u/a^3)\delta z$, $Z_u, Z_l = Z_u - \delta z \partial Z/\partial z$ — напряженности поля и заряды частиц в верхнем и нижнем слоях; $\rho = n_i(z_p) - n_e(z_p)$ — плотность объемного заряда электронов и ионов; безразмерный коэффициент $\alpha = 1.02$, определяющий напряженность поля от верхнего слоя заряженных частиц, берется из теории [10]. Тогда критическое расстояние между частицами пылевого кристалла дается выражением

$$a_{cr} = \alpha \left(\frac{Z}{\rho(1-\delta)} \right)^{1/3}, \quad (17)$$

$$\delta = \frac{E_p}{4\pi\rho} \frac{\partial \ln U}{\partial z} = \frac{T_e}{3T_e + U} \left(\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{1 - z_p/d_k(1 + E_m/E_e)}}{\varphi \sin \varphi} \right), \quad (18)$$

где заряд частиц Z и фаза φ берутся в точке z_p . В зависимости от параметров разряда $\delta = 0.1-0.5$, так что разница в зарядах нижнего и верхнего слоев дает существенный вклад в значение a_{cr} . Сравнение результатов расчетов с аналитической формулой (17) представлено на рис. 3б. С ростом давления газа заряд микрочастиц уменьшается, а плотность ионов возрастает. Оба эти эффекта приводят к уменьшению критического расстояния между частицами при $U_{rf} = 60$ и 80 В, что согласуется с экспериментальными данными. Для $U_{rf} = 40$ В статистическая погрешность расчета в несколько раз больше, чем при $U_{rf} = 60$ В. При $U_{rf} = 40$ В и $P \leq 100$ Па критическое расстояние слабо меняется с давлением и составляет ~ 540 мкм в пределах статистической погрешности расчетов. Дальнейшее увеличение давления газа ведет к резкому увеличению a_{cr} за счет увеличения разности зарядов нижних и верхних частиц. Экспериментальные данные для критического расстояния между частицами, полученные при $U_{rf} \approx 40$ В и $U_{rf} \approx 50$ В, лежат посередине расчетных данных для $U_{rf} = 40$ В и $U_{rf} = 60$ В. Отметим, что в эксперименте наблюдается не фазовый переход монослойный-двухслойный кристалл, а образование второго слоя частиц при $a = a_{cr}$. При $a > a_{cr}$ добавление новых частиц ведет к уменьшению расстояния между частицами в монослойном кристалле, а при $a = a_{cr}$ возникает второй слой, который заполняется по мере увеличения количества частиц.

3.3. Структура двухслойного кристалла

Сразу после расслоения монослойного кристалла расстояние между частицами должно составлять $\sqrt{2}a_{cr}$. Дальнейшее увеличение плотности частиц приводит сначала к уменьшению расстояния между частицами и при $a < a_{cr,2}$ к переходу к трехслойной структуре. По-видимому, $a_{cr,2} \sim a_{cr}$, однако мы не рассматривали количественно последний переход. Мы рассчитывали параметры двухслойного кристалла для двух предельных значений расстояния между частицами $\sqrt{2}a_{cr}$ и a_{cr} . Пространственные распределения потенциала электрического поля, плотностей электронов и ионов носят качественно одинаковый характер при различных давлениях газа и напряжениях на разряде. В поперечной плоскости они практически аксиально симметричны. Вследствие фокусировки траекторий ионов полем частицы за частицами вниз по потоку образуется вытянутое вдоль поля облако ионов (рис. 4а). Максимальная концентрация ионов в облаке в несколько раз превосходит среднюю плотность ионов в месте расположения частицы. Избыточные ионные заряды непосредственно в окрестности частиц малы по сравнению с зарядами самих частиц. Например, для случая, представленного на рис. 4, избыточные ионные заряды в области радиусом 50 мкм около частиц равны $\approx 5 \cdot 10^2 e$, в то время как заряды частицы приблизительно равны $(8-9) \cdot 10^3 e$. Поскольку часть ионного потока уходит на частицы, в области между электродом и кристаллом плотность ионов несколько меньше, чем в слое без частиц. Наличие частиц в слое срав-

