

БЕЗЫНВЕРСИОННОЕ СВЕРХИЗЛУЧЕНИЕ АНСАМБЛЯ ТРЕХУРОВНЕВЫХ АТОМОВ В ВЫСОКОДОБРОТНОМ РЕЗОНАТОРЕ

А. И. Зайцев^а, В. А. Малышев^{б*}, И. В. Рыжов^а, Е. Д. Трифонов^а

^а Российский государственный педагогический университет им. А. И. Герцена
191186, Санкт-Петербург, Россия

^б Всероссийский научный центр «Государственный оптический институт им. С. И. Вавилова»
199034, Санкт-Петербург, Россия

Поступила в редакцию 24 апреля 1998 г.

Анализируется возможность сверхизлучения в ансамбле трехуровневых атомов в отсутствие инверсии населенности. Показано, что в случае Λ -схемы рабочих переходов этот эффект может быть реализован при начальной когерентной суперпозиции состояний нижнего дублета. Рассматривается влияние на этот эффект расщепления нижних уровней, а также обсуждаются способы создания низкочастотной когерентности.

1. ВВЕДЕНИЕ

Теория коллективного спонтанного излучения (сверхизлучения) была первоначально разработана Дике [1] для ансамбля двухуровневых атомов. Дальнейшие исследования этого эффекта [2–9] в основном проводились в рамках той же модели. Выход за рамки двухуровневого приближения (например, дублет в основном состоянии) приводит к новым эффектам в сверхизлучении, порождаемым конкуренцией переходов. Среди них можно отметить квантовые биения и поляризационные особенности сигнала сверхизлучательной эмиссии [6]. В работе [10] обсуждалась возможность сверхизлучения и фотонного эха на магнитодипольном переходе при создании сильным оптическим резонансным импульсом когерентной суперпозиции всех (трех) состояний.

Хорошо известно, что в двухуровневой модели необходимым условием сверхизлучения является наличие начальной инверсии населенностей уровней рабочего перехода. В последнее время широко обсуждается проблема усиления без инверсии (см. работы [11–15] и ссылки в них). Такой эффект возможен, например, при наличии дополнительного уровня, близкого к основному (Λ -схема). Если приготовить начальное состояние нижнего дублета в виде когерентной суперпозиции, переход в которую из верхнего состояния запрещен, то ортогональная ей суперпозиция, переход в которую разрешен, оказывается при этом незаселенной. Поэтому резонансный импульс, распространяющийся через приготовленную таким образом среду, будет испытывать усиление.

Основная цель настоящей работы — показать, что может наблюдаться не только усиление, но и сверхизлучение без инверсии (предварительное обсуждение этой проблемы содержится в [16]). В разд. 2 мы формулируем модель и приводим основные уравнения теории. В разд. 3 исследуется случай вырожденного дублета в основном состоянии, допускающий аналитическое рассмотрение. Влияние расщепления нижне-

* E-mail: vicmal@spain.stoic.spb.su

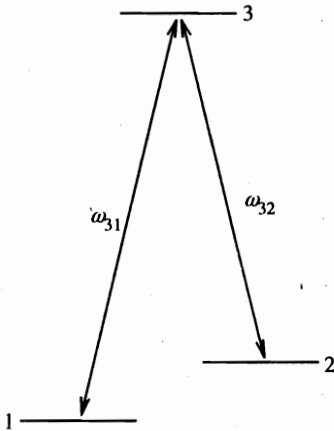


Рис. 1. Схема энергетических уровней и оптических переходов (помеченных стрелками) трехуровневого атома

го уровня рассматривается в разд. 4. Раздел 5 посвящен анализу возможных способов создания низкочастотной когерентности, необходимой для реализации сверхизлучения без инверсии. В разд. 6 мы интегрируем общие уравнения модели численными методами, явно включая в схему внешнее поле, формирующее низкочастотную когерентность.

2. МОДЕЛЬ И ОСНОВНЫЕ УРАВНЕНИЯ

Рассмотрим ансамбль трехуровневых атомов с Λ -схемой рабочих переходов (см. рис. 1). Будем считать, что частота расщепления ω_{21} нижних уровней много меньше частот ω_{31} , ω_{32} переходов между верхним состоянием 3 и состояниями нижнего дублета 1 и 2. Для описания взаимодействия такой системы с электромагнитным полем, квазирезонансным высокочастотным переходом, мы будем использовать одномерную версию полуклассического подхода, полагая величины, описывающие состояние атомной системы и поля, изменяющимися только вдоль одного направления, а все векторы направленными одинаково в перпендикулярном направлении. Тогда эволюция системы подчиняется следующей системе уравнений Максвелла—Блоха:

$$\dot{\rho}_{31} = -i\omega_{31}\rho_{31} - i\frac{d_{31}\mathcal{E}}{\hbar}(\rho_{33} - \rho_{11}) + i\frac{d_{32}\mathcal{E}}{\hbar}\rho_{21}, \quad (1)$$

$$\dot{\rho}_{32} = -i\omega_{32}\rho_{32} - i\frac{d_{32}\mathcal{E}}{\hbar}(\rho_{33} - \rho_{22}) + i\frac{d_{31}\mathcal{E}}{\hbar}\rho_{12}, \quad (2)$$

$$\dot{\rho}_{21} = -i\omega_{21}\rho_{21} - i\frac{d_{31}\mathcal{E}}{\hbar}\rho_{23} + i\frac{d_{32}\mathcal{E}}{\hbar}\rho_{31}, \quad (3)$$

$$\dot{\rho}_{11} = i\frac{d_{31}\mathcal{E}}{\hbar}(\rho_{31} - \rho_{13}), \quad (4)$$

$$\dot{\rho}_{22} = i\frac{d_{32}\mathcal{E}}{\hbar}(\rho_{32} - \rho_{23}), \quad (5)$$

$$\dot{\rho}_{33} = -i \frac{d_{31} \mathcal{E}}{\hbar} (\rho_{31} - \rho_{13}) - i \frac{d_{32} \mathcal{E}}{\hbar} (\rho_{32} - \rho_{23}), \quad (6)$$

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right) \mathcal{E} = \frac{4\pi}{c^2} \frac{\partial^2 \mathcal{P}}{\partial t^2}, \quad (7)$$

где $\rho_{\alpha\beta}$ — элементы матрицы плотности трехуровневого атома в точке с координатой x в момент времени t ($\alpha, \beta = 1, 2, 3$); d_{31} , d_{32} — дипольные моменты переходов $3 \leftrightarrow 1$ и $3 \leftrightarrow 2$, которые будем полагать вещественными и положительными; $\mathcal{P} = N_0(d_{31}\rho_{31} + d_{32}\rho_{32} + \text{с.с.})$ — поляризованность среды; N_0 — концентрация атомов; \mathcal{E} — напряженность электрического поля. Релаксация населенностей и поляризованности (как однородная, так и связанная с неоднородным уширением) не учитывается, так как процесс сверхизлучения считается более быстрым.

