

МАГНИТОПОЛЯРОННЫЕ СОСТОЯНИЯ С УЧАСТИЕМ ПЛЕНЕННЫХ ФОНОНОВ В ПОЛУПРОВОДНИКОВОЙ КВАНТОВОЙ ЯМЕ

Л. И. Коровин, И. Г. Ланг

*Физико-технический институт им. А. Ф. Иоффе Российской академии наук
194021, Санкт-Петербург, Россия*

*С. Т. Павлов**

*Физический институт им. П. Н. Лебедева Российской академии наук
117924, Москва, Россия*

Поступила в редакцию 22 мая 1998 г.

Вычислены величины энергетического расщепления ΔE_{res} двойных магнитополяронов в прямоугольных квантовых ямах в зависимости от ширины ямы d . В качестве взаимодействия, обуславливающего резонансную связь электронов и фононов, рассмотрено взаимодействие с плененными фононами и (для сравнения) взаимодействие с объемными LO -фононами. Определены критерии, при которых использование взаимодействия с объемными фононами дает правильный результат. Конкретные расчеты проведены для систем $AlAs/GaAs/AlAs$ и $AlSb/InAs/AlSb$. Наряду с величиной ΔE_{res} для полярона, резонансное магнитное поле для которого определяется условием $\Omega = \omega_{L1}$, где Ω — циклотронная частота, ω_{L1} — частота LO -фонона в квантовой яме (полярон A), вычислены величины расщеплений ΔE_{res} для поляронов D ($\Omega = 2\omega_{L1}$) и F ($\Omega = 3\omega_{L1}$), которые приблизительно в $\sqrt{2}$ и $\sqrt{3}$ раз меньше, чем ΔE_{res} для полярона A . Поскольку для полярона A величина ΔE_{res} очень большая (достигает $0.2\hbar\omega_{L1}$), удобно экспериментальное исследование поляронов D и F , так как им соответствуют меньшие значения резонансных магнитных полей. Предсказано существование «ослабленных» магнитополяронов, для которых величины расщеплений пропорциональны большей, чем $\alpha^{1/2}$, степени константы связи Фрелиха α .

1. ВВЕДЕНИЕ

При формировании поляронного состояния в магнитном поле роль электрон-фононного взаимодействия резко возрастает при выполнении резонансного условия, когда частота ω_{L1} фонона и циклотронная частота электрона (дырки) Ω связаны соотношением

$$\omega_{L1} = j\Omega, \quad j = 1, 2, 3, \dots \quad (1)$$

В этом случае проявляется резонансная связь между электронными уровнями. При условии (1) происходит пересечение энергетических термов электрон-фононной системы, рассматриваемых как функции магнитного поля (рис. 1). Переход к магнитополяронным состояниям приводит к расталкиванию энергетических уровней в точках пересечения. Эффект расталкивания термов был обнаружен в межзонном магнитооптическом поглощении $InSb$ [1–3].

* E-mail: pavlov@sci.lpi.ac.ru

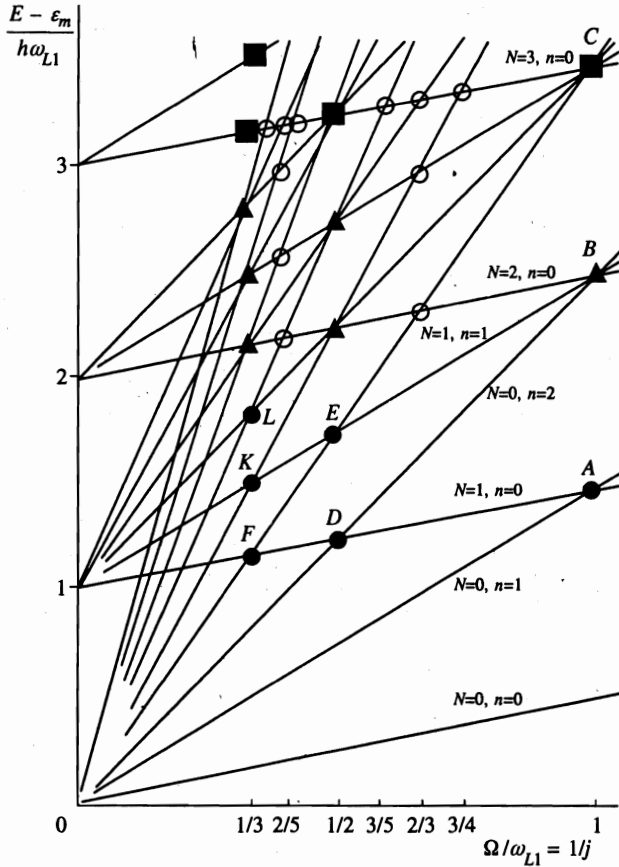


Рис. 1. Энергетические термы электрон-фононной системы в случае квантовой ямы в сильном магнитном поле: Ω — циклотронная частота, ω_{L1} — частота LO -фононов для вещества ямы, E — энергия электрона, ε_m — энергия размерного квантования. Черными кружками обозначены двойные поляроны, светлыми — ослабленные, треугольниками — тройные, квадратами — четверные

Образование поляронных состояний имеет место как в трехмерных ($3D$), так и квазидвумерных ($2D$) системах. В обеих системах эти состояния играют важную роль в формировании частотной зависимости магнитооптических эффектов, таких как межзонное поглощение света, циклотронный резонанс и комбинационное рассеяние света (см., например, обзоры [4–6]). Различие между системами заключается в спектре электрона (дырки): в $3D$ -системе — это одномерные зоны Ландау, в $2D$ — дискретные уровни. Это различие приводит к разной величине расталкивания уровней электрон-фононной системы: в $3D$ -случае она пропорциональна $\alpha^{2/3}$ [7], в $2D$ пропорциональна $\alpha^{1/2}$ [8–19], где α — безразмерная константа электрон-фононной связи Фрелиха с LO -фононами.

В качестве $2D$ -системы ниже рассматривается одиночная квантовая яма. В такой системе вместо объемных LO -фононов имеются три типа фононов [20–24]. Во-первых, это — так называемые фононы полупространства, т. е. колебания барьерного материала

ла, которые не проникают в квантовую яму. Кроме того, имеются интерфейсные фононы, они быстро затухают при удалении от границ квантовой ямы. Наконец, существуют плененные (confined) фононы в материале квантовой ямы. Эти колебания не проникают в барьер, их амплитуда обращается в нуль на границах квантовой ямы. Взаимодействие электронов и дырок с тремя сортами фононов в квантовых ямах рассмотрено в [25–27]. В [10] вычислен спектр магнитополярона A (см. рис. 1) с учетом взаимодействия электронов с плененными и интерфейсными фононами в системе $AlAs/GaAs/AlAs$ для трех значений ширины ямы (20 \AA , 100 \AA , 200 \AA) и сделано заключение о том, что взаимодействие с интерфейсными фононами определяет спектр магнитополярона в случае узких ям.

Во многих теоретических расчетах спектров магнитополярона в квантовой яме в качестве электрон-фононного взаимодействия используется взаимодействие с объемными LO -фононами Фрелиха. Иными словами, в спектре электрона и дырки учитывалось наличие квантовой ямы и размерного квантования, а спектр фононов брался для однородной среды, как если бы вещество квантовой ямы заполняло все пространство. Строго говоря, такой подход является непоследовательным и может претендовать только на приближенное описание спектра магнитополярона.