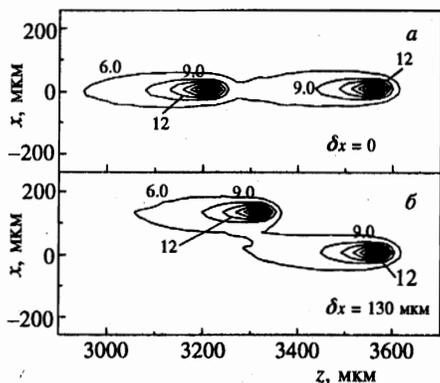


Рис. 4

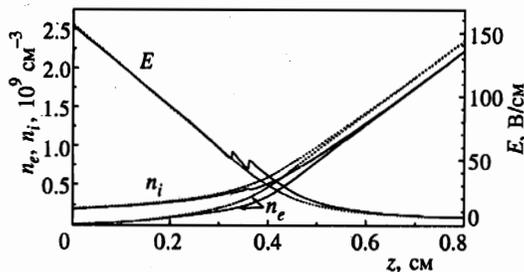


Рис. 5

Рис. 4. Распределения концентрации ионов, измеряемой в 10^8 см^{-3} , в сечении xz для приэлектродного слоя с двухслойным кристаллом микрочастиц при нулевом, $\delta x = 0$ (а), и конечном, $\delta x = 130 \text{ мкм}$ (б), сдвигах нижнего слоя относительно верхнего по координате x . Области сгущения концентрации ионов соответствуют положениям частиц. Давление газа $P = 80 \text{ Па}$, напряжение на разряде $U_{r,f} = 60 \text{ В}$, расстояние между частицами в слое $a = 519 \text{ мкм}$

Рис. 5. Усредненные по поперечному сечению и периоду разряда распределения концентрации ионов n_i , электронов n_e и напряженности электрического поля E в приэлектродном слое при давлении газа $P = 80 \text{ Па}$ и напряжении на разряде $U_{r,f} = 60 \text{ В}$. Сплошные кривые получены для слоя, содержащего двухслойный кристалл с расстоянием между частицами в слое $a = 519 \text{ мкм}$, а пунктирные — для слоя без микрочастиц

нительно слабо меняет все его характеристики кроме толщины слоя (рис. 5). Поэтому раздельное моделирование ВЧ разряда без частиц и приэлектродного слоя с частицами вполне корректно. В равновесии взаимное расталкивание двух заряженных слоев должно компенсироваться притяжением к объемному заряду, сосредоточенному между слоями. Если принимать во внимание заряд частиц, то кристалл представляет собой квазинейтральную область. Поэтому увеличение характерной толщины приэлектродного слоя приблизительно равняется расстоянию между крайними плоскостями кристалла, что подтверждается специально проведенными расчетами трехслойного кристалла.

Поскольку плотность электронов уменьшается к электроду, нижние частицы имеют меньший заряд, чем верхние. Переход от монослойного к двухслойному кристаллу и дальнейшее изменение расстояния между частицами в слое слабо сказываются на заряде частиц. С ростом давления уменьшается средняя энергия электронов и, соответственно, потенциал поверхности частиц при практически неизменной разности потенциалов верхних и нижних частиц. Для классического кулоновского двухслойного кристалла расстояние между плоскостями d_i можно оценить из условия равновесия между расталкиванием двух однородно заряженных плоскостей и их притяжением к фоновому заряду ρ , находящемуся между плоскостями: $d_i = 2Z/\sqrt{3}\rho a^2$. Для кристалла микрочастиц в слое важную роль играет разница зарядов частиц $\delta Z = Z_u - Z_l$ верхнего (Z_u) и нижнего (Z_l) слоев. Поэтому условие равновесия можно приближенно записать как

$$\int_{z_l}^{z_l+d_i} (n_i - n_e) dz = \frac{2Z}{\sqrt{3}a^2} + \frac{\delta Z}{Z} Mg. \quad (19)$$

