

# ЖУРНАЛ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЙ И ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

ОСНОВАН В МАРТЕ 1873 ГОДА  
ВЫХОДИТ 12 РАЗ В ГОД  
МОСКВА

ТОМ 115, ВЫПУСК 2  
ФЕВРАЛЬ, 1999  
«НАУКА»

## ДВУХФОТОННЫЙ РАСПАД АКСИОНА ВО ВНЕШНЕМ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОМ ПОЛЕ

© 1999

В. В. Скобелев

Московский государственный индустриальный университет  
109280, Москва, Россия

Поступила в редакцию 19 февраля 1998 г.

Рассчитана амплитуда двухфотонного распада аксиона в скрещенном поле с учетом поляризационных состояний фотонов. Амплитуда и вероятность распада во внешнем электромагнитном поле уже при значениях инвариантного параметра  $\chi = \sqrt{e^2(kF^2k)}/m_a^2$ , больших малой величины  $m_a/m_e$ , превосходят амплитуду и вероятность распада в вакууме. Обсуждаются астрофизические аспекты, связанные с этим обстоятельством.

Процессы распада элементарных частиц с близкой или равной нулю массой вызывают устойчивый интерес на протяжении нескольких последних десятилетий. Как правило, это связано с астрофизическими и космологическими аспектами типа проблемы скрытой массы, «старения» фотонов и другими. Например, в литературе интенсивно обсуждался процесс распада (или расщепления) фотона во внешнем постоянном и однородном электромагнитном поле,  $\gamma \rightarrow 2\gamma$  [1–4], который в вакууме запрещен из соображений  $CP$ -инвариантности. В полях  $F \ll F_0 = m_e^2/e = 4.41 \cdot 10^{13}$  Гс амплитуда расщепления пропорциональна  $F^3$  [1], а в чисто магнитном поле с индукцией  $F \gg F_0$  выходит на константу [3]<sup>1)</sup>. Не отвечая на вопросы, связанные с красным смещением (из-за малости межзвездных полей), этот эффект может обуславливать наблюдаемую линейную поляризацию жесткого излучения пульсаров [2]. Характерная особенность кинематики заключается в параллельности импульсов «распадных» и начального фо-

© Российская академия наук, Отделение общей физики и астрономии,  
Институт физических проблем им. П. Л. Капицы, 1999 г.

<sup>1)</sup> В опубликованной недавно работе [5] этот результат был получен снова без ссылки на нашу работу [3].

тонов, так что фазовый объем может быть записан в виде

$$\int \frac{d^3 k_1}{2k_{10}} \int \frac{d^3 k_2}{2k_{20}} \delta(k - k_1 - k_2) = \frac{\pi}{2} \int_0^1 dx, \quad (1)$$

где  $k_1 = kx$ ,  $k_2 = k(1-x)$ ,  $k$  — импульс распадающегося фотона. При ненулевой массе  $m_i$  начальной частицы описывающие отклонение от «параллельности» вклады в матричный элемент и вероятность распада будут содержать  $k^2 = m_i^2$ , что при малой массе позволяет пренебречь ими по сравнению с вкладом от других инвариантных параметров (например, полевых), фигурирующих в задаче (это обстоятельство будет использовано ниже).

Другой представляющий интерес распад массивного нейтрино на менее массивные,  $\nu_i \rightarrow \nu_j \gamma$ , возможен в моделях со смешиванием [6–8], причем с большой вероятностью массивные реликтовые нейтрино, образовавшиеся во времена Большого Взрыва, своим происхождением обязаны именно этому каналу, что имеет непосредственное отношение к проблеме скрытой массы. Подавляющие факторы связаны здесь с малостью  $m_i$ , фазового объема ( $m_j \rightarrow m_i$ ) и механизмом *GIM* [9]. Как показано в нашей работе [10], в сверхсильных магнитных полях  $F \gg F_0$  эти ограничения в значительной степени снимаются, и вероятность распада в магнитном поле на много порядков превосходит вероятность распада в вакууме.