Предположим, что атомы равномерно распределены в высокодобротном кольцевом резонаторе (затухание поля за счет потерь резонатора не учитывается), а частоты переходов ω_{31} и ω_{32} квазирезонансны одной из мод резонатора ω_c . Допустим также, что спектр сверхизлучения, а также величина дублетного расщепления ω_{21} не перекрывают зазора между модами резонатора, т. е. можно ограничиться одномодовым приближением.

Будем искать решение системы уравнений (1)–(7) в виде

$$\mathcal{E} = E \exp[-i(\omega_c t - k_c x)] + \text{с.с.}, \quad (8)$$

$$\rho_{31} = R_{31} \exp[-i(\omega_c t - k_c x)], \quad (9)$$

$$\rho_{32} = R_{32} \exp[-i(\omega_c t - k_c x)], \quad (10)$$

где $k_c = \omega_c/c$ (c — скорость света в вакууме); E , R_{31} , R_{32} — амплитуды поля и недиагональных элементов матрицы плотности (в дальнейшем — когерентности), которые считаются медленными в масштабе оптического периода $2\pi/\omega_{31}$. Отметим, что аналогичное приближение в масштабе $2\pi/\omega_{21}$, т. е. для низкочастотной когерентности ρ_{21} , не используется.

С целью дальнейшего упрощения задачи будем считать, что за время одного обхода светом резонатора состояние среды меняется незначительно (приближение среднего поля). Это позволяет пренебречь пространственной зависимостью амплитуд и тем самым исключить из рассмотрения эффекты распространения и усиления поля в активной среде. Сделанные упрощения не являются, однако, принципиальными для эффекта, который будет рассмотрен ниже — сверхизлучения без инверсии. Исследование безинверсионного сверхизлучения открытой протяженной системы с учетом факторов, отсутствующих в представленной модели, является отдельной задачей.

Переходя стандартным образом от системы уравнений (1)–(7) к аналогичной системе для амплитуд, получим

$$\dot{R}_{31} = -i\Delta_{31}R_{31} + \varepsilon[\mu_{31}(\rho_{33} - \rho_{11}) - \mu_{32}\rho_{21}], \quad (11)$$

$$\dot{R}_{32} = -i\Delta_{32}R_{32} + \varepsilon[\mu_{32}(\rho_{33} - \rho_{22}) - \mu_{31}\rho_{12}], \quad (12)$$

$$\dot{\rho}_{21} = -i\omega_{21}\rho_{21} + \mu_{31}\varepsilon R_{32}^* + \mu_{32}\varepsilon^* R_{31}, \quad (13)$$

$$\dot{\rho}_{11} = \mu_{31}(\varepsilon R_{31}^* + \varepsilon^* R_{31}), \quad (14)$$

$$\dot{\rho}_{22} = \mu_{32}(\varepsilon R_{32}^* + \varepsilon^* R_{32}), \quad (15)$$

$$\dot{\rho}_{33} = -\mu_{31}(\varepsilon R_{31}^* + \varepsilon^* R_{31}) - \mu_{32}(\varepsilon R_{32}^* + \varepsilon^* R_{32}). \quad (16)$$

$$\dot{\varepsilon} = \Omega^2(\mu_{31}R_{31} + \mu_{32}R_{32}), \quad (17)$$

где $\Omega = \sqrt{2\pi\omega_{31}d^2N_0/\hbar}$; $\varepsilon = -idE/\hbar$ — амплитуда электрического поля в частотных единицах; $\Delta_{31} = \omega_{31} - \omega_c$, $\Delta_{32} = \omega_{32} - \omega_c$; $\mu_{31} = d_{31}/d$, $\mu_{32} = d_{32}/d$, $d = \sqrt{(d_{31}^2 + d_{32}^2)}/2$. Отметим, что данная система уравнений имеет следующие интегралы движения:

$$\rho_{11} + \rho_{22} + \rho_{33} = 1, \quad (18)$$

$$\rho_{11}^2 + \rho_{22}^2 + \rho_{33}^2 + 2(|\rho_{21}|^2 + |R_{31}|^2 + |R_{32}|^2) = \text{const}, \quad (19)$$

$$|\varepsilon|^2 + \rho_{33} = \text{const}. \quad (20)$$

3. ВЫРОЖДЕННЫЙ ДУБЛЕТ

В двухуровневой схеме сверхизлучения при отсутствии инверсии мы имели бы только затухание начальных флуктуаций R_{31} и R_{32} , но не их рост. Ситуация, однако, принципиально меняется при наличии дублета в основном состоянии. Обратим внимание на то, что уравнения (11) и (12) для высокочастотных когерентностей содержат слагаемые, пропорциональные низкочастотной когерентности ρ_{21} . Пусть для определенности $\rho_{33}(0) - \rho_{11}(0) = \rho_{33}(0) - \rho_{22}(0) = 0$. Теперь, если $\rho_{21}(0) \neq 0$, характер поведения начальных флуктуаций R_{31} и R_{32} (убывание или нарастание) будет зависеть от фазы $\rho_{21}(0)$: при положительных значениях $\rho_{21}(0)$ указанные флуктуации будут по-прежнему убывать, однако при отрицательных — лавинообразно нарастать, давая тем самым начало сверхизлучению. Отметим, что это становится возможным без инверсии населенности в высокочастотных каналах $3 \leftrightarrow 1$ и $3 \leftrightarrow 2$ и обеспечивается трансформацией низкочастотной когерентности (ρ_{21}) в высокочастотные (R_{31} и R_{32}). Последний эффект явно отражается также в интеграле движения (19).

Механизм указанной трансформации и развития безинверсионного сверхизлучения допускает простую интерпретацию в случае, когда нижний уровень дважды вырожден, а частота атомного перехода точно совпадает с частотой резонатора ($\Delta_{31} = \Delta_{32} = \omega_{21} = 0$). Тогда, переходя к новому базису атомных состояний $|+\rangle = (\mu_{31}|1\rangle + \mu_{32}|2\rangle)/\sqrt{2}$ и $|-\rangle = (\mu_{32}|1\rangle - \mu_{31}|2\rangle)/\sqrt{2}$, мы видим, что состояние $|+\rangle$ является активным в сверхизлучательном переходе (дипольный момент перехода $|3\rangle \leftrightarrow |+\rangle$ отличен от нуля и равен