Поскольку $2Z/\sqrt{3}a^2 \ll Mg$, незначительное отличие в зарядах частиц приводит к заметному увеличению расстояния между слоями, которое уменьшается с увеличением расстояния между частицами, принадлежащими одному слою (рис. 6). При использовании выражения (19) для оценки расстояния между слоями (рис. 6, сплошные кривые) концентрации ионов и электронов брались из (15). Также учитывалось обеднение концентрации электронов в окрестности заряженного слоя частиц вследствие дебаевского экранирования. Расчеты расстояния между слоями при $U_{rf} = 40$ В не проводились, поскольку имеется большая статистическая погрешность в определении перехода от монослойного к двухслойному кристаллу (рис. 3б). Экспериментальные данные по расстоянию между слоями, полученные для $U_{rf} \approx 40$ В, неплохо согласуются с результатами расчетов при $U_{rf} = 60$ В, $a = a_{cr}$ (рис. 6). Как обсуждалось выше, в эксперименте расстояние между частицами в слое должно соответствовать критическому значению a_{cr} .

3.4. Устойчивость двухслойных кристаллов.

Для анализа устойчивости неплотной гексагональной решетки мы вычисляли силы (рис. 7), действующие на частицы при сдвиге нижнего слоя как целого относительно верхнего слоя по координате x (направление оси x совпадает с направлением до ближайшей частицы в гексагональной решетке). В этой серии расчетов рассматривалась гексагональная элементарная ячейка кристалла, содержащая две частицы с фиксированными поперечными координатами, а продольные координаты частиц получались из условия баланса действующих на частицы сил. При поперечном смещении нижнего слоя расстояние между слоями уменьшается, что особенно заметно при $a = \sqrt{2}a_{cr}$

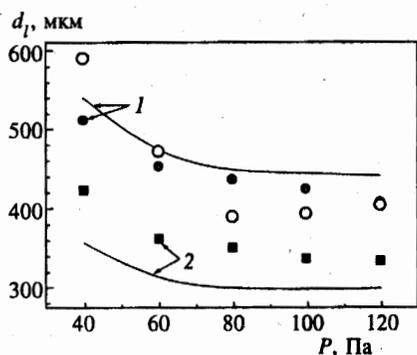


Рис. 6

Рис. 6. Зависимость от давления газа расстояния между слоями в двухслойном кристалле микрочастиц при падении напряжения на разряде $U_{r,f} = 60$ В и различном расстоянии между частицами в слое: $a = a_{cr}$ (1), $a = \sqrt{2}a_{cr}$ (2). Сплошные символы — расчетные данные, кривые — результаты использования приближенной модели кристалла, светлые кружки — экспериментальные данные для $U_{r,f} \approx 40$ В и $a = a_{cr}$

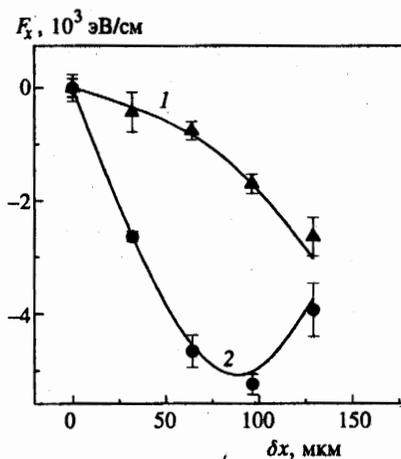


Рис. 7

Рис. 7. Силы, действующие на частицы верхнего (1) и нижнего (2) слоев, при смещении нижнего слоя относительно верхнего на δx при $U_{r,f} = 60$ В, $P = 80$ Па и $a = 519$ мкм. Точки — результаты самосогласованных расчетов, кривые — результаты использования аппроксимации (20)