В данной работе изучается влияние электромагнитного поля на двухфотонный распад аксиона,  $a \rightarrow 2\gamma$ , и показано, что при реальных значениях инвариантного полевого параметра

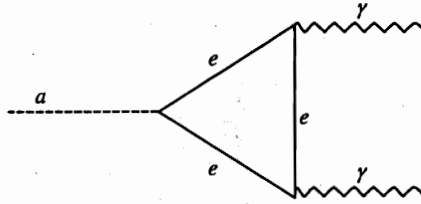
$$\chi = \frac{\sqrt{e^2(kF^2k)}}{m_e^3}, \quad (2)$$

много меньших единицы, вероятность распада в поле превосходит вероятность распада в вакууме. Аналогичное обстоятельство ранее отмечалось лишь в  $\beta$ -распаде с малым энерговыделением [11] (разумеется, мы не имеем в виду процессы, запрещенные вообще в отсутствие внешнего поля).

Аксион является псевдоскалярным голдстоуновским бозоном, появляющимся при спонтанном нарушении глобальной симметрии, введенной Печчеи и Куинн [12]. Его существование, хотя и не подтвержденное пока экспериментально, было бы весьма желательным для естественного объяснения наблюдающейся *CP*-инвариантности сильных взаимодействий [13, 14]. Константы связи аксиона с обычными частицами обратно пропорциональны  $f$  — энергетическому масштабу нарушения глобальной симметрии, причем нижняя граница  $f$  чрезвычайно велика,  $f \gtrsim 10^{10}$  ГэВ (невидимый аксион), значение же массы аксиона  $m_a$  составляет доли электронвольта и менее (в связи с этим аксион может быть одним из кандидатов на роль носителя скрытой массы). Считается, что единственным каналом распада является двухфотонный с эффективным лагранжианом взаимодействия

$$\mathcal{L}_{a\gamma} = -\frac{1}{16\pi} g_\gamma F^{\mu\nu} \tilde{F}_{\mu\nu} a, \quad (3)$$

где  $g_\gamma = -e^2 c_\gamma / 2\pi f$ ,  $c_\gamma \sim 1$  — модельно-зависимый безразмерный параметр,  $\tilde{F}_{\mu\nu} = (1/2)\epsilon_{\mu\nu\alpha\beta} F^{\alpha\beta}$  — дуальный тензор радиационного поля. Соответствующая вероят-



ность распада в единицу времени равна [15]

$$W_0 = \frac{\alpha^2 c_\gamma^2 m_a^4}{32(2\pi)^3 k_0 f^2}, \tag{4}$$

а величина  $W_0^{-1}$  оказывается больше времени жизни Вселенной.

Наиболее «экономичный» вариант реализации механизма Печчеи—Куинн выражается в прямой аксион-фермионной связи вида [16]

$$\mathcal{L}_{af} = \frac{c_f}{2f} (\bar{\Psi}\gamma_\mu\gamma^5\Psi) \frac{\partial a}{\partial x_\mu}, \tag{5}$$

а взаимодействия с другими частицами носят эффективный характер.

При наличии внешнего электромагнитного поля  $F$  диаграммы с электронной петлей ( $f = e$ ) дают вклад как в массу аксиона, которая, по оценкам, оказывается значительно меньше  $m_a$ , так и в зависящую от поля часть амплитуды двухфотонного распада (см. рисунок). Соответствующий лагранжиан является суммой выражения (5) и электродинамической части  $e(\bar{\Psi}\gamma_\mu\Psi)A^\mu$ .

Дальнейшие расчеты проводятся в конфигурации скрещенного поля, в котором оба инварианта,  $F_{\mu\nu}F^{\mu\nu}$  и  $F_{\mu\nu}\bar{F}^{\mu\nu}$ , равны нулю. Такой подход является достаточно общим и, кроме того, значительно облегчает расчеты. Вычисления во многом аналогичны проведенным в работе [4], в которой рассматривался процесс расщепления фотона в скрещенном поле, также описываемый электронным трехполюсником.