$\langle 3|\hat{d}|+\rangle = \sqrt{2}d$). В то же время ортогональная к $|+\rangle$ суперпозиция $|-\rangle$ не взаимодействует с верхним состоянием $|3\rangle$ ($\langle 3|\hat{d}|-\rangle = 0$) и в этом смысле пассивна в сверхизлучении. Таким образом, в новом базисе задача эквивалентна двухуровневой, а система уравнений (11)–(17) может быть приведена к виду

$$\dot{R}_{3+} = \frac{1}{2}\epsilon(\rho_{33} - \rho_{++}), \quad (21)$$

$$\dot{\rho}_{--} = 0, \quad (22)$$

$$\dot{\rho}_{++} = \epsilon R_{3+}, \quad \dot{\rho}_{33} = -\epsilon R_{3+}, \quad (23)$$

$$\dot{\epsilon} = 4\Omega^2 R_{3+}, \quad (24)$$

где ρ_{++} , ρ_{--} — соответственно населенности активного и пассивного состояний, $\epsilon = 2\sqrt{2}\epsilon$, R_{3+} — когерентность активного канала:

$$\rho_{++} = \frac{1}{2}(\mu_{31}^2\rho_{11} + \mu_{32}^2\rho_{22} + 2\mu_{31}\mu_{32} \operatorname{Re} \rho_{21}), \quad (25)$$

$$\rho_{--} = \frac{1}{2}(\mu_{32}^2\rho_{11} + \mu_{31}^2\rho_{22} - 2\mu_{31}\mu_{32} \operatorname{Re} \rho_{21}), \quad (26)$$

$$R_{3+} = \frac{1}{\sqrt{2}}(\mu_{31}R_{31} + \mu_{32}R_{32}). \quad (27)$$

Из уравнений (26) и (25) следует, что ρ_{--} , а также $\rho_{33} + \rho_{++}$ являются интегралами движения. Вводя в рассмотрение полуразность населенностей в активном канале $W = (\rho_{33} - \rho_{++})/2$, систему уравнений (25)–(27) можно преобразовать к виду

$$\dot{R}_{3+} = \epsilon W, \quad \dot{W} = -\epsilon R_{3+}, \quad (28)$$

$$\dot{\epsilon} = 4\Omega^2 R_{3+}. \quad (29)$$

Данная система уравнений описывает кооперативное излучение ансамбля двухуровневых атомов в приближении среднего поля [2–4, 6, 8, 9]. Ее решение будет демонстрировать сверхизлучательное поведение при наличии начальной инверсии в активном канале [$W(0) > 0$], т. е. в начальный момент времени должно быть выполнено неравенство:

$$\rho_{33}(0) > \rho_{++}(0) = \frac{1}{2}[\mu_{31}^2\rho_{11}(0) + \mu_{32}^2\rho_{22}(0) + 2\mu_{31}\mu_{32} \operatorname{Re} \rho_{21}(0)]. \quad (30)$$

Если систему атомов приготовить так, чтобы отсутствовала населенность активного состояния ($\rho_{++}(0) = 0$),

$$\rho_{11}(0) = \frac{1}{2}\mu_{32}^2[1 - \rho_{33}(0)], \quad \rho_{22}(0) = \frac{1}{2}\mu_{31}^2[1 - \rho_{33}(0)], \quad (31)$$

$$\rho_{21}(0) = -\frac{1}{2}\mu_{31}\mu_{32}[1 - \rho_{33}(0)], \quad (32)$$

где $1 - \rho_{33}(0)$ — суммарная населенность нижнего уровня, то инверсия между верхним и активным состояниями достигается при любой населенности верхнего состояния. Это может быть реализовано и в случае, если $\rho_{33}(0) < \rho_{11}(0) + \rho_{22}(0)$, т. е. *без инверсии в целом*. В то же время, если состояния нижнего дублета в начальный момент заселены некогерентным образом, т. е. $\rho_{21}(0) = 0$, то существование инверсии для одного из рабочих переходов не является достаточным для реализации сверхизлучения, что также представляет когерентный эффект.

Напомним, что подстановкой $R_{3+} = (\Omega_0/2\Omega)^2 \sin \theta$, $W = (\Omega_0/2\Omega)^2 \cos \theta$ и $\epsilon = \dot{\theta}$, где $\Omega_0 = 2\Omega[R_{3+}^2(0) + W^2(0)]^{1/4}$, система дифференциальных уравнений первого порядка (28), (29) сводится к уравнению второго порядка

$$\ddot{\theta} - \Omega_0^2 \sin \theta = 0, \quad (33)$$

описывающему нелинейные колебания математического маятника. Период его колебаний T_0 зависит от величины начального отклонения маятника от положения равновесия $\theta(0)$. При малом значении начальной поляризованности R_{3+} и положительном значении $W(0)$ (условия, характерные для сверхизлучения) угол $\theta(0)$ близок к нулю. Период колебаний при этом дается выражением $T_0 \approx 4\Omega_0 \ln[8/\theta(0)]$ [9].

4. НЕВЫРОЖДЕННЫЙ ДУБЛЕТ

Для исследования кинетики сверхизлучения при наличии расщепления нижнего дублета ($\omega_{21} \neq 0$) система уравнений (11)–(17) интегрировалась численно. Собственная частота резонатора ω_c выбиралась при этом средней между частотами ω_{31} и ω_{32} , т. е. $\omega_c = (\omega_{31} + \omega_{32})/2$. Дипольные моменты переходов $3 \leftrightarrow 1$ и $3 \leftrightarrow 2$ для простоты полагались равными: $\mu_{31} = \mu_{32} = 1$.

Расчеты проводились при следующих начальных условиях: $\rho_{11}(0) = \rho_{22}(0) = 0.35$, $\rho_{33}(0) = 0.3$, $\rho_{21}(0) = \pm 0.35$, $R_{32}(0) = R_{31}(0) = 10^{-8}$, $\epsilon(0) = 0$. Положительный (отрицательный) знак $\rho_{21}(0)$ означает, что система приготовлена в активном (пассивном) состоянии. При этом инверсия населенности в каналах $3 \rightarrow 1$ и $3 \rightarrow 2$ отсутствует: $\rho_{33}(0) - \rho_{11}(0) = \rho_{33}(0) - \rho_{22}(0) = -0.05$. В то же время инверсия между верхним и активным состояниями равна 0.3. Ненулевые значения $R_{31}(0)$ и $R_{32}(0)$ необходимы для инициирования сверхизлучения. Мы не интересуемся здесь флуктуациями сверхизлучения, поэтому начальные значения $R_{31}(0)$ и $R_{32}(0)$ задаются как детерминированные параметры, что соответствует условиям индуцированного сверхизлучения [17, 18].

В верхней части рис. 2 представлены результаты расчета кинетики высвечивания системы, полученные при отрицательных значениях $\rho_{21}(0)$ (активное состояние в начальный момент не заселено). В отсутствие расщепления нижних уровней наблюдается рассмотренный ранее периодический режим сверхизлучения, описываемый моделью нелинейного маятника (33). Расщепление нижних уровней ($\omega_{21} \neq 0$) приводит к появлению модуляции сигналов сверхизлучения (медленной в масштабе кооперативной частоты Ω при $\omega_{21} < \Omega$ и быстрой при $\omega_{21} > \Omega$). Это связано с тем, что при ненулевом расщеплении нижнего дублета состояния $|+\rangle$ и $|-\rangle$ не являются стационарными, так что с течением времени происходит периодическое преобразование активного состояния в пассивное.