(рис. 4). Действующие на частицы верхнего слоя в направлении x силы $F_{x,u}$ отрицательны, т. е. кулоновское расталкивание между нижними и верхними частицами стремится вывести систему из положения равновесия, в котором частицы нижнего слоя расположены под частицами верхнего слоя. Однако притяжение нижних частиц к ионным облакам, расположенным под верхними частицами, превышает силы кулоновского отталкивания между частицами. Поэтому действующие на частицы нижнего слоя силы $F_{x,l}$ также отрицательны, т. е. нижние частицы стремятся занять положение под верхними частицами. Поскольку $|F_l| > |F_u|$, то, как показано в [18], такая упаковка кристалла устойчива по отношению к сдвигу нижнего слоя как целого относительно верхнего. Как отмечалось в [18] и видно из рис. 4, смещение нижних частиц сравнительно слабо влияет на распределение концентрации ионов в облаке за верхними частицами. Это позволяет приближенно определить межчастичные силы при известном распределении концентрации ионов в ионных облаках, которое можно получить при анализе монослойного кристалла (рис. 2). Как показали результаты расчетов, с точностью 1–3% пространственное распределение ионов за частицей в монослойном кристалле аппроксимируется следующим выражением:

$$n_i(z, \rho) = n_{i0}(z) + n_{i1}(z, \rho), \quad n_{i1}(z, \rho) = \frac{N_i}{\pi R_i} \exp\left(-\frac{|\rho|^2}{R_i^2}\right), \quad (20)$$

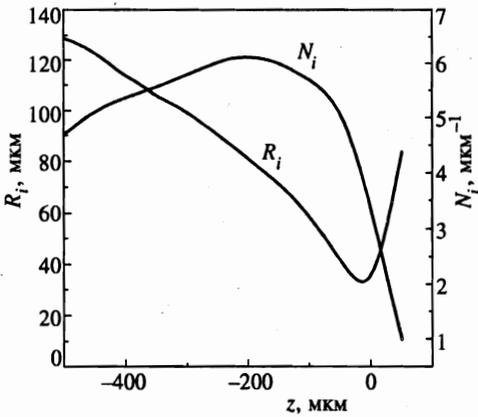


Рис. 8. Эффективный радиус ионного облака (R_i) и плотность ионов (N_i) в облаке, порождаемом частицей в монослойном кристалле при $U_{rf} = 60$ В, $P = 80$ Па и $a = 519$ мкм. Координата $z = 0$ соответствует положению частицы

где N_i — плотность ионов на единицу длины в облаке, R_i — эффективный радиус облака, которые зависят от расстояния до частицы (рис. 8). Минимальный радиус ионного облака достигается около частиц и примерно равен характерному радиусу потенциальной ямы R_w . По мере увеличения расстояния $|z|$ от порождающей частицы вниз по потоку эффективный радиус облака увеличивается практически по корневому закону:

$$R_i = \sqrt{R_{min}^2 + 4D_{\perp}|z|/v_d},$$

вследствие поперечной диффузии ионов с коэффициентом D_{\perp} . Плотность ионов в облаке N_i достигает своего максимального значения на расстоянии 100–200 мкм за частицей, а затем уменьшается за счет кулоновского расталкивания ионов. Отметим, что полный ионный заряд в облаке

$$N_t = e \int N_i(z) dz \approx (2-3) \cdot 10^3 e$$

остается в несколько раз меньше заряда частиц. Поэтому ионные облака за нижними частицами практически не оказывают влияния на верхние частицы. Тем не менее сила притяжения нижних частиц к ионным облакам за верхними частицами превышает силу кулоновского отталкивания от верхних частиц, поскольку ионы находятся в среднем на меньшем расстоянии от нижних частиц.