Функция Грина уравнения Дирака для электрона в скрещенном поле в представлении собственного времени имеет вид

$$G(x_2, x_1) = \exp \left[ -ie \int_{x_1}^{x_2} (dx' A(x')) \right] S(x_2 - x_1), \tag{6}$$

$$S(x) = -\frac{1}{(4\pi)^2} \int_0^\infty \frac{ds}{s^2} \exp \left[ -\frac{ix^2}{4s} - ism_e^2 - \frac{ise^2}{12}(xF^2x) \right] \times \\ \times \left[ m_e + \frac{\hat{x}}{2s} - \frac{se^2}{3}(\gamma F^2 x) + \frac{m_e se}{2}(\gamma F \gamma) - \frac{ie}{2}\gamma^5(\gamma \bar{F} x) \right]. \tag{6a}$$

В результате некоторых преобразований определяемый обычным образом [17] матричный элемент распада может быть записан в виде

$$M = -\frac{2\pi i \alpha c_e}{f} \int d^4x \int d^4x_2 \text{Sp} \left[ S(x_2) \hat{e}_2^* S(x_1) \hat{e}_1^* S(x) \hat{k} \gamma^5 \right] \times \\ \times \exp \left[ -\frac{i e}{2} (x_2 F x) - i(k_1 x) + i(k_2 x_2) \right] + (\gamma_1 \leftrightarrow \gamma_2), \quad (7)$$

где  $e_i$  — векторы поляризации фотонов,  $x + x_1 + x_2 = 0$ ,  $k = k_1 + k_2$ , запись  $(\gamma_1 \leftrightarrow \gamma_2)$  означает перестановку фотонов. С учетом (6а) и после интегрирования по координатам получаем

$$M = -\frac{i \alpha c_e}{2\pi f} \int_0^\infty \frac{ds ds_1 ds_2}{(s + s_1 + s_2)^2} (Q^{\nu_1 \nu_2} e^{-i\Phi}) e_{1\nu_1}^* e_{2\nu_2}^* + (\gamma_1 \leftrightarrow \gamma_2). \quad (8)$$

Здесь введены следующие обозначения:

$$\Phi = m_e^2 (s + s_1 + s_2) - \beta \left( \frac{k^2}{s} + \frac{k_1^2}{s_1} + \frac{k_2^2}{s_2} \right) - 2\beta e (k_2 F k_1) + \\ + \frac{\beta e^2}{3} [\rho (k F^2 k) + \rho_1 (k_1 F^2 k_1) + \rho_2 (k_2 F^2 k_2)], \quad (8a)$$

$$\beta = \frac{ss_1s_2}{s + s_1 + s_2}, \quad \rho = s_1 + s_2 - s + \frac{s_1s_2}{s},$$

$$Q^{\nu_1 \nu_2} = \frac{1}{4} \text{Sp} \left[ \left( m_e + \hat{V}_1 + T_1 + \gamma^5 \hat{A}_1 \right) \gamma^{\nu_2} \left( m_e + \hat{V} + T + \gamma^5 \hat{A} \right) \gamma^{\nu_1} \times \right. \\ \left. \times \left( m_e + \hat{V}_2 + T_2 + \gamma^5 \hat{A}_2 \right) \hat{k} \gamma^5 \right], \quad (8б)$$

$$V_\alpha = \frac{X_\alpha}{2s} - \frac{se^2}{3} (X F^2)_\alpha, \quad T = \frac{m_e se}{2} (\gamma F \gamma), \quad A_\alpha = \frac{ie}{2} (X \bar{F})_\alpha,$$

вид  $\rho_{1,2}$  получается из  $\rho$  циклической перестановкой, а  $V_{1,2}$ ;  $T_{1,2}$  и  $A_{1,2}$  из  $V$ ,  $T$  и  $A$  очевидными переобозначениями со следующим определением дифференциальных операторов, действующих на  $e^{-i\Phi}$ :

$$X_{1\alpha} = -i \frac{\partial}{\partial k_2^\alpha}, \quad X_{2\alpha} = i \frac{\partial}{\partial k_1^\alpha}, \quad X_\alpha = -X_{1\alpha} - X_{2\alpha}. \quad (8в)$$

Отметим важные для последующих преобразований обстоятельства.

а) Как можно убедиться, слагаемое  $(\gamma_1 \leftrightarrow \gamma_2)$  в (7) сводится к замене  $F \rightarrow -F$  в первом члене, так что в суммарной амплитуде останутся лишь четные степени поля.