В нижней части рис. 2 представлены аналогичные результаты, но полученные для положительного значения начальной низкочастотной когерентности $\rho_{21}(0)$ (в началь-

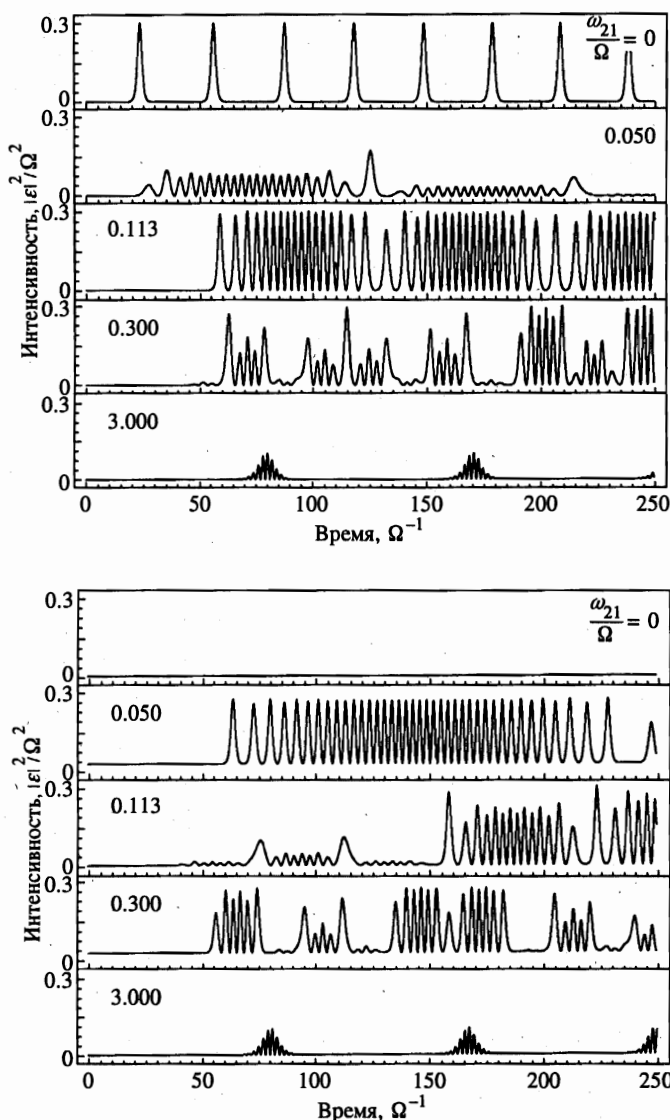


Рис. 2. Кинетика сверхизлучения без инверсии при различных значениях дублетного расщепления ω_{21} (указанных на рисунке). Частота резонатора настроена точно на середину между уровнями 1 и 2, $\omega_c = (\omega_{31} + \omega_{32})/2$. Результаты, представленные в верхней части рисунка, получены при отрицательном значении низкочастотной когерентности [$\rho_{21}(0) = -0.35$, в начальный момент времени заселена антисимметричная суперпозиция состояний дублета], в нижней части — при положительном [$\rho_{21}(0) = 0.35$, в начальный момент времени заселена симметричная суперпозиция состояний дублета]. Другие параметры выбраны следующим образом: $\rho_{11}(0) = \rho_{22}(0) = 0.35$, $\rho_{33}(0) = 0.3$, $R_{32}(0) = R_{31}(0) = 10^{-8}$, $\varepsilon(0) = 0$

ный момент времени заселено активное состояние, и инверсия между ним и верхним состоянием, необходимая для развития сверхизлучения, отсутствует). В полном соответствии с результатами предыдущего раздела при нулевом расщеплении сигнал сверхизлучения не наблюдается. При малых значениях ω_{21} (меньших Ω) сигнал появляется после задержки, точно соответствующей полупериоду осцилляций низкочастотной когерентности π/ω_{21} , т. е. смене ее знака.

На первый взгляд, кажется странным, что эти сигналы не демонстрируют ожидаемой точной периодичности во времени с периодом $2\pi/\omega_{21}$. Мы связываем такое поведение с эффектом пленения населенности [19] (часть населенности нижнего уровня захватывается в пассивное состояние, которое не связано с верхним состоянием). В исследуемых случаях данный эффект возможен, так как при малой величине расщепления ($\omega_{21} < \Omega$) спектр сверхизлучения накрывает низкочастотный дублет, что является условием пленения населенности.

С увеличением расщепления дублета сигналы сверхизлучения в рассмотренных двух случаях становятся похожими друг на друга независимо от знака начальной когерентности $\rho_{21}(0)$ (ср. верхнюю и нижнюю части рис. 2). Поэтому при наличии расщепления нижнего уровня начальная фаза $\rho_{21}(0)$ не играет существенной роли. С увеличением ω_{21} интенсивность сверхизлучения убывает вследствие возрастания отстройки частот переходов ω_{31} и ω_{32} относительно частоты резонатора ω_c .

5. ФОРМИРОВАНИЕ НИЗКОЧАСТОТНОЙ КОГЕРЕНТНОСТИ ВНЕШНИМ ПОЛЕМ

Рассмотрение сверхизлучения без инверсии, данное выше, предполагало существование начальной когерентности состояний $|1\rangle$ и $|2\rangle$. В настоящем разделе мы исследуем возможность создания требуемой когерентности посредством включения импульсного внешнего поля, взаимодействующего с переходом $1 \leftrightarrow 2$. Такое взаимодействие может осуществляться как в электродипольном приближении, если квантовая система не обладает центром инверсии, так и в магнитодипольном, если рассматриваемый дублет является магнитоактивным.

Рассмотрим ситуацию, когда длительность импульса, формирующего когерентность в низкочастотном канале, меньше, чем время задержки последующего импульса сверхизлучения. Тогда очевидно, что эволюция низкочастотного канала $2 \leftrightarrow 1$ во внешнем поле и развитие сверхизлучения разделены во времени. Ниже возможность такой развязки будет продемонстрирована непосредственно в результате численного решения уравнений Максвелла—Блоха с включенным в низкочастотный канал внешним полем.

В принятых условиях эволюция дублета описывается системой уравнений для двухуровневого атома во внешнем поле:

$$\dot{\rho}_{21} = -i\omega_{21}\rho_{21} - 2i\mathcal{F}_i(t)Z, \tag{34}$$

$$\dot{Z} = i\mathcal{F}_i(t)(\rho_{21} - \rho_{12}), \tag{35}$$

где $Z = (\rho_{22} - \rho_{11})/2$, $\mathcal{F}_i(t)$ — внешнее поле в частотных единицах.