В настоящей работе мы исследуем, при каких условиях правомерно использование взаимодействия Фрелиха с объемными LO -фононами для описания спектров магнитополяронов в квантовых ямах. Для этого рассматривается зависимость величины расщепления (расталкивания) термов электрон-фононной системы от ширины ямы d и числа j . Зависимость от j интересна потому, что при переходе к $j > 1$ резонансное магнитное поле, согласно (1), уменьшается в j раз, что значительно облегчает условия эксперимента. Ввиду различия эффективных масс электрона и дырки резонансное взаимодействие имеет место либо для электронов, либо для дырок. Ниже для определенности рассматривается магнитополярон с участием электронов, аналогичная картина должна иметь место и для дырок.

Статья организована следующим образом. В разд. 2 проведена классификация магнитополяронов. В разд. 3 получены общие выражения для массового оператора, который входит в уравнение Дайсона, определяющее энергетический спектр магнитополяронов. Рассмотрено взаимодействие как с плененными, так и с объемными LO -фононами. Раздел 4 посвящен расчету спектров магнитополяронов. В разд. 5 рассмотрены спектры магнитополяронов в предельном случае широких квантовых ям. В разд. 6 обсуждены полученные результаты и сделаны выводы.

2. КЛАССИФИКАЦИЯ МАГНИТОПОЛЯРОНОВ

На рис. 1 изображены термы электрон-фононной системы в квантовой яме, относящиеся к одному значению m квантового числа размерного квантования. Предполагается, что предельные частоты плененных и LO -фононов совпадают и равны ω_{L1} , их дисперсией пренебрегается. По оси абсцисс отложено отношение $\Omega/\omega_{L1} = 1/j$, где

$$\Omega = |e|H/m_e c, \quad (2)$$

e — заряд электрона, H — напряженность магнитного поля, c — скорость света в вакууме, m_e — эффективная масса электрона. По оси ординат отложена безразмерная (в единицах $\hbar\omega_{L1}$) энергия E электрона, отсчитанная от энергии ϵ_m , соответствующей m -му

уровню размерного квантования. Точкам пересечения термов соответствуют поляронные состояния. Черными кружками обозначены двойные поляроны, соответствующие пересечению только двух термов. Пусть n — номер уровня Ландау при числе фононов $N = 0$, проходящего через данную точку пересечения термов. Тогда для существования двойного полярона должны выполняться условия

$$2j > n, \quad n \geq j. \quad (3)$$

Легко видеть, что значению $j = 1$ соответствует один двойной полярон, обозначенный буквой A . Значению $j = 2$, т. е. $\Omega/\omega_{L1} = 1/2$, соответствуют два двойных полярона, D и E , значению $j = 3$, т. е. $\Omega/\omega_{L1} = 1/3$, — три двойных полярона, F , K и L , и т. д. На рис. 1 не обозначены поляроны, расположенные левее значения $\Omega/\omega_{L1} = 1/3$. Выше двойных поляронов расположены тройные поляроны, соответствующие пересечению трех термов, еще выше — четверные и т. д. Число поляронов каждого сорта при данном j равно j . Тройные поляроны в объемных кристаллах впервые рассмотрены в [28], в квантовых ямах — в [19].

Все вышеупомянутые поляроны соответствуют целым значениям j . Кроме того, на рис. 1 присутствуют еще и другие пересечения термов, обозначенные светлыми кружками. Они соответствуют дробным значениям j . Поскольку термы, пересекающиеся в этих точках, характеризуются величинами $\Delta N \geq 2$, переходы между ними с испусканием одного фона невозможны. Назовем такие поляроны ослабленными. Поскольку термы пересекаются, их расщепление неизбежно, но для вычисления величины расщепления нужно учитывать переходы между ними через виртуальное промежуточное состояние. В результате в случае ослабленных поляронов величины расщепления энергии более высокого порядка по α , чем $\alpha^{1/2}$.

При учете двух и более значений квантового числа размерного квантования картина пересечений термов значительно усложняется. В [18] рассмотрены магнитополяроны комбинированного типа, в которых электрон-фононное взаимодействие связывает два электронных уровня с разными числами Ландау n и разными m или с разными m и одинаковыми n . В настоящей работе мы не касаемся поляронов комбинированного типа [18], а рассматриваем только двойные поляроны, обозначенные на рис. 1 черными кружками. Для того чтобы поляроны нового типа можно было рассматривать отдельно, и вообще, для того чтобы была применима картина, изображенная на рис. 1, необходимо, чтобы энергетические зазоры между соседними уровнями размерного квантования были больше, чем величины ΔE_{res} поляронных расщеплений. Поскольку расстояния между уровнями уменьшаются с ростом ширины ямы d , накладывается ограничение сверху на величину d (см. разд. 6). Теория построена для любых чисел n и j , связанных условием (3). Численные расчеты выполнены для поляронов A , D , F . Для поляронов E , K , L даны приближенные оценки расщеплений. На рис. 1 буквами B и C обозначены соответственно тройной и четверной поляроны при $j = 1$. Приведенная картина пересечения термов предполагает эквидистантность уровней Ландау и пренебрежение экситонными эффектами.

3. МОДЕЛЬ И ОСНОВНЫЕ СООТНОШЕНИЯ

Рассматривается квантовая яма типа I с шириной запрещенной зоны E_g и барьером высотой ΔE_e для электронов. Магнитное поле H направлено перпендикулярно плос-

кости квантовой ямы (вдоль оси z), векторный потенциал A_0 выбирается в калибровке Ландау

$$A_0 = (-yH, 0, 0). \quad (4)$$

Волновая функция электрона, не взаимодействующего с фононами, имеет вид

$$\Psi_{m,n,k}(x, y, z) = \frac{1}{\sqrt{L_x}} e^{ikx} \varphi_n(y - y_k) \chi_m(z), \quad (5)$$

где

$$\varphi_n(y - y_k) = \frac{1}{\sqrt{2^n n! \sqrt{\pi} R_0}} \exp\left[-\frac{(y - y_k)^2}{2R_0^2}\right] H_n\left(\frac{y - y_k}{R_0}\right), \quad (6)$$

$$R_0^2 = \frac{\hbar c}{|e|H}, \quad y_k = -\frac{\hbar ck}{eH}, \quad (7)$$

k — проекция волнового вектора электрона на ось x , $H_n(y)$ — полином Эрмита, L_x — нормировочная длина. Для прямоугольной квантовой ямы конечной глубины $\chi_m(z)$ имеет вид

$$\chi_m(z) = C_m (-1)^{(m-1)/2} \begin{cases} \cos(k_m d/2) \exp(\kappa_m z), & z \leq 0, \\ \cos[k_m(z - d/2)], & 0 \leq z \leq d, \\ \cos(k_m d/2) \exp[-\kappa_m(z - d)], & z \geq d \end{cases} \quad (8)$$

для $m = 1, 3, 5, \dots$ и

$$\chi_m(z) = C_m (-1)^{m/2} \begin{cases} -\sin(k_m d/2) \exp(\kappa_m z), & z \leq 0, \\ \sin[k_m(z - d/2)], & 0 \leq z \leq d, \\ \sin(k_m d/2) \exp[-\kappa_m(z - d)], & z \geq d \end{cases} \quad (9)$$

для $m = 2, 4, 6, \dots$, где d — ширина квантовой ямы, которая расположена в интервале $0 \leq z \leq d$,

$$C_m = \sqrt{\frac{2\kappa_m}{1 + \kappa_m d \pm \cos(k_m d) \pm (\kappa_m/k_m) \sin(k_m d)}} \quad (10)$$

— нормировочная константа, верхние знаки относятся к нечетным m , нижние — к четным, $\kappa_m = \sqrt{Q_e^2 - k_m^2}$. Величина k_m и, соответственно, энергия ε_m уровня в квантовой яме определяются из уравнений

$$\operatorname{ctg} t = \frac{t}{\sqrt{\beta_e^2 - t^2}}, \quad m = 1, 3, 5, \dots, \quad (11)$$

$$\operatorname{tg} t = \frac{-t}{\sqrt{\beta_e^2 - t^2}}, \quad m = 2, 4, 6, \dots, \quad (12)$$