б) Не зависящий от поля вклад может быть отнесен к эффективному лагранжиану (3) взаимодействия аксиона с радиационным полем, так что пока нас будет интересовать «полевой» вклад

$$M_F = M - M|_{F=0}. \quad (9)$$

в) В выражении (8а) для  $\Phi$  оставлены слагаемые  $\sim k_{1,2}^2$ , которые могут быть положены равными нулю только после выполнения дифференциальных операций; это же

касается слагаемых  $\sim k^2$ ,  $(k_1 F k_2)$ , которые затем могут быть опущены как привносящие степень дополнительного малого параметра  $m_a^2/m_e^2$  в  $M_F$ .

г) Как и в [4], следует учесть, что результат действия дифференциальных операторов на  $e^{-i\Phi}$  в линейных комбинациях имеет вид

$$X_\alpha \rightarrow \tilde{X}_\alpha = 2\beta \left[ \frac{k_{1\alpha}}{s_1} - \frac{k_{2\alpha}}{s_2} + e(kF)_\alpha + \frac{e^2}{3}(-\rho_1(k_1 F^2)_\alpha + \rho_2(k_2 F^2)_\alpha) \right], \quad (10a)$$

и т. д., а в кубических —

$$X_{1\alpha} X_\beta X_{2\sigma} \rightarrow \tilde{X}_{1\alpha} \tilde{X}_\beta \tilde{X}_{2\sigma} + 2i\beta \left[ \tilde{X}_{1\alpha} \left( \frac{g_{\beta\sigma}}{s_1} - eF_{\beta\sigma} - \frac{e^2}{3}\rho_1 F_{\beta\sigma}^2 \right) + \tilde{X}_{2\sigma} \left( \frac{g_{\alpha\beta}}{s_2} - eF_{\alpha\beta} - \frac{e^2}{3}\rho_2 F_{\alpha\beta}^2 \right) + \tilde{X}_\beta \left( \frac{g_{\alpha\sigma}}{s} + eF_{\alpha\sigma} - \frac{e^2}{3}\rho F_{\alpha\sigma}^2 \right) \right]. \quad (10b)$$

Получающийся вид тензора  $Q^{\nu_1\nu_2}$  мы приводить не будем из-за его громоздкости.

Дальнейшие упрощения связаны с введением двух независимых состояний линейной поляризации фотонов вида

$$e_{1\alpha}^{(V)} = \frac{(k_1 F)_\alpha}{\sqrt{(k_1 F^2 k_1)}}, \quad e_{1\alpha}^{(P)} = \frac{(k_1 \tilde{F})_\alpha}{\sqrt{(k_1 \tilde{F}^2 k_1)}} \quad (11)$$

и новых безразмерных переменных

$$\eta = m_e^2(s + s_1 + s_2), \quad u = \frac{s_1 + s_2}{s + s_1 + s_2}, \quad v = \frac{s_1}{s_1 + s_2}, \quad (12)$$

$$\int_0^\infty \frac{ds ds_1 ds_2}{(s + s_1 + s_2)^2} \rightarrow \frac{1}{m_e^2} \int_0^1 du u \int_0^1 dv \int_0^\infty d\eta.$$

В этих обозначениях получаем

$$M_F^{PV} = -\frac{ic_e \alpha m_e^2}{6\pi f} \chi^2 \int_0^1 du u \int_0^1 dv \int_0^\infty d\eta \eta \left( \varphi_1 + i\eta\varphi_2 + \frac{i}{3}\chi^2\eta^3\varphi_4 \right) e^{-i\Phi}, \quad (13)$$

где

$$\Phi = 1 + \frac{1}{3}\eta^3\Omega, \quad (13a)$$

$$\Omega = \chi^2 u^2 \{ [v(1 - uv) - x(1 - u)]^2 + 4xuv(1 - u)(1 - v)^2 \},$$

переменная  $x$  и параметр  $\chi$  определены формулами (1), (2), а функции  $\varphi_{1,2,4}(u, v, x)$  приведены в Приложении. Вид  $M_F^{VP}$  получается из  $M_F^{PV}$  заменами  $v \rightarrow 1 - v$ ,  $x \rightarrow 1 - x$ , а  $M_F^{VV} = M_F^{PP} = 0$ , что связано с  $CP$ -инвариантностью теории. Таким образом, в используемом приближении аксион в скрещенном поле распадается на фотоны с ортогональными поляризациями. Вводя в рассмотрение комплексную функцию Харди—Стокса,

$$f(z) = i \int_0^\infty dt \exp \left[ -i \left( zt + \frac{t^3}{3} \right) \right], \quad (14)$$