5.1. Широкополосное возбуждение

Если время действия импульса T_p таково, что $T_p < 2\pi/\omega_{21}$, и, кроме того, $|\mathcal{F}_i| > \omega_{21}$, то в (34) можно опустить слагаемое с ω_{21} . Тогда решение системы (34), (35) имеет вид

$$Z = B \cos(\mathcal{A} + \phi_1), \quad \text{Im } \rho_{21} = -B \sin(\mathcal{A} + \phi_1), \quad (36)$$

где $\mathcal{A} = 2 \int_0^t \mathcal{F}_i(t) dt$ — площадь импульса поля, $B = \sqrt{Z^2(0) + [\text{Im } \rho_{21}(0)]^2}$, $\sin(\phi_1) = \text{Im } \rho_{21}(0)/B$. Соответственно, для элементов матрицы плотности имеем

$$\rho_{21} = \text{Re } \rho_{21}(0) - iB \sin(\mathcal{A} + \phi_1), \quad (37)$$

$$\rho_{11} = \frac{1}{2}[\rho_{11}(0) + \rho_{22}(0)] - B \cos(\mathcal{A} + \phi_1), \quad (38)$$

$$\rho_{22} = \frac{1}{2}[\rho_{11}(0) + \rho_{22}(0)] + B \cos(\mathcal{A} + \phi_1). \quad (39)$$

Если в начальный момент система находилась в некогерентном состоянии ($\rho_{21}(0) = 0$), то решение (37)–(39) принимает вид

$$\rho_{21} = -\frac{1}{2}i[\rho_{22}(0) - \rho_{11}(0)] \sin \mathcal{A}, \quad (40)$$

$$\rho_{11} = \frac{1}{2}[\rho_{22}(0) + \rho_{11}(0)] - \frac{1}{2}[\rho_{22}(0) - \rho_{11}(0)] \cos \mathcal{A}, \quad (41)$$

$$\rho_{22} = \frac{1}{2}[\rho_{22}(0) + \rho_{11}(0)] + \frac{1}{2}[\rho_{22}(0) - \rho_{11}(0)] \cos \mathcal{A}. \quad (42)$$

Как следует из (40)–(42), максимальная (по модулю) когерентность достигается при начальной заселенности только одного уровня, 1 или 2, и площади поля равной $\pi/2$.

Достижение максимальной когерентности соответствует оптимальному условию для сверхизлучения без инверсии только при одинаковых значениях дипольных моментов переходов μ_{31} и μ_{32} . При различных μ_{31} и μ_{32} площадь импульса следует подбирать исходя из соотношений (31), (32). Тогда при начальной заселенности уровня 1 имеем

$$\cos \mathcal{A} = \frac{1}{2}(\mu_{32}^2 - \mu_{31}^2), \quad \sin \mathcal{A} = \mu_{31}\mu_{32}. \quad (43)$$

Обратим внимание на то, что значение площади импульса определяет только модуль ρ_{21} , в то время как для реализации оптимального условия сверхизлучения без инверсии важна также и фаза (см. (32)). Как следует из (37), в данном случае внешним импульсом порождается только мнимая часть низкочастотной когерентности, не приводящая непосредственно к старту сверхизлучения. Оптимальная фаза когерентности возникает в процессе эволюции ρ_{21} во времени [$\propto \exp(-i\omega_{21}t)$] уже после действия импульса.

5.2. Резонансный низкочастотный импульс

Рассмотрим теперь ситуацию, когда $\omega_i = \omega_{21}$, $T_p \gg 2\pi/\omega_{21}$, $|\mathcal{F}_i| \ll \omega_{21}$. В данных условиях можно использовать разложения $\mathcal{F}_i(t) = f_i(t) \exp(-i\omega_{21}t) + \text{с.с.}$, $\rho_{21}(t) = R_{21}(t) \exp(-i\omega_{21}t)$, где $f_i(t)$ и $R_{21}(t)$ — амплитуды, медленно изменяющиеся в масштабе периода $2\pi/\omega_{21}$, и перейти стандартным образом от уравнений (34), (35) к уравнениям для медленных переменных, решение которых имеет вид

$$R_{21} = C \sin(\mathcal{A} + \phi_2) + i \operatorname{Im} R_{21}(0), \tag{44}$$

$$Z = C \cos(\mathcal{A} + \phi_2), \tag{45}$$

где

$$\mathcal{A} = 2 \int_0^t f_i(t) dt$$

— площадь импульса, $C = \sqrt{Z^2(0) + [\operatorname{Re} R_{21}(0)]^2}$, $\operatorname{tg}(\phi_2) = \operatorname{Re} R_{21}(0)/Z(0)$. В частности, для некогерентного в начальный момент времени состояния ($R_{21}(0) = 0$) получим

$$R_{21} = Z(0) \sin \mathcal{A}, \quad Z = Z(0) \cos \mathcal{A}. \tag{46}$$

Отсюда следует, что наибольшая величина модуля когерентности $|R_{21}| = |\rho_{22}(0) - \rho_{11}(0)|/2$ получается при площади импульса $\mathcal{A} = \pi/2$ (аналогично случаю, рассмотренному в разд. 5.1). При этом модуль когерентности $|R_{21}|$ максимален (при заданной суммарной населенности дублета), если заселен только один из уровней (также в полной аналогии с разд. 5.1). Оптимальное же его значение при различных μ_{31} и μ_{32} дается по-прежнему соотношением (43). Поскольку в рассматриваемом пределе ($T_p \gg 2\pi/\omega_{21}$) величина ρ_{21} быстро осциллирует с частотой ω_{21} , фаза R_{21} после прохождения внешнего импульса в отличие от таковой в предыдущем случае не играет существенной роли.