где

$$t = k_m d/2, \quad \beta_e = Q_e d/2, \quad Q_e = \sqrt{2m_e \Delta E_e / \hbar^2}, \quad k_m = \sqrt{2m_e \varepsilon_m / \hbar^2}. \quad (13)$$

Энергия электрона, отсчитанная от дна квантовой ямы, равна

$$E_{m,n} = \varepsilon_m + (n + 1/2)\hbar\Omega. \quad (14)$$

Для бесконечно глубокой квантовой ямы ($\Delta E_c \rightarrow \infty$)

$$\varepsilon_m = \frac{\hbar^2 \pi^2 m^2}{2m_e d^2}. \quad (15)$$

Энергетический спектр магнитополярона определяется полюсами одночастичной функции Грина электрона [7]:

$$\varepsilon - E_{m,n} - \Sigma(m, n, \varepsilon) = 0, \quad (16)$$

где $\Sigma(m, n, \varepsilon)$ — массовый оператор.

Гамильтониан взаимодействия электрона с плененными фононами имеет вид [26]

$$\begin{aligned} \mathcal{H}_C = \sum_{\mathbf{q}} \left\{ \sum_{p=1,3,\dots} C_{\mathbf{q},p} \cos \left[\frac{p\pi}{d} \left(z - \frac{d}{2} \right) \right] (a_{\mathbf{q},p} + a_{-\mathbf{q},p}^+) + \right. \\ \left. + \sum_{p=2,4,\dots} C_{\mathbf{q},p} \sin \left[\frac{p\pi}{d} \left(z - \frac{d}{2} \right) \right] (a_{\mathbf{q},p} + a_{-\mathbf{q},p}^+) \right\} e^{i\mathbf{q}\mathbf{r}} \end{aligned} \quad (17)$$

для $0 \leq z \leq d$ и $\mathcal{H}_C = 0$ для $z < 0$ и $z > d$. Величина $C_{\mathbf{q},p}$ имеет вид

$$C_{\mathbf{q},p} = -\hbar\omega_{L1} \sqrt{\frac{8\pi\alpha l}{S_0 d [q^2 + (p\pi/d)^2]}}, \quad (18)$$

где безразмерная константа связи с плененными фононами равна

$$\alpha = \frac{e^2}{2\hbar\omega_{L1}l} \left(\frac{1}{\varepsilon_{\infty 1}} - \frac{1}{\varepsilon_{01}} \right), \quad l = \sqrt{\frac{\hbar}{2m_e\omega_{L1}}}, \quad (19)$$

ω_{L1} — частота плененного фонона (дисперсия не учитывается), ε_{01} ($\varepsilon_{\infty 1}$) — статическая (высокочастотная) диэлектрическая проницаемость вещества квантовой ямы, $\mathbf{r} = (x, y)$ и $\mathbf{q} = (q_x, q_y)$ — двумерный радиус-вектор электрона и двумерный волновой вектор фонона соответственно, $a_{\mathbf{q},p}^+$ ($a_{\mathbf{q},p}$) — оператор рождения (уничтожения) плененного фонона с волновым вектором \mathbf{q} и квантовым числом p , которое является аналогом проекции q_z в 3D-случае, S_0 — нормировочная площадь.

Если пересекаются два энергетических уровня электрон-фононной системы, то в массовом операторе $\Sigma(m, n, \varepsilon)$ достаточно учесть простейший график (две вершины, соединенные электронной и фононной линиями). Графики с большим числом вершин малы по константе связи α , которая считается малой величиной. Используя стандартные правила вычисления вкладов фейнмановских диаграмм, получаем следующее выражение для массового оператора:

$$\begin{aligned} \Sigma(m, n, \varepsilon) = \sum_{m_1, n_1} \sum_{\mathbf{q}, p=1,3,\dots} C_{\mathbf{q},p}^2 \left[M_{m, m_1}^{(1)}(p) \frac{1 + (-1)^{p+1}}{2} + \right. \\ \left. + M_{m, m_1}^{(2)}(p) \frac{1 - (-1)^p}{2} \right]^2 \frac{|I_{n, n_1}(\mathbf{q})|^2}{\varepsilon - E_{m_1, n_1} - \hbar\omega_{L1} + i\delta}, \quad \delta \rightarrow 0. \end{aligned} \quad (20)$$

В формуле (20) числитель в последнем множителе равен квадрату модуля матричного элемента гамильтониана (17), вычисленного с использованием волновых функций (5), а знаменатель определяется вкладами нулевых функций Грина электрона и фонона. Предполагаются низкие температуры, при которых фононы не возбуждены и взаимодействие связано с их испусканием. В (20) введены обозначения

$$M_{m,m_1}^{(1)}(p) = \int_0^d dz \chi_m(z) \chi_{m_1}(z) \cos \left[\frac{p\pi}{d} \left(z - \frac{d}{2} \right) \right], \quad p = 1, 3, 5, \dots, \quad (21)$$

$$M_{m,m_1}^{(2)}(p) = \int_0^d dz \chi_m(z) \chi_{m_1}(z) \sin \left[\frac{p\pi}{d} \left(z - \frac{d}{2} \right) \right], \quad p = 2, 4, 6, \dots,$$

$$I_{n,n_1}(\mathbf{q}) = \frac{1}{L_x} \int d^2r \exp \{ i(k - k_1)x + i\mathbf{q}\mathbf{r} \} \varphi_n(y - y_k) \varphi_{n_1}(y - y_{k_1}). \quad (22)$$

Хотя функции $\chi_m(z)$ отличны от нуля вне квантовой ямы, интегрирование в (21) проводится только в интервале $0 \leq z \leq d$. Это связано с тем, что вне квантовой ямы $\mathcal{H}_C = 0$. Подынтегральные выражения представляют собой, как это следует из вида функции $\chi_m(z)$, произведение синусов и косинусов. Легко убедиться в том, что интеграл от произведения трех синусов или одного синуса и двух косинусов равен нулю. Отсюда следует, что в $M_{m,m_1}^{(1)}(p)$ числа m и m_1 должны быть одинаковой четности, а в $M_{m,m_1}^{(2)}(p)$ — разной четности. Так как будет рассматриваться только случай $m = m_1$, то в (20) следует оставить лишь $M_{m,m}^{(1)}(p)$. Ниже используется упрощенное обозначение

$$M_m^{(p)} = M_{m,m}^{(1)}(p), \quad p = 1, 3, 5, \dots \quad (23)$$

Вычислив интеграл по переменной z в (21) для квантовой ямы конечной глубины, получим, что

$$M_m(p) = (-1)^{(p-1)/2} C_m^2 d p \pi \left[\frac{1}{\pi^2 p^2} \pm \frac{\cos(k_m d)}{\pi^2 p^2 - 4k_m^2 d^2} \right], \quad (24)$$

где знак плюс относится к нечетным, а минус — к четным m . После вычисления интеграла (22) получаем

$$|I_{n,n_1}(\mathbf{q})|^2 = \frac{\min(n!, n_1!)}{\max(n!, n_1!)} u^{|n-n_1|} e^{-u} \left[L_{\min(n,n_1)}^{|n-n_1|}(u) \right]^2, \quad (25)$$