Для анализа движения частиц в кристалле необходимо знать межчастичные силы, самосогласованный расчет которых в общем случае, когда теряется симметрия кристалла, представляет собой практически нерешаемую задачу. Пренебрегая передачей импульса от ионов к частицам при столкновениях и используя распределение концентрации ионов в облаке (20), можно свести решение многочастичной задачи к определению парных сил взаимодействия частиц. Для этого необходимо кроме кулоновского отталкивания частиц учесть силу притяжения

$$F_i(\mathbf{r}) = eZ \frac{\partial}{\partial \mathbf{r}} \sum_i \int \frac{n_{i1}(\mathbf{r}' - \mathbf{r}_i)}{|\mathbf{r}' - \mathbf{r}|} d\mathbf{r}', \quad (21)$$

нижних частиц к ионным облакам, которые можно считать жестко связанными с порождающими их верхними частицами [18]. Суммирование в выражении (21) проводится

по верхним частицам с координатами \mathbf{r}_i . Полученные таким образом результаты для рассмотренного выше случая сдвига нижнего слоя относительно верхнего согласуются с полным расчетом сил в пределах статистической погрешности (рис. 7), что позволяет надеяться на корректность использования такого подхода в более сложных ситуациях.

Как показано в [18], с уменьшением давления газа двухслойный кристалл становится неустойчивым по отношению к развитию коротковолновых возмущений. В [18] проводились несамосогласованные расчеты движения ионов, а распределение концентрации ионов в облаке заменялось точечным зарядом, расположенным на некотором расстоянии вниз по потоку за верхними частицами. Используя выражение (21) для силы взаимодействия F_l между нижними частицами и ионными облаками с аппроксимацией (20) распределения плотности ионов, исследуем устойчивость кристалла более строго. Согласно подходу [18], рассмотрим движение частиц только в поперечной плоскости $\rho = xy$ с учетом трения частиц в газе с коэффициентом ν , кулоновского отталкивания между частицами и притяжения нижних частиц к ионным облакам за верхними частицами. Тогда уравнения движения верхних $\rho_{k,u}$ и нижних $\rho_{k,l}$ частиц можно записать в виде

$$\frac{d^2 \rho_{k,u}}{dt^2} = -\nu \frac{d\rho_{k,u}}{dt} + \frac{e^2 Z_u^2}{M} \sum_i \frac{\rho_{k,u} - \rho_{i,u}}{|\rho_{k,u} - \rho_{i,u}|^3} + \frac{e^2 Z_u Z_l}{M} \sum_i \frac{\rho_{k,u} - \rho_{i,l}}{|\rho_{k,u} - \rho_{i,l} + \mathbf{e}_z d_l|^3}, \quad (22)$$

$$\frac{d^2 \rho_{k,l}}{dt^2} = -\nu \frac{d\rho_{k,l}}{dt} + \frac{e^2 Z_l^2}{M} \sum_i \frac{\rho_{k,l} - \rho_{i,l}}{|\rho_{k,l} - \rho_{i,l}|^3} + \frac{e^2 Z_u Z_l}{M} \sum_i \frac{\rho_{k,l} - \rho_{i,u}}{|\rho_{k,l} - \rho_{i,u} + \mathbf{e}_z d_l|^3} + \frac{1}{M} F_{k,l}, \quad (23)$$

где \mathbf{e}_z — единичный вектор вдоль оси z , а нижний индекс определяет равновесное положение частицы в слое. Действующие на частицы силы являются непотенциальными из-за взаимодействия нижних частиц с ионными облаками, что и приводит в конечном итоге к развитию колебаний частиц при уменьшении коэффициента трения частиц в газе. Для анализа устойчивости кристалла рассмотрим возмущения

$$\delta \rho_{k,u} = \xi_u \exp(i\mathbf{q}\rho_{k,u}^0 + \lambda_i t), \quad \delta \rho_{k,l} = \xi_l \exp(i\mathbf{q}\rho_{k,l}^0 + \lambda_i t)$$