6. ИНИЦИИРОВАНИЕ БЕЗЫНВЕРСИОННОГО СВЕРХИЗЛУЧЕНИЯ НИЗКОЧАСТОТНЫМ ВНЕШНИМ ПОЛЕМ

Система уравнений, описывающая поведение рассматриваемой трехуровневой среды с учетом действия внешнего поля в низкочастотном канале $2 \leftrightarrow 1$, имеет вид

$$\dot{R}_{31} = -i\Delta_{31}R_{31} + \varepsilon[\mu_{31}(\rho_{33} - \rho_{11}) - \mu_{32}\rho_{21}] - i\mathcal{F}_i R_{32}, \tag{47}$$

$$\dot{R}_{32} = -i\Delta_{32}R_{32} + \varepsilon[\mu_{32}(\rho_{33} - \rho_{22}) - \mu_{31}\rho_{12}] - i\mathcal{F}_i R_{31}, \tag{48}$$

$$\dot{\rho}_{21} = -i\omega_{21}\rho_{21} + \mu_{31}\varepsilon R_{32}^* + \mu_{32}\varepsilon^* R_{31} - i\mathcal{F}_i(\rho_{22} - \rho_{11}), \tag{49}$$

$$\dot{\rho}_{11} = \mu_{31}(\varepsilon R_{31}^* + \varepsilon^* R_{31}) + i\mathcal{F}_i(\rho_{21} - \rho_{12}), \tag{50}$$

$$\dot{\rho}_{22} = \mu_{32}(\varepsilon R_{32}^* + \varepsilon^* R_{32}) - i\mathcal{F}_i(\rho_{21} - \rho_{12}), \tag{51}$$

$$\dot{\rho}_{33} = -\mu_{31}(\varepsilon R_{31}^* + \varepsilon^* R_{31}) - \mu_{32}(\varepsilon R_{32}^* + \varepsilon^* R_{32}), \tag{52}$$

$$\dot{\varepsilon} = \Omega^2(\mu_{31}R_{31} + \mu_{32}R_{32}). \tag{53}$$

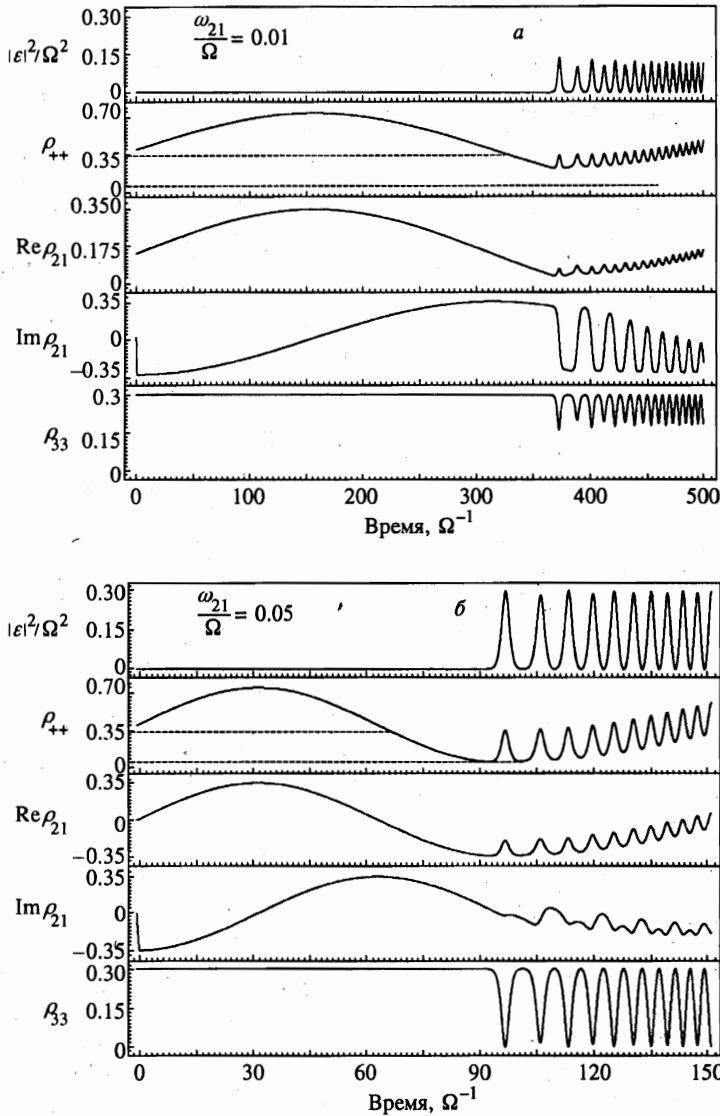


Рис. 3. Кинетика сверхизлучения без инверсии при формировании низкочастотной когерентности прямоугольным $\pi/2$ -импульсом внешнего поля с амплитудой Ω (в частотных единицах) при различных значениях дублетного расщепления ω_{21} (указаны на рисунке). $\omega_c = (\omega_{31} + \omega_{32})/2$. Начальные условия: $\rho_{11}(0) = 0.7$, $\rho_{22}(0) = 0$, $\rho_{21}(0) = 0$, $\rho_{33}(0) = 0.3$, $R_{32}(0) = R_{31}(0) = 10^{-8}$, $\epsilon(0) = 0$

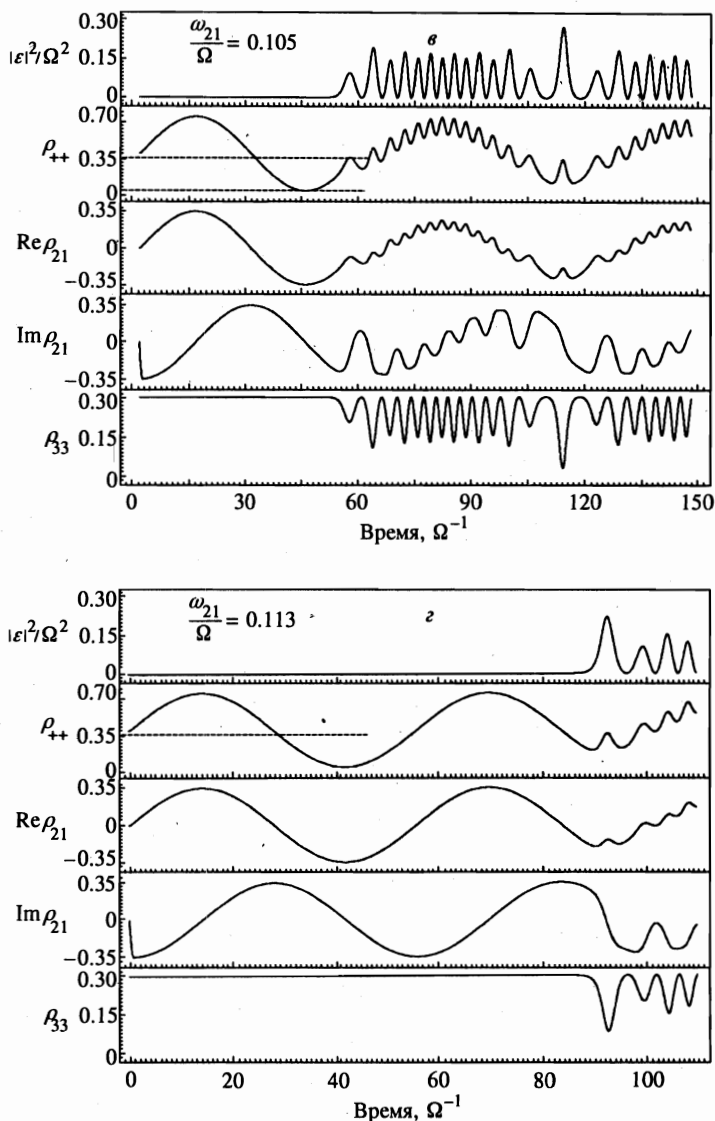


Рис. 3. Продолжение

На рис. 3 представлены результаты численных расчетов кинетики сверхизлучения, соответствующие возбуждению низкочастотной когерентности по схеме, рассмотренной в разд. 5.1. Расчеты проводились при следующих начальных данных: $\rho_{11}(0) = 0.7$, $\rho_{22}(0) = 0$, $\rho_{21}(0) = 0$, $\rho_{33}(0) = 0.3$, $R_{32}(0) = R_{31}(0) = 10^{-8}$, $\epsilon(0) = 0$. Внешнее поле представляло собой прямоугольный $\pi/2$ -импульс с амплитудой Ω (в частотных единицах). Отметим, что в отсутствие внешнего поля в низкочастотном канале система не излучала бы.