где

$$u = l_H^2 q^2, \quad l_H^2 = \frac{\hbar c}{2|e|H} = \frac{R_0^2}{2},$$

L_n^s — присоединенный полином Лагерра. Переходя в (20) от суммирования по \mathbf{q} к интегрированию, учитывая (18), (19), (21) и (22) и пренебрегая дисперсией плененных фононов, получим для массового оператора выражение

$$\Sigma(m, n, \varepsilon) \equiv \Sigma_C(m, n, \varepsilon) = \sum_{n_1} \frac{w_C(m, n, n_1)}{\varepsilon - E_{m,n_1} - \hbar\omega_{L1} + i\delta}, \quad (26)$$

где

$$w_C(m, n, n_1) = (\hbar\omega_{L1})^2 \frac{\alpha l \min(n!, n_1!)}{2l_H \max(n!, n_1!)} \times \\ \times \int_0^\infty du u^{|n-n_1|-1/2} e^{-u} \left[L_{\min(n, n_1)}^{|n-n_1|}(u) \right]^2 \mathcal{F}_m^C(\beta_0 \sqrt{u}). \quad (27)$$

Для плененных фононов функция $\mathcal{F}_m^C(x)$ определяется как

$$\mathcal{F}_m^C(x) = 4x \sum_{p=1,3,\dots} \frac{\pi^2 p^2}{x^2 + \pi^2 p^2} \left[\frac{1}{\pi^2 p^2} \pm \frac{\cos(k_m d)}{\pi^2 p^2 - 4k_m^2 d^2} \right]^2. \quad (28)$$

В (27) введены обозначения

$$\beta_0 = d/l_H = d\sqrt{2|e|H/\hbar c}; \quad l/l_H = \sqrt{\Omega/\omega_{L1}}. \quad (29)$$

Наряду со взаимодействием с плененными фононами рассмотрим взаимодействие Фрелиха, которое предполагает однородность среды при описании фононного спектра. При использовании взаимодействия Фрелиха следует выбрать предельную частоту LO -фононов: либо частоту ω_{L1} , соответствующую материалу квантовой ямы, если считать, что этим материалом заполнено все пространство, либо ω_{L2} , соответствующую барьеру. В рассматриваемом случае правильнее выбрать ω_{L1} , так как электрон взаимодействует с LO -фононом в основном в квантовой яме. Взаимодействие Фрелиха имеет вид

$$\mathcal{H}_F = \sum_{\mathbf{q}, \mathbf{q}_z} C_{\mathbf{q}, \mathbf{q}_z} \exp\{i(\mathbf{q}\mathbf{r} + q_z z)\} b_{\mathbf{q}, \mathbf{q}_z} + \text{H.c.}, \quad (30)$$

$$C_{\mathbf{q}, \mathbf{q}_z} = -i\hbar\omega_{LO} \left(\frac{4\pi\alpha l}{V_0} \right)^{1/2} \frac{1}{q}, \quad (31)$$

где $b_{\mathbf{q}, \mathbf{q}_z}^+$ ($b_{\mathbf{q}, \mathbf{q}_z}$) — оператор рождения (уничтожения) объемного оптического фонона, V_0 — нормировочный объем. Использование (30) приводит к следующему выражению для массового оператора:

$$\Sigma_F(m, n, \varepsilon) = \sum_{n_1} \sum_{\mathbf{q}, \mathbf{q}_z} \frac{|C_{\mathbf{q}, \mathbf{q}_z}|^2 |R_m(q_z)|^2 |I_{n, n_1}(\mathbf{q})|^2}{\varepsilon - E_{m, n_1} - \hbar\omega_{L1} + i\delta}, \quad (32)$$

где

$$R_m(q_z) = \int_{-\infty}^{\infty} dz [\chi_m(z)]^2 \exp(iq_z z). \quad (33)$$

В отличие от формул (21) здесь интегрирование проводится по всей оси z , так как в случае конечной глубины квантовой ямы волновая функция электрона проникает в барьер, где электрон может взаимодействовать с фононами. После интегрирования по q_z массовый оператор $\Sigma_F(m, n, \varepsilon)$ приводится к форме (26), (27). Отличие заключается в виде

функции $\mathcal{F}_m^F(x)$, которую нужно подставить в (27) вместо $\mathcal{F}_m^C(x)$ и которую можно записать в форме

$$\mathcal{F}_m^F(x) = C_m^4 d^2 [D_{QW}(x) + D_B(x)]. \quad (34)$$

Функция $D_{QW}(x)$ связана со взаимодействием электрона с фононом в квантовой яме и имеет вид

$$\begin{aligned} D_{QW}(x) = & \frac{1}{2x} \left(1 \pm \frac{\sin \xi_m}{\xi_m} \right) + \frac{x}{4(x^2 + 4\xi_m^2)} \left(1 \pm \frac{2 \sin \xi_m}{\xi_m} + \frac{\sin 2\xi_m}{2\xi_m} \right) - \\ & - e^{-x/2} \left(\frac{1}{x} \pm \frac{x \cos \xi_m - 2\xi_m \sin \xi_m}{x^2 + 4\xi_m^2} \right) \left[\frac{\text{sh}(x/2)}{x} \pm \right. \\ & \left. \pm \frac{1}{x^2 + 4\xi_m^2} \left(x \text{sh} \frac{x}{2} \cos \xi_m + 2\xi_m \text{ch} \frac{x}{2} \sin \xi_m \right) \right]. \end{aligned} \quad (35)$$

Взаимодействие электрона с фононами в области барьера определяется функцией $D_B(x)$:

$$\begin{aligned} D_B(x) = & \frac{P^4}{\zeta_m(2\zeta_m + x)} + \frac{2P^4 e^{-x}}{(2\zeta_m + x)^2} + \frac{4P^2 e^{-x/2}}{2\zeta_m + x} \times \\ & \times \left[\frac{1}{x} \text{sh} \frac{x}{2} \pm \frac{2\xi_m \sin \xi_m \text{ch}(x/2) + x \cos \xi_m \text{sh}(x/2)}{x^2 + 4\xi_m^2} \right]. \end{aligned} \quad (36)$$

В (35) и (36) введены обозначения

$$\xi_m = k_m d, \quad \zeta_m = \kappa_m d, \quad x = qd = \beta_0 \sqrt{u}. \quad (37)$$

Значение $P = \cos(\xi_m/2)$ и знак плюс относятся к $m = 1, 3, 5, \dots$, $P = \sin(\xi_m/2)$ и знак минус относятся к $m = 2, 4, 6, \dots$. При переходе к предельному случаю бесконечно глубокой квантовой ямы, $\Delta E_e \rightarrow \infty$, получаем согласно (8)–(12)

$$k_m d \rightarrow m\pi, \quad Q_e \rightarrow \infty, \quad \kappa_m \rightarrow \infty, \quad \varepsilon_m \rightarrow \frac{(\hbar\pi m)^2}{2m_e d^2},$$

$$\chi_m \rightarrow \sqrt{2/d} \sin(m\pi z/d), \quad 0 \leq z \leq d,$$

$$\chi \rightarrow 0, \quad z \leq 0, \quad z \geq d$$

для нечетных и четных m . Соответственно, упрощаются формулы для \mathcal{F}_m^C и \mathcal{F}_m^F :

$$\mathcal{F}_m^C \rightarrow \left(\frac{16}{\pi} \right)^2 \beta_0 \sqrt{u} \sum_{p=1,3,\dots} \frac{m^4}{p^2(\beta_0^2 u + p^2 \pi^2)(4m^2 - p^2)^2}, \quad (38)$$

$$\mathcal{F}_m^F \rightarrow \frac{8}{\beta_0^2 u + 4\pi^2 m^2} \left[\frac{3\beta_0 \sqrt{u}}{8} + \frac{\pi^2 m^2}{\beta_0 \sqrt{u}} - \frac{4\pi^4 m^4 (1 - \exp(-\beta_0 \sqrt{u}))}{\beta_0^2 u (\beta_0^2 u + 4\pi^2 m^2)} \right]. \quad (39)$$

Как видно из приведенных формул, различие между взаимодействием с плененными фононами и объемными LO -фононами заключается в виде функций \mathcal{F}_m^C и \mathcal{F}_m^F , которые играют роль формфакторов.

4. ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЙ СПЕКТР ДВОЙНОГО МАГНИТОПОЛЯРОНА

Массовый оператор представляет собой сумму по квантовым числам Ландау n_1 . Если имеется резонансная связь между уровнями Ландау n и n_1 ,

$$j = n - n_1 \quad (40)$$

при условии (3), то из суммы по n_1 выделяется одно большое слагаемое, в котором знаменатель является малой величиной, а остальные члены суммы малы, так как они пропорциональны $\alpha \ll 1$, и их можно не учитывать. Пусть большое слагаемое соответствует числу n_1 (на этот уровень попадает электрон после испускания фонона). Тогда из (16) получаем, что спектр двойного магнитополярона определяется решением квадратного уравнения

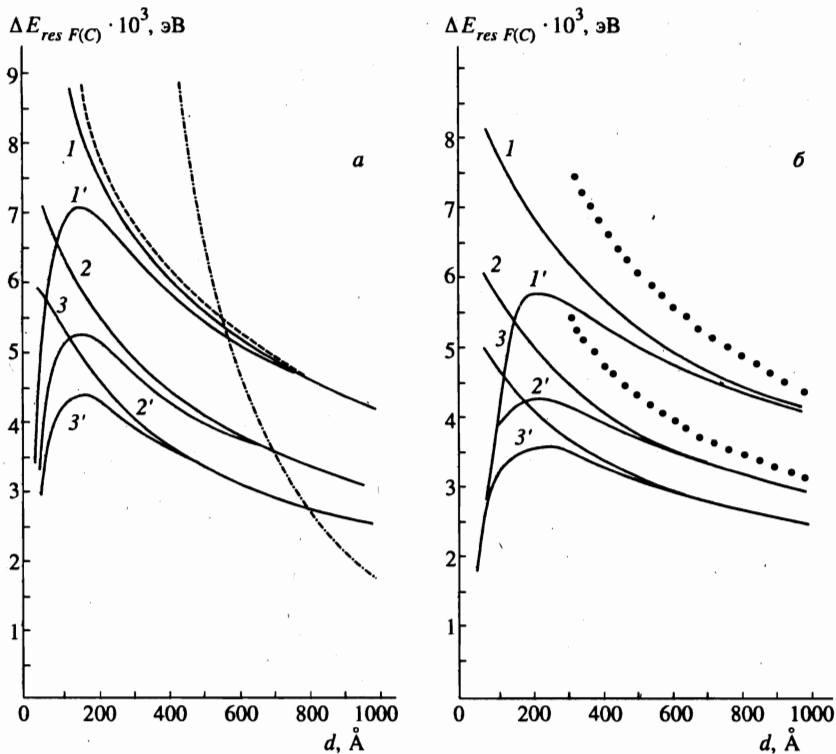


Рис. 2. Расстояние между двумя ветвями спектра магнитополярона ΔE_{resF} (фрелиховское взаимодействие) и ΔE_{resC} (взаимодействие с плененными фононами) как функция ширины квантовой ямы для системы $Al_{0,32}Ga_{0,68}/GaAs/Al_{0,32}Ga_{0,68}As$ при $m = 1$ (а) и $m = 2$ (б). Кривые 1–3 для ΔE_{resF} , 1'–3' — ΔE_{resC} ; 1, 1' — полярон А, 2, 2' — полярон D, 3, 3' — полярон F. Использованные при расчете параметры системы приведены в тексте статьи. На рис. а штриховая линия — ΔE_{resF} для бесконечно глубокой ямы, штрихпунктирная — разность энергии уровней электрона с $m = 1$ и $m = 2$ для бесконечно глубокой квантовой ямы и фрелиховского взаимодействия. На рис. б пунктирные линии — ΔE_{res} , рассчитанные по асимптотической формуле (56)

$$\varepsilon - E_{m,n} - \frac{w(m,n,n_1)}{\varepsilon - \varepsilon_{m,n} + \lambda} = 0, \quad (41)$$

$$\lambda = (n - n_1)\hbar\Omega - \hbar\omega_{L1}. \quad (42)$$

Величина λ определяет отклонение магнитного поля от условия (1). Уравнение (41) определяет две ветви спектра магнитополярона, расстояние между которыми равно

$$\Delta E(\lambda) = \sqrt{\lambda^2 + 4w_C(m,n,n_1)}. \quad (43)$$

В точном резонансе, $\lambda = 0$,

$$\Delta E_{res} = 2\sqrt{w(m,n,n_1)}. \quad (44)$$

Из формулы (27) или аналогичной формулы для взаимодействия Фрелиха с объемными LO -фононами, в которой индекс C заменен на F , следует, что

$$\Delta E_{res} \propto \alpha^{1/2}. \quad (45)$$

Формула (43) справедлива, если $\lambda \leq 2\sqrt{w}$. При условии $\lambda \gg 2\sqrt{w}$ в массовом операторе надо учитывать все члены суммы по квантовым числам Ландау. В работе [16] величина для полярона A определена другим способом. Там приведен результат в виде суммы по всем сортам фононов в квантовой яме (формулы (30) и (20) из [16]), имеющим частоту ω_{L1} без учета дисперсии. Вид взаимодействия электронов с фононами не конкретизировался. При подстановке в формулы (30) и (20) из [16] взаимодействия (17) с плененными фононами получаем формулу (44) для $n = 1, n_1 = 0$, т. е. для полярона A .

На рис. 2 и рис. 3 зависимости величин ΔE_{resC} и ΔE_{resF} от ширины d квантовой ямы, вычисленные с помощью формул (44), (27), (28) и (34)–(36), изображены сплошными линиями. На рис. 2а штриховая линия соответствует зависимости ΔE_{resF} от d для случая бесконечно глубокой квантовой ямы для полярона A . На рис. 2 кривые построены для системы $Al_{0.32}Ga_{0.68}As/GaAs/Al_{0.32}Ga_{0.68}As$, для которой использованы значения параметров: $\Delta E_e = 0.35$ эВ [29], $m_e/m_0 = 0.067$, $\hbar\omega_{L1} = 0.036$ эВ, $\hbar\omega_{L2} = 0.047$ эВ [30], $\alpha = 0.06$. Рисунок 2а соответствует квантовому числу размерного квантования $m = 1$, кривые 1 и 1' — зависимости ΔE_{resF} и ΔE_{resC} для полярона A , индексами 2 и 2' — то же для полярона D , 3 и 3' — для полярона F . На рис. 2б — то же, что на рис. 2а, для $m = 2$. Рисунок 3 соответствует $m = 1$ в случае системы $AlSb/InAs/AlSb$, для которой $\Delta E_e = 1.8$ эВ, $m_e/m_0 = 0.023$, $\hbar\omega_{L1} = 0.030$ эВ, $\hbar\omega_{L2} = 0.042$ эВ, $\alpha = 0.042$. Обозначения кривых на рис. 3 те же, что и на рис. 2. На рис. 2 и 3 видно, что для достаточно больших ширин квантовой ямы кривые $\Delta E_{resF}(d)$ и $\Delta E_{resC}(d)$ сливаются. Это означает, что взаимодействие электронов с плененными фононами приводит к тем же результатам, что и взаимодействие с объемными LO -фононами. В разд. 5 дается объяснение этому факту и определяются критерии, при выполнении которых допустимо пользоваться взаимодействием с объемными LO -фононами.