координат частиц относительно их равновесных положений $\rho_{k,u}^0, \rho_{k,l}^0$ в кристаллической решетке, линеаризуем уравнения (22), (23) по малым $\delta \rho_{k,u}, \delta \rho_{k,l}$ и найдем собственные значения λ_i для различных волновых векторов \mathbf{q} . Постановка задачи отличается от рассмотренной в [18] только самосогласованным заданием зарядов частиц и силы F_l . Поэтому, не повторяя достаточно громоздкие выкладки, которые можно найти в [18], приведем лишь окончательные результаты для основных характеристик неустойчивости — критического коэффициента трения частиц в газе ν_* , ниже которого начинает развиваться неустойчивость, соответствующей частоты колебаний ω_* и сдвига фаз в колебаниях нижних и верхних частиц $\sin \varphi_* = \text{Im}(\xi_u/\xi_l)/|\xi_u/\xi_l|$ (см. таблицу). В соответствии с данными экспериментов [5, 19], с увеличением мощности разряда критическое значение коэффициента трения частиц в газе увеличивается, или, другими словами, увеличивается критическое давление газа, при котором кристалл становится неустойчивым по отношению к развитию колебаний частиц. При уменьшении расстояния между частицами в слое значение ν_* меняется незначительно, а частота колебаний ω_* и сдвиг фаз φ_* увеличиваются. Эксперименты, проведенные при $U_{rf} \approx 40$ В и $a = a_{cr}$, дают следующие значения: $\nu_* \approx 28 \text{ c}^{-1}$, $\omega_* \approx 72 \text{ c}^{-1}$ и $\varphi_* = 40^\circ$. Различие экспериментальных и расчетных данных связано, возможно, с дефектами, существующими в реальном кристалле.

Таблица

U_{rf} , В	a/a_{cr}	ν_* , c^{-1}	ω_* , c^{-1}	φ_* , град.
60	1	17	59	73
60	$\sqrt{2}$	18	49	43
80	$\sqrt{2}$	24	61	45

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В результате проведенных расчетов для различных давлений газа и напряжений на разряде самосогласованным образом получены основные параметры кристалла микро-частиц в плазме — потенциалы частиц, критическое расстояние между частицами в слое, при котором вследствие кулоновского отталкивания частиц происходит переход от монослойного кристалла к двухслойному, расстояние между слоями в двухслойном кристалле. Предложена модель для расчета межчастичных сил, с использованием которой найдены основные характеристики неустойчивости двухслойного кристалла по отношению к развитию поперечных колебаний частиц — критический коэффициент трения частиц в газе, частота колебаний и сдвиг фазы в колебаниях нижних и верхних частиц. Отличие полученных результатов от имеющихся экспериментальных данных по различным параметрам решетки составляет 25–40%, что сопоставимо с экспериментальной погрешностью. Построена приближенная модель кристалла микрочастиц в приэлектродном слое, позволяющая с хорошей точностью найти все характеристики кристалла.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант № 96-02-19134-а), РФФИ-ННИО (грант № 96-02-00241-Г) и INTAS (грант № 96-0235).

Литература

1. H. Ikezi, Phys. Fluids. **29**, 1764 (1986).
2. J. H. Chu, J.-B. Du, and Lin I, J. Phys. D: Appl. Phys. **27**, 296 (1994).
3. J. H. Chu and Lin I, Physica A **205**, 183 (1994).
4. J. H. Chu and Lin I, Phys. Rev. Lett. **72**, 4009 (1994).
5. H. Thomas, G. E. Morfill, V. Demmel, J. Goree, B. Feuerbacher, and D. Möhlmann, Phys. Rev. Lett. **73**, 652 (1994).
6. Y. Hayashi and K. Tachibana, Jpn. J. Appl. Phys. **33**, L804 (1994).
7. A. Melzer, T. Trottenberg, and A. Piel, Phys. Lett. A **191**, 301 (1994).
8. T. Trottenberg, A. Melzer, and A. Piel, Plasma Sources Sci. Technol. **4**, 450 (1995).
9. В. Е. Фортов, А. П. Нефедов, В. М. Торчинский и др., Письма в ЖЭТФ **64**, 86 (1996).
10. D. H. E. Dubin, Phys. Rev. Lett. **71**, 2753 (1993).
11. В. А. Швейгерт, М. С. Обрехт, Письма в ЖТФ **20**(10), 57 (1995).
12. G. Goldoni, V. A. Schweigert, and F. M. Peeters, Surface Science **361/362**, 163 (1996).
13. Y. Hayashi and K. Tachibana, J. Vac. Sci. Technol. A **14**, 506 (1996).