При анализе результатов полезно иметь в виду следующие четыре временных шка-

лы, естественно присутствующие в рассматриваемой задаче: длительность импульса внешнего поля T_p (самое короткое время), период изменения низкочастотной когерентности $T_{21} = 2\pi/\omega_{21}$, время сверхизлучения $T_R \approx \Omega^{-1}$ и время задержки импульса сверхизлучения T_D , обусловленное малостью начальных значений R_{31} и R_{32} .

Под действием внешнего импульса возникает чисто мнимый недиагональный элемент ρ_{21} , который, эволюционируя далее во времени, дает начало сверхизлучению. Как видно на рис. 3, небольшие изменения в соотношении между T_D и T_{21} (в случае $T_{21} > T_R$, который имеет место) существенно влияют на интенсивность излучаемых импульсов. Это находит свое объяснение в том, что между достижением порогового ($\rho_{33} = \rho_{++}$) и оптимального ($\rho_{++} = 0$) условий для сверхизлучения без инверсии имеется временной интервал ΔT (меньший, чем $T_{21}/4$). Если $T_D < \Delta T$, то происходит досрочный старт излучательного процесса в том смысле, что оптимальное условие не достигается (рис. 3а). При $T_D \approx \Delta T$ он начинается как раз при оптимальных условиях (рис. 3б). С увеличением дублетного расщепления и соответственным сокращением T_{21} , так что $T_D > \Delta T$, происходит запаздывание старта сверхизлучения (рис. 3в). Если же время задержки T_D существенно превышает ΔT , то начало сверхизлучения может быть задержано до следующего благоприятного цикла (рис. 3г). Интенсивность сверхизлучения определяется разностью населенностей верхнего и активного состояний в момент старта излучательного процесса и в дальнейшем практически не меняется.

Кинетика сверхизлучения, рассчитанная при условии возбуждения низкочастотной когерентности с помощью резонансного $\pi/2$ -импульса (схема в разд. 5.2) представлена на рис. 4. Начальные условия в расчетах брались в той же форме, что и в предыдущем случае. Низкочастотная когерентность создавалась $\pi/2$ -импульсом с частотой $\omega_i = \omega_{21} = 3\Omega$, имеющим прямоугольную огибающую длительностью $T_p = 80\Omega^{-1}$. В результате его действия подсистема состояний дублета приготавливается в суперпозиционном состоянии $|t\rangle = (1/\sqrt{2})[|1\rangle + \exp(-i\omega_{21}t)|2\rangle]$, которое периодически преобразуется с течением времени в пассивную комбинацию $|-\rangle = (1/\sqrt{2})(|1\rangle - |2\rangle)$, оставляя незаселенным на этот период активное состояние $|+\rangle = (1/\sqrt{2})(|1\rangle + |2\rangle)$ и создавая тем самым условия инверсии между состояниями $|3\rangle$ и $|+\rangle$. После некоторой задержки, необходимой для развития кооперативного дипольного момента, система излучает импульс сверхизлучения, представляющий биения двух сигналов одинаковой амплитуды с разностной частотой ω_{21} . Отметим, что кинетика сверхизлучения в данном случае практически совпадает с рассчитанной в условиях задания низкочастотной когерентности как начального условия (см. кривые на рис. 2, полученные для $\omega_{21} = 3\Omega$).

В заключение данного раздела обсудим возможность наблюдения безынерсионного сверхизлучения на примере атомарных паров натрия, рассматривавшихся в качестве подходящего объекта для реализации усиления без инверсии [20] (родственного безынерсионному сверхизлучению). Хорошо известно, что основное состояние атома натрия ($3S$) представляет собой спин-орбитальный дублет $3^2S_{3/2}$, $3^2S_{1/2}$ с частотой перехода 1.77 ГГц и, следовательно, в комбинации с подходящим возбужденным состоянием противоположной четности (например, $3P$) может представлять модельную трехуровневую Λ -систему. Оценка характерного временного масштаба сверхизлучения (T_R) для плотности паров $\sim 10^{11} \text{ см}^{-3}$ при условии десятипроцентного заселения возбужденного состояния дает величину $\sim 0.1 \text{ нс}$, что на порядок меньше времени релаксации $T_2^* \sim 1 \text{ нс}$, обусловленной доплеровским уширением [9]. При этом время задержки сверхизлучения $T_D \sim 10T_R \sim 1 \text{ нс} \sim T_2^*$, что, в принципе, позволяет реализовать обсуждаемый режим высвечивания. Таким образом, для создания когерентного состояния дублета в

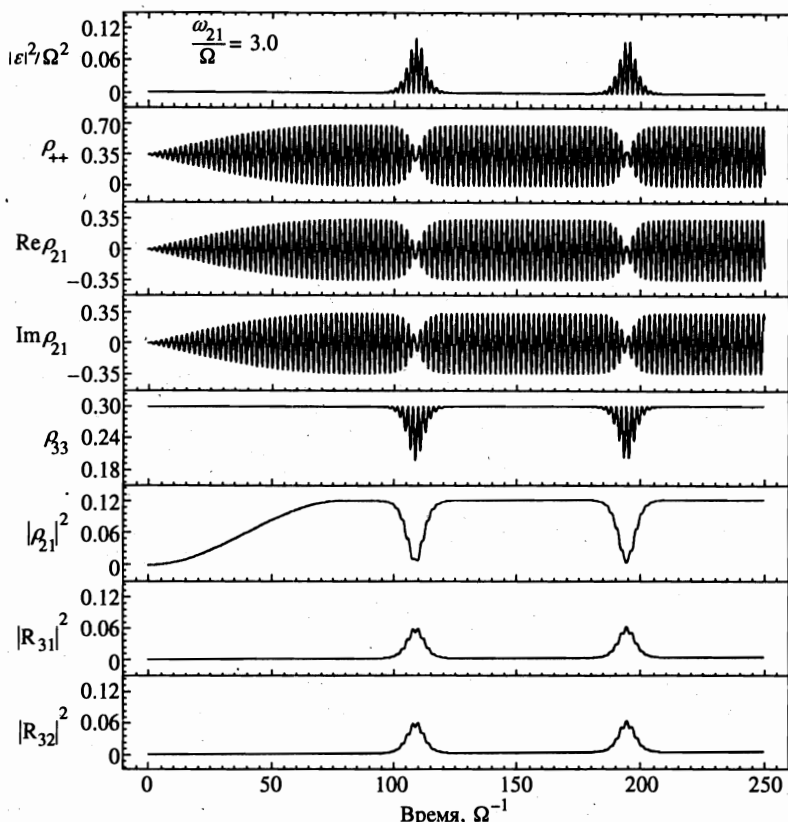


Рис. 4. То же, что на рис. 3, но при формировании низкочастотной когерентности резонансным $\pi/2$ -импульсом внешнего поля, имеющим прямоугольную огибающую длительностью $T_p = 80\Omega^{-1}$