5. ЭНЕРГЕТИЧЕСКОЕ РАСЩЕПЛЕНИЕ МАГНИТОПОЛЯРОНОВ В СЛУЧАЕ ШИРОКИХ КВАНТОВЫХ ЯМ

Рассмотрим, какие приближенные выражения вместо приведенных выше точных выражений применимы при больших значениях d . Для этого вернемся к формуле (27)

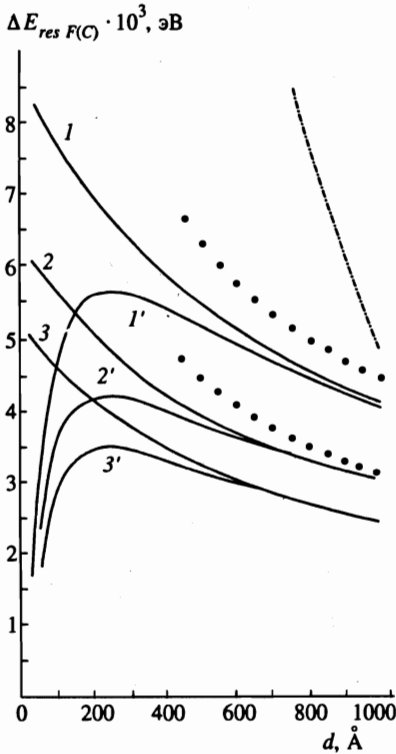


Рис. 3. То же, что на рис. 2а, для системы AISb/InAs/AISb

для функции $w_C(m, n, n_1)$, входящей в (44), и сделаем шаг назад. Если интегрирование по координате z не выполнено, то

$$w_C(m, n, n_1) = \hbar\omega_{L1} \frac{e^2}{d} (\epsilon_\infty^{-1} - \epsilon_0^{-1}) \int_0^\infty du f_{n,n_1}(u) \times \sum_{p=1,3,\dots} \left\{ \int_0^1 dy \cos \left[\pi p \left(y - \frac{1}{2} \right) \right] \psi_m^2(y) \right\}^2 \frac{1}{u + (\pi p / \beta_0)^2}, \quad (46)$$

где $y = z/d$, функция (22) для случая $n > n_1$ переходит в

$$f_{n,n_1}(u) = \frac{n_1!}{n!} e^{-u} u^{n-n_1} [L_{n_1}^{n-n_1}(u)]^2, \quad (47)$$

а

$$\psi_m(y) = \sqrt{d} \chi_m(yd). \quad (48)$$

Аналогично, вводя переменную интегрирования $t = q_z d$, для взаимодействия с объемными фононами получаем

$$w_F(m, n, n_1) = \frac{\hbar\omega_{L1}}{4\pi} \frac{e^2}{d} (\epsilon_\infty^{-1} - \epsilon_0^{-1}) \int_0^\infty du f_{n,n_1}(u) \times$$

$$\times \int_{-\infty}^{\infty} dt \left| \int_{-\infty}^{\infty} dy e^{iyt} \psi_m^2(y) \right|^2 \frac{1}{u + (t/\beta_0)^2}. \quad (49)$$

В (46) и (49) устремим параметр β_0 к бесконечности и отбросим в знаменателях $(\pi p/\beta_0)^2$ и $(t/\beta_0)^2$ соответственно. Выполнив в (46) суммирование по p , а в (49) интегрирование по t , получаем

$$w_C(\beta_0 \rightarrow \infty) = \frac{\hbar\omega_{L1}}{2j} \frac{e^2}{d} (\epsilon_{\infty}^{-1} - \epsilon_0^{-1}) \int_0^1 dy \psi_m^4(y), \quad (50)$$

$$w_F(\beta_0 \rightarrow \infty) = \frac{\hbar\omega_{L1}}{2j} \frac{e^2}{d} (\epsilon_{\infty}^{-1} - \epsilon_0^{-1}) \int_{-\infty}^{\infty} dy \psi_m^4(y). \quad (51)$$

При выводе (50) и (51) использовалось соотношение

$$\frac{n_1!}{n!} \int_0^{\infty} du e^{-u} u^{n-n_1-1} [L_{n_1}^{n-n_1}(u)]^2 = \frac{1}{n-n_1} = \frac{1}{j}. \quad (52)$$

Итак, оказывается, что в пределе $\beta \rightarrow \infty$ формулы для ΔE_{res} , полученные с использованием взаимодействия с плененными и объемными фононами, различаются только пределами интегрирования по переменной $y = z/d$. Различие пределов интегрирования может быть существенным только в том случае, когда проявляется отличие точных функций (8) и (9) от функций электрона в квантовой яме бесконечной глубины, поскольку последние равны нулю вне квантовой ямы. Но для широких квантовых ям влияние проникновения электронов в барьер должно быть малым (критерий определен ниже), поэтому при $d \rightarrow \infty$ можно использовать функции для квантовых ям бесконечной глубины и положить

$$\begin{aligned} \psi_m(y) &\simeq \psi_{m\infty} = \sqrt{2} \sin(m\pi y), & 0 \leq y \leq 1, \\ \psi_m(y) &= 0, & y \geq 1, \quad y \leq 0. \end{aligned} \quad (53)$$

Независимо от квантового числа m

$$4 \int_0^1 dy \sin^4(m\pi y) = \frac{3}{2}, \quad (54)$$

и получаются очень простые асимптотические выражения:

$$w_C(d \rightarrow \infty) = w_F(d \rightarrow \infty) = \frac{3}{4j} \hbar\omega_{L1} \frac{e^2}{d} (\epsilon_{\infty}^{-1} - \epsilon_0^{-1}), \quad (55)$$

$$\Delta E_{res}(d \rightarrow \infty) = \sqrt{\frac{3}{j} \hbar\omega_{L1} \frac{e^2}{d} (\epsilon_{\infty}^{-1} - \epsilon_0^{-1})}. \quad (56)$$

Заметим, что результаты (55) и (56) можно также получить из формул (27), (38) и (39), так как в пределе $d \rightarrow \infty$

$$\mathcal{F}_m^{F(C)}(\beta_0 \rightarrow \infty) = \frac{3}{\beta_0 \sqrt{u}}. \quad (57)$$

Конечно, переход к пределу $d \rightarrow \infty$ носит весьма условный характер. При больших d должен происходить переход к результатам для объемного кристалла. Понятие магнитополярона с определенным квантовым числом m теряет смысл, если расстояние между уровнями размерного квантования становится сравнимым с величиной расщепления ΔE_{res} (критерий приведен в разд. 6). На рис. 2б пунктиром обозначены зависимости $\Delta E_{res}(d)$, соответствующие формуле (56). Видно, что формула (55) дает заметную ошибку даже при тех значениях d , при которых точные выражения $\Delta E_{res}(d)$ с индексами C и F практически совпадают. Расчет показывает, что формула (56) достаточно точна при $d \geq 2000 \text{ \AA}$. Причину сравнительно большой ошибки, получаемой с использованием (56), можно понять с помощью формулы (39). Для перехода к пределу (57) от этого выражения необходимо, чтобы выполнялось условие

$$\beta_0^2 u_{n,n_1} \gg 4\pi^2 m^2, \quad (58)$$

где u_{n,n_1} — характерное значение переменной u , зависящее от индексов n и n_1 . Условие (58) является более жестким, чем условие совпадения ΔE_{resC} и ΔE_{resF} . Чтобы показать это, опять вернемся к формулам (46) и (49). Точное вычисление суммы по p в (46) дает результат

$$w_C(m, n, n_1) = \frac{1}{4} \hbar \omega_{L1} \frac{e^2}{d} (\epsilon_\infty^{-1} - \epsilon_0^{-1}) \beta_0 \int_0^\infty du \frac{f_{n,n_1}(u)}{\sqrt{u}} \times \\ \times \int_0^1 dy \int_0^1 dy' \psi_m^2(y) \psi_m^2(y') \frac{\exp(-|y-y'| \beta_0 \sqrt{u}) - \exp[-(|y-y'| - 1) \beta_0 \sqrt{u}]}{1 + \exp(-\beta_0 \sqrt{u})}. \quad (59)$$

Вычисление интеграла по t в (49) приводит к точной формуле

$$w_C(m, n, n_1) = \frac{1}{4} \hbar \omega_{L1} \frac{e^2}{d} (\epsilon_\infty^{-1} - \epsilon_0^{-1}) \beta_0 \int_0^\infty du \frac{f_{n,n_1}(u)}{\sqrt{u}} \times \\ \times \int_{-\infty}^\infty dy \int_{-\infty}^\infty dy' \psi_m^2(y) \psi_m^2(y') \exp(-|y-y'| \beta_0 \sqrt{u}). \quad (60)$$

В пределе $\beta_0 \rightarrow \infty$ (59) и (60) совпадают соответственно с (50) и (51).