перепишем окончательный общий результат в форме

$$M_F^{PV} = -\frac{ic_e \alpha m_e^2}{6\pi f} \chi^2 \int_0^1 du u \int_0^1 dv z^2 \left[ \varphi_1 f'(z) - z \varphi_2 f''(z) + \frac{1}{3} z^3 \chi^2 \varphi_4 f''''(z) \right], \quad (15)$$

$$z = \Omega^{-1/3}.$$

В имеющем значение практическом случае  $\chi \ll 1$  величина  $z$  всюду велика в области интегрирования, и с использованием соотношения  $f(z)|_{z \rightarrow \infty} \simeq 1/z$  и формул (П.1), (П.2) легко находим

$$M_F^{PV} \simeq -\frac{ic_e \alpha m_e^2}{240\pi f} \chi^2 (1 + 3x), \quad (16)$$

чему соответствует двукратное взаимодействие с полем в электронной петле.

Фактически это выражение справедливо и в случае произвольных постоянных полей  $F = \text{const}$ , поскольку возможное отличие состояло бы в добавлении к  $\chi^2$  слагаемого вида  $(F^{\mu\nu} F_{\mu\nu} / F_0^2)(m_a^2 / m_e^2)$ , много меньшего  $\chi^2$  при  $k_0 \gg m_a$ . Более того, как следует из формы эффективного лагранжиана (3), матричный элемент «свободного» распада по порядку величины отличается от (16) заменой  $m_e^2 \chi^2$  на  $10^2 m_a^2$ . Таким образом, полевой вклад начинает доминировать при  $\chi \gg \chi_0 = 10(m_a / m_e)$ , что, например, для значения  $m_a \sim 0.1$  эВ дает нижнюю границу  $\chi_0 \sim 10^{-6}$ .

Предполагая это выполненным, получаем полную вероятность распада на неполяризованные фотоны в постоянном и однородном поле  $F = \text{const}$ :

$$W_F = \frac{1}{32\pi k_0} \int_0^1 dx [ |M_F^{PV}|^2 + |M_F^{VP}|^2 ], \quad (17)$$

т. е.

$$W_F = \frac{7c_e^2 \alpha^2 m_e^4 \chi^4}{2 \cdot 240^2 (2\pi)^3 k_0 f^2}, \quad (18)$$

причем мы учли неразличимость фотонов, разделив на 2. Разумеется, при меньшей массе аксиона эффект доминирования «полевого» вклада в вероятность распада при малых  $\chi$  возрастает.

В асимптотике  $\chi \gg 1$  в (15) нельзя просто взять значения производных функции Харди—Стокса в нуле (как это было сделано, например, в работе [4] при изучении процесса расщепления фотона), так как интеграл от третьего слагаемого будет расходиться при  $u, v \rightarrow 1$  (эта особенность имеет место при вычислении массового оператора аксиона в скрещенном поле). В связи с этим степень  $\chi$  в амплитуде может быть больше, чем 2/3. В этом варианте «полевой» вклад в любом случае является определяющим.

Таким образом, наш анализ позволяет сделать вывод, что уже в сравнительно слабых полях распад «жесткого» аксиона полностью контролируется величиной этого поля, как это следует из условия  $\chi \gg m_a / m_e$  и вида  $\chi$  (2). Однако это вряд ли имеет какое-либо значение в астрофизическом плане, так как межзвездные поля достаточно слабы и время жизни аксиона относительно двухфотонного распада по-прежнему остается много большим времени жизни Вселенной из-за малости константы связи  $1/f$ . Наличие

же сильных магнитных полей в сколлапсировавшихся объектах типа нейтронных звезд не может существенно уменьшить их предполагаемую аксионную светимость [18] из-за малых пространственных размеров.