14. J. Pieper, J. Goree, and R. Quinn, *J. Vac. Sci. Technol. A* **14**, 519 (1996); *Phys. Rev. E* **54**, 5636 (1996).
15. F. Melandsø and J. Goree, *Phys. Rev. E* **52**, 5312 (1995).
16. S. V. Vladimirov and M. Nambu, *Phys. Rev. E* **52**, 2172 (1995); S. V. Vladimirov and O. Ishihara, *Phys. Plasmas* **3**, 444 (1996); O. Ishihara and S. V. Vladimirov, *Phys. Plasmas* **4**, 1 (1997).
17. A. Melzer, V. A. Schweigert, I. V. Schweigert, A. Homann, S. Peters, and A. Piel, *Phys. Rev. E* **54**, R46 (1996).
18. V. A. Schweigert, I. V. Schweigert, A. Melzer, A. Homann, and A. Piel, *Phys. Rev. E* **54**, 4155 (1996).
19. A. Melzer, A. Homann, and A. Piel, *Phys. Rev. E* **53**, 2757 (1996).
20. J. Goree, *Phys. Rev. Lett.* **69**, 277 (1992).
21. S. J. Choi and M. J. Kushner, *J. Appl. Phys.* **75**, 3352 (1994).
22. G. Lapenta, *Phys. Rev. Lett.* **75**, 4409 (1995).
23. Я. К. Ходатаев, Р. Бингхэм, В. П. Тараханов, В. Н. Цытович, *Физика плазмы* **22**, 1028 (1996).
24. В. А. Швейгерт, *Письма в ЖТФ* **20**(12), 69 (1995).
25. F. Melandsø and J. Goree, *J. Vac. Sci. Technol. A* **14**, 511 (1996).
26. N. Otani and A. Bhattacharjee, *Phys. Rev. Lett.* **78**, 1468 (1997).
27. F. Melandsø, *Phys. Rev. E* **55**, 7495 (1997).
28. Р. Хокни, Дж. Иствуд, *Численное моделирование методом частиц*, Мир, Москва (1987).
29. R. Lagushenko and J. Maya, *J. Appl. Phys.* **59**, 3293 (1984).
30. M. E. Riley, K. E. Greenberg, G. A. Heber, and P. Drallos, *J. Appl. Phys.* **75**, 2789 (1994).
31. И. Мак-Даниель, Э. Мэзон, *Подвижность и диффузия ионов в газе*, Мир, Москва (1976).
32. V. A. Godyak, R. V. Piejak, and B. M. Alexandrovich, *Plasma Sources Sci. Technol.* **1**, 36 (1992).
33. V. A. Godyak, R. V. Piejak, and B. M. Alexandrovich, *Phys. Rev. Lett.* **68**, 40 (1992).
34. Б. В. Алексеев, В. А. Котельников, *Зондовый метод диагностики плазмы*, Энергоатомиздат, Москва (1988).
35. Ю. П. Райзер, *Физика газового разряда*, Наука, Москва (1987).
36. Ю. М. Каган, В. И. Перель, *Докл. АН СССР* **108**, 222 (1956).
37. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, *Механика*, Наука, Москва (1988).
38. M. A. Lieberman, *IEEE Trans. Plasma Sci.* **17**, 338 (1989).
39. В. А. Швейгерт, *Препринт ИТПМ СО РАН СССР* (1990).