При условии

$$\beta_0 \sqrt{u_{n,n_1}} \gg 1 \quad (61)$$

из (59) получаем

$$w_C(m, n, n_1) \simeq \frac{1}{4} \hbar \omega_{L1} \frac{e^2}{d} (\varepsilon_\infty^{-1} - \varepsilon_0^{-1}) \beta_0 \int_0^\infty du \frac{f_{n, n_1}(u)}{\sqrt{u}} \times \\ \times \int_0^1 dy \int_0^1 dy' \psi_{m\infty}^2(y) \psi_{m\infty}^2(y') \exp(-|y - y'| \beta_0 \sqrt{u}), \quad (62)$$

что отличается от (60) только пределами интегрирования по y и y' . Если проникновение электронов в барьер несущественно, то функции $\psi_m(y)$ в (60) и (62) можно заменить на функции (53), и тогда получаем

$$w_C(m, n, n_1) \simeq w_F(m, n, n_1) \simeq \frac{1}{4} \hbar \omega_{L1} \frac{e^2}{d} (\varepsilon_\infty^{-1} - \varepsilon_0^{-1}) \beta_0 \int_0^\infty du \frac{f_{n, n_1}(u)}{\sqrt{u}} \times \\ \times \int_0^1 dy \int_0^1 dy' \psi_{m\infty}^2(y) \psi_{m\infty}^2(y') \exp(-|y - y'| \beta_0 \sqrt{u}). \quad (63)$$

Подставляя (63) в (44), приходим к формуле, которая описывает зависимость $\Delta E_{res}(d)$ на рис. 2 и на рис. 3 в тех областях значений d , где кривые с индексами C и F практически совпадают.

Функции $\psi_m(y)$ можно заменить на функции $\psi_{m\infty}(y)$ для бесконечно глубоких квантовых ям при условии

$$d \gg d_p, \quad d_p = \frac{\hbar}{\sqrt{2m_e(\Delta E_e - \varepsilon_m)}}, \quad (64)$$

d_p — глубина проникновения электронов в барьер. Для глубоких уровней, если $\varepsilon_m \ll \Delta E_e$, d_p стремится к пределу

$$d_{p0} = \frac{\hbar}{\sqrt{2m_e \Delta E_e}}. \quad (65)$$

6. ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

Итак, при выполнении условий (61) и (64) взаимодействие электронов с плененными фононами или объемными LO -фононами приводит к одинаковым формулам (44) и (63) для энергетического магнитополяронного расщепления. Объясним этот результат качественно. В формулах из [26] для взаимодействия электронов с тремя сортами фононов — полупространства, интерфейсных и плененных — фигурируют частоты ω_{L1} и ω_{L2} , а также величины диэлектрических проницаемостей $\varepsilon_{\infty 1}$, $\varepsilon_{\infty 2}$, ε_{01} , ε_{02} . Индекс 1(2) соответствует веществу квантовой ямы (барьера). Если положить

$$\omega_{L1} = \omega_{L2}, \quad \varepsilon_{\infty 1} = \varepsilon_{\infty 2}, \quad \varepsilon_{01} = \varepsilon_{02} \quad (66)$$

и учесть при вычислении поляронного расщепления все три сорта фононов, то для $\Delta E_{res}(d)$ получается тот же результат, что и при использовании взаимодействия (30)

с объемными LO -фононами с частотой ω_{L1} , т. е. (44) с подстановкой (27) и (34) или с подстановкой (60), что эквивалентно. Иными словами, эти выражения содержат вклады всех трех сортов фононов, но при условии (66). Поскольку равенства (66) не выполняются, вычисленные выше точные величины с индексом F помимо правильного слагаемого, обусловленного плененными фононами, содержат неправильные вклады от фононов полупространства и интерфейсных фононов. С другой стороны, полученные выражения с индексом C содержат только вклад плененных фононов. Нужно ли к нему добавить правильные вклады фононов полупространства и интерфейсных фононов? Согласно [26], фононы полупространства имеют частоту ω_{L2} , далекую от частоты ω_{L1} , и поэтому вообще не участвуют в образовании магнитополяронов. С интерфейсными фононами дело обстоит сложнее. На рис. 2 из [26] изображены зависимости частот для различных ветвей интерфейсных фононов от величины q . Для нижней ветви частоты близки к ω_{L1} , для верхней — к ω_{L2} , так что интерфейсные фононы, вообще говоря, принимают участие в образовании магнитополяронов. В настоящей работе вклад интерфейсных фононов в магнитополярон не учтен, так что результаты верны только при таких значениях ширин квантовых ям d , при которых этот вклад мал. Заметим, что при вычислении точного вклада интерфейсных фононов следовало бы учитывать их дисперсию, что значительно усложняет задачу. Критерий малости вклада интерфейсных фононов совпадает с (61). Действительно, согласно, например, [26] (см. таблицу IV из этой работы) глубина проникновения интерфейсных фононов в квантовую яму порядка q^{-1} , а поскольку средняя величина $\bar{q}l_H \sim \sqrt{u_{n,n_1}}$ (см. обозначение в формуле (25)), то условие $\bar{q}^{-1} \ll d$ снова приводит к (61).

Итак, при выполнении требования (61) правильный вклад интерфейсных фононов можно не учитывать, а также пренебрежимо мал «неправильный» вклад интерфейсных фононов в величины с индексом F . При условии (61) мы получаем выражение (60) с индексом C и выражение (62) с индексом F . Как уже было отмечено, они различаются только пределами интегралов по переменным y, y' . Это происходит потому, что формула (62) содержит паразитный вклад фононов полупространства. Однако этот паразитный вклад мал при условии (64), и если (64) выполняется, то выражения с индексами C и F совпадают, и получается результат (61). В случае $d_p \gg l_H/\sqrt{u_{n,n_1}}$ требование (61) может выполняться, а (64) — нет. Это в принципе возможно для больших величин d_p , которые, согласно (64), тем больше, чем выше уровень m в квантовой яме. Тогда следует пользоваться формулой (62) (или (27) с подстановкой (28)), которая описывает точный вклад плененных фононов. Однако для рассматриваемых нами квантовых ям и чисел $m = 1, 2$ последний случай нереален, поскольку (64) выполняется при меньших величинах d , чем (61) (см. на рис. 2а штриховую линию). Заметим, что в условиях резонанса

$$l_H = l\sqrt{j}, \quad (67)$$

так что условие (61) преобразуется к виду

$$d \gg \frac{l\sqrt{j}}{\sqrt{u_{n,n_1}}}. \quad (68)$$

Поскольку величина l обратно пропорциональна $(\omega_{L1}m_e)^{1/2}$, для InAs l больше, чем для GaAs, в результате на рис. 3 кривые $\Delta E_{resC}(d)$ и $\Delta E_{resF}(d)$ начинают совпадать при больших значениях, чем на рис. 2а. На рис. 2 и 3 также видно, что чем больше j ,