основном состоянии требуется электромагнитный $\pi/2$ -импульс гигагерцевого диапазона длительностью менее 10 нс (короче времени жизни возбужденного состояния), что в принципе достижимо при использовании техники спинового эха [21]. Эффективным способом создания низкочастотной когерентности может служить также внешний наносекундный оптический импульс, резонансный другому (не сверхизлучательному) переходу, как это предлагалось в [10].

Другими возможными объектами для реализации эффекта безынверсионного сверхизлучения являются кристаллы, активированные редкоземельными ионами. В [22] сообщалось о наблюдении сверхизлучения в LiYF_4 с ионами Er^{3+} на переходе ${}^4I_{11/2} \rightarrow {}^4I_{13/2}$. Время жизни возбужденного состояния ${}^4I_{11/2}$ имеет величину порядка 0.1 с [22] (указанный переход дипольно запрещен в изолированном атоме Er^{3+}). Поэтому не составляет проблемы создание низкочастотной когерентности зеемановских подуровней Er^{3+} в основном состоянии посредством импульсного микроволнового поля. При концентрации возбужденных ионов Er^{3+} в состоянии ${}^4I_{11/2}$ порядка $5 \cdot 10^{11} \text{ см}^{-3}$ [22] характерный временной масштаб сверхизлучения (T_R) лежит в наносекундном диапазоне (~ 10 нс).

7. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В многоатомных системах, состоящих из трехуровневых атомов с дублетной структурой основного состояния (Λ -схема переходов), возможно реализовать сверхизлучение без инверсии населенности в целом. Этот эффект требует начальной когерентности между состояниями дублета, которая может быть создана либо широкополосным, либо резонансным низкочастотным когерентным импульсом определенной площади.

При возбуждении низкочастотной когерентности импульсным полем интенсивность сверхизлучения существенно зависит от соотношении между величиной расщепления низкочастотного дублета и временем задержки сверхизлучательного импульса. Последним, как известно, можно управлять, используя так называемую схему индуцированного сверхизлучения [17, 18], когда данный процесс инициируется ультракоротким импульсом малой площади, квазирезонансным переходам $3 \leftrightarrow 1$, $3 \leftrightarrow 2$. Такой импульс создает начальную поляризованность в сверхизлучательных каналах $3 \leftrightarrow 1$, $3 \leftrightarrow 2$, превышающую уровень ее спонтанных флуктуаций, и сокращает тем самым время задержки сверхизлучения. Дозируя индуцированную поляризованность изменением площади ультракороткого импульса, можно оптимизировать таким образом интенсивность сверхизлучения без инверсии. Отметим, что при условии неколлинеарности дипольных моментов рабочих переходов эффект будет ослабляться в силу уменьшения связи каналов и исчезать при ортогональности их поляризаций.

В заключение авторы считают приятным долгом поблагодарить участников Санкт-Петербургского семинара по квантовой оптике за обсуждение результатов работы.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект 97-02-18027).

Литература

1. R. H. Dicke, Phys. Rev. **93**, 99 (1954).
2. R. Bonifacio, P. Schwendimann, and F. Haake, Phys. Rev. A **4**, 302, 854 (1971).
3. R. Bonifacio and L. A. Lugiato, Phys. Rev. A **11**, 1502 (1975); **12**, 587 (1975).
4. M. S. Feld and J. C. MacGillivrey, in *Coherent Nonlinear Optics*, ed. by M. S. Feld and V. S. Letokhov, Springer, Berlin (1980), p. 7.
5. А. В. Андреев, В. И. Емельянов, Ю. А. Ильинский, УФН **131**, 653 (1980).
6. M. Gross and S. Haroche, Phys. Rep. **93**, 301 (1982).
7. В. В. Железняков, В. В. Кочаровский, Вл. В. Кочаровский, УФН **159**, 193 (1989).
8. A. V. Andreev, V. I. Emel'yanov, and Yu. A. Il'inskii, *Cooperative Effects in Optics*, Institute of Physics Publishing, Bristol and Philadelphia (1993).
9. M. G. Benedict, A. M. Ermolaev, V. A. Malyshev, I. V. Sokolov, and E. D. Trifonov, *Super-radiance: Multiatomic Coherent Emission*, Institute of Physics Publishing, Bristol and Philadelphia (1996).
10. С. О. Елютин, С. М. Захаров, Э. А. Маныкин, Изв. ВУЗов. Радиофизика **22**, 1213 (1979).
11. О. А. Кочаровская, Я. И. Ханин, Письма ЖЭТФ **48**, 581 (1988).
12. S. E. Harris, Phys. Rev. Lett. **62**, 1033 (1989).
13. Ya. I. Khanin and O. A. Kocharovskaya, J. Opt. Soc. Amer. B **7**, 2016 (1990).
14. O. A. Kocharovskaya, Phys. Rep. **219**, 175 (1992).

15. Quantum Optics 6(8) (1994).
16. V. A. Malyshev, I. V. Ryzhov, E. D. Trifonov, and A. I. Zaitsev, Laser Phys. 8, 494 (1998).
17. N. W. Carlson, D. J. Jackson, A. L. Schawlow, M. Gross, and S. Haroche, Opt. Commun. 32, 350 (1980).
18. R. F. Malikov and E. D. Trifonov, Opt. Commun. 52, 74 (1984).
19. Б. Д. Агапьев, М. Б. Горный, Б. Д. Матисов, Ю. В. Рождественский, УФН 163, 1 (1993).
20. O. Kocharovskaya and P. Mandel, Phys. Rev. A 42, 523 (1990).
21. К. М. Салихов, А. Г. Семенов, Ю. Д. Цветков, Электронное спиновое эхо и его применение, Наука, Новосибирск (1976).
22. F. Auzel, S. Hubert, and D. Meichenin, Europhys. Lett. 7, 459 (1988).