Заметим в заключение, что наш результат не совпадает в асимптотике  $\chi \ll 1$  с результатом работы [19], в которой при использовании связи псевдоскаляр  $\otimes$  псевдоскаляр в лагранжиане  $\mathcal{L}_{af}$  получено, что  $W_F \sim \chi^8$ .

## ПРИЛОЖЕНИЕ

Вид функций  $\varphi_i(u, v, x)$  в выражении амплитуды (15) следующий:

$$\varphi_1 = uv [4 - 3u + 3u^2 - 3u(7 + u)v + 24u^2v^2] + ux [8 - 21u + 9u^2 + 3(-4 + 7u + u^2)v + 12u(2 - 3u)v^2], \quad (\text{П.1})$$

$$\varphi_2 = 4uv(1 - 3uv + 2u^2v^2) + 4ux [5 - 6u + u^2 - 3(2 - u)(1 - uv)v], \quad (\text{П.2})$$

$$\begin{aligned} \varphi_4 = & 2u^3 \{ 2v^3(1 - 2uv)(1 - uv)(1 - u^2v^2) + xv^2 [6(1 - u)^2 + 2u^3(3 + u) + 3v \times \\ & \times (-4 + 2u + 8u^2 - 7u^3 - 3u^4) + v^2u(24 - 52u + 15u^2 + 13u^3) + 6v^3u^2 \times \\ & \times (2 + 3u - 4u^2) + 2v^4u^3(-12 + 11u)] + x^2v(1 - u) [2(3 - 15u + 20u^2 - 4u^3) + 3v \times \\ & \times (-8 + 34u - 38u^2 + 3u^3 + u^4) + 4v^2(6 - 21u + 14u^2 + 5u^3) + v^3u^2(1 - u)(36 - 19v)] + \\ & + 2x^3(1 - u)^2 [-7 + 10u - u^2 + 9v(2 - 3u) + 3v^2(-4 + 6u + u^2) - 3v^3u(1 - u)] \}. \quad (\text{П.3}) \end{aligned}$$

## Литература

1. Z. Bialynicka-Birula, I. Bialynicki-Birula, Phys. Rev. D **2**, 2341 (1970).
2. S. L. Adler, J. N. Bahcall, C. G. Callan, and M. N. Rosenbluth, Phys. Rev. Lett. **25**, 1061 (1970).
3. Д. В. Гальцов, Ю. М. Лоскутов, В. В. Скобелев, Вестн. МГУ, сер. Физика и астрономия № 5, 601 (1972).
4. В. О. Папанян, В. И. Ритус, ЖЭТФ **61**, 2231 (1971).
5. В. Н. Байер, А. К. Мильштейн, Р. Ж. Шайсултанов, ЖЭТФ **111**, 52 (1997).
6. S. M. Bilenyk, S. T. Petcov, and B. Pontecorvo, Phys. Lett. B **67**, 309 (1977).
7. W. J. Marciano and A. I. Sanda, Phys. Lett. B **67**, 303 (1977).
8. J. Liu, Phys. Rev. D **44**, 2879 (1991).
9. S. L. Glashow, J. Iliopoulos, and L. Maiani, Phys. Rev. D **2**, 1285 (1970).
10. В. В. Скобелев, ЖЭТФ **108**, 3 (1995).
11. А. И. Никишов, В. И. Ритус, Труды ФИАН **168**, 232 (1986).
12. R. D. Peccei and H. R. Quinn, Phys. Rev. Lett. **38**, 1440 (1977).
13. R. D. Peccei and H. R. Quinn, Phys. Rev. D **16**, 1791 (1977).
14. K. Choi, K. Kang, and J. E. Kim, Phys. Rev. Lett. **62**, 849 (1989).
15. G. Raffelt, Phys. Rev. D **33**, 897 (1986).
16. G. Raffelt, Phys. Rep. **198**, 1 (1990).
17. Е. М. Лифшиц, Л. П. Питаевский, *Релятивистская квантовая теория*, ч. 1, Наука, Москва (1971), с. 285.
18. В. В. Скобелев, ЖЭТФ **112**, 25 (1997).
19. Л. А. Василевская, Н. В. Михеев, А. Я. Пархоменко, ЯФ **60**, 2223 (1997).