тем быстрее с ростом d кривые $\Delta E_{resC}(d)$ и $\Delta E_{resF}(d)$ совпадают. По-видимому, это означает, что правая часть (68) уменьшается при увеличении j , т. е. $u_{n,n_1}^{1/2}$ возрастает с ростом j быстрее, чем $j^{1/2}$. Для рассмотренных выше квантовых ям параметры l и d_{p_0} следующие:

$$l = 40 \text{ \AA}, \quad d_{p_0} = 12.3 \text{ \AA} \quad (\text{GaAs}),$$

$$l = 74.5 \text{ \AA}, \quad d_{p_0} = 9.6 \text{ \AA} \quad (\text{InAs}).$$

На рис. 2а и 3 штрихпунктирные кривые изображают зависимость расстояния $\Delta\varepsilon = \varepsilon_2 - \varepsilon_1$ между уровнями размерного квантования с индексами $m = 1$ и $m = 2$ от ширины квантовой ямы d . Полученные результаты применимы лишь при условии

$$\Delta E_{res}(d) < \Delta\varepsilon(d). \quad (69)$$

При расчете спектра двойного магнитополярона электронная зона предполагалась параболической и не учитывались экситонные поправки. Однако их учет не изменит качественно вид спектра, так как в двойном магнитополяроне взаимодействием связаны только два уровня электрона. При учете непараболичности и экситонных сдвигов немного изменятся величины резонансных магнитных полей, определенные условием (1).

Перечислим следующие основные выводы. При выполнении условий (61), (64), т. е. для достаточно широких квантовых ям, при определении величины энергетического расщепления магнитополяронов можно пользоваться взаимодействием с объемными фононами. При нарушении условия (61) существен учет взаимодействия электронов с интерфейсными фононами. На рис. 2 и 3 видно, что величины ΔE_{res} достигают очень больших значений, около $1/5$ от частоты ω_{L1} для поляронов А. Из асимптотической формулы (56) следует, что

$$\Delta E_{res} \sim \frac{1}{\sqrt{j}d},$$

где j — число из формулы (1), равное единице для полярона А, двум — для поляронов D и E и т. д. От номера уровня m предельная величина не зависит. Поскольку зависимость ΔE_{res} от числа j слабая, удобнее проводить измерения с участием поляронов при $j > 1$, так как им соответствуют резонансные значения магнитных полей в j раз меньшие, чем для полярона А. Измерение величин ΔE_{res} возможно в экспериментах по поглощению, отражению и рассеянию света от квантовой ямы.

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (96-02-17115-а, 97-02-16495-а) и Программы МНТК «Физика твердотельных наноструктур» (97-1049).

Литература

1. D. M. Larsen and E. J. Johnson, in *Proc. of 8th Intern. Conf. on Physics of Semiconductors*, Kyoto, 1966 (J. Phys. Soc. Japan, Suppl. 21, 443 (1966)).

2. E. J. Johnson and D. M. Larsen, *Phys. Rev. Lett.* **16**, 655 (1966).
3. D. M. Larsen, in *Proc. of X Intern. Conf. on the Physics of Semiconductors*, Cambridge, Mass., 1970, ed. by S. P. Keller, J. C. Hensel, and F. Stern, U. S. AEC, Oak Ridge (1970).
4. A. Petron and B. D. McComb, in *Landau Level Spectroscopy*, ed. by G. Landwer and E. I. Rashba, *Modern Problems in Condensed Matter Sciences* (1988), Vol. 27.2.
5. R. J. Nicholas, D. J. Barnes, D. R. Seadley, C. J. Langerak, J. Singleton, P. J. van der Wel, J. A. A. J. Perenboom, J. J. Harris, and C. T. Foxon, in *Spectroscopy of Semiconductor Microstructures*, Vol. 206 of NATO Advanced Study Institute, Series B: Physics, ed. by G. Fasol, A. Fasolino, and P. Lugli, Plenum, New York (1980), p. 451.
6. R. J. Nicholas, in *Handbook of Semiconductors*, ed. by M. Balkanski, North Holland, Amsterdam (1994), Vol. 2.
7. Л. И. Коровин, С. Т. Павлов, ЖЭТФ **53**, 1708 (1967); Письма в ЖЭТФ **6**, 525 (1967).
8. Л. И. Коровин, С. Т. Павлов, Б. Э. Эшпулатов, ФТТ **20**, 3594 (1978).
9. Das Sarma and O. Madhukar, *Phys. Rev. B* **22**, 2823 (1980).
10. Das Sarma and O. Madhukar, *Phys. Rev. Lett.* **52**, 859 (1984).
11. G. O. Hai, F. M. Peeters, and J. T. Devreese, in *Phonons in Semiconductor Nanostructures, NATO ASI Series, Serie E: Applied Sciences*, ed. by I. P. Leburston, I. Pascual, and C. Sotomayor Torres, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, Boston, London (1993), Vol. 236, p. 509.
12. A. O. Govorov, *Solid State Commun.* **92**, 977 (1994).
13. R. J. Nicholas, S. Sasaki, N. Niura, F. M. Peeters, J. M. Shi, C. O. Hai, J. T. Devreese, M. I. Lawless, D. E. Ashenlord, and B. Lunn, *Phys. Rev. B* **50**, 7596 (1994).
14. J. M. Shi, F. M. Peeters, and J. T. Devreese, *Phys. Rev. B* **50**, 15182 (1994).
15. Л. И. Коровин, С. Т. Павлов, Б. Э. Эшпулатов, ФТТ **35**, 1562 (1993).
16. I. G. Lang, V. I. Belitsky, A. Cantarero, L. I. Korovin, S. T. Pavlov, and M. Cardona, *Phys. Rev. B* **54**, 17768 (1996).
17. Л. И. Коровин, И. Г. Ланг, С. Т. Павлов, ЖЭТФ **111**, 2194 (1997).
18. Л. И. Коровин, И. Г. Ланг, С. Т. Павлов, Письма в ЖЭТФ **65**, 511 (1997).
19. I. G. Lang, V. I. Belitsky, A. Cantarero, L. I. Korovin, S. T. Pavlov, and M. Cardona, *Phys. Rev. B* **56**, 6880 (1997).
20. R. Fuchs and K. L. Kliever, *Phys. Rev.* **140**, A2076 (1965).
21. A. A. Lucas, E. Kartheuser, and R. G. Bardo, *Phys. Rev. B* **2**, 2448 (1970).
22. J. J. Licari and R. Evrard, *Phys. Rev. B* **15**, 2254 (1977).
23. E. P. Pokatilov and S. I. Beril, *Phys. Stat. Sol. (b)* **118**, 567 (1983).
24. L. Wender, *Phys. Stat. Sol. (b)* **129**, 513 (1985).
25. C. Trallero-Giner and F. Comas, *Phys. Rev. B* **37**, 4583 (1988).
26. N. Mori and T. Ando, *Phys. Rev. B* **40**, 6175 (1989).
27. D. L. Lin, R. Chen, and T. E. George, in *Quantum Well and Superlattice Physics III*, SPIE Proceedings Number 1283, ed. by G. H. Döhler, E. S. Koteles, and J. H. Schulman, Bellingham, Washington (1990), p. 273.
28. Л. И. Коровин, ФТТ **13**, 842 (1971).
29. R. L. Green and K. K. Bajaj, *Phys. Rev. B* **31**, 6488 (1985).
30. S. Adachi, *J. Appl. Phys.* **58**, R1 (